



FIN-FSA
FINANSSIVALVONTA

Henkivakuutuksen kuolevuustutkimukseen päivittäminen

Aktuaariyhdistyksen kuukausikokous 18.12.2024

Lyhyesti henkivakuutuksen referenssi-kuolevuusprojektista (K2024)

- Projektin tarkoituksena on päivittää henkivakuutuksen K2012-referenssi-kuolevuusmallin väestökuolevuusennusteet ja korjauskertoimet
 - Sirén, Tarja (2012) Henkivakuutusyhtiöiden kuolevuustutkimus K2012
 - Väestökuolevuudessa Lee-Miller –malli (1955-2009)
 - Korjauskertoimissa GLM-malli (Poisson-regressio, 2002-2009)
- Yhtiöt toimittivat henkivakuutusaineiston Finanssivalvontaan kesäkuussa 2024
 - Aineiston validointiprosessi toteutettiin syksyn aikana → Kiitos sujuneesta yhteistyöstä
- Työvaiheet:
 - Finanssivalvonta kokoaa korjauskertoimien laskennassa käytettäviä sektoritasoisia tietoja (altistuma, kuolleiden lukumäärät)
 - Koostettujen tietojen analysoiminen hieman kesken
 - Tarkoitus jakaa henkivakuutusyhtiöiden kanssa välitietoja viimeistään tammikuussa
 - Tutkimuksen valmistuminen ja tulosten julkaiseminen arviolta H1 2025 aikana

Vakuutusaineiston tietopyyntö

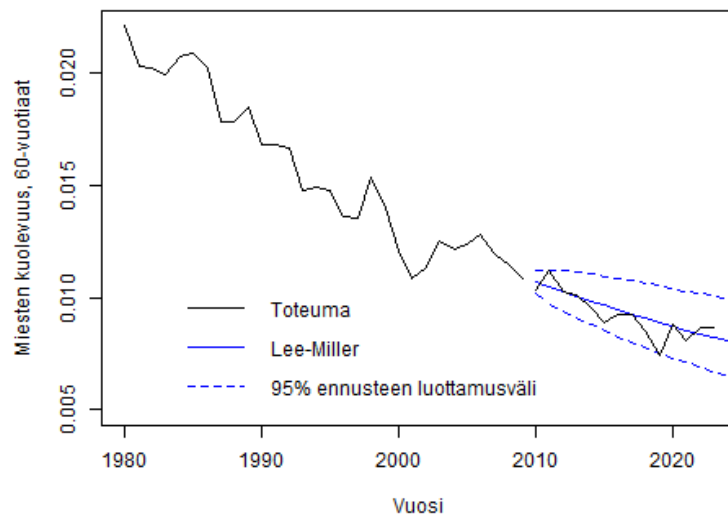
Muuttuja	Lyhenne	Luokat / tyyppi	Koodi	Tuodekoodin täydentävä ohje
Yhtiöstä käytettävä kirjainlyhenne (ks. taulukko alla)	Yhtiö			
Tilivuosi	Vuosi	2010, 2011, 2012, ..., 2023		
Vakuutetun yksilöivä (satunnainen) id-tunnus	ID			
Sukupuoli	Sukupuoli	Mies Nainen	M N	
Syntymäpäivämäärä (mahdollisimman tarkasti ilmoitettuna)	Syntymäpvm	dd.mm.yyyy tai mm.yyyy tai yyyy		
Kuolinpäivämäärä (mahdollisimman tarkasti ilmoitettuna)	Kuolinpvm	dd.mm.yyyy tai mm.yyyy tai yyyy tai tyhjä		
Vakuutuksen voimaantulopäivämäärä (mahdollisimman tarkasti ilmoitettuna)	Voimpvm	dd.mm.yyyy tai mm.yyyy tai yyyy		
Vakuutuksen päättymispäivämäärä (mahdollisimman tarkasti ilmoitettuna)	Päätpvm	dd.mm.yyyy tai mm.yyyy tai yyyy tai tyhjä		
Korotettu / normaali tariffi vakuutuksen myöntöhetketkellä	Tariffi	Korotettu Normaali	K N	
Tuotekoodi	Tuotekoodi	Yksilöllinen säästövakuutus	1	
		Yksilöllinen säästövakuutus unit linked	2	Tähän luokkaan kuuluvat myös hybridituotteet, joissa yhdistettyinä perustekorkoinen ja unit linked -vakuutus.
		Yksilöllinen riskivakuutus	3	Pariturva käsitellään normaalina henkivakuutuksena.
		Ryhmätuvakuutus	4	
		Ryhmäriskivakuutus	5	
		Yksilöllinen eläkevakuutus	6	
		Yksilöllinen eläkevakuutus unit linked	7	Tähän luokkaan kuuluvat myös hybridituotteet, joissa yhdistettyinä perustekorkoinen ja unit linked -vakuutus.
		Ryhmäeläkevakuutus	8	Vain vanhuuseläkkeeseen liittyvä positiivinen tai negatiivinen kuolinturva.
		Leskeneläke	9	Luokan entinen nimi on perhe-eläke. Luokka on muutettu rajoittumaan pelkkiin leskeneläkkeisiin.
		Tapaturmainen kuolema	10	Sisältää henkivakuutusyhtiön myöntämät vakuutukset pelkän tapaturmaisen kuoleman varalta.
		Kapitalisaatiosopimukset	11	Sisältää vain sellaiset sopimukset, joissa vakuutuksenottajana on yksityishenkilö.

K2012 väestökuolevuusmalli VS toteuma (2010-2023) 60- ja 85-vuotiaat

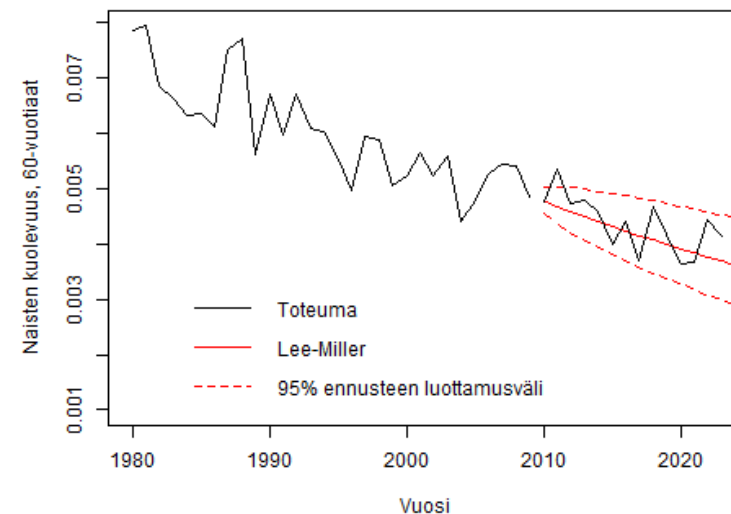
K2012:

- HMD-tietokannan tasoitettua kuolevuusaineistoa ikävälille 0–110+ (Life-tables)
- Malli sovitettu aikavälille 1955–2009

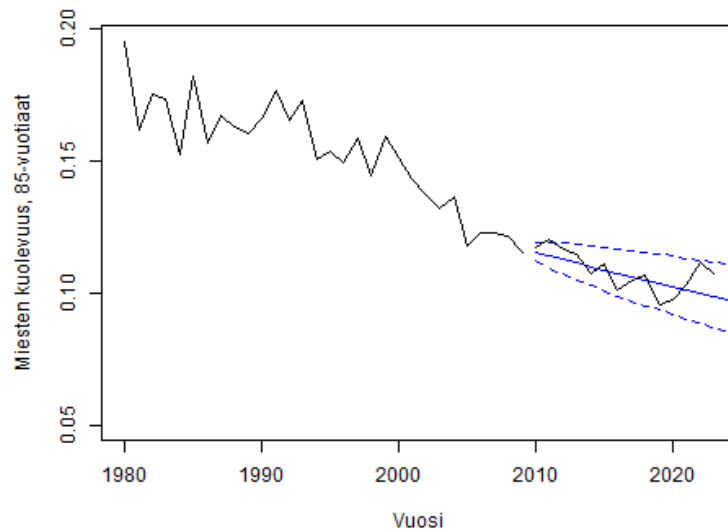
K2012 ennuste vs. toteuma



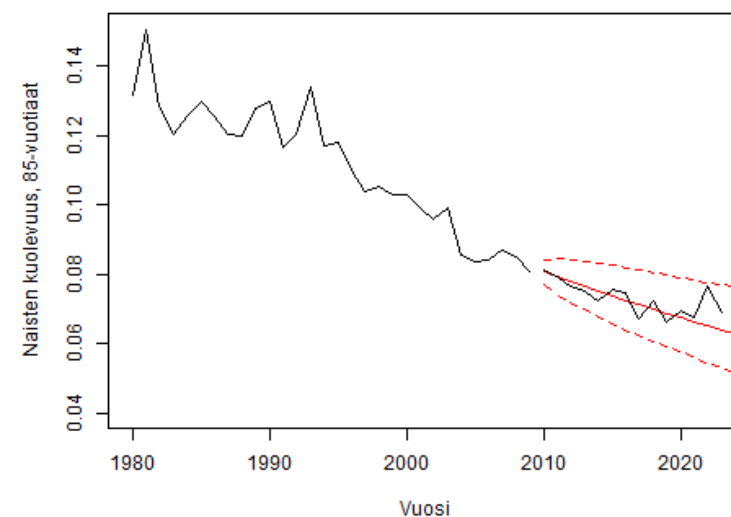
K2012 ennuste vs. toteuma



K2012 ennuste vs. toteuma



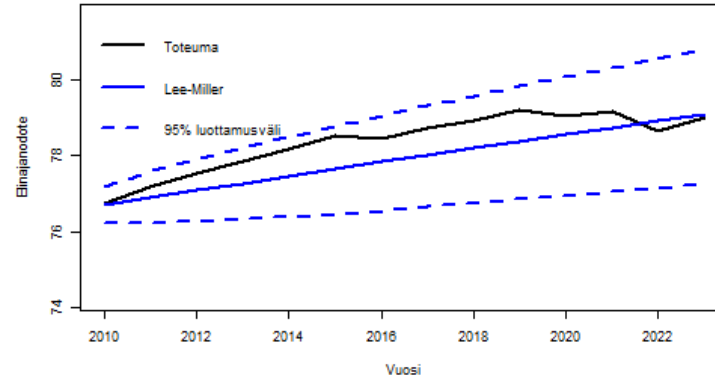
K2012 ennuste vs. toteuma



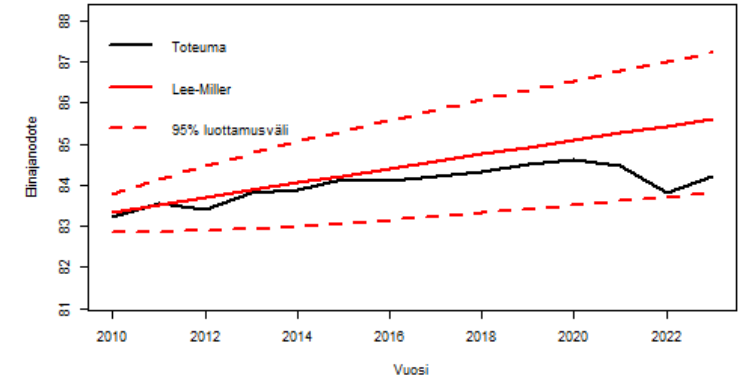
K2012 Elinajanodotteet (väestökuolevuusmalli)

- 0, 35 ja 70 -vuotiaat miehet ja naiset
- Pandemia-aikana elinajanodotteet laskivat
- V. 2023 elinajanodotteissa palautumista
- Naisissa elinajanodotteet (2010-2023) ovat olleet ennustettua lyhyempiä, miehissä pidempiä ennen vuotta 2022.

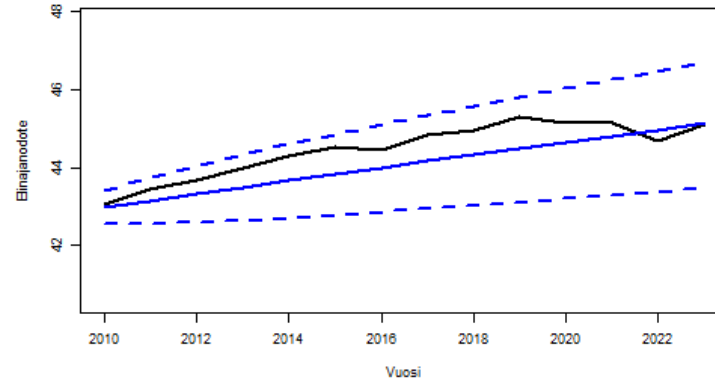
0-vuotiaiden miesten elinajanodotteet ja ennusteet



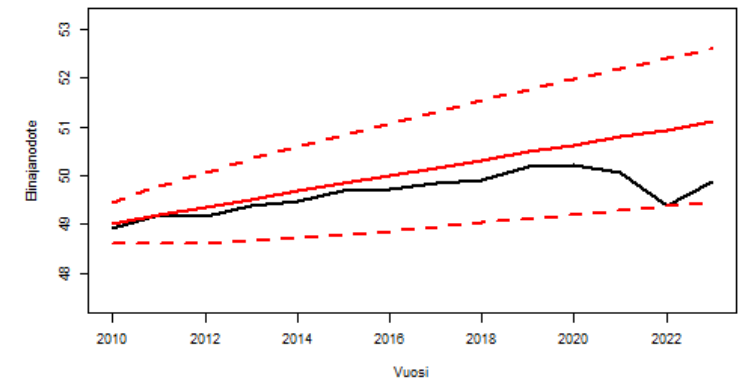
0-vuotiaiden naisten elinajanodotteet ja ennusteet



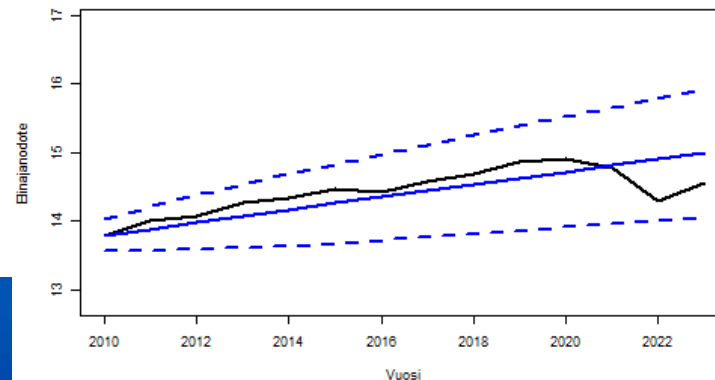
35-vuotiaiden miesten elinajanodotteet ja ennusteet



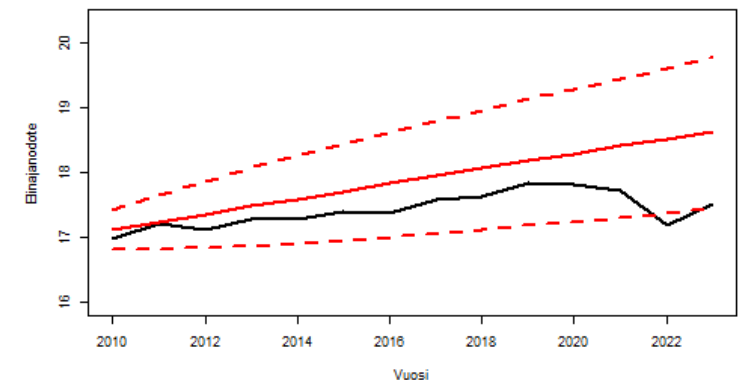
35-vuotiaiden naisten elinajanodotteet ja ennusteet



70-vuotiaiden miesten elinajanodotteet ja ennusteet



70-vuotiaiden naisten elinajanodotteet ja ennusteet



Kuolevuuden ennustaminen ARIMA- malleilla (SHV-työ)

IIRO MARTTILA

AKTUAARIYHDISTYKSEN KUUKAUSIKOKOUS 18.12.2024

Konseptista...

$$\begin{pmatrix} m_{x_1,t_1} & \cdots & m_{x_1,T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{X,t_1} & \cdots & m_{X,T} \end{pmatrix}, \text{ kuolevuuden } X \times T \text{ -matriisi}$$

Lee-Carter / -Miller -mallit \rightarrow singulaariarvohajotelmalla matriisi hajotetaan kahteen faktoriin:

1. Ikäfaktori b_x (ajankohdille yhteinen)
2. Aikafaktori k_t (ikäluokille yhteinen) \rightarrow ennustaminen aikafaktorin avulla aikasarjamalleilla (usein satunnaiskulkuprosessi, ts. ARIMA(0,1,0))

Tämän työn **ARIMA-kehikko** \rightarrow ei tehdä faktorointia, vaan...

- Mallinnetaan suoraan kuolevuuden ikäkohtaisia aikasarjoja $m_{x_i,t_1}, \dots, m_{x_i,T} \rightarrow$ malleja yhtä monta kuin mallinnettavia ikäluokkia
- ARIMA eli Autoregressive Integrated Moving Average

ARIMA-mallit

Työssä tarkastellaan ARIMA-aikasarjamallien kykyä mallintaa ja ennustaa suomalaisten miesten ja naisten kuolevuuksia ja elinajanodotteita

Yksiulotteinen "nollan faktorin" malli: $\log(m_{x,t}) \sim ARIMA(p, d, q)$, jossa

- Ikäkohtaista ($x = 0, 1, 2, \dots, 110+$) log-keskikuolevuutta $\log(m_{x,t})$ mallinnetaan suoraan
- $AR(p)$: kuinka monesta (p) menneestä prosessin arvosta malli riippuu
- $MA(q)$: kuinka monesta (q) menneestä virheprosessin arvosta malli riippuu
- $I(d)$: onko prosessissa trendiä ($d = 1$) vai ei ($d = 0$)
- Tässä työssä valittu niin, että ARIMA-mallin spesifikaatio (p, d, q) on sama kaikille mallinnetuille ikäluokille, mutta mallin kertoimet (vakiotermit ja aikasarjamallin kertoimet) vaihtelevat ikäluokittain
- Miehet ja naiset erikseen kaikille ikäluokille \rightarrow 222 erillistä mallia

$$y_t = \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \epsilon_{t-j} + \epsilon_t, \epsilon_t \sim iid(0, \sigma^2). \quad \text{ARMA}(p,q)\text{-esitys}$$

ARIMA-kuolevuusmallit akateemisissa tutkimuksissa

Giacometti R. Bertocchi, M. Rachev, S. T. Fabozzi, F. J. (2012) **A comparison of the Lee-Carter model and AR-ARCH model for forecasting mortality rates**. Insurance: Mathematics and Economics.

- Kuolevuuden mallintaminen ikäkohtaisilla AR-ARCH malleilla (Italia) → ennusteiden toteumatestaamisen perusteella aikasarjamalli suoriutui Lee-Carter -mallia paremmin

Lin, T. Wang, C.-W. Tsai, C. C.-L. (2015) **Age-specific copula-AR-GARCH mortality models**. Insurance: Mathematics and Economics.

- Ikäkohtaisten AR, AR-ARCH ja AR-GARCH –mallien ennustekyvyn vertailu Lee-Carter –malliin (Japani, USA, Britannia) → kaikki aikasarjamallit Lee-Carter –mallia parempia toteumatesteissä
- Myös ennusteiden luottamusvälit (kvalitatiivisen) arvioinnin perusteella Lee-Carter –mallia “sopivampia”

Syuhada, K. Hakim, A. (2021) **Stochastic modeling of mortality rates and Mortality-at-Risk forecast by taking conditional heteroscedasticity effect into account**.

- USA-kuolevuusaineiston tilastollinen testaaminen → kuolevuuden ($\Delta \log(\text{kuolevuus})$) mallintaminen AR-ARCH ja AR-SVAR –malleilla → ns. mortality-at-risk –mitta.

ARIMA-spesifikaation valinta

Tilastollisen aikasarja-analyysin perusteella arvioidaan, mikä ARIMA-spesifikaatio sopii kuolevuusaikasarjoihin parhaiten

- Aikasarjojen trendin testaaminen, autokorrelaatiot, tilastolliset informaatiokriteerit

Tilastollisten testien perusteella (1950-2022 aineistossa):

- d on useimmiten 1
- p ja q ovat useimmiten pieniä: 0, 1 tai 2
- ARIMA-mallien sopivuudet vaihtelevat kuolevuusaikasarjojen välillä → täydellistä spesifikaatiota ei ole
- Nuorissa ikäluokissa mallien sopivuus kyseenalaisempaa.
- Työssä ei tehty erillistä volatilitietin mallinnusta (ARCH / GARCH)

Muutamalla eri ARIMA-spesifikaatiolla tuotettuja ennusteita vertailemalla havaittiin, että:

- Ennusteiden odotusarvot eivät juurikaan riipu ARIMA-mallin spesifikaatiosta
- Spesifikaatioita enemmän odotusarvouraan vaikuttaa sovitusaikavälillä vallinnut kuolevuuden trendi
- Ennusteen luottamusväleihin spesifikaatiolla on vaikutusta (spesifikaation ”sopivuus” ja virhetermien hajonta)

Lee-Miller(Carter) –malleihin vertailu

Lee-Carter/Miller -mallit perinteisiä menetelmiä kuolevuuden ennustamisessa ja mallintamisessa

- Kahden faktorin malleja: Ikäfaktorin ja kaikille ikäluokille yhteinen aikafaktori
- Aikafaktorin ennuste tuotetaan ARIMA-mallilla, ARIMA(0,1,0) (satunnaiskulkuprosessi)

Työssä Lee-Miller/Carter ennusteita käytetään ARIMA-mallin vertailukohtana kahtena eri ennusteajankohtana

- 1. sovitusaikaväli 1955-2009 → ennusteiden vertailu 2010-2022 toteumaan
 - ARIMA(0,1,1) ja Lee-Miller (Vertailu henkivakuutuksen K2012-referenssikuolevuusmalliin)
- 2. sovitusaikaväli 1960-2022 → miten tilastolliset ennusteet reagoivat koronapandemiaan?
 - ARIMA(1,1,1), Lee-Miller ja Lee-Carter

1. Ennusteet alkaen 2010

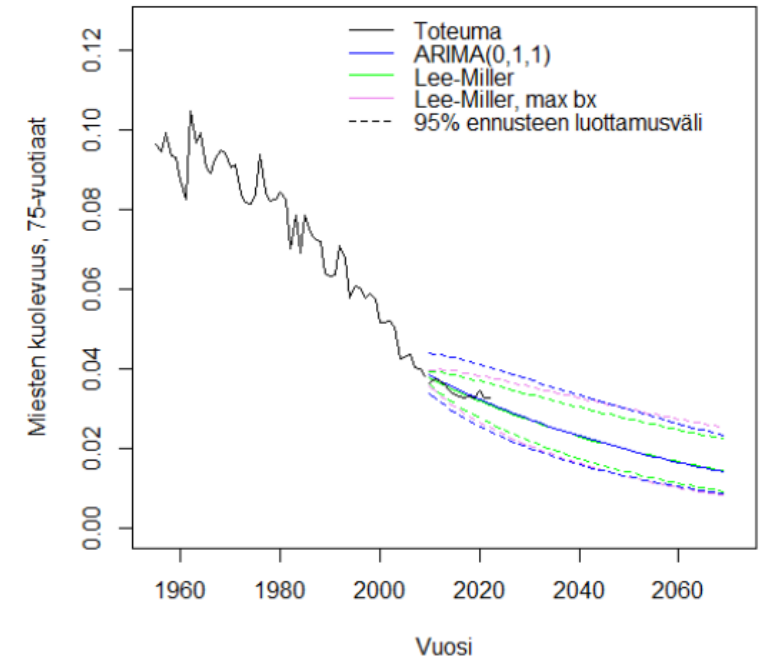
Ennusteiden odotusarvot suhteellisen lähellä toisiaan

- MAPE-ennustevirheen perusteella ARIMA-malli on ollut hieman tarkempi naisille ja LM-ennuste miehille

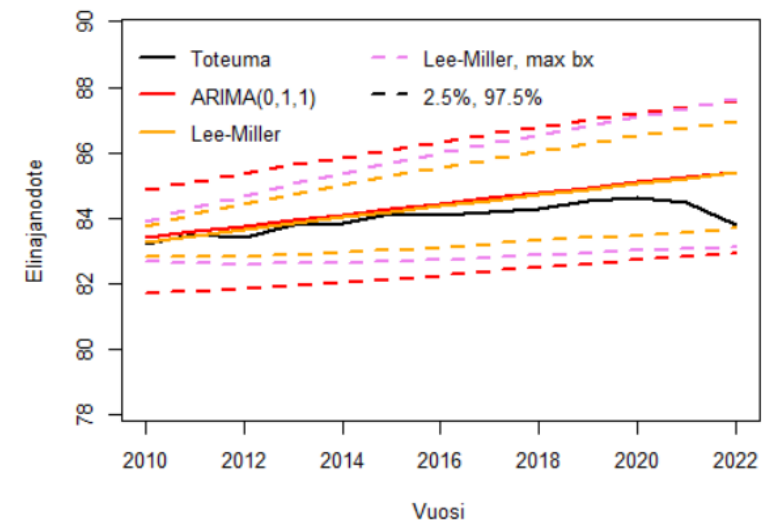
ARIMA-ennusteen luottamusvälit ovat leveämpiä erityisesti ennustehorisontin alussa

- Tekninen ero ennustevirheen keskihajonnan muodostamisessa näkyy erityisesti ennusteiden alkupäässä
- ARIMA-mallin elinajanodotteiden ennusteiden luottamusväleissä käytössä karkeita oletuksia
- ARIMA-mallin leveämmät luottamusvälit kattavat satunnaisvaihtelun ja mm. pandemia-ajan ”piikit” useammin (95% luottamusväleillä) → käännteinen haaste on luottamusvälien liiallinen leveys

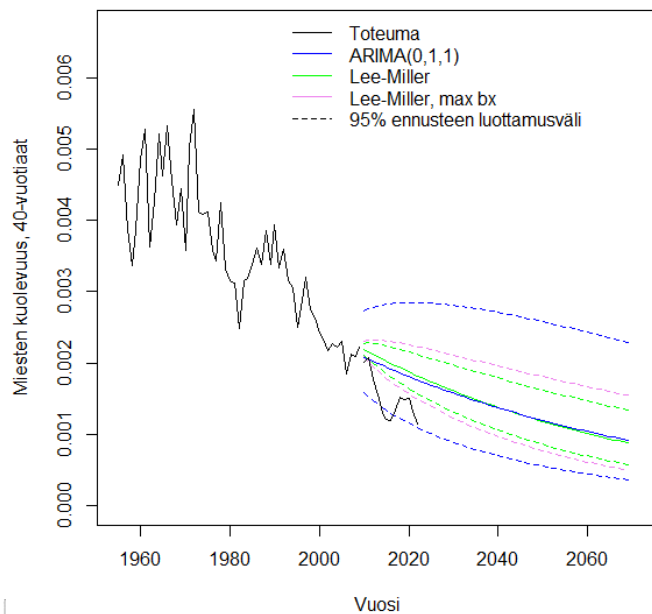
Lee-Miller ja ARIMA(0,1,1)-mallin vertailu



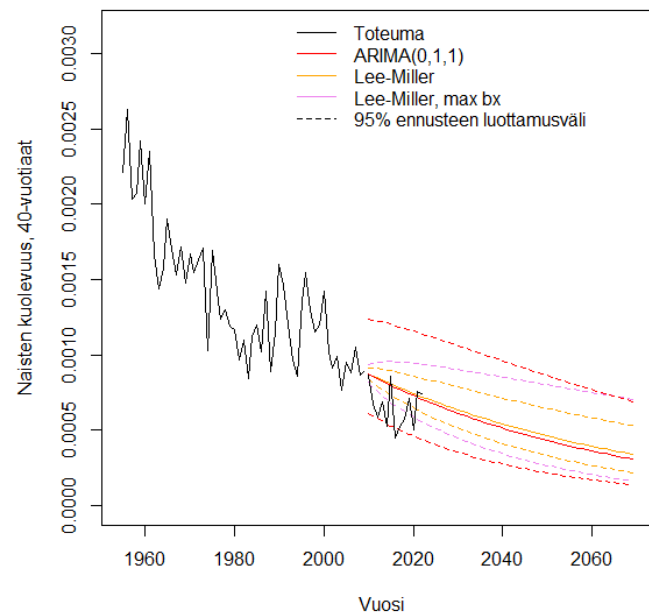
0-vuotiaiden naisten elinajanodotteet ja ennusteet



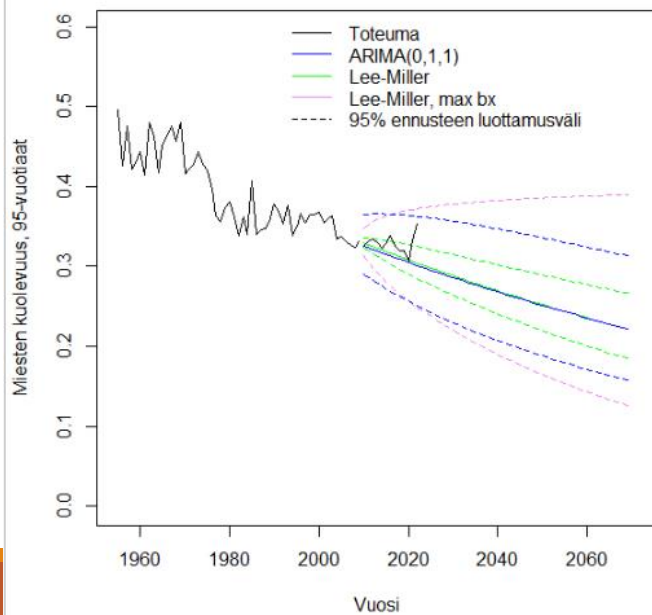
Lee-Miller ja ARIMA(0,1,1)-mallin vertailu



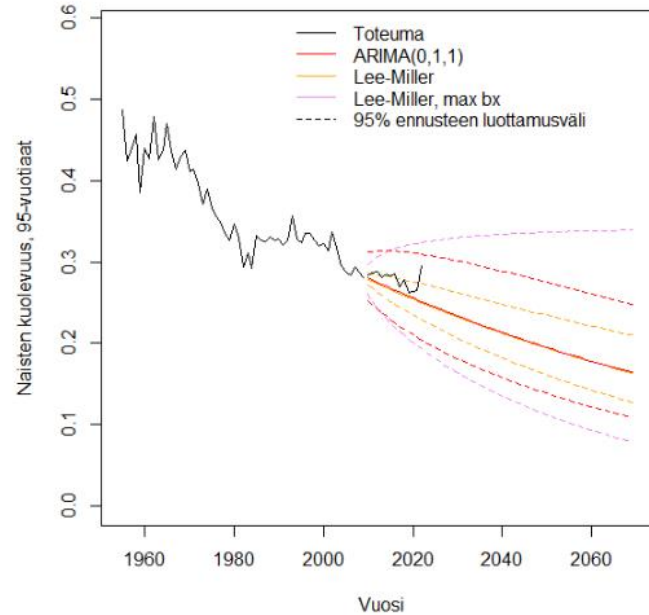
Lee-Miller ja ARIMA(0,1,1)-mallin vertailu

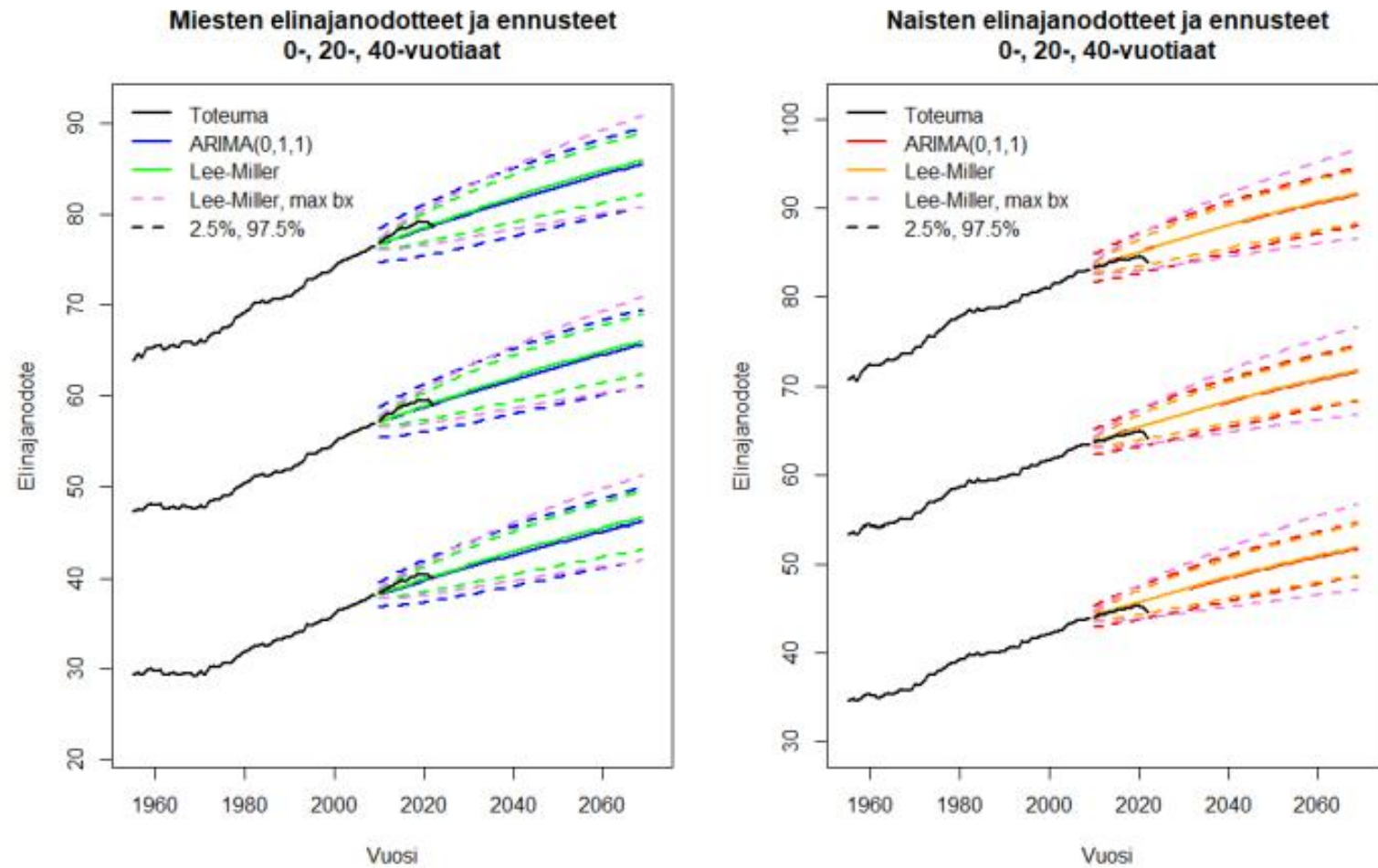


Lee-Miller ja ARIMA(0,1,1)-mallin vertailu



Lee-Miller ja ARIMA(0,1,1)-mallin vertailu





Kuva 25: Elinajanodotteen ennusteiden vertailu, ARIMA(0,1,1) ja Lee-Miller. Mallit on sovitettu vuosivälille 1955—2009.

2. Ennusteet alkaen 2023

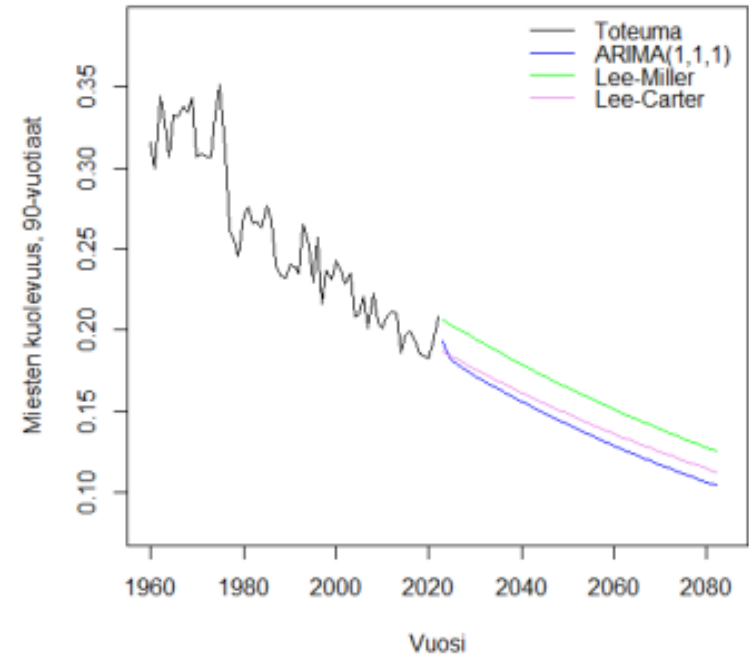
Ennusteiden odotusarvoissa:

- ARIMA-ennusteet lähestyvät pandemiaa edeltänyttä "uraa"
- Lee-Miller "jää" pandemia-ajan tasolle
- Lee-Carter malli palautuu hieman (ns. jump-off -virhe)

Luottamusväleissä ARIMA on levein lyhyissä ennusteissa, Lee-Carter pidemmissä

- Mahdollinen "syy" valittu Lee-Carter -mallin yksinkertainen sovitusmenetelmä

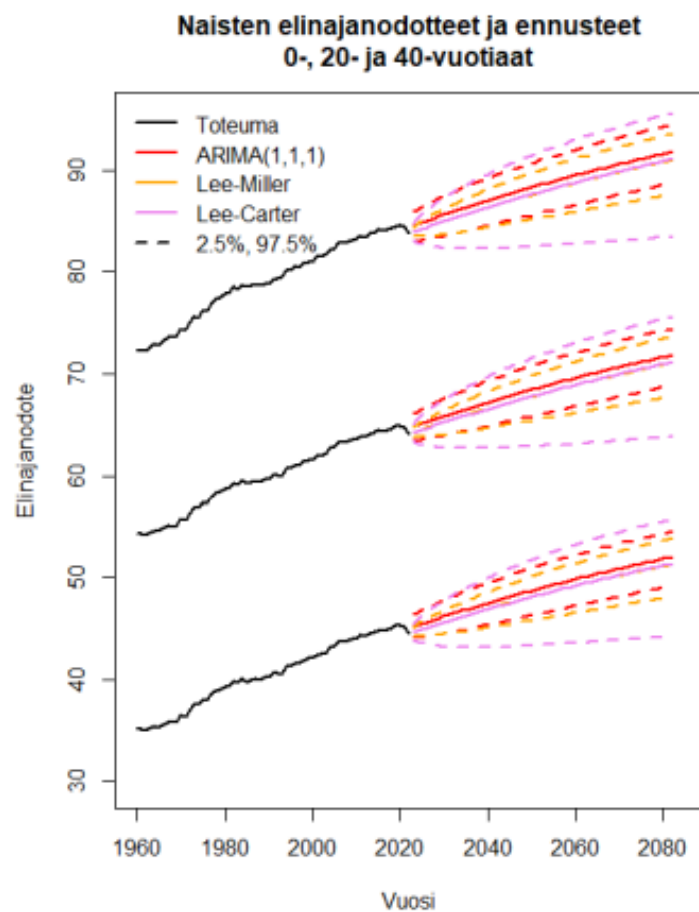
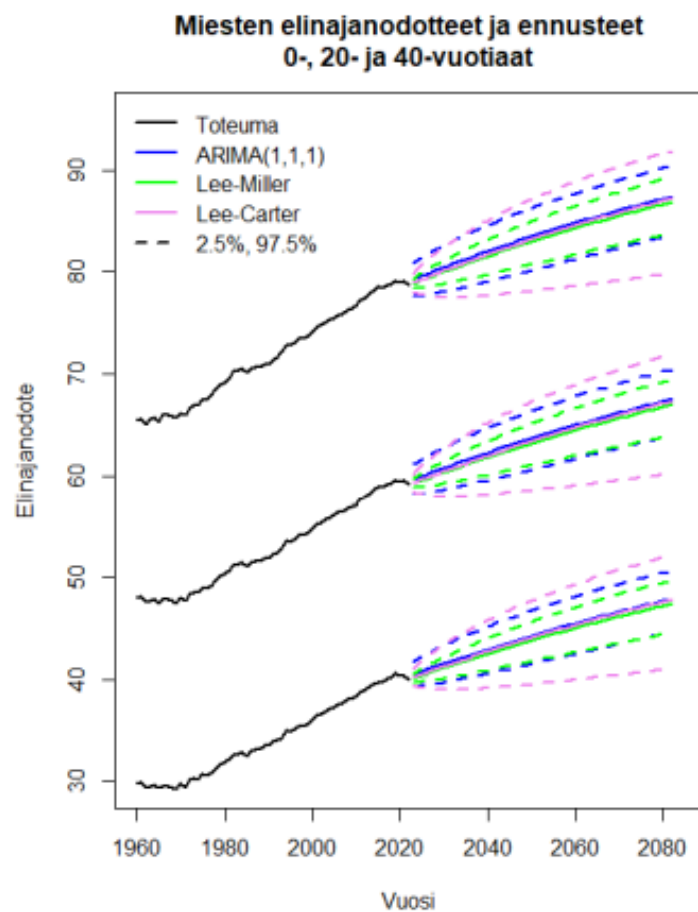
Lee-Miller, Lee-Carter ja ARIMA(1,1,1)-mallin vertailu



Sovitus: 1960 - 2022

Ikä	Vuosi	ARIMA(1,1,1)			Lee-Miller			Lee-Carter		
		2.5%	Ennuste	97.5%	2.5%	Ennuste	97.5%	2.5%	Ennuste	97.5%
0	2023	77.61	79.33	80.86	78.46	78.87	79.27	78.05	78.93	79.79
0	2040	79.09	82.05	84.59	79.77	81.57	83.21	77.73	81.74	85.07
0	2060	81.29	84.84	87.74	81.75	84.32	86.53	78.67	84.59	88.92
40	2023	39.31	40.54	41.74	39.74	40.11	40.47	39.42	40.21	40.97
40	2040	40.56	42.96	45.18	40.91	42.52	44.02	39.14	42.73	45.79
40	2060	42.52	45.50	48.15	42.69	45.04	47.08	39.97	45.35	49.37
80	2023	7.72	8.32	8.94	7.83	7.96	8.08	7.98	8.25	8.52
80	2040	8.20	9.24	10.34	8.24	8.84	9.42	7.89	9.17	10.41
80	2060	8.92	10.30	11.73	8.90	9.85	10.76	8.17	10.22	12.11

Taulukko 3: ARIMA(1,1,1)-, Lee-Miller ja Lee-Carter -mallien ennustamat elinajanodotteet, miehet.



Kuva 27: ARIMA(1,1,1)-, Lee-Carter ja Lee-Miller -mallien elinajanodotteet miehille ja naisille. Mallit on sovitettu vuosivälille 1960—2022.

Loppupäätelmiä

Käytetyn aineiston perusteella ARIMA-mallit vaikuttavat sopivan hyvin kuolevuuden mallintamiseen myös Suomessa

- Lopulta ero Lee-Miller –malliin kuitenkin suhteellisen pieni (pl. luottamusvälit) → hyvä asia(?)
- Turvaava vaihtoehto erityisesti riskimalleissa leveämpien luottamusvälien takia(?)

Kuitenkin lisätutkimusta tulisi toteuttaa:

- Tilastollista toteumatestaamista pidemmällä ja useammilla eri aikaväleillä
 - Luottamusvälien tarkempi analyysi (tilastollinen toteumatestaaminen)
 - Ennusteiden toimivuus pandemia-ajan jälkeen
- Mallikehikon jatkokehittämistä
 - Riippuvuusrakenteiden lisääminen ikäkohtaisten mallien välille → olennaista erityisesti elinajanodotteiden näkökulmasta
 - Moniulotteiset mallit, copula-riippuvuusrakenteet jne...
 - Volatiliteetin mallintaminen, ARCH, GARCH, jne...
- Faktorimallien (mm. Lee-Miller/Carter) aikafaktorin mallintaminen ARIMA-menetelmillä Suomen aineistossa?