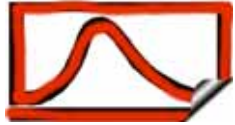
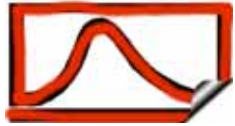


Perinteisten henkivakuutusten konvertointi joustavamaksuiksi henkivakuutuksiksi



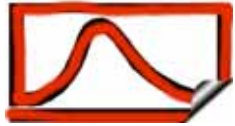
Conversion from conventional life insurance policies into universal life policies



Conversion from conventional life insurance policies into universal life policies

http://www.fkl.fi/asp/ida/download.asp?pgid=2738&pgmain=fkl-www&prm1=wwwuser_fkl&docid=21808&sec=&ext=.pdf

<http://www.actuary.fi> – Aktuaarikoulutus – tutkintolautakunnalle suoritettavat kokeet ja harjoitustyö – Hyväksytyt SHV-työt



Perinteinen ja universal life -tekniikka

Perinteinen tekniikka

Prospektiivinen laskenta: Säästö = tulevien etuuksien pääoma-arvo – tulevien maksujen pääoma-arvo

$$V_{x+t} = A_{x+t:w} (*) \cdot S_{x+t} - B_{x+t:k-t} \cdot \ddot{a}_{x+t:k-t}]$$

Universal life –tekniikka

Retrospektiivinen laskenta: Maksuihin lisätään vakuutukselle tulevat hyvitykset ja vähennetään veloitukset ja säästöä seurataan tilin omaisesti

$$V_{x+t} = \sum_{k=0}^t \left\{ (1 - \beta) \cdot B_{x+k} + \frac{i}{1 - q_{x+t}} \cdot (V_{x+k-1} + B_{x+k}) - \frac{q_{x+t}}{1 - q_{x+t}} \cdot \left[(1 - \gamma) \cdot S_{x+t} - (V_{x+k-1} + B_{x+k}) \right] \right\}$$



Tarve konversiolle/mallintamiselle

Vakuutusyhtiön prosessien tehostaminen

- järjestelmät vanhoja ja vaativat uusimista
- useiden järjestelmien samanaikainen ylläpito ja testaus kallista
- osa kannoista pieniä ja kulut per vakuutus suuria
- tietotaidon ylläpito

Mallintamisvaatimukset

- IFRS
- Solvenssi II
- liiketoiminnan suunnittelu

Asiakasinformaatio

- kulut ja muut veloitukset



Aktuaari ei usko ennen kuin näkee...

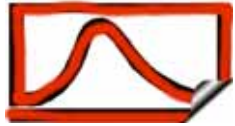
... pitää itse kokeilla

... tai todistaa

... tai ainakin nähdä todistus

Aiheesta ei ole kirjoitettu – aikaisemmin.

An actuary is either right or can prove he is.



Muunnos aina mahdollinen

- Jos malli on järkevä ja
- Jos noudatetaan yleisiä laskentaperiaatteita

Vakuutusmaksu perustuu tulevien kassavirtojen diskonttaamiseen.

Jos hyvin määritellystä kassavirrasta otetaan osa, sekin on hyvin määritelty.



Kommutaatioluvut

Kuolevuustaulu

$$D_x = l_x \cdot v^x$$

$$N_x = \sum_{i=x}^{w'} D_i$$

$$M_x = \sum_{i=x}^{w'} \left[\frac{q_x}{1+i} \cdot D_x \right]$$

Kuolevuusfunktio/Suomi

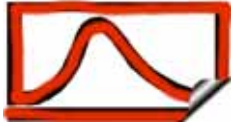
$$D_x = l_x \cdot v^x$$

$$N_x = \sum_{i=x}^{w'} D_i$$

$$\bar{N}_x = N_x - D_x \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{12} \cdot (\ln(1+i) + \mu_x) \right]$$

$$\bar{M}_x = D_x - \ln(1+i) \cdot \bar{N}_x$$





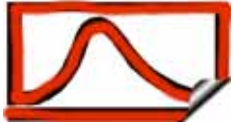
Diskonttaus- ja prolongointitekijät

Diskonttaustekijä (sisältäen kuolevuuden)

$$\frac{D_{x+t}}{D_{x+t+1}} = \frac{1+i}{1-q_{x+t}} = 1 + \frac{i}{1-q_{x+t}} + \frac{q_{x+t}}{1-q_{x+t}}$$







Prolongointitekijä (sisältäen kuolevuuden)

$$\frac{D_{x+t+1}}{D_{x+t}} = \frac{1-q_{x+t}}{1+i} = 1 - \frac{i}{1+i} - \frac{q_{x+t}}{1+i}$$

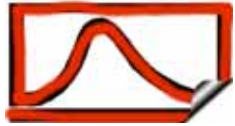


Perinteisten henkivakuutusten mallintaminen

Lähtökohtana 1/1-vastaavuus

-  Mallinnus vuositasolla ilman kuluja
-  Jatkuvuuskorjaukset
-  Mallinnus vuositasolla kulujen kanssa
-  Mallin laajennus kuukausitasolle
-  Useamman kerran vuodessa maksavien mallinnus
-  Mallin yksinkertaistaminen





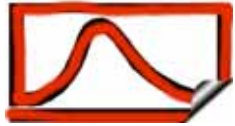
Mallinnus vuositasolla ilman kuluja

Maksu

$$B_{x:k]} = \frac{A_{x:w} (*)}{\ddot{a}_{t:k]}} \cdot S_x$$

Prospektiivinen säästö

$$V_{x+t} = A_{x+t:w} (*) \cdot S_{x+t} - B_{x+t:k-t]} \cdot \ddot{a}_{x+t:k-t]}$$

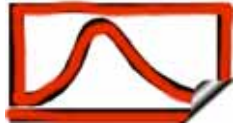


Elämänvaravakuutuksen mallintaminen

$$\begin{aligned}V_{x+t+1} &= \frac{D_w}{D_{x+t+1}} \cdot S_{x+t} = \frac{D_{x+t}}{D_{x+t+1}} \cdot \frac{D_w}{D_{x+t}} \cdot S_{x+t} \\ &= \frac{D_{x+t}}{D_{x+t+1}} \cdot V_{x+t} \\ &= V_{x+t} + \frac{i}{1-q_{x+t}} \cdot V_{x+t} + \frac{q_{x+t}}{1-q_{x+t}} \cdot V_{x+t}\end{aligned}$$

**eli
säästön
karttuminen
ilman
maksuja**

Kuukauden aikana, jos maksuja ei tule, säästöt karttuvat korolla ja kuolevuudella. Hyvitykset ovat kuukauden lopun hyvityksiä.



Hyvitykset kuukauden alussa

Entä jos hyvitykset ovat kuukauden alussa?

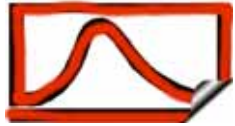
$$\begin{aligned} V_{x+t+1} &= V_{x+t} + \left(\frac{1 - q_{x+t}}{1 + i} \right) \cdot \left\{ \frac{i}{1 - q_{x+t}} \cdot V_{x+t} + \frac{q_{x+t}}{1 - q_{x+t}} \cdot V_{x+t} \right\} \\ &= V_{x+t} + \frac{i}{1 + i} \cdot V_{x+t} + \frac{q_{x+t}}{1 + i} \cdot V_{x+t} \end{aligned}$$



Yleinen malli

$$\begin{aligned} V_{x+t+1} = & \\ & V_{x+t} \\ & + B_{x+t:k-t}] \\ & - E_{x+t} \\ & + \frac{i}{1-q_{x+t}} \cdot (V_{x+t} + B_{x+t:k-t}] - E_{x+t}) \\ & - \frac{q_{x+t}}{1-q_{x+t}} \cdot [S_{x+t} - (V_{x+t} + B_{x+t:k-t}] - E_{x+t})] \end{aligned}$$

Loppusäästö =
alkusäästö
+ maksut
- eläkesuoritukset
+ korot
- kuolevuusveloitus/ +kuolevuushyvitys



Jatkuvuuskorjaukset

Maksu

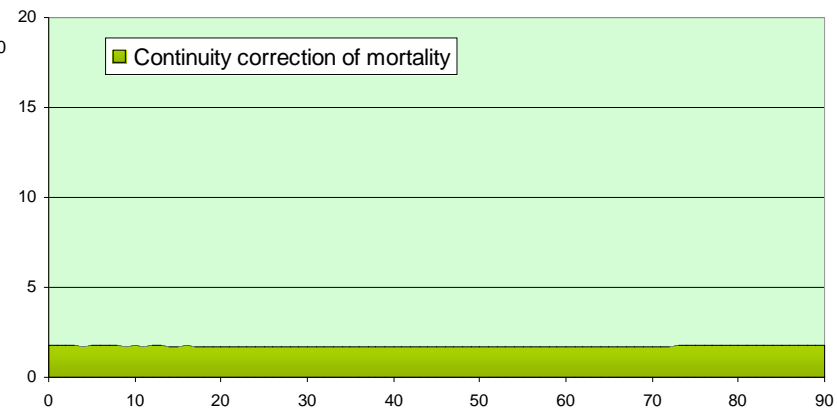
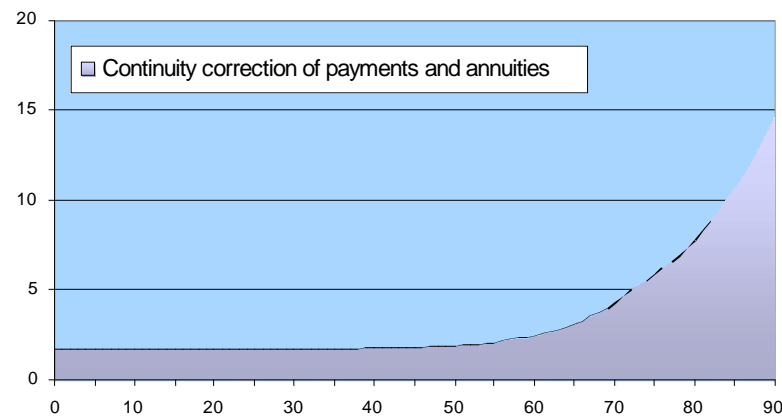
$$-\left\{ \frac{1}{12} \cdot (\mu_{x+t} - \mu_{x+t+1}) + \frac{i + q_{x+t}}{1+i} \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{12} \cdot (\ln(1+i) + \mu_{x+t+1}) \right] \right\} \cdot B_{x+t}$$

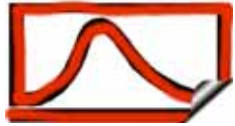
Kuolevuus

$$\left(-\frac{i}{1-q_{x+t}} + \ln(1+i) \cdot \frac{1+i}{1-q_{x+t}} \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{12} \cdot (\mu_{x+t} - \mu_{x+t+1}) - \frac{i + q_{x+t}}{1+i} \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{12} \cdot (\ln(1+i) + \mu_{x+t+1}) \right] \right\} \right) \cdot S_{x+t}$$



Jatkuvuuskorjausten vaikutukset (%)





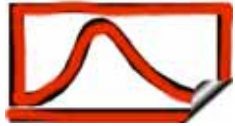
Kuormitusten mallinnus vuositasolla

Maksu

$$B_{x:k]} = \frac{A_{x:w} (*) + \alpha_1 + \gamma \cdot \ddot{a}_{x:w}}{(1 - \beta) \cdot \ddot{a}_{t:k]}} \cdot S_x$$

Prospektiivinen säästö

$$V_{x+t} = A_{x+t:w} (*) \cdot S_{x+t} - (1 - \beta) \cdot B_{x+t:k-t]} \cdot \ddot{a}_{x+t:k-t]} + \gamma \cdot \ddot{a}_{x+t:w} \cdot S_{x+t}$$

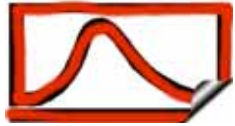


Yleinen kuormitusmalli

$$\begin{aligned} V_{x+t+1} = & \\ & V_{x+t} \\ & + B_{x+t:k-t}] \\ & - \beta \cdot B_{x+t:k-t}] \\ & - E_{x+t} \\ & - \alpha_1 \cdot S_{x+t} \\ & + \frac{i}{1-q_{x+t}} \cdot [V_{x+t} + (1-\beta) \cdot B_{x+t:k-t}] - E_{x+t} - \gamma \cdot S_{x+t}] \\ & - \frac{q_{x+t}}{1-q_{x+t}} \cdot [S_{x+t} - (V_{x+t} + (1-\beta) \cdot B_{x+t:k-t}) - E_{x+t} - \gamma \cdot S_{x+t}] \end{aligned}$$

Loppusäästö =
alkusäästö
+ maksut
- maksuun verrannollinen kuormitus
- eläkesuoritukset
- summaan verrannollinen kuormitus
+ korot

kuolevuusveloitus/ +kuolevuushyvitys

$\sqrt{1,045}$ 

Suomalaisia malleja

φ -kuormitus

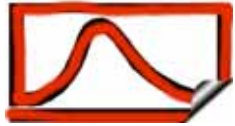
$$\varphi \cdot \left[V_{x+t} + \frac{i}{1-q_{x+t}} \cdot V_{x+t} - \frac{q_{x+t}}{1-q_{x+t}} \cdot (S_{x+t} - V_{x+t}) \right]$$

Korjaus etukäteisestä maksusta = 1.025, eli noin $\sqrt{1,045}$

Sairausvakuutusten kaavasto (5:nneen asteen funktio – vanhoissa 4:nneen).

Vuoden riskimaksu:

$$(1+\omega) \cdot \frac{1+i}{1-q_{x+t}} \cdot \left(a - b \cdot \frac{0,1^7}{4} \cdot (x+t)^4 \cdot \left\{ \frac{1}{5} \cdot (x+t) + \frac{1}{3} \cdot [5 - 0,1 \cdot (x+t) \cdot (\delta + \mu_{x+t})] \right\} \right) \\ + (1+\omega) \cdot b \cdot \frac{0,1^7}{4} \cdot (x+t+1)^4 \cdot \left\{ -\frac{1}{5} \cdot (x+t+1) + \frac{1}{3} \cdot [5 - 0,1 \cdot (x+t+1) \cdot (\delta + \mu_{x+t+1})] \right\}$$



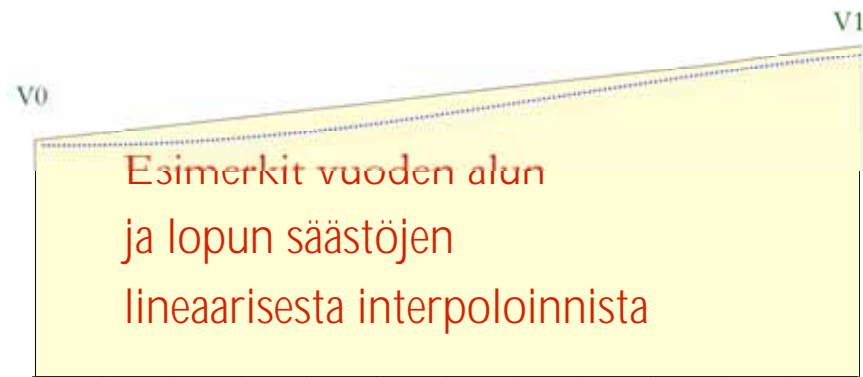
Laskenta kuukausittain

Kuolevuus

-diskonttotekijän säilyttämisen periaate

-kuolinriskin säilyttämisen periaate

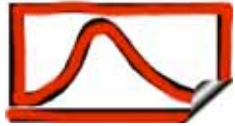
Useamman kertaa vuodessa maksavien lisäkuormitus





Kuolevuusmalleja osavuosille

tarkka kuolevuus esim. jvasta funktiosta	$l_{x+m/12} = l_0 \cdot e^{-\int_0^{x+m/12} \mu_s ds}$	$q_{x+m} = 1 - e^{-\int_{x+m/12}^{x+(m+1)/12} \mu_s ds}$
kuolintapausten tasajakaumaoletus (UDD)	$l_{x+m/12} = \left(1 - \frac{m}{12}\right) \cdot l_x + \frac{m}{12} \cdot l_{x+1}$	$q_{x+m/12} = \frac{q_x}{12 - m \cdot q_x}$
vakiokuolevuus	$l_{x+(m+1)/12} = l_{x+m/12} \cdot e^{-\mu^c / 12}$	$q_{x+m/12}^c = 1 - e^{-\mu^c / 12}$
Balducci-malli	$\frac{1}{l_{x+m/12}} = \frac{1 - \frac{m}{12}}{l_x} + \frac{\frac{m}{12}}{l_{x+1}}$	$q_{x+m/12} = \frac{q_x}{12 - (12 - m) \cdot q_x}$



Diskonttotekijän säilyttämisen periaate

Konversiotilaneen lähtökohta diskonttotekijän säilyttämisen periaate

Kuolevuus määritellään siten, että diskonttotekijä ei vuositasolla muutu:

$$\frac{D_x}{D_{x+1}} = \prod_{m=0}^{11} \frac{D_{x+m/12}}{D_{x+(m+1)/12}} = \frac{1+i}{1-q_x}$$

Kuukausitason diskonttotekijä on tässä:

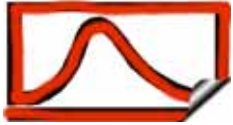
$$\frac{D_{x+m/12}}{D_{x+(m+1)/12}} = \frac{\sqrt[12]{1+i}}{1-q_{x+m/12}}$$

Actuary spends three months deriving graduated rates of mortality to five decimal places and then decide in thirty seconds that the proper rate of interest to be used in premium calculations is 3,5 %.



Muita kuolevuusmalleja

kuolintapausten tasajakaumaoletus (UDD) - mukautettu	$l_{x+m/12} = \left(1 - \frac{m}{12}\right) \cdot l_x + \frac{m}{12} \cdot l_{x+1}$	$q_{x+m/12} = \frac{q_x^u}{12 - m \cdot q_x^u}$
Balducci-malli - mukautettu	$\frac{1}{l_{x+m/12}} = \frac{1 - \frac{m}{12}}{l_x} + \frac{\frac{m}{12}}{l_{x+1}}$	$q_{x+m/12} = \frac{q_x^b}{12 - (12 - m) \cdot q_x^b}$
Lineaarinen Dx-malli	$D_{x+(m+1)/12} = D_{x+m/12} - \frac{1}{12} \cdot (D_x - D_{x+1})$	$q_{x+m/12} = 1 - \frac{(12 - m) \cdot (1 + i) + (1 - q_x) \cdot m}{(11 - m) \cdot (1 + i) + (1 - q_x) \cdot (m + 1)} \cdot \sqrt[12]{1 + i}$
Lineaarinen diskonttotekijä -malli	$\frac{1}{12} \cdot \left(\frac{D_x}{D_{x+1}} - 1 \right) = \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{1 + i}{1 - q_x} - 1 \right)$	$q_{x+m/12} = 1 - \frac{12 + m \cdot i - (12 - m) \cdot q_x}{12 + (m + 1) \cdot i - (11 - m) \cdot q_x} \cdot \sqrt[12]{1 + i}$



Lineaarinen diskonttitekijä -malli

Lähtötilanne

$$\frac{1}{12} \cdot \left(\frac{D_x}{D_{x+1}} - 1 \right) = \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{1+i}{1-q_x} - 1 \right) = \frac{1}{12} \cdot \frac{i+q_x}{1-q_x}$$

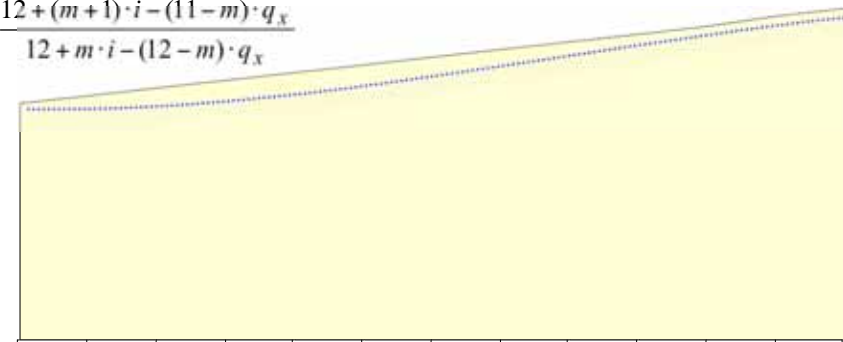
$$D_{x+m/12} = \frac{D_x}{1 + \frac{m}{12} \cdot \frac{i+q_x}{1-q_x}} = 12 \cdot \frac{1-q_x}{12 - 12 \cdot q_x + m \cdot (i+q_x)} \cdot D_x = 12 \cdot \frac{1-q_x}{12 + m \cdot i - (12-m) \cdot q_x} \cdot D_x$$

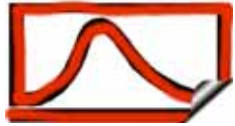
Nyt kaikille $m=0, \dots, 11$ pätee:

$$\frac{D_{x+m/12}}{D_{x+(m+1)/12}} = \frac{\sqrt[12]{1+i}}{1-q_{x+m/12}} = \frac{12 \cdot \frac{1-q_x}{12 + m \cdot i - (12-m) \cdot q_x} \cdot D_x}{12 \cdot \frac{1-q_x}{12 + (m+1) \cdot i - (12-(m+1)) \cdot q_x} \cdot D_x} = \frac{12 + (m+1) \cdot i - (11-m) \cdot q_x}{12 + m \cdot i - (12-m) \cdot q_x}$$

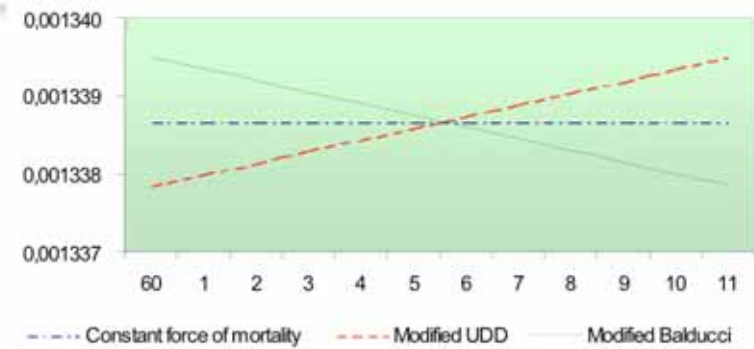
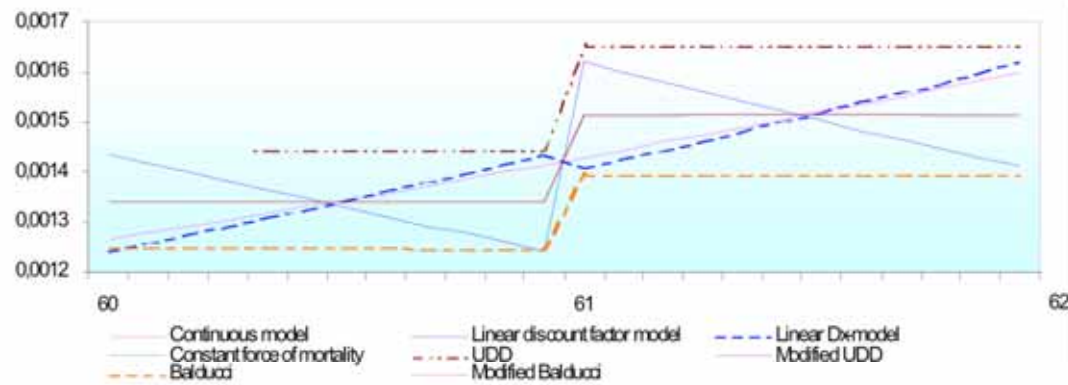
ja saamme

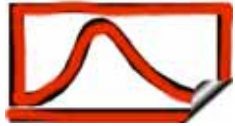
$$q_{x+m/12} = 1 - \frac{12 + m \cdot i - (12-m) \cdot q_x}{12 + (m+1) \cdot i - (11-m) \cdot q_x} \cdot \sqrt[12]{1+i}$$





Kuolevuusmalleja



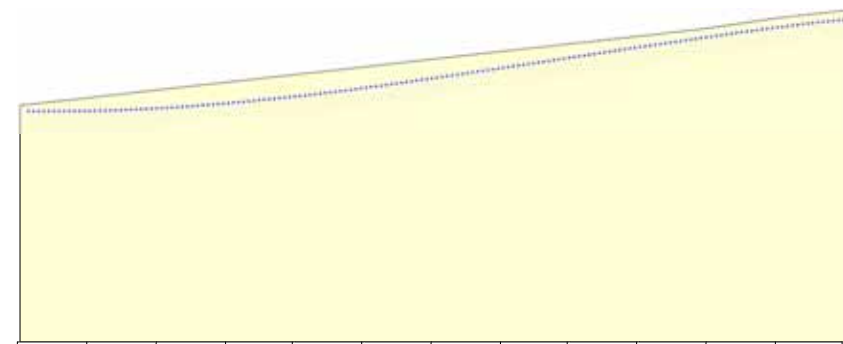


Kuolinriskin säilyttämisen periaate

Riskimaksun perimisvaihtoehtoja:

- 1) Peritään kunkin vuoden lopussa
- 2) Peritään kunkin vuoden alussa
- 3) Tasamaksu
- 4) Veloitukset siten, että säästöt muuttuvat lineaarisesti. Saadaan korjaamalla riskiturvaa seuraavalla tekijällä:

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{q_{x+t+m/12}} \cdot \left[(1 - q_{x+t+m/12}) \cdot m - \sqrt{1+i} \cdot (m-1) \right]$$



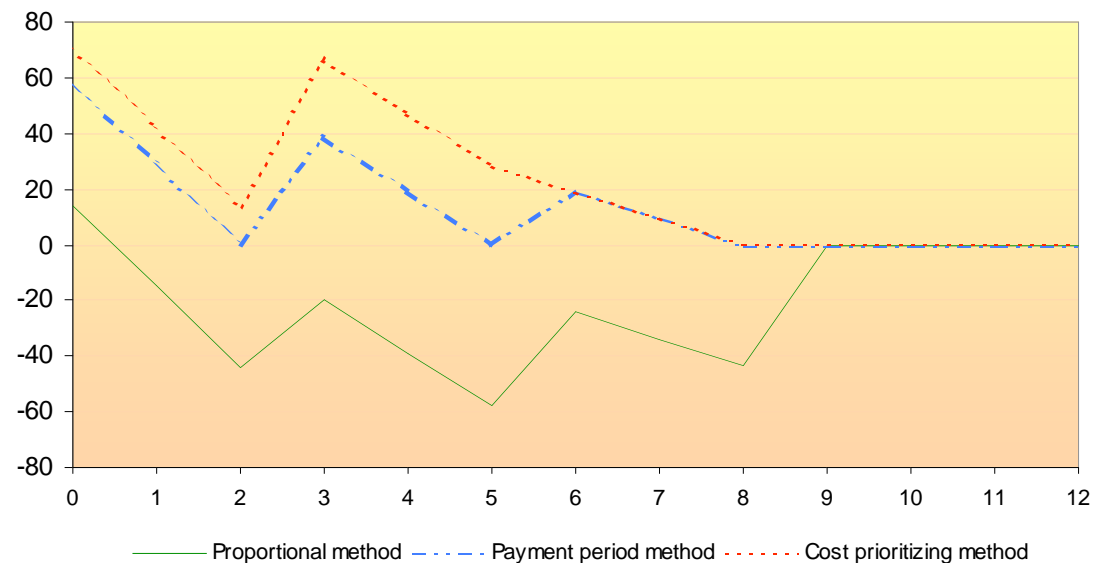


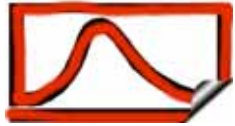
Useamman kerran vuodessa maksavat vakuutukset

Noin 2 %:n suuruinen osavuositmaksujenlisäkuormitus

Strategioita:

- 1) varataan koko vuoden kulut
- 2) varataan kulut seuraavaan maksuun
- 3) koko vuosi peritään suhteellisesti samaa kulu





Perinteisten henkivakuutusten mallintaminen

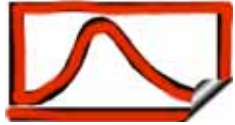
Hyvä aktuaari tekee yksinkertaisia malleja...

... mutta vasta ymmärrettyään, miten asiat olisi oikeaoppisesti tullut tehdä.

An actuary and a farmer were traveling by train. When they passed a flock of sheep in a meadow, the actuary said, "There are 1,248 sheep out there."

The farmer replied, "Amazing. By chance, I know the owner, and the figure is absolutely correct. How did you count them so quickly?"

The actuary answered, "Easy, I just counted the number of legs and divided by four."



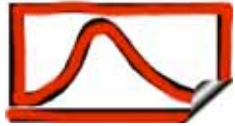
Asiakaslupaukset

Mitä itse asiassa on luvattu?

Tuleeko vakuutuksen joka hetki olla vähintään perusteiden mukainen?

Onko kuukausittainen approksimaatiokaava lupaus?

An actuary is the type of person that measures the length of a room by stepping one foot in front of the other, and then uses a micrometer to measure the final remaining position.

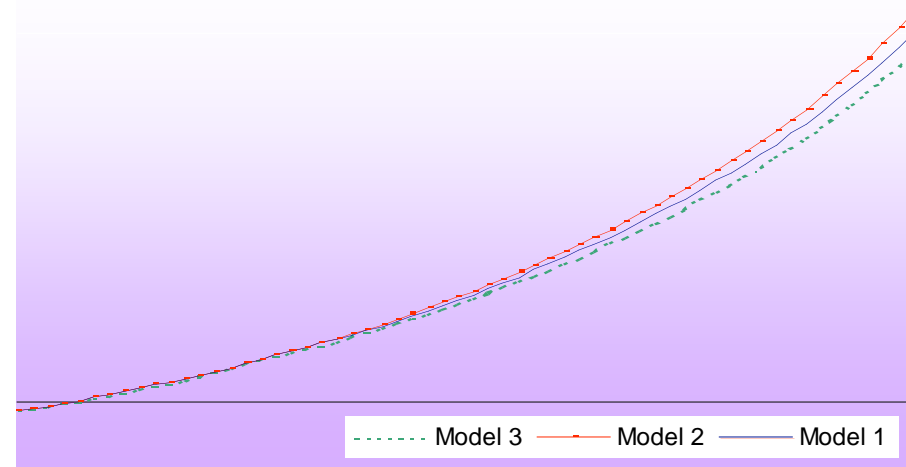


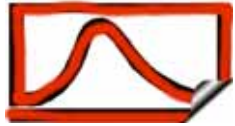
Muutosten hyväksyntä

Aktuaarin rooli

Vakuutusyhtiön johdon rooli

Vakuutustarkastuksen rooli





Johtopäätöksiä

Mallintaminen aina mahdollista

- uusia käsitteitä

Johdon vastuu

-kustannussäästöt

-muutosten hyväksyminen

"It may be ... taken for granted that the days of the glory for the commutation numbers now belong to the past".

Argument for this is the

- "advent of powerful computers" and

- "growing acceptance of models based on probability theory, which allows a more complete understanding of the essentials of the insurance"

(Hans U. Gerber)

Profit Software Ltd

- Complete software solutions for insurance sector
- Turnover EUR 9.1 million (2007)
- More than 40 customers in 8 northern European countries
- Employees 120
- Headquarters in Helsinki, subsidiary in Tallinn
- Offices in Sweden and Poland
- Supporting member of Actuarial Society of Finland