

Vapaamuotoisen työeläkevakuutuksen maksun määrittämiseen
vaikuttavia tekijöitä



SHV-harjoitustyö
Esko Kivisaari
29.07.93

Abstract

In this study the tariff technique and the surrender value of the optional occupational pension insurance are studied with respect to the conditional pensions depending on disability or death occurring before the pensionable age. In addition to that, also the premium for the waiver-of-premium is studied.

The tariff technique is studied based on different decrement models. The discount factors resulting from these models are compared with the factors originating from the observed decrements due to disability. It is discovered that the decrement models usually applied fit the observed figures poorly mainly due to the fact that they are basically exponential. A better model can be attained if exponential behavior is abandoned in the ages where early age pensions occur. In this way a model can be reached with which one can set a safe tariff for the conditional parts of the pensions.

The surrender value of the conditional part of the pension is studied in the case where this pension becomes unnecessary. An increased rate of interest is determined with which the surrender value can be safely calculated observing the fact that selection increases the longevity of those remaining insured. In order to ease the numerical calculations involved a procedure based on the use of l -functions to calculate the values of the figures N_x efficiently is developed. It is then discovered that the interest rates presently used are very well on the safe side especially if the increased mortality of those disabled only lasts for a limited period.

The model for the premium of the waiver-of-premium is developed in two cases. First, a model is developed where the premium is a constant percentage of the corresponding net premium independent of the age of the insured. It is found, however, that with this model the premium will be dependent on the age of the insured when entering the insurance. This makes the model practically impossible. Secondly, a model is developed where the premium is allowed to depend on the age of the insured. It is found that the premium depends heavily not only on the age of the insured but also on the pensionable age and the type of the pension (old age pension, disability pension etc.). On the other hand it is discovered that the premium depends only to a minor degree on the sex of the insured or the interest rate used. It is shown that the premium used before the year 1993 was clearly inadequate and that it may be impossible to have a common tariff technique for different types of pensions.

Tiivistelmä

Työssä tarkastellaan vapaamuotoisen työeläkevakuutuksen maksun määräytymistä ja rahaston palauttamista ehdollisten, työkyvyttömyys- tai kuolintapauksesta riippuvien eläkkeenosien osalta ja tutkitaan maksuvapautusosan tason määrittelyä.

Maksun määräytymisen osalta tutkitaan erilaisilla poistumismalleilla saatavien diskonttauskertoimien suhdetta havaitun työkyvyttömyyspoistuvuuden mukaisiin diskonttauskertoimiin. Osoittautuu, että poistuvuudet yleensä eksponentiaalisesti käyttäytyvinä pysyvät huonosti seuraamaan havaittua työkyvyttömyyspoistuvuutta. Parempaan malliin päästään, jos eksponentiaalisesta mallista luovutaan varhaiseläkeikäalueella. Tällä menettelyllä saadaan aikaan malli, jonka perusteella ehdolliset eläkkeenosat voidaan ottaa riittävän turvaavasti maksussa huomioon.

Ehdollista eläkkeen osaa vastaavan rahaston palauttamista tarkastellaan tilanteessa, jossa eläke jää tarpeettomaksi. Työssä tarkastellaan, millä korotetulla korkokannalla palautus tulisi suorittaa, jotta aktiivien valikoitumisen johdosta näiden rahastot edelleen pysyisivät riittävinä. Tarkastelun vaatimien laskentojen helpottamiseksi johdetaan T-funktion käyttöön

perustuva nopea laskentamenetelmä $\bar{N}_x$ -luvuille, jonka avulla palautuskorot saadaan tehokkaasti laskettua. Osoittautuu, että nykyisin käytettävä seitsemän prosentin palautuskorko on sangen turvaavasti valittu etenkin, jos työkyvyttömien korotetun kuolevuuden oletetaan jatkuvan vain rajallisen ajan.

Maksuvapautusosan osalta kehitellään mallia sekä vakuutetun iästä riippumattoman että iästä riippuvan maksuvapautusosan luomiseksi. Iästä riippumaton maksuvapautusosa muodostuu väistämättä sellaiseksi, että se kuitenkin joudutaan asettamaan riippuvaiseksi iästä vakuutuksen alkaessa. Tämä vaihtoehto näyttää käytännön kannalta olevan mahdollon. Ikäriippuvassa tekniikassa osoittautuu, että maksuvapautusosa riippuu voimakkaasti iästä, eläkeiästä ja eläkelajista. Sen sijaan riippuvuus korkokannasta tai sukupuolesta on vähäistä. Ennen vuotta 1993 käytetty maksuvapautusosa osoittautuu laskelmien perusteella huomattavan alimitoitetuksi. Saatujen tulosten perusteella syntyy epäily, että maksuvapautusosaa ei voida määritellä samalla menettelyllä eri eläkelajeille.

Vapaamuotoisen työeläkevakuutuksen maksun määrittämiseen vaikuttavia tekijöitä	1
0. Johdanto	1
1. Maksutekniikka alennetun eläkeiän yhteydessä	3
1.1 Ongelmanasettelua	3
1.2 Alennetun maksun tekniikka eläkettä varhennettaessa ...	6
1.2.1 Yrittäjien eläkelain mukaisen lisäeläkkeen maksutekniikka	6
1.2.2 Muita mahdollisia maksutekniikoita	8
1.2.3 Mallien vertailua	11
1.3 Rahaston palautus työkyvyttömyystapauksessa	13
1.3.1 Työkyvyttömiltä vapautuvat ja aktiiveille sitoutuvat vastuut	14
1.3.2 Aputulos peruslukujen laskemiseen	17
1.3.3 Palautuksessa käytetyn koron numeerisia arvoja	22
1.3.4 Vaihtoehtoisia tarkastelutapoja	23
2. Maksuvapautusosan riittävyys	25
2.1 Maksuvapautuskertoimen määrittelystä	27
2.2 Ikäriippumaton maksuvapautusosa	29
2.2.1 Kertamaksun ikäriippumaton maksuvapautusosa ...	29
2.2.2 Kertamaksun ikäriippumattoman maksuvapautusosan arvoja	34
2.2.3 Riskimaksun ikäriippumaton maksuvapautusosa ...	37
2.2.4 Riskimaksun ikäriippumattoman maksuvapautusosan arvoja	38
2.3 Ikäriippuva maksuvapautusosa	41
2.3.1 Kertamaksun ikäriippuva maksuvapautusosa	41
2.3.2 Kertamaksun ikäriippuvan maksuvapautusosan arvoja	42
2.3.3 Riskimaksun ikäriippuva maksuvapautusosa	44
2.3.4 Riskimaksun ikäriippuvan maksuvapautusosan arvoja	44
Lähdeteokset	47

Vapaamuotoisen työeläkevakuutuksen maksun määrittämiseen vaikuttavia tekijöitä

0. Johdanto

Vapaamuotoinen eläkevakuutus mukautuu nimensä mukaisesti säännöiltään huomattavasti rekisteröityä TEL-lisäeläketurvaa joustavammin erilaisiin vakuutettujen tarpeisiin. Tämän seurauksena vapaamuotoisen vakuutuksen maksutekniikkaan sisältyy yksityiskohtia, joiden ratkaisu edellyttää TEL-lisäeläkevakuutuksesta poikkeavia menettelytapoja. Seuraavassa tarkastellaan vapaamuotoisen vakuutuksen maksun määräämistä jatkossa esiteltävän niin sanotun ehdollisen eläkkeen osan osalta, rahaston palauttamiseen liittyvää tekniikkaa sekä vapaamuotoisen vakuutuksen maksuvapautusosan määräytymistä.

Toteutettaessa eläkeiän alennus rekisteröidyllä lisäeläkevakuutuksella sekä perusedun että lisäedun eläkeikä on muutettava samaksi. Tässä tilanteessa ei pääse syntymään tilannetta, joissa vakuutettu eläke riippuu työkyvyttömyyden alkamisesta tai vakuutetun kuolemasta ennen eläkeikää.

Mikään ei kuitenkaan pakota muuttamaan TEL:n mukaista eläkeikää, jos eläkeikä alennetaan korvaamalla puuttuva eläkkeenosa vapaamuotoisella eläkevakuutuksella. Jos eläkeikää ei alenneta, vakuutettu turva on erilainen työkyvyttömyys- ja vanhuuseläketapauksissa, sillä työkyvyttömyystapauksessa niin sanottu tuleva palvelusaika lasketaan TEL-eläkeikään saakka. Edelleen tulevan ajan laskusäännön takia perhe-eläketurva riippuu siitä, sattuuko edunjättäjän kuolema ennen vai jälkeen vapaamuotoisessa eläkeiässä tapahtuvaa vanhuuseläkkeelle siirtymistä.

Eläkkeen tason jääminen eläkeikää alennettaessa pieneksi voidaan korvata kahdella periaatteessa erilaisella menetelmällä. Mikäli TEL-eläke ajatellaan haettavan varhentamattomana normaalissa eläkeiässä, tason aleneminen voidaan korvata vakuuttamalla määräaikainen eläke vapaamuotoisesta eläkeiästä TEL-eläkeikään sekä määrällinen lisäeläke TEL-eläkeiästä lähtien. Toinen tapa on varhentaa TEL:n mukainen eläke alkamaan vapaamuotoisesta eläkeiästä ja vakuuttaa elinikäinen vapaamuotoinen

määrällinen lisäeläke vapaamuotoisesta eläkeiästä alkaen. Molemmissa menetelmissä vanhuuseläkkeeseen syntyy tulevan ajan johdosta osa, joka käy tarpeettomaksi mikäli vakuutetun ensimmäinen eläke on työkyvyttömyyseläke.

Turhaksi jäävän eläkkeenosan vaikutus voidaan ottaa vakuutuksessa huomioon periaatteessa kahdella eri tavalla. Suoraviivainen tapa on periä normaalitasoisia vakuutusmaksuja ja palauttaa ylijäävää osaa vastaava rahasto-osuus työkyvyttömyystapauksessa tai perhe-eläkkeen osalta kuoleman tai työkyvyttömyyden sattuessa ennen eläkeikää. Toinen mahdollinen menetelytapa on mitoittaa vakuutusmaksut niin, että turhaksi jäävät eläkkeenosat on jo vakuutusmaksuja maksettaessa otettu huomioon maksua alentavana tekijänä.

Vakuutusmaksun osalta tarkastellaan seuraavassa, minkä suuruisista vakuutusmaksuista on perittävä, jos rahasto-osuudet jätetään palauttamatta. Tarkastelussa rajoitutaan vaihtoehtoon, jossa peruseläke oletetaan varhennettavan. Ilman varhentamista tarkastelu on pääpiirteittäin samanlainen ja se on tästä syystä jätetty tekemättä. Maksun määrittelyyn vaikuttaa vanhuuseläkkeen osalta työkyvyttömyyspoistuvuus ja perhe-eläkkeen osalta lisäksi kuolleisuuspoistuvuus.

Tutkielmassa tarkastellaan myös rahaston palauttamiseen perustuvaa vaihtoehtoa tutkimalla, minkä suuruinen rahasto itse asiassa on palautettava. Palautuksessa tulee tällöin otettavaksi huomioon se, että työkyvyttömien poistuessa vakuutuksen piiristä jäljelle jäävä terveenä vanhuuseläkkeelle siirtyvä henkilöpiiri on kuolleisuuden osalta valikoitunut. Mikäli rahaston palautus tehtäisiin normaalin kuolevuuden mukaisesti, terveiden pienemmästä kuolevuudesta seuraisi rahaston riittämättömyys. Tehtävänä on siis selvittää, minkä suuruiset rahasto-osuudet voidaan palauttaa jotta rahasto terveiden osalta jäisi riittäväksi.

Rekisteröidyssä TEL-lisäeläkevakuutuksessa maksuvapautus on vain pieneltä osaltaan suoranaisesti vakuutusyhtiön vastuulla ja pääosa maksuvapautuksesta kustannetaan tasauksen kautta.

TEL-lisäeläkevakuutuksessa maksuvapautusosa on siis pääosin otettava huomioon maksun tasausosaa mitoitettaessa.

Vapaamuotoisessa vakuutuksessa taas myönnettävät maksuvapautusedut tulevat suoraan vakuutusyhtiön vastuulle, jonka tulee periä edusta maksua turvaavusperiaatteen mukaisesti. Maksuvapautusosa on menneinä vuosina ollut ilmeisen alimitoitettu ja asiaa on korjattu vuoden 1993 alusta alkaen.

Tarkastelutapa on seuraavassa hyvin teoreettinen. Lähtökohtana on, että työkyvyttömyyseläkkeiden osalta käytettävä niin sanottu Z-malli kuvaa työkyvyttömyysilmiötä riittävällä tarkkuudella. On yleisesti tunnettua, että Z-malli on selvästi puutteellinen erityisesti yksilöllisen varhaiseläkkeen ikäalueella. Tästä puutteesta huolimatta tutkielma antaa välineet, joilla ilmiötä voidaan analysoida ja joiden avulla päästään tarkempiin tuloksiin Z-mallin korjaamisen jälkeen.

1. Maksutekniikka alennetun eläkeiän yhteydessä

1.1 Ongelmanasettelua

Vapaamuotoisella eläkkeellä eläkeikää alennettaessa menettelyään usein niin, että lakisääteisen eläketurvan eläkeikää ei muuteta. Tilanne tulee vastaan myös täydennettäessä yrittäjien eläkelain mukaista perusturvaa vapaaehtoisella lisäeläkevakuutuksella. Jälkimmäisessä tapauksessa on itse asiassa pakko jättää peruseläkkeen eläkeikä ennalleen, sillä YEL:n peruseläkkeen eläkeikää ei voida aktiiviaikana muuttaa.

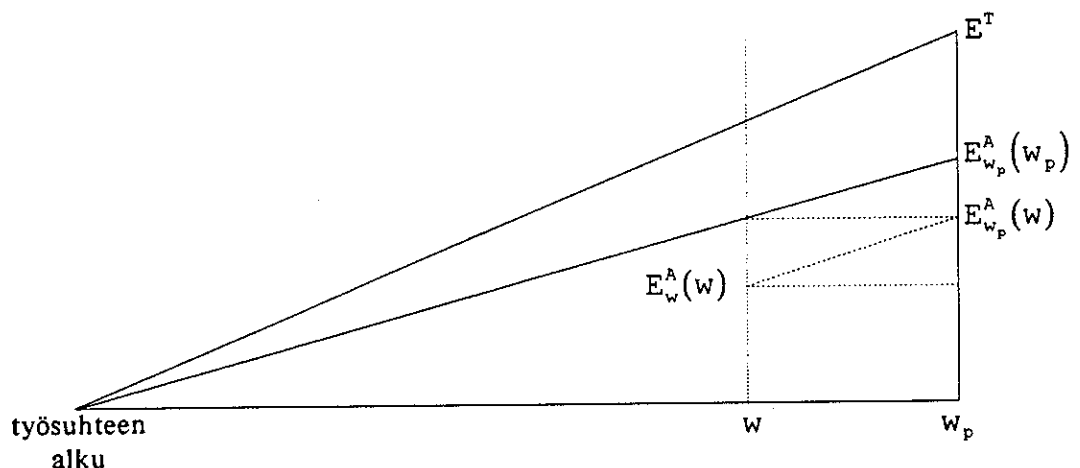
Mainitussa tilanteessa tavoitellisäeläke lasketaan usein niin, että peruseläke otetaan huomioon varhennettuna. Koska varhennus toteutuu vastaa eläkkeelle siirtymisen yhteydessä, tästä aiheutuu ilman korjaustoimenpiteitä esimerkiksi työkyvyttömyystapauksessa tilanne, jossa vakuutettu saa eläkettä yli sen mitä vakuutusta tehtäessä oli tarkoitettu.

Tarkastellaan seuraavassa tilannetta, jossa peruseläkkeen eläkeikä on w_p ja lisäeläkkeellä järjestetään alennettu eläkeikä w . Merkitään yleisesti symbolilla $E_{w_2}^A(w_1)$ eläkeikään w_1 mennessä

sä ansaittua peruseläkettä varhennettuna eläkeikään w_2 . Sisällytetään suureeseen $E_{w_p}^A(w_p)$ jatkossa yksinkertaisuuden vuoksi ilman eri mainintaa mahdolliset eläkeikä w_p vastaavat vapaa-kirjat sekä tarvittaessa kansaneläke.

Rajoitetaan tarkastelu tilanteisiin, joissa eläkeikä w on vähintään 60 vuotta, johon ikään peruseläke on säännösten mukaan mahdollista varhentaa. Alhaisemmat eläkeiät voidaan periaatteessa käsitellä samalla tavalla mutta niiden mukaan ottaminen toisi työhön tarpeetonta merkinnällistä sekavuutta. Lisäksi niiden osuus kaikista lisäeläkevakuutuksista on niin pieni, että tehdyn rajauksen vaikutus on käytännössä vähäinen.

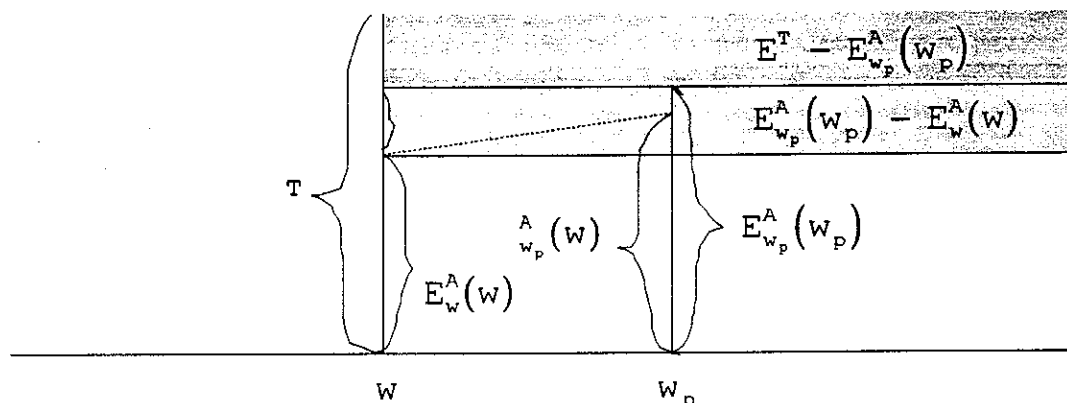
Lisäeläkkeen tavoitemäärä saadaan eri tilanteissa näkyville kuviosta 1, kun kokonaistavoitteen määrää merkitään symbolilla E^T . Ilmeisesti vakuutetun siirtyessä eläkeiässä w vanhuuseläkkeelle lisäeläkkeenä tarvitaan sekä vanhuuseläkkeen että perhe-eläkkeen osalta $E^T - E_w^A(w)$. Jos kuitenkin vakuutettu alkaa ennen eläkeikää w saada työkyvyttömyyseläkettä, hän saa jo peruseläkkeenä määrän $E_{w_p}^A(w_p)$. Näin ollen lisäeläkettä tarvitaan vain erotuksen $E^T - E_{w_p}^A(w_p)$ verran. Vastaavasti vakuutetun siirtyessä työkyvyttömyyseläkkeelle tai kuollessa ennen ikää w lisäperhe-eläkettä tarvitaan vain määrä $E^T - E_{w_p}^A(w_p)$.



Kuvio 1. Lisäeläkkeen tavoite-eläkkeen määrä.

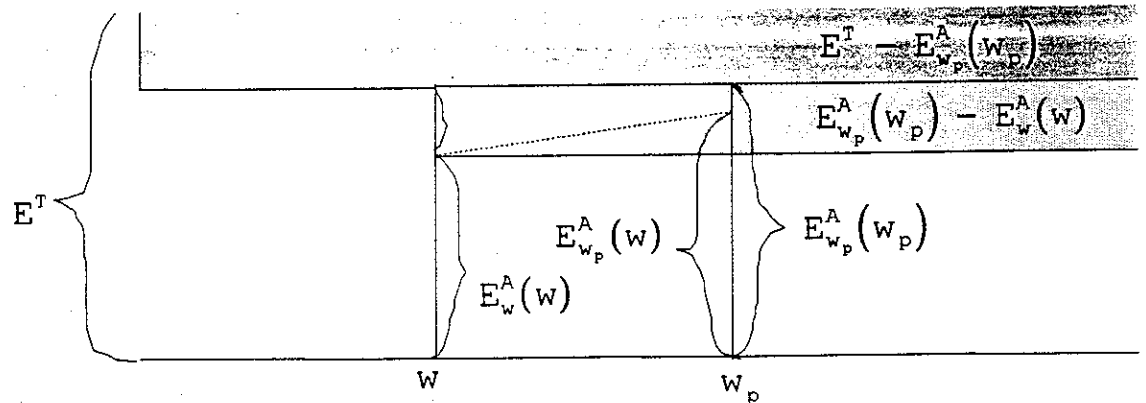
Lisäeläkkeenä kustannettava eläke jakaantuu tässä tilanteessa kahteen osaan. Toisaalta kustannetaan aina tarvittava eläkkeen osa $E^T - E_{w_p}^A(w_p)$. Tähän osaan ei liity mitään suoranaisesti alennettuihin eläkeikiin ja varhentamiseen liittyviä ongelmia. Jatkossa esitettävistä asioista maksuvapautusosan suuruuden määrittäminen vaikuttaa tämän osan vakuutusmaksuun.

Toinen lisäeläkkeenä kustannettava osa on $E_{w_p}^A(w_p) - E_w^A(w)$. Tämän osan vakuutusmaksun määrittely on mielenkiintoinen tehtävä, sillä osan tarpeellisuus riippuu vakuutetun kuolemasta tai työkyvyttömyydestä ennen eläkeikää w . Vanhuuseläkkeen osalta kustannettavat eläkkeet ovat kuvion 2 mukaiset ja vastaavat osat perhe-eläkkeen osalta on esitetty kuviossa 3.



Kuvio 2. Lisäeläkkeen osat vanhuuseläkkeen osalta.

Luonnollinen toteamus eläkkeiden osien $E_{w_p}^A(w_p) - E_w^A(w)$ osalta on, että ne johtavat joko alennettujen maksujen käyttöön tai rahaston palauttamiseen työkyvyttömyystapauksessa ja perhe-eläkkeen osalta myös kuolemantapauksessa ennen eläkeikää. Tämän eläkkeen osalta on myös syytä huomata, että perhe-eläkkeen osalta tästä osasta ei tule periä lainkaan riskimaksua ja lisäksi sekä vanhuus- että perhe-eläkkeessä maksuvapautuskuorimitusta ei tule periä.



Kuvio 3. Lisäeläkkeen osat perhe-eläkkeen osalta.

Kertyvien rahastojen määrän kannalta vanhuuseläkkeissä rahat muodostuvat yleensä perhe-eläkerahastoja suuremmiksi. Vanhuuseläkkeissä syntyy siis ilmeisesti tilanteita, joissa rahaston palauttamatta jättäminen saattaisi tuntua asiakkaasta kohtuuttomalta. Tästä johtuen on valittu sellainen lähestymistapa, että rahastojen palautustekniikkaa tarkastellaan vain vanhuuseläkkeiden osalta ja vastaavasti alennetun maksun tekniikkaa vain perhe-eläkkeiden osalta. Esitetyt tekniikat ovat helposti sovellettavissa myös toisiin eläkelajeihin. Rajoituksessa on siis ennen kaikkea kysymys siitä, että tutkielmassa on haluttu välttää asioiden tarpeetonta toistamista.

1.2 Alennetun maksun tekniikka eläkettä varhennettaessa

1.2.1 Yrittäjien eläkelain mukaisen lisäeläkkeen maksutekniikka

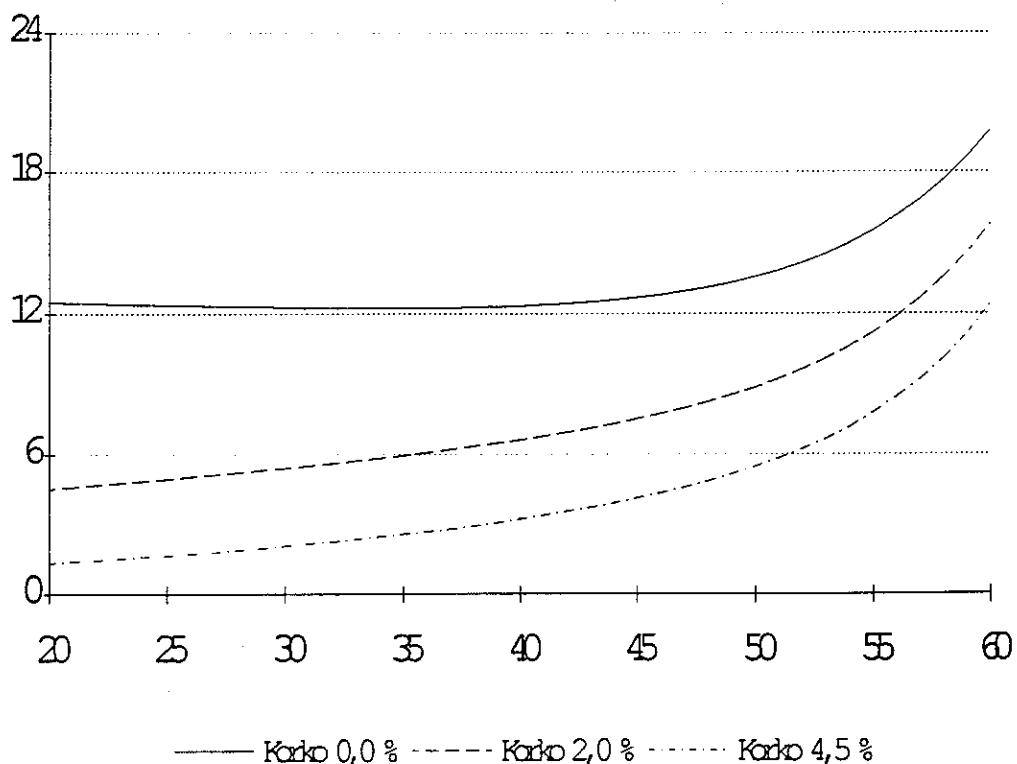
Yrittäjien eläkelain mukaisessa lisäeläkevakuutuksessa on jo nykyisellään käytössä tekniikka, jossa maksua alennetaan normaalista maksusta. Tämä seuraa siitä, että yrittäjien eläkelain mukaisessa perusvakuutuksessa eläkeikä on aina 65 vuotta ja työkyvyttömyyden tai kuoleman sattuessa ennen lisäeläkkeellä järjestettyä alhaisempaa eläkeikää perusvakuutuksen tuleva aika lasketaan ikään 65 saakka.

Vanhuuseläkkeen lisäosan yhteydessä vakuutusmaksua peritään kertamaksukerrointa

$$(1) \quad P_x(E_3) = \frac{\bar{N}_w}{D_x} - 1,012 \cdot \left(\bar{A}_{x:65} - \bar{A}_{x:w} - \frac{D_w}{D_x} \bar{A}_{w:65} \right) \left(1 + \frac{\bar{N}_{65}}{\bar{N}_w - \bar{N}_{65}} \right)$$

vastaavasti. Kaavalla on ilmeinen tulkinta: normaalista kertamaksusta vähennetään ikään 65 jatkuvat työkyvyttömyyseläkkeet kuitenkin ilman ennen eläkeikää päättyviä tai eläkeiän jälkeen alkavia eläkkeitä. Kaavan (1) mukainen kertamaksu käyttäytyy sikäli mielenkiintoisesti, että hyvin nuorilla vakuutetuilla maksu on suhteellisesti hieman vanhempia vakuutettuja korkeampi. Tämä ilmenee kuviosta 4, jossa on mukana kertamaksu piirrettynä myös koron ollessa nolla.

Käyttäytyminen johtuu siitä, että nuorilla työkyvyttömyydet päättyvät suuremmalla todennäköisyydellä ennen eläkeikää kuin vanhemmilla. Nuorten korkeampi maksu selittyy sillä, että työkyvyttömällä säilyy ansaittu eläke, jonka tämä saa hyväkseen työkyvyttömyyden päättyttyä. Tämä merkitsee myös, että yrittä-



Kuvio 4. YEL-L:n elinikäisen eläkkeen kertamaksu

jien eläkelain mukaisen lisäeläkevakuutuksen vanhuuseläkkeen kerroin ei sellaisenaan sovi vapaamuotoisen varhennustekniikan yhteyteen, koska vapaamuotoisessa vakuutuksessa ansaittu etu ei tässä tilanteessa säily ellei niin erikseen sovita.

Perhe-eläkkeen osalta maksut lasketaan lähtemällä eläkeiässä (tai iässä 60, jos eläkeikä tätä alhaisempi) lasketusta perhe-eläkkeen kertamaksusta, jota diskontataan korolla ja kuolevuudella. Yrittäjien eläkelain mukaisen lisäeläkevakuutuksen perhe-eläketekniikassa on siis jätetty huomioon ottamatta se, että myös työkyvyttömäksi tulleiden osalta vastaavat lisäperhe-eläkkeen osat jäävät turhiksi. Tältä osin yrittäjien eläkelain mukaisen lisäeläkevakuutuksen ratkaisu jää puutteelliseksi vapaamuotoisen eläkevakuutuksen varhennustekniikan kannalta myös perhe-eläkkeen osalta.

1.2.2 Muita mahdollisia maksutekniikoita

Tariffin muokkauksessa voidaan lähteä siitä, että aktiiviajan diskonttaus suoritetaan jollakin normaalikuolevuudesta poikkeavalla menettelyllä. Maksu P_x iässä x on ilmeisesti tällöin yksikköetuutta kohti

$$(2) \quad P_x = \frac{D_w}{D_x} \bar{A}_w,$$

missä $\bar{A}_w$ on vastaava vanhuus- tai perhe-eläkkeen kertamaksu eläkeiässä ja luvut D lasketaan poistuvuudella, jossa on kuolevuuden lisäksi otettu huomioon työkyvyttömyydestä aiheutuva poistuvuus.

Periaatteessa vanhuus- ja perhe-eläkkeen käsittely on samantilaista. Vanhuuseläkkeessä käytetään luonnollisesti yhden henkilön poistuvuutta kun taas perhe-eläkkeessä sen tilalle on otettava parin poistuvuus. Perhe-eläkkeessä otetaan luonnollisesti työkyvyttömyyspoistuvuutena huomioon vain edunjättäjän poistuvuus.

Vanhuuseläkkeiden osalta tulee tarkasti ottaen ottaa huomioon, että vanhuuseläkkeelle suoraan työsuhteesta iässä w siirtyvät

ovat ehdollisen lisäeläkkeen osalta valikoitunutta populaatioita. Näin on siksi, että työkyvyttömyyseläkkeelle ennen eläkeikää siirtyneet eivät tule tämän edun saajiksi. Ainakin periaatteessa työkyvyttömiksi tulleiden kuolevuus on terveitä korkeammalla tasolla, joten vanhuuseläkkeelle siirtyvien eläkkeitä varten ei tule normaaliperusteella rahastoiduksi riittävää määrää.

Ehdollisen vanhuuseläkkeen kertamaksut tulisi tästä syystä laskea eläkeiässä käyttäen kuolevuutta, joka on valikoituminen huomioon ottaen määrätty turvaavasti. Tämä voidaan haluttaessa ottaa huomioon myös niin, että aktiiviaikaiseen diskonttaukseen liittyvät kertoimet valitaan turvaavasti.

Ilmiöiden huomattavan samankaltaisuuden johdosta seuraavassa rajoitutaan tarkastelemaan tilannetta vain perhe-eläkkeiden osalta. Tätä lähestymistapaa tukee myös se, että rahastojen koon perusteella alennetun tariffin tekniikka sopii luontevammin perhe-eläkkeisiin kuin vanhuuseläkkeisiin. Vanhuuseläkkeiden osalta myöhemmin tarkasteltava rahastojen palauttamiseen perustuva tekniikka vaikuttaa luontevammalta vaihtoehdolta.

Laskuperustemallissa -62 käytetään työkyvyttömyysilmiön käsittelyyn niin sanottua Z-mallia. Mallista saatavat intensiteetit kuvaavat kohtuullisen hyvin todellista työkyvyttömäksi tuloa nuoremmilla ikäluokilla.

Yksilöllisten varhaiseläkkeiden ikäalueella työkyvyttömyysintensiteetti kuitenkin nousee portaattaisesti uudelle tasolle. Tätä ilmiötä pohjimmiltaan eksponentiaalisesti käyttäytyvä Z-malli ei pysty kunnolla seuraamaan. Tällä alueella Z-mallin intensiteetit seuraavat todellisen intensiteetin nousua vain viiveellä ja toisaalta nousevat lähempänä ikää 65 selvästi liian korkeiksi.

Edellä mainitusta syystä Z-mallin mukaisia intensiteettejä on käytetty vertailukohtana vain nuoremmilla ikäluokilla. Iän 50 vuotta jälkeen on sen sijaan käytetty riskiperusteanalyysistä saatuja lukuja. Vertailukohdaksi on siis otettu nuorilla Z-

malli ja vanhemmilla liukuvalla keskiarvolla tasoitettut havaitut intensiteetit.

Yksinkertaista mallia olisi houkuttelevaa etsiä laskuperustemalli -62:n kuolevuudesta sopivasti valitulla ikäsiirrolla muokkaamalla. Valitettavasti tämä onnistuu huonosti. Syynä on se, että työkyvyttömyysintensiteetissä havaittavaa portaitaista käyttäytymistä on miltei mahdotonta kuvata pohjimmiltaan eksponentiaalisella mallilla. Tästä yksinkertaisesta vaihtoehdosta joudutaan näin ollen luopumaan.

Edellisen sijasta sopivaa mallia voidaan etsiä muissa vakuutuksissa sovellettavista poistumismalleista mahdollisesti jottenkin muokattuna. Yksi mahdollinen malli on niin sanottu TS-poistuvuus eli pysyvä työkyvyttömyysalkavuus π^{TS} , joka saadaan kaavasta

$$(3) \quad \pi^{TS} = \begin{cases} 10^{-3} \cdot 0,040e^{0,108x}, & \text{miehille} \\ 10^{-3} \cdot 0,032e^{0,108x}, & \text{naisille} \end{cases}$$

jota voidaan vielä tehostaa esimerkiksi 15 prosentin varmuusmarginaalilla.

Toinen mahdollinen malli on niin sanottu Futura-poistuvuus π^F , joka on muotoa

$$(4) \quad \pi^F = \begin{cases} A(x) \cdot 10^{0,055(x-94,5)}, & \text{miehille} \\ B(x) \cdot 10^{0,055(x-101,5)}, & \text{naisille} \end{cases}$$

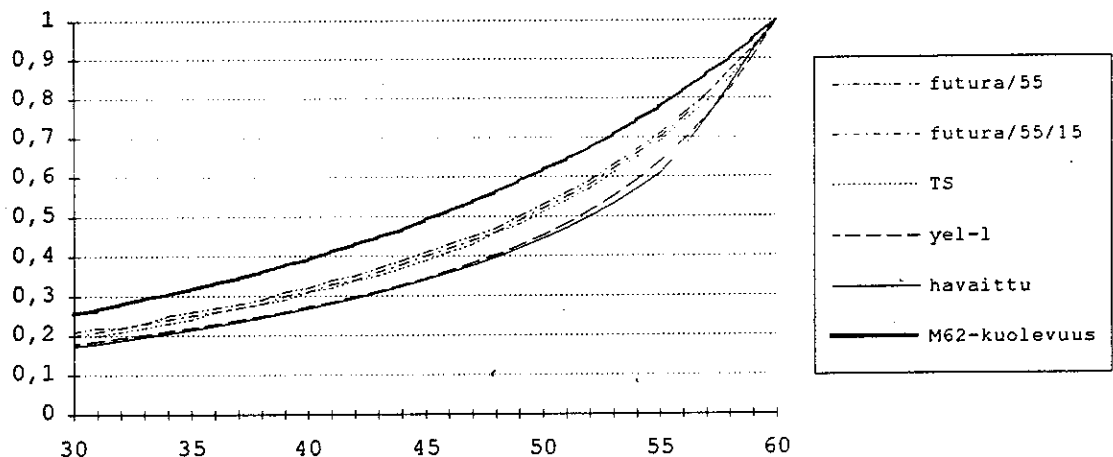
missä funktiot $A(x)$ ja $B(x)$ löytyvät tarkasti esitettynä Novan Futura-vakuutusten laskuperusteista. Myös Futura-poistuvuuteen voidaan luonnollisesti liittää ylimääräinen varmuuslisä.

Koska molemmat poistuvuudet ovat perusluonteeltaan eksponentiaalisia, on luonnollista, että ne eivät toimi hyvin yksilöllisten varhaiseläkkeiden ikäalueen lähellä havaitussa poistumisintensiteetissä esiintyvän portaan johdosta. Tarkastelun alle kannattaa tästä syystä ottaa myös sellainen jossain määrin epäortodoksinen malli, jossa poistuvuus π^F katkaistaan 55

vuoden iässä. Tässä poistuvuusmallissa työkyvyttömyysintensi-
teetti asetetaan siis vakioksi iästä 55 vuotta eteenpäin.

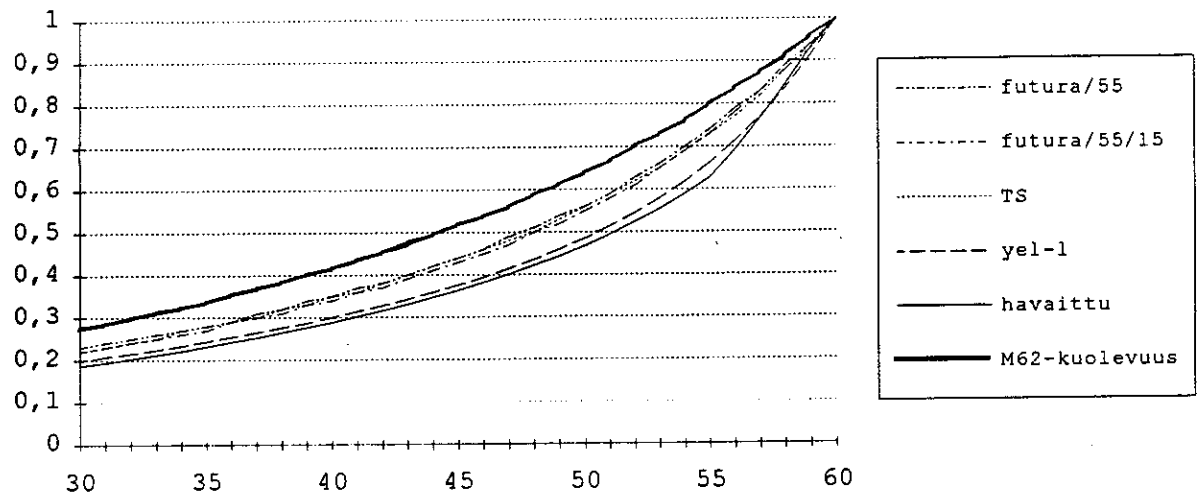
1.2.3 Mallien vertailua

Seuraavassa esitetään graafisesti vertailua mainituista pois-
tuvuusmalleista saatujen diskonttauskertoimien ja havaitun ti-
lanteen välillä. Vertailuun on otettu mukaan TS-poistuvuus π^{TS}
sellaisenaan ilman varmuuslisää, Futura-poistuvuus $\pi^F(K)$ kat-
kaistuna ikään 55 vuotta ilman varmuuslisää sekä poistuvuus
 $\pi_v^F(K)$ 15 prosentin varmuuslisällä.



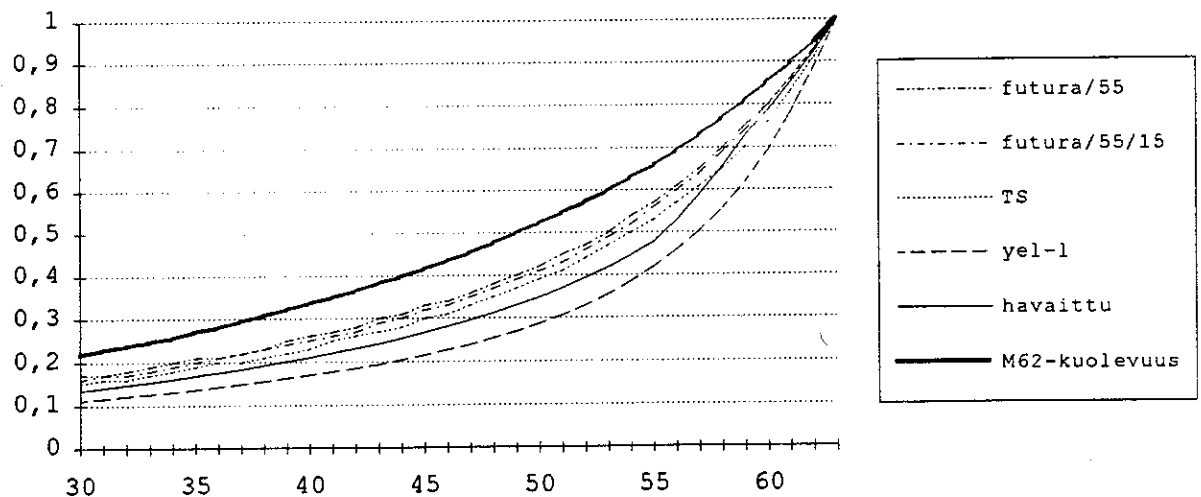
Kuvio 5. Diskonttauskertoimet miehille eläkeikään 60 vuotta

Kuvioissa on vertailun vuoksi mukana YEL:n lisäedun mukainen
diskonttauskerroin sekä myös pelkällä laskuperustemalli -62:n
kuolevuudella laskettu kerroin. Kertoimet on laskettu korko-
kannalla 4,25 %.

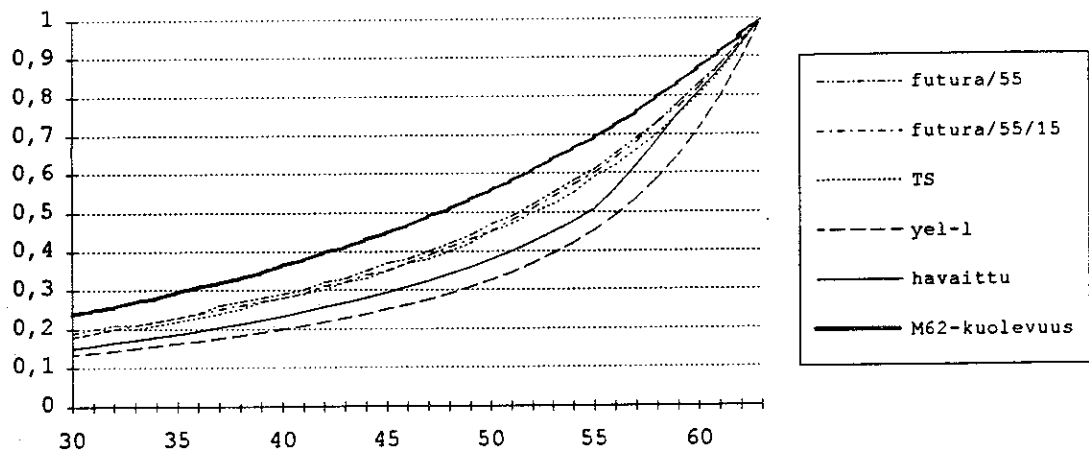


Kuvio 6. Diskonttauskertoimet naisille eläkeikään 60 vuotta

Kuvioista havaitaan, että YEL-L:n mukaiset diskonttauskertoimet seuraavat kaikkein lähimpänä havaittuja kertoimia ja nämä kertoimet menevät eläkeiässä 63 vuotta jopa havaittujen alapuolelle. On ilmeistä, että näin tarkka vastaavuus ei sisällä tarvittavaa varmuuslisää.



Kuvio 7. Diskonttauskertoimet miehille eläkeikään 63 vuotta



Kuvio 8. Diskonttauskertoimet naisille eläkeikään 63 vuotta

Muiden kertoimien osalta myös TS-poistuvuus π^{TS} on varsinkin vanhemmilla ikäluokilla liian lähellä havaittuja kertoimia, joten myös se joudutaan hylkäämään. Futura-poistuvuudet sen sijaan tuntuvat sen sijaan kohtuullisen turvaavilta.

Verrattaessa toisaalta poistuvuuden $\pi^F(K)$ antamien kertoimien eroa havaituista kertoimista ja toisaalta havaittujen kertoimien ja pelkän kuolevuuden antamien kertoimien eroa havaitaan, että eläkeiässä 60 vuotta ero on keskimäärin 49,35 % ja eläkeiässä 63 vuotta keskimäärin 42,45 %. Vastaavat erot 15 %:n varmuuslisällä varustetun poistuvuuden $\pi_v^F(K)$ tapauksessa ovat eläkeiässä 60 vuotta 42,21 % ja eläkeiässä 63 vuotta 34,65 % (TS-poistuvuudella keskimääräiset erot ovat vastaavasti 40,36 % ja 20,94 %, kuitenkin käyttäytyminen lähellä eläkeikää vie kertoimet selvästi liian lähelle havaittuja kertoimia). Ilmeisesti näistä poistuvuuksista voidaan valita malli, jonka antamat kertoimet vastaavat havaintoja riittävän turvaavalla varmuuslisällä.

1.3 Rahaston palautus työkyvyttömyystapauksessa

Mahdollinen ratkaisu varhennustekniikassa turhiksi käyvien eläkkeen osien osalta on rahasto-osuuden palauttaminen vakuu-

tuksenottajalle. Menetelmällä on käyttöä erityisesti tilanteessa, jossa rahasto muodostuu suureksi, sillä palauttamatta jättäminen saattaa tuntua tässä tilanteessa vakuutuksenottajasta kohtuuttomalta.

Rahaston palautus on otettu huomioon vapaamuotoisen työeläkevakuutuksen erityisperusteiden kohdassa 6.2: "Jos vakuutusso-pimukseen on sisällytetty määräys, jonka mukaan vakuutuksenot-tajalla on oikeus ilman maksuvapautusetua vakuutettavan van-huuseläkevakuutuksen takaisinostoon silloin, kun vakuutettu tulee pysyvästi työkyvyttömäksi, takaisinostoarvona suori-te-taan takaisinostettavaa etuutta vastaava nettoperusteiden mu-kainen pääoma-arvo laskettuna kuitenkin laskuperustekorona ase-mesta korkokannalla 0,07".

Korkeamman korkokannan käyttö on itse asiassa sama kuin koro-tetun kuolevuuden käyttäminen niin, että kuolevuusintensiteet-tiin on lisätty tietty iästä riippumaton vakio. Työkyvyttömien kuolevuus on ainakin perinteisten työkyvyttömyyseläkkeiden osalta korkeammalla tasolla kuin aktiivien eli terveiden kuolevuus. Korkeammalla kuolevuudella kompensoidaan siis sitä, että jäljelle jäävään aktiivien joukkoon valikoituu populaa-tio, jossa kuolevuus on alhaisempi. Yksilöllisten varhaiseläk-keiden osalta on havaittu, että kuolevuus ei ainakaan kohoa ja tämä on laskuperusteissa otettu huomioon.

1.3.1 Työkyvyttömiltä vapautuvat ja aktiiveille sitoutuvat vastuut

Tarkastellaan populaatiota x_0 -ikäisiä samaa sukupuolta olevia henkilöitä, joiden lukumäärä on l_{x_0} . Populaatiosta tulee työky-vyttömiksi henkilöitä intensiteetillä l_{x_0} , joka Z-mallissa saa-daan likimääräisesti kaavasta [1, kaava (13)]

$$(5) \quad l_{x_0} = \frac{Z(x_0, e_0)}{e^{-(a_4)x_0} - \sum_{j=0}^2 \frac{1}{C_j} (Z_j(x_0, e_0) - Z_j(x_0, x_0))}.$$

TEL:n laskuperusteissa kuolevuusintensiteetin oletetaan kasvavan työkyvyttömillä terveisiin nähden kaksi prosenttiyksikköä [2]. Tarkastellaan tämän perusteella seuraavassa tilannetta, jossa työkyvyttömäksi tulleiden kuolevuusintensiteetti on aktiivien kuolevuusintensiteetti lisättynä tietyllä vakiolla α ainakin tietyn ajan h työkyvyttömäksi tulosta lähtien. Iässä x_0 työkyvyttömäksi tulleiden lukumäärä l_x^i iässä x saadaan nyt kaavasta

$$(6) \quad l_x^i = l_{x_0}^i e^{-\int_{x_0}^x (\mu_t + \alpha(t)) dt} = l_{x_0}^i l_{x_0} e^{-\int_{x_0}^x \mu_t dt} e^{-\int_{x_0}^x \alpha(t) dt}$$

$$= \begin{cases} l_{x_0} l_x e^{-\alpha(x-x_0)} & , x \leq x_0 + h \\ l_{x_0} l_x e^{-\alpha h} & , x > x_0 + h \end{cases}$$

Koko populaation kuolevuuden oletetaan pysyvän entisellä tasolla, joten aktiivina iässä x_0 säilyneiden lukumäärä iässä x , jota merkitään l_x^a , noudattaa yhtälöä

$$(7) \quad l_x = l_x^i + l_x^a,$$

eli

$$(8) \quad l_x^a = \begin{cases} l_x (1 - l_{x_0} e^{-\alpha(x-x_0)}) & , x_0 \leq x \leq x_0 + h \\ l_x (1 - l_{x_0} e^{-\alpha h}) & , x > x_0 + h \end{cases}$$

Merkitään symboleilla $\bar{N}_x^a$ ja D_x^a lukuja $\bar{N}_x$ ja D_x , jotka on laskettu käyttämällä edellä esitettyä lukusarjaa l_x^a . Nyt aktiivien valikoitumisesta johtuva lisärahastointitarve, jota merkitään symbolilla R^a , on

$$(9) \quad R^a = l_{x_0}^a \left(\frac{\bar{N}_w^a}{D_{x_0}^a} - \frac{\bar{N}_w}{D_{x_0}} \right).$$

Luvun R^a lausekkeessa tarvittaville suureille $\bar{N}_x^a$ saadaan helposti kaava

$$(10) \quad \bar{N}_x^a = \begin{cases} \bar{N}_x - l_{x_0} e^{-\alpha h} \bar{N}_{x_0+h} - l_{x_0} e^{\alpha x_0} (\bar{N}_x (\delta + \alpha) - \bar{N}_{x_0+h} (\delta + \alpha)) & , x \leq x_0 + h \\ (1 - l_{x_0}) e^{-\alpha h} \bar{N}_x & , x > x_0 + h \end{cases}$$

missä $\bar{N}_x(\delta + \alpha)$ -suureet on laskettu lisäämällä normaaliin korkoutuvuuteen α .

Työkyvyttömiä osalta palautettavat rahastot on nyt siis laskettava sellaisilla kertoimilla, että edellä laskettu aktiivien osalle tarvittava lisärahastointi saadaan katettua työkyvyttömiä osalta rahastonpalautuksessa säästyvällä osuudella. Mikäli työkyvyttömiä osalta rahastonpalautus suoritetaan vakioilla β korotetulla korkokannalla, niin työkyvyttömille palautettavista rahasto-osuuksista säästyvä määrä, jota merkitään symbolilla $R^i(\beta)$, saadaan kaavasta

$$(11) \quad R^i(\beta) = l_{x_0}^i \left(\frac{\bar{N}_w}{D_{x_0}} - \frac{\bar{N}_w(\delta(\beta))}{D_{x_0}(\delta(\beta))} \right).$$

Edellisessä kaavassa suureet $\bar{N}_w(\delta(\beta))$ ja $D_{x_0}(\delta(\beta))$ tarkoittavat luvulla β korotetulla korkokannalla laskettuja vastaavia suureita (Jos siis $\delta = \ln(1+i)$, niin $\delta(\beta) = \ln(1+i+\beta)$).

Johdetuista lausekkeista lähtien voidaan määrätä luvulle β arvoja vaatimalla, että

$$(12) \quad R^a = R^i(\beta).$$

Edellä johdettua menettelyä voi arvostella ainakin sillä perusteella, että työkyvyttömät poistuvat vakuutetusta kollektiivista ei vain työkyvyttömyyshetkeen mennessä karttuneen edun osalta vaan myös tulevaisuudessa karttuvan edun osalta. Johdetun menetelmän voi tavallaan katsoa pätevän vain tilanteessa, jossa aktiiveiksi jäävien vakuutus kuitenkin päättyy ja jää voimaan vapaakirjana.

Jäljelle jääviltä aktiiveilta maksut joudutaan siis perimään liian pieninä kun otetaan huomioon näiden valikoitumisesta johtuva alhaisempi kuolevuus. Tarkastellaan seuraavaksi tämän tekijän ottamista huomioon.

Oletetaan, että tarkasteltava kollektiivi on tullut vakuutukseen iässä x_a ja eläkeikänä on w sekä vakuutettavana etuutena henkeä kohti yksikön suuruinen vuosieläke. Tarkastellaan tilannetta iässä x_0 , $x_a < x_0 < w$. Oletetaan yksinkertaisuuden vuoksi, että indeksikorotukset ovat vastanneet aikaisempina vuosina palkan noususta johtuvaa etuudeen määrän kasvua. Tässä tilanteessa ikään x_0 mennessä on karttunut etuutta määrä

$\frac{x_0 - x_a}{w - x_a}$. Kaavan (12) sijasta β tulee nyt ratkaistavaksi yhtälöstä

$$(13) \quad R^a = \frac{x_0 - x_a}{w - x_a} R^i(\beta) .$$

Jos kuitenkin ajatellaan kuolevuusperusteen olevan sikäli kunnonssa, että se on keskimäärin oikean tasoinen satunnaisesti valitun tietyn ikäisen populaation osalta, kaavalta (13) puutoaa perustelu pois. Jatkossa rajoitutaan tarkastelemaan asiaa yksinomaan kaavan (12) pohjalta

Luvun β määrittämisessä kaavoista (12) ja (13) joudutaan laskemaan $\bar{N}_x$ - lukuja huomattava määrä. Lukujen laskeminen tavanomaisilla summakaavoilla on hidasta. Johdetaan seuraavassa aputulok, joka tekee laskennan huomattavasti mielekkäämmäksi.

1.3.2 Aputulos peruslukujen laskemiseen

TEL:n laskuperustemallissa kuolevuusfunktio on

$$(14) \quad \mu_x = a_1 e^{a_2(x+b_2)},$$

josta saadaan

$$(15) \quad D_x = l_0 e^{\frac{a_1}{a_2}} e^{-\delta x} e^{-\frac{\mu_x}{a_2}} .$$

Tästä edelleen vaihtamalla useita kertoja integroimismuuttujaa

$$\begin{aligned}
 (16) \quad \bar{N}_x &= \int_x^\infty D_t dt \\
 &= l_0 e^{\frac{a_1}{a_2} x} \int_x^\infty e^{-\delta t} e^{-\frac{a_1}{a_2} e^{a_2(t+b_2)}} dt \\
 &= l_0 e^{\frac{a_1}{a_2} x} \int_x^\infty e^{-\frac{\delta}{a_2}(a_2 t)} e^{-\frac{\mu_0}{a_2} e^{a_2 t}} dt \\
 &= l_0 e^{\frac{a_1}{a_2} x} \int_{a_2 x}^\infty e^{-\frac{\delta}{a_2} v} e^{-\frac{\mu_0}{a_2} e^v} dv \\
 &= \frac{l_0 e^{\frac{a_1}{a_2} x}}{a_2} \int_{e^{a_2 x}}^\infty e^{-\frac{\delta}{a_2} \ln y} e^{-\frac{\mu_0}{a_2} y} \frac{dy}{y} \\
 &= \frac{l_0 e^{\frac{a_1}{a_2} x}}{a_2} \left(\frac{\mu_0}{a_2} \right)^{\frac{\delta}{a_2}} \int_{\frac{\mu_x}{a_2}}^\infty s^{-1-\frac{\delta}{a_2}} e^{-s} ds \\
 &= \frac{l_0 e^{\frac{a_1}{a_2} x}}{a_2} \left(\frac{\mu_0}{a_2} \right)^{\frac{\delta}{a_2}} \Gamma\left(-\frac{\delta}{a_2}, \frac{\mu_x}{a_2}\right)
 \end{aligned}$$

[3, kaava 6.5.3]. Tässä vaiheessa olisi houkuttelevaa käyttää identiteettiä [3, kaava 6.5.3] (lähteessä [4] on näin menetelty ainakin yleisesti ottaen virheellisesti)

$$T(\alpha, x) = T(\alpha) - \gamma(\alpha, x),$$

mutta valitettavasti tämä ei onnistu, sillä $\gamma(\alpha, x)$ on määritelty vain jos $\alpha > 0$. Tarkastellaan kuitenkin funktiota $\Gamma(-\alpha, x_0)$, $0 < \alpha < 1$,

$$\begin{aligned}
 (17) \quad \Gamma(-\alpha, x_0) &= \int_{x_0}^{\infty} e^{-s} s^{-\alpha-1} ds = \int_{x_0}^{\infty} e^{-s} \left(-\frac{1}{\alpha}\right) d(s^{-\alpha}) \\
 &= \int_{x_0}^{\infty} d\left(e^{-s} \left(-\frac{1}{\alpha}\right) s^{-\alpha}\right) - \frac{1}{\alpha} \int_{x_0}^{\infty} s^{-\alpha} e^{-s} ds \\
 &= \frac{e^{-x_0}}{\alpha x_0^{\alpha}} - \frac{1}{\alpha} \Gamma(1-\alpha, x_0) \\
 &= \frac{e^{-x_0}}{\alpha x_0^{\alpha}} - \frac{1}{\alpha} [\Gamma(1-\alpha) - \gamma(1-\alpha, x_0)],
 \end{aligned}$$

sillä nyt $1-\alpha > 0$ ja $\gamma(1-\alpha, x_0)$ on määritelty.

Funktiolle γ on olemassa rekursiokaava [3, kaava 6.5.22]

$$\gamma(\alpha+1, x) = \alpha \gamma(\alpha, x) - x^{\alpha} e^{-x}.$$

Saadaan siis

$$\begin{aligned}
 (18) \quad \Gamma(-\alpha, x_0) &= \frac{e^{-x_0}}{\alpha x_0^{\alpha}} - \frac{1}{\alpha} [\Gamma(1-\alpha) - \gamma(1-\alpha, x_0)] \\
 &= \frac{e^{-x_0}}{\alpha x_0^{\alpha}} - \frac{\Gamma(1-\alpha)}{\alpha} + \frac{\gamma(2-\alpha, x_0) + x_0^{1-\alpha} e^{-x_0}}{\alpha(1-\alpha)}.
 \end{aligned}$$

Tätä voidaan jatkaa, ja jos $x_0 \ll 1$, niin

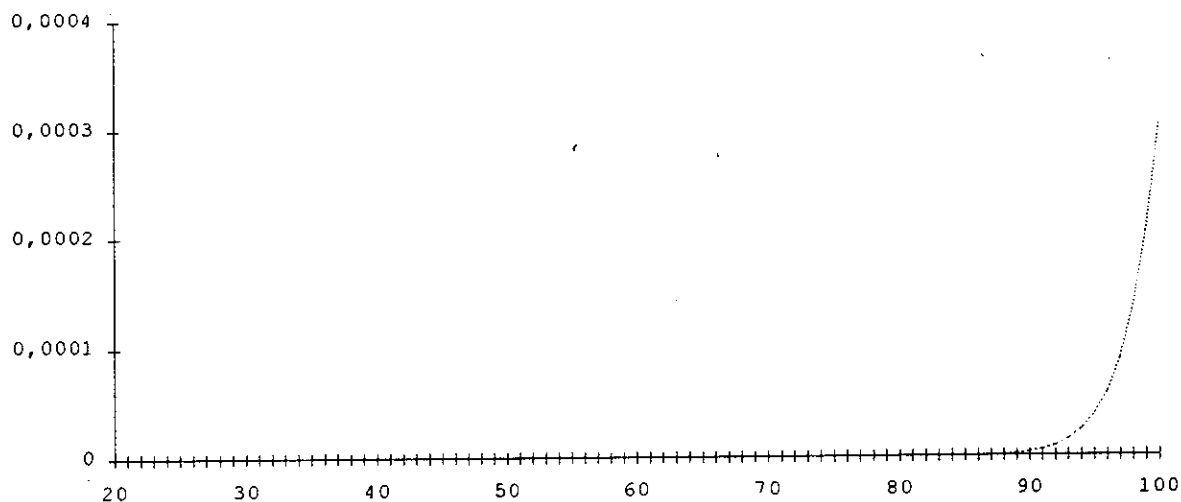
$$(19) \quad \Gamma(-\alpha, x_0) = \frac{e^{-x_0}}{\alpha x_0^{\alpha}} \left(1 + \frac{x_0}{1-\alpha} + \frac{x_0^2}{(1-\alpha)(2-\alpha)} + \dots \right) + \frac{\Gamma(1-\alpha)}{\alpha}.$$

Koska luvun $\bar{N}_x$ lausekkeessa nykyperusteilla $0 < \frac{\delta}{a_2} < 1$, niin luvulle $\bar{N}_x$ saadaan lauseke

$$\begin{aligned}
 (20) \quad \bar{N}_x &= \frac{l_0 e^{\frac{a_1}{a_2}}}{a_2} \left(\frac{\mu_0}{a_2} \right)^{\frac{\delta}{a_2}} T \left(-\frac{\delta}{a_2}, \frac{\mu_x}{a_2} \right) \\
 &= \frac{l_0 e^{\frac{a_1}{a_2}}}{a_2} \left(\frac{\mu_0}{a_2} \right)^{\frac{\delta}{a_2}} \left[\frac{a_2 e^{-\frac{\mu_x}{a_2}}}{\delta \left(\frac{\mu_x}{a_2} \right)^{\frac{\delta}{a_2}}} \left(f \left(\frac{\delta}{a_2}, \frac{\mu_x}{a_2} \right) + 1 \right) - \frac{a_2}{\delta} \Gamma \left(1 - \frac{\delta}{a_2} \right) \right],
 \end{aligned}$$

missä

$$(21) \quad f(a, b) = \frac{b}{1-a} + \frac{b^2}{(1-a)(2-a)} + \dots$$

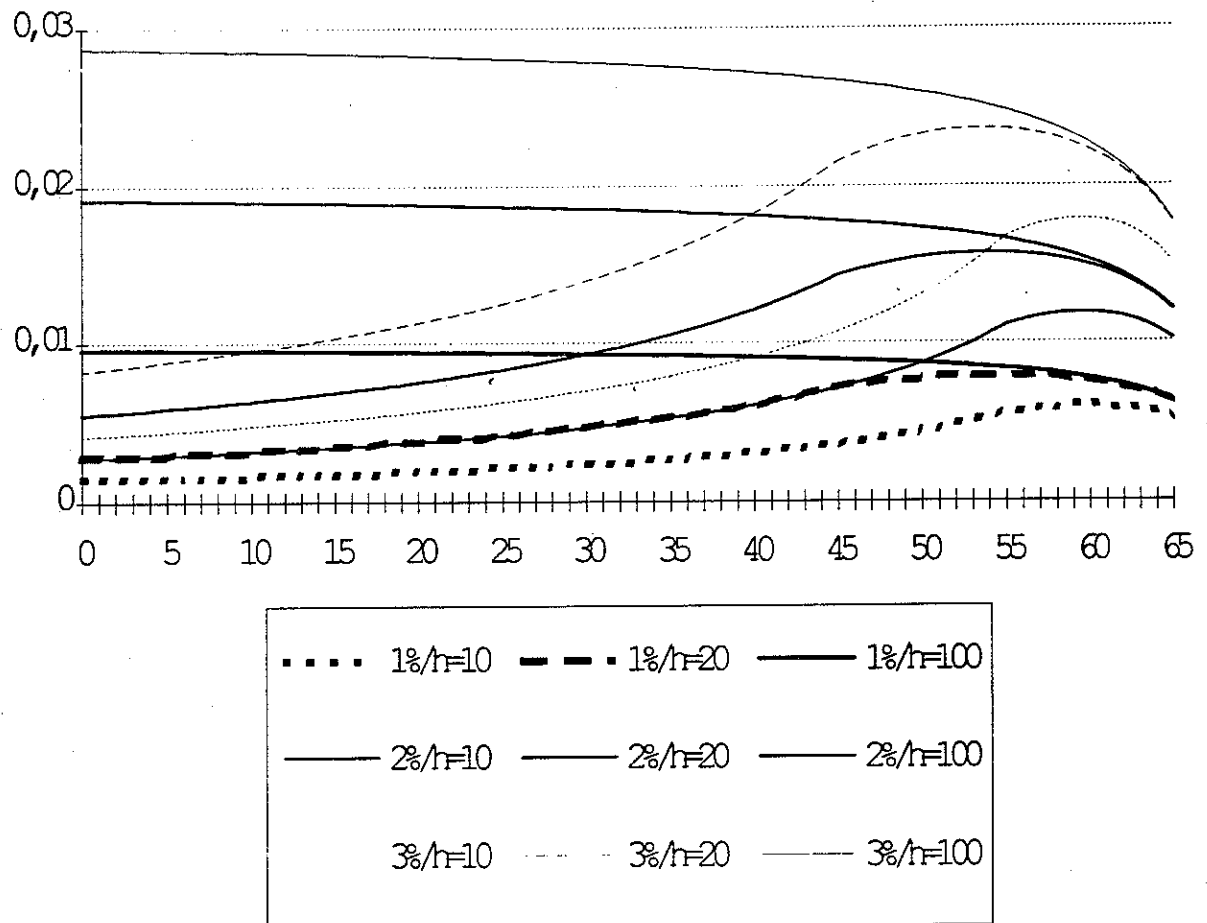


Kuvio 9. Likiarvokaavan lukujen suhteellinen virhe verrattuna käytössä oleviin $\bar{N}_x$ -lukuihin

Alle eläkeikää 65 funktion f arvoksi voidaan asettaa 0 ilman, että syntyy suurta virhettä. Kaavassa (20) esiintyvän Γ -funktion arvon laskemiseen on käytettävissä erittäin tehokkaita algoritmeja (katso esimerkiksi [6]).

Kuviossa 9 on esitetty kaavan (20) avulla lasketun $\bar{N}_x$ -luvun suhteellinen virhe yleisesti käytettävästä Eulerin summakavalla lasketusta "oikeasta" $\bar{N}_x$ -luvusta eri ikäisillä henkilöillä. Virhe on vain 0,000002 % iässä 20 ja kasvaa tasolle 0,03 % iässä 100 vuotta.

Erityisesti voidaan todeta, että hetialkavan yksikköeläkkeen kertoimeksi saadaan



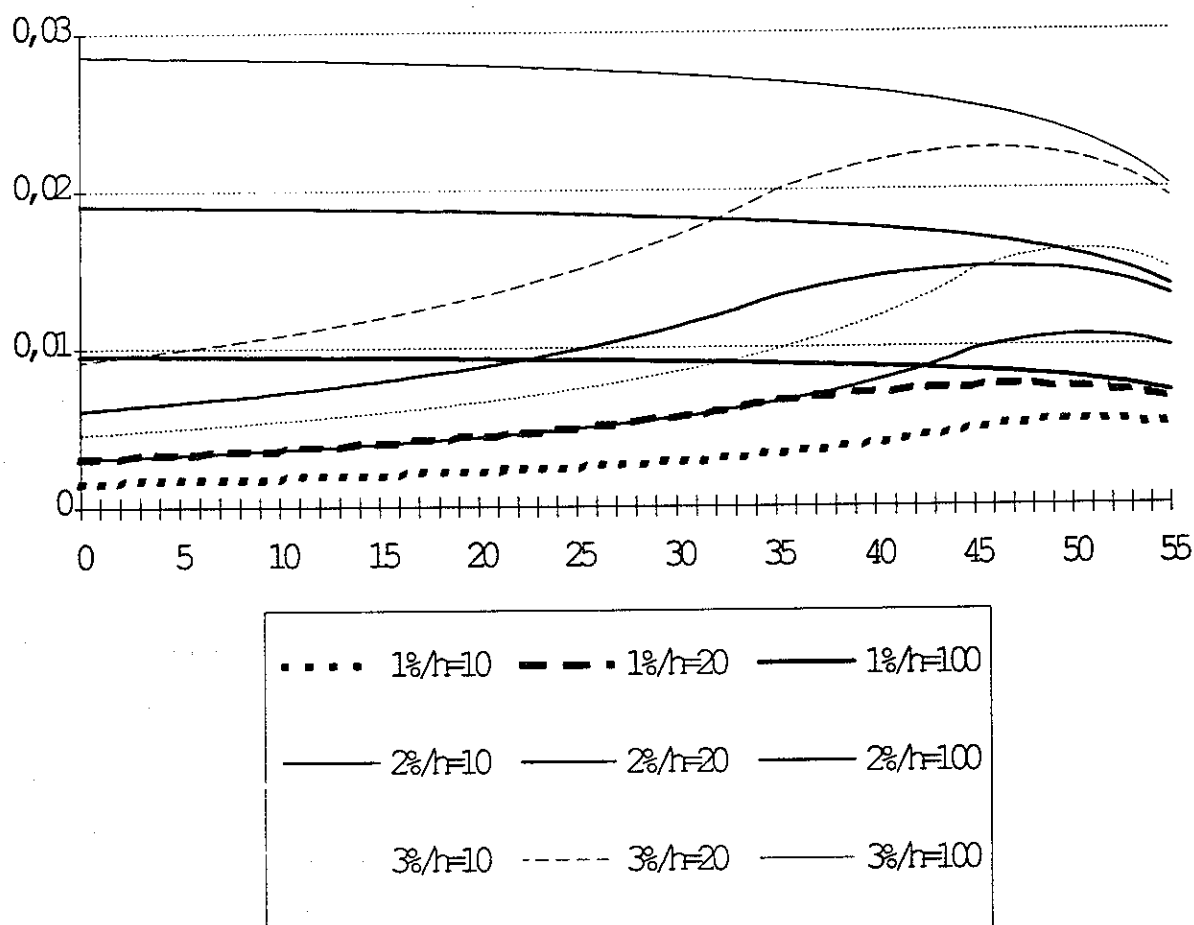
Kuvio 10. Luvun β arvoja eläkeiällä 65 vuotta

$$\begin{aligned}
 (22) \quad \frac{\bar{N}_x}{D_x} &= \frac{1}{l_0 e^{\frac{a_1}{a_2}} e^{-\delta x} e^{-\frac{\mu_x}{a_2}}} \cdot \frac{l_0 e^{\frac{a_1}{a_2}}}{a_2} \left(\frac{\mu_0}{a_2} \right)^{\frac{\delta}{a_2}} \left[\frac{a_2 e^{-\frac{\mu_x}{a_2}}}{\delta \left(\frac{\mu_x}{a_2} \right)^{\frac{\delta}{a_2}}} - \frac{a_2}{\delta} \Gamma \left(1 - \frac{\delta}{a_2} \right) \right] \\
 &= \frac{1}{\delta} \left[1 - \left(\frac{a_1}{a_2} \right)^{\frac{\delta}{a_2}} e^{\delta(x+b_2) + \frac{\mu_x}{a_2}} \Gamma \left(1 - \frac{\delta}{a_2} \right) \right].
 \end{aligned}$$

1.3.3 Palautuksessa käytetyn koron numeerisia arvoja

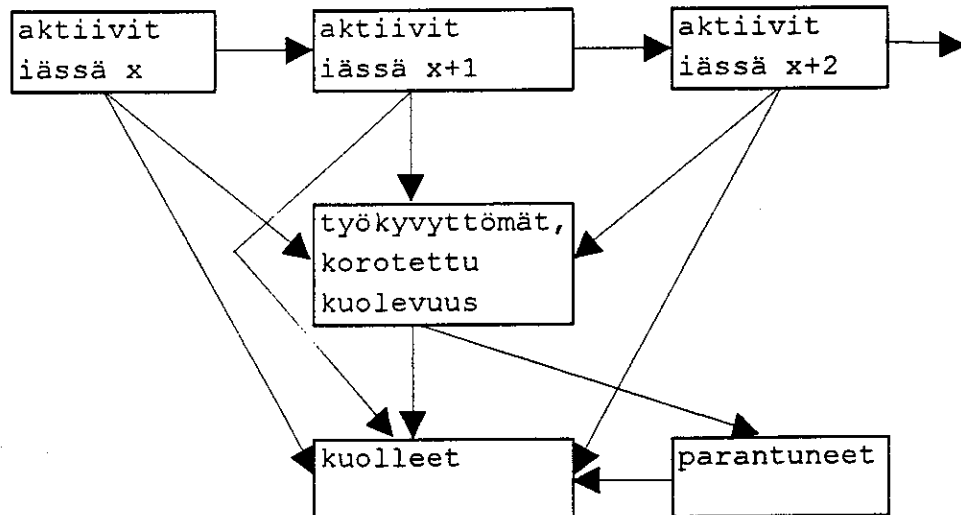
Seuraavassa on esitetty rahaston palautuksessa käytettävälle kertoimelle β laskettuja arvoja iän funktiona, kun $h = 10, 20$ ja ääretön (käytännössä 100) sekä kun $\alpha = 0,01, 0,02$ ja $0,03$. Erikseen on esitetty tilanne eläkeiässä 55 ja 65 vuotta. Tar- kastelut perustuvat yhtälön (12) ratkaisemiseen edellisessä kappaleessa johdettua γ -funktioapproksimaatiota käyttäen.

Havaitaan, että korotetun kuolevuuden keston ollessa ääretön luku β pysyy lähellä luvun α arvoa ainakin nuoremmilla ikä- luokilla. Jos korotetun kuolevuuden kesto sen sijaan on ra- jallinen, luku β on selvästi luvun α alapuolella. Palautusko- ron mitoittaminen edellyttäisi näin ollen sen tutkimista, mi- ten pitkään työkyvyttömäksi tulleiden kuolevuus pysyy korote- tulla tasolla. Saatujen tulosten valossa vaikuttaa kuitenkin jo siltä, että nykyisesti sovellettava palautuskorko on vä- hintäänkin turvaava.

Kuvio 11. Luvun β arvoja eläkeiällä 55 vuotta

1.3.4 Vaihtoehtoisia tarkastelutapoja

Edellä rahaston palautusta on tarkasteltu lähtemällä siitä, että kussakin ikäluokassa työkyvyttömäksi tulleet siirtyvät jäljellä olevan kollektiivin kuolevuustasolta vakiolla α korotetulle kuolevuustasolle. Tällä tarkastelulla tullaan itse asiassa tilanteeseen, jossa eri ikäisinä työkyvyttömiksi tulleet muodostavat kuolevuuden kannalta erilaiset ryhmät. On tietysti myös mahdollista ajatella seuraavan kuvan mukaista tilannetta, jossa työkyvyttömät muodostavat homogeenisen ryhmän riippumatta siitä, minkä ikäisenä työkyvyttömyys on alkanut.



Kuva 12. Tilakaavio aktiiveista ja työkyvyttömistä

Tällä ajattelutavalla tulee konstruoida peruslukusarjat jälleen niin, että kokonaisuutena tarkasteltava kollektiivi käyttäytyy normaalin kuolevuusmallin mukaisesti.

Tässä vaiheessa jo voidaan huomauttaa, että tila "parantuneet" on kuviossa mukana vain täydellisyyden vuoksi. Parantuneet eivät nimittäin rahaston palautuksen takia palaa alkuperäiseen kollektiiviin vaan tullessaan mahdollisesti uudelleen vakuutuksen piiriin siirtyvät osaksi erikseen tarkasteltavaa vakuutettujen kollektiivia. Työkyvyttömien korotettuun kuolevuuteen parantuneiden ei tällöin ajatella vaikuttavan.

Tällä ajattelutavalla joudutaan hyvin monimutkaisiin D_x - ja $\bar{N}_x$ -lukujen lausekkeisiin, joista tuloksia saadaan vain edellistä tarkastelua huomattavasti työläämpien numeeristen laskentojen perusteella. Näihin tarkasteluihin ei tässä ryhdytä.

Toinen vaihtoehtoinen tarkastelutapa perustuu rahastojen riittävyystodennäköisyyden tarkasteluun. Oletetaan, että tietyn ikäisten vakuutettujen rahasto riittää tulevien eläkesuoritusten maksamiseen todennäköisyydellä p . Oletetaan, että kollektiivista poistuu tietty joukko työkyvyttömiä. Nyt olisi mielekäästä vaatia, että työkyvyttömille palautettavista rahasto-osuuksista vähennetään sellainen määrä A , että

$$(23) \quad P\{E > R + A\} \leq p,$$

missä symbolilla E on merkitty maksettavia eläkkeitä ja symbolilla R normaalikuolevuudella laskettua rahastoa.

Todennäköisyyteen vaikuttaa sekä muuttunut kuolevuus että kollektiivin pienenemisen kautta kasvanut varianssi. Sopivalla approksimaatiomenetelmällä saadaan kaavasta (23) A ratkaistua, jonka jälkeen on mahdollista jälleen määrätä kaavaa (12) vastaavasti vakiolle β arvo.

Jälleen on syytä huomata, että itse asiassa ei riitä, että karttunut rahasto riittää vaan aktiivien osalta pitäisi myös tuleva aika ottaa huomioon. Tämänkään asian kehittelyä tämän pitemmälle ei ole katsottu tässä aiheelliseksi.

2. Maksuvapautusosan riittävyys

Maksuvapautus määritellään vapaamuotoisen eläkevakuutuksen vakuutusehtojen 8 pykälässä: "Siltä ajalta, jolta vakuutettu saa tai olisi oikeutettu saamaan työkyvyttömyyseläkettä ei hänen osaltaan peritä vakuutusmaksua". Maksuvapautuksen edellytyksenä on siis oikeus työkyvyttömyyseläkkeeseen, minkä seurauksena sovellettava odotusaika tai omavastuu-aika on sama kuin työkyvyttömyyseläkkeessä.

Maksuvapautuksen saamisen ehdot voivat tietysti vaihdella eri vakuutusmuodoissa. Työntekijäin eläkelain mukaisessa lisäeläkevakuutuksessa maksuvapautus myönnetään myös työttömyyseläkkeen saajalle ja siihen oikeutetulle.

Täysin yleisesti maksuvapautusetua voitaisiin tarkastella tilanteessa, jossa jokin satunnainen tekijä oikeuttaa vapautukseen vakuutusmaksuista. Mielekästä olisi lähteä siitä, että mainittu satunnainen tekijä jotenkin liittyisi vakuutetun oletettuun kykyyn suoriutua vakuutusmaksuista.

Maksuvapautusta varten osana vakuutusmaksua peritään maksuvapautusosa. Vapaamuotoisessa eläkevakuutuksessa maksuvapautus jää kokonaisuudessaan suoraan vakuutusyhtiön vastuulle. Maksuvapautusosana peritään laskuperustevakion (b9) osoittama, vuoteen 1992 saakka iästä ja sukupuolesta riippumaton pro-

sentti vakuutusmaksusta. Menneeseen aikaan kohdistuvaan kertamaksua vastaavaan etuuden osaan ei kohdistu maksuvapautusriskiä ja tältä osalta maksua ei peritä. Maksuvapautusprosentti on pitkään ollut kuusi prosenttia mutta vuoden 1993 alusta siitä on korotettu ja se on tehty portaittain ikäriippuvaksi.

Työntekijäin eläkelain mukaisen lisäeläkevakuutuksen osalta vain pieni osa maksuvapautuksesta jää suoranaisesti vakuutusyhtiön vastattavaksi. Muu osa maksuvapautuseduista rahoitetaan yhteisesti kustannettavana eläkkeenä tasausjärjestelmän kautta. Maksuvapautusosaa peritään vapaamuotoisen eläkevakuutuksen kanssa saman prosenttiluvun mukaisena perhe-eläkkeen ja hautausavustuksen riskimaksuista. Osan tulisi riittää työkyvyttömyyseläkkeen ja työttömyyseläkkeen saajan tai näihin etuihin oikeutetun henkilön kuollessa myönnettävien perhe-eläkkeiden ja hautausavustusten kustannuksiin. Näitä kustannuksia syntyy perhe-eläkkeen osalta vain mikäli kuolintapaus sattuu ennen eläkeikää. Hautausavustuksessa myös eläkeiässä tapahtuva rahastointi aiheuttaa kustannuksia. Hautausavustuksen osalta vakuutusyhtiön vastuulla on koko hautausavustus aktiiviaikaisen rahastoinnin puuttuessa.

Kuten edellä todettiin, vapaamuotoisessa vakuutuksessa maksuvapautusetu jää luonnollisesti kokonaan vakuutusyhtiön vastuulle. Maksuvapautuksella voidaan ajatella kustannettavan maksuvapautusajan etuja usealla eri tavalla. Suoraviivaisinta on ajatella, että maksuvapautusedulla kustannetaan nimensä mukaisesti maksuvapautusaikana saamatta jäävät maksut. Toinen ajattelutapa on verrata maksuvapautusmaksua maksuvapautusedun perusteella myönnettäviin etuihin, jota vastaavaa maksua ei maksuvapautuksen takia peritä. Tämän pitäisi johtaa samoihin tuloksiin kuin ensimmäisen vaihtoehdon.

Kolmas vaihtoehto on ajatella asiaa vapaamuotoisen eläkevakuutuksen laskuperusteiden kohdan 8.2.1.4 mukaisesti ja edellyttää, että vastuunlaskennassa käytetään maksuvapautusaikana rahastoidun edun sijasta tavoite-etua. Lopputulos on ilmeisesti edellisten vaihtoehtojen mukainen mutta tarkastelu on vaikeampaa kun myös vastuiden purkautuminen maksuvapautuksen päät-

tyessä tulee käsittelyyn mukaan. Neljäs vaihtoehto on ajatella, että kunkin ikäluokan maksuvapautusosilla tietyssä iässä kustannetaan tälle ikäluokalle tässä iässä sattuviin työkyvyttömyystapauksiin liittyvät maksuvapautusedut.

Vielä vuonna 1992 voimassa olleiden laskuperusteiden tapaan iästä ja sukupuolesta riippumattomaksi määriteltä maksuvapautusosa tasaprosenttina nettomaksusta tukee ajatusta, että alunperin on pyritty ensimmäisen vaihtoehtoon mukaiseen tekniikkaan. Toisaalta maksuvapautusvastuun puuttuminen viittaa neljänteen vaihtoehtoon. Maksuvapautusvastuun puuttuminen voidaan tietysti tulkita myös pyrkimyksenä pitää laskuperusteet yksinkertaisina.

Maksuvapautuosan suhteen on syytä miettiä, miten osa on tulkittava eri etuuslajien kannalta. Vanhuuseläkeliikkeessä tilanne on selkeä: maksuvapautusosalla katetaan rahastoidun eläkkeen lisäys ja tähän liittyvät maksut maksuvapautusaikana. Myös perhe-eläkkeen ja hautausavustuksen osalta tilanne on selvä sisältäen kuitenkin erikseen rahastoivan maksun osan ja riskimaksun. Edellä mainituissa eläkelajeissa ei kuitenkaan ole itsestään selvää, mihin tarkoitukseen käytetään eläkeikää edeltävän vuoden maksuun sisältyvä maksuvapautusosa. On ehkä luontevaa ajatella maksuvapautusosan olevan tällöin koko ikäalueelle tasoitettua maksuvapautusosaa.

Työkyvyttömyyseläkkeen vakuutusmaksun maksuvapautusosa on jossain määrin vaikeasti mielletävissä. Loogista olisi ajatella, että osalla rahoitetaan työkyvyttömyyseläkkeen aikana rahastoitavaa eläkettä mahdollisen paranemisen jälkeistä mahdollista uutta työkyvyttömyyseläkettä varten. Tämä tulkinta sopii kuitenkin huonosti riskimaksuun liittyvään maksuvapautusosaan, jolla on vaikea nähdä olevan perustelua.

2.1 Maksuvapautuskertoimen määrittelystä

Tarkastellaan seuraavassa maksuvapautuskertoimen määrittelyä TEL:n laskuperusteiden mukaisessa tilanteessa. Tarkastelu rajoitetaan kuitenkin vapaamuotoisen eläkevakuutuksen puolelle,

jolloin työttömyyseläkkeet voidaan jättää tarkastelujen ulkopuolelle.

Toisenlainenkin lähtökohta on mahdollista. Puhtaaseen intensiteettimalliin liittyvää menettelyä on käsitelty lähteessä [5, ss. 475-476].

Jos maksuvapautusosalla halutaan edellisen luvun ensimmäisen vaihtoehdon mukaisesti kattaa tietyn ikäisenä vakuutuksen piiriin liittyneelle henkilölle tulevaisuudessa myönnettävät maksuvapautukset, maksuvapautusosa on mahdollista määrätä nykyisellä tavalla kiinteäksi iästä riippumattomaksi osaksi vastavia vakuutusmaksuja. Ilmeisesti kuitenkin syntyy tilanne, jossa osuus, vaikka onkin tietyn yksilön kohdalla iästä riippumaton, riippuu iästä, jolloin henkilö on tullut vakuutuksen piiriin. Jos taas ajatellaan edellisen luvun neljännen vaihtoehdon mukaisesti, että tietyltä ikäluokalta peritään maksuvapautusosat, jotka kattavat tässä iässä vakuutusvuoden aikana myönnettävien maksuvapautusten kustannukset (edellisen luvun vaihtoehto 4), joudutaan ilmeisesti ikäriippuvaan maksuvapautuskertoimeen.

Maksuvapautusosa on työkyvyttömälle maksettava korvaus, Tulevien korvausten pääoma-arvon määrittämiseksi tarvitaan vastaisen työkyvyttömyyseläkkeen pääoma-arvoa. Käytetään tässä työkyvyttömyysmallina laskuperustemalli -62:n Z-mallia, joka sopivilla merkinnöillä [1, kaava (2)] perustuu kaavaan

$$(24) \quad Z(t, u) = \sum_{j=0}^2 Z_j(t, u) = \sum_{j=0}^2 a_j e^{b_j t - c_j u}.$$

Funtion Z voidaan karkeasti sanoa ilmaisevan todennäköisyyden, että vastasyntynyt on elossa iässä t ja on tällöin ollut työkyvytön ajan u . Todennäköisyys sille, että aktiiville, jonka ikä on t , maksetaan iässä s työkyvyttömyyseläkettä, jonka keskeisyys on tuossa iässä u , on $\frac{Z(s, u)}{P\{X(t) = 1\}}$, missä satunnaismuuttujalla X on arvo 1 henkilön ollessa aktiivi. Tästä saadaan, kun

työkyvyttömyyseläkkeen odotusaika on e_0 , vastaisen eläkeikään w jatkuvan yksikköetuuden pääoma-arvoksi

$$(25) \quad {}_{(e_0)}\bar{A}_{t:w} = \frac{1}{P\{X(t) = 1\}} \int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} e^{-\delta(s-t)} Z(s, u) ds du$$

[1, kaava (17)]. Tavallisesti edellisessä lausekkeessa esiintyvää todennäköisyyttä arvioidaan elossaolotodennäköisyydellä

$$P\{X(t) = 1\} \approx e^{-(a_4)t}.$$

Tarkempaan tulokseen päästään korvaamalla [1, kaava (9)] tämä lausekkeella

$$(26) \quad P\{X(t) = 1\} \approx P\{Y(t) = 1\} = e^{-(a_4)t} - \sum_{j=0}^2 \frac{1}{C_j} (Z_j(t, e_0) - Z_j(t, t)).$$

2.2 Ikäriippumaton maksuvapautusosa

2.2.1 Kertamaksun ikäriippumaton maksuvapautusosa

Iässä w alkava vanhuuseläke, jonka suuruus on E , kustannetaan vapaamuotoisen eläkevakuutuksen vuosimaksuisessa vaihtoehdossa vuosittain yhtäsuurina osina. Jos vakuutetulla on vakuutuksen alkaessa aikaa eläkeikään w n vuotta, iässä s vakuutusmaksu on

$\frac{E}{n} \frac{\bar{N}_w}{D_s}$. Jos vakuutettu on iässä s työkyvytön, tämä osa tulee

kustannettavaksi maksuvapautuksena. Nyt siis iässä t vakuutettavan henkilön maksuvapautusedun pääoma-arvo on

$$(27) \quad {}_{(e_0)}\bar{A}_{t:w}^{mv} = \frac{1}{P\{X(t) = 1\}} \int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} \frac{E}{w-t} \frac{\bar{N}_w}{D_s} e^{-\delta(s-t)} Z(s, u) ds du$$

$$= \frac{E}{w-t} \bar{N}_w \frac{1}{P\{X(t) = 1\}} \int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} \frac{e^{-\delta(s-t)}}{D_s} Z(s, u) ds du$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{E}{w-t} \bar{N}_w \frac{1}{P\{X(t) = 1\}} \frac{1}{l_0 e^{\frac{a_1}{a_2}}} \int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} \frac{e^{-\delta(s-t)}}{e^{-\delta s} e^{-\frac{\mu_s}{a_2}}} Z(s, u) ds du \\
&= \frac{E}{w-t} \bar{N}_w \frac{1}{P\{X(t) = 1\}} \frac{e^{\delta t}}{l_0 e^{\frac{a_1}{a_2}}} \int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} e^{\frac{\mu_s}{a_2}} Z(s, u) ds du,
\end{aligned}$$

kun

$$(28) \quad D_s = l_0 e^{\frac{a_1}{a_2}} e^{-\delta s} e^{-\frac{\mu_s}{a_2}}.$$

Johdetun lausekkeen integraali saadaan muotoon (käytetään se-
kaannusten aikaansaamiseksi Z-mallin a-vakioille merkintää a^I
erotuksena kuolevuusmallin vastaavista vakioista)

$$\begin{aligned}
(29) \quad & \int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} e^{\frac{\mu_s}{a_2}} Z(s, u) ds du \\
&= \int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} e^{\frac{\mu_s}{a_2}} \sum_{j=0}^2 a_j^I e^{b_j s - c_j u} ds du \\
&= \sum_{j=0}^2 a_j^I \int_{t+e_0}^w e^{\frac{\mu_s}{a_2} + b_j s} \left(\int_{e_0}^{s-t} e^{-c_j u} du \right) ds \\
&= \sum_{j=0}^2 a_j^I \int_{t+e_0}^w e^{\frac{\mu_s}{a_2} + b_j s} \frac{1}{c_j} \left[e^{-c_j e_0} - e^{c_j(t-s)} \right] ds \\
&= \sum_{j=0}^2 \frac{a_j^I}{c_j} \left[e^{-c_j e_0} \int_{t+e_0}^w e^{\frac{\mu_s}{a_2} + b_j s} ds - e^{c_j t} \int_{t+e_0}^w e^{\frac{\mu_s}{a_2} + (b_j - c_j) s} ds \right].
\end{aligned}$$

Tämän mukavampaan muotoon integraalia ei ilmeisesti ilman ole-
tuksia kuolevuusfunktioista μ_x saa, joten arvo on määritettävä
numeerisesti.

Tarkastellaan erityistapausta, jossa integrointi onnistuu ilman numeerisia menetelmiä. Käsitellään vanhuuseläkettä olettamalla, kuten aktiivi-ikäalueella on mielekäästä, kuolevuusintensiteetin olevan iästä ja sukupuolesta riippumaton vakio $\mu_x = (a_4)$. Nyt

$$(30) \quad D_s = l_0 e^{-((a_4)+\delta)x}.$$

Jatkossa johdettavasta kaavasta (40) saadaan

$$(31) \quad m = \frac{\int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} \frac{\bar{N}_w}{D_s} e^{-\delta s} Z(s, u) ds du}{\int_t^w \frac{\bar{N}_w}{D_s} e^{-\delta s} P\{X(s) = 1\} ds} = \frac{\int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} e^{(a_4)s} Z(s, u) ds du}{\int_t^w e^{(a_4)s} P\{X(s) = 1\} ds}.$$

Käytetään karkeampaa approksimaatiota, jossa

$P\{X(s) = 1\} = e^{-(a_4)s}$. Kertoimen kaava saadaan nyt muotoon

$$(32) \quad m = \frac{e_0 \bar{A}_{t:w}}{w - t},$$

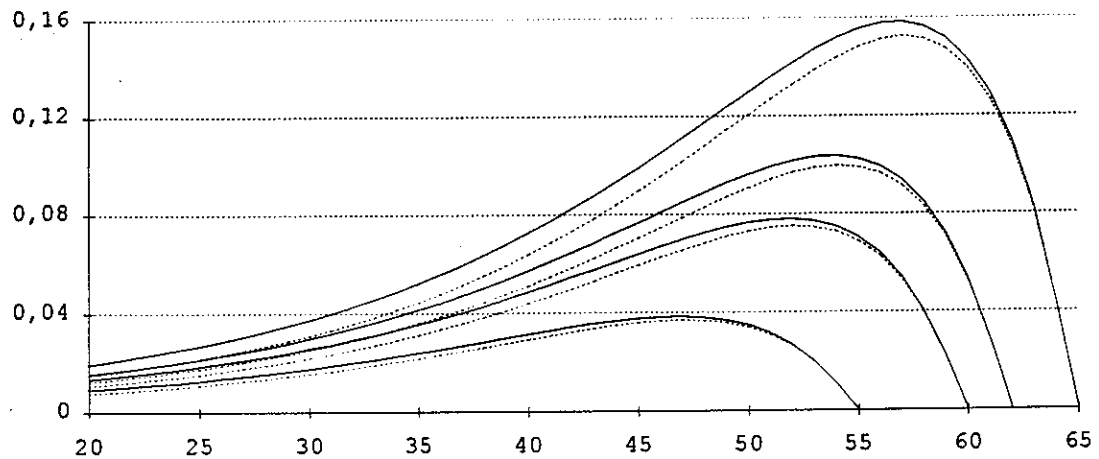
missä työkyvyttömyyseläkkeen pääoma-arvo $e_0 \bar{A}_{t:w}$ on laskettu korvaamalla $Z(t, u)$:n lausekkeessa vakiot b_j vakioilla $b_j + (a_4)$.

Edellä oleva lauseke on johdettu käyttämällä kuolevuutta (a_4) koko ikäalueella, myös eläkeikäisillä. Sama tulos saadaan kuitenkin myös tilanteessa, jossa eläkeiästä w eteenpäin käytetään iästä ja sukupuolesta riippuvaa kuolevuutta. Tällöin nimittäin yksikköetuutta vastaava kertamaksukerroin on

$\frac{D_w((a_4)) \bar{N}_w}{D_s((a_4)) D_w}$ ja kaikki termit lukuunottamatta termiä $D_s((a_4))$ supistuvat pois.

Kaavasta (32) saadaan siis kuvion 13 mukainen kerroin. Kuviossa eri eläkeikiä vastaavat käyrät erottaa toisistaan katsomalla, missä kohdassa käyrä kohtaa vaaka-akselin. Kutakin eläke-

ikää vastaa kuviossa kaksi käyrää, joista toinen on korkokannalla 4,25 % ja toinen korkokannalla 5 %.



Kuvio 13. Vanhuuseläkeosan maksuvapautuskerroin

Tarkastellaan seuraavaksi maksun osina saatavaa maksuvapautusosaa. Oletetaan, että maksuvapautusosa saadaan iästä riippumattomalla kertoimella m kerrottuna vanhuuseläkkeen maksusta. Iässä x maksuvapautusosa on siis

$$(33) \quad m \frac{E}{w - t} \frac{\bar{N}_w}{D_x}.$$

Maksuvapautusosa saadaan perittyä vain aktiiveilta ja iässä t aktiivin todennäköisyys olla aktiivi iässä x on siis

$$(34) \quad \frac{P\{X(x) = 1\}}{P\{X(t) = 1\}}.$$

Nyt siis maksuvapautusosien pääoma-arvo iässä t on

$$\begin{aligned}
 (35) \quad & \int_t^w m \frac{E}{w-t} \frac{\bar{N}_w}{D_s} e^{-\delta(s-t)} \frac{P\{X(s) = 1\}}{P\{X(t) = 1\}} ds \\
 &= \frac{m}{P\{X(t) = 1\}} \frac{E}{w-t} \bar{N}_w e^{\delta t} \int_t^w \frac{e^{-\delta s}}{D_s} P\{X(s) = 1\} ds \\
 &= \frac{m}{P\{X(t) = 1\}} \frac{E}{w-t} \bar{N}_w e^{\delta t} \frac{1}{l_0 e^{\frac{a_1}{a_2} t}} \int_t^w e^{\frac{\mu_s}{a_2}} P\{X(s) = 1\} ds.
 \end{aligned}$$

Maksuvapautuskertoimelle m saadaan siis yhtälö

$$\begin{aligned}
 (36) \quad m &= \frac{\frac{1}{P\{X(t) = 1\}} \frac{E}{w-t} \bar{N}_w e^{\delta t} \frac{1}{l_0 e^{\frac{a_1}{a_2} t}} \int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} e^{\frac{\mu_s}{a_2}} Z(s, u) ds du}{\frac{1}{P\{X(t) = 1\}} \frac{E}{w-t} \bar{N}_w e^{\delta t} \frac{1}{l_0 e^{\frac{a_1}{a_2} t}} \int_t^w e^{\frac{\mu_s}{a_2}} P\{X(s) = 1\} ds} \\
 &= \frac{\int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} e^{\frac{\mu_s}{a_2}} Z(s, u) ds du}{\int_t^w e^{\frac{\mu_s}{a_2}} P\{X(s) = 1\} ds},
 \end{aligned}$$

missä siis kaavan (29) mukaisesti

$$(37) \quad \int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} e^{\frac{\mu_s}{a_2}} Z(s, u) ds du = \sum_{j=0}^2 \frac{a_j^I}{C_j} \left[e^{-c_j e_0} \int_{t+e_0}^w e^{\frac{\mu_s}{a_2} + b_j s} ds - e^{-c_j t} \int_{t+e_0}^w e^{\frac{\mu_s}{a_2} + (b_j - c_j)s} ds \right]$$

ja

$$(38) \quad P\{X(s) = 1\} = e^{-(a_4) s}$$

tai tarkempana approksimaationa

$$(39) \quad P\{X(s) = 1\} = e^{-(a_4)s} - \sum_{j=0}^2 \frac{1}{C_j} (Z_j(s, e_0) - Z_j(s, s)).$$

Edellä maksuvapautusosaa on tarkasteltu vain vanhuuseläkkeen osalta. Yleisemmin asiaa voidaan tarkastella muiden etujen osalta olettamalla, että kertamaksu yksikköedusta on A_s iässä s . Nyt saadaan kaava

$$(40) \quad m = \frac{\frac{1}{P\{X(t) = 1\}} \int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} \frac{E}{w-t} A_s e^{-\delta(s-t)} Z(s, u) ds du}{\int_t^w \frac{E}{w-t} A_s e^{-\delta(s-t)} \frac{P\{X(s) = 1\}}{P\{X(t) = 1\}} ds}$$

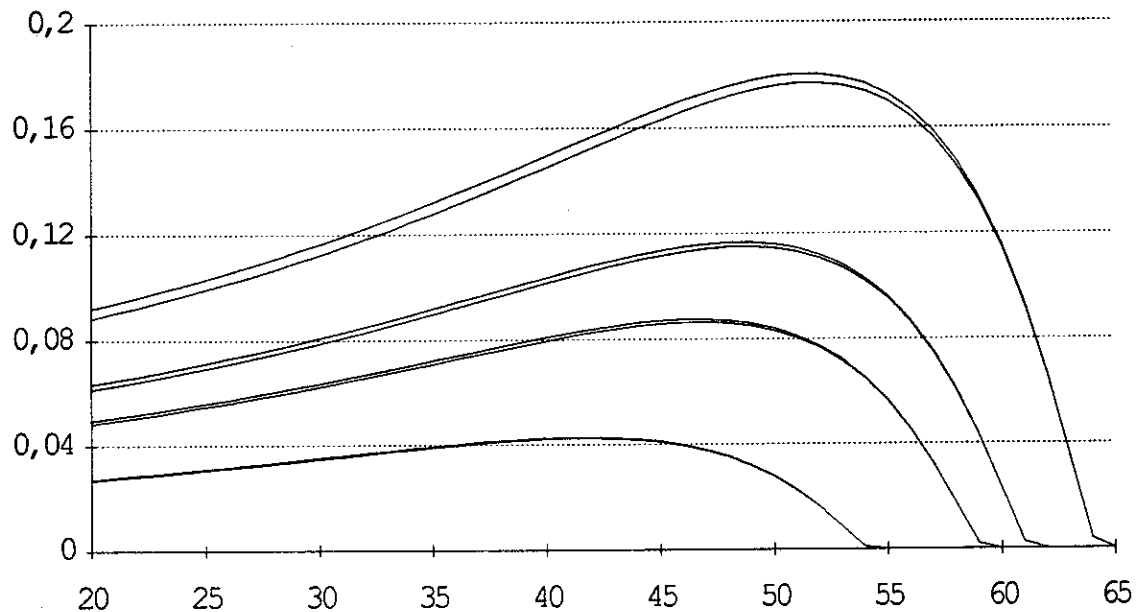
$$= \frac{\int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} A_s e^{-\delta s} Z(s, u) ds du}{\int_t^w A_s e^{-\delta s} P\{X(s) = 1\} ds}$$

$$= \frac{\sum_{j=0}^2 \frac{a_j}{C_j} e^{-c_j e_0} \left[\int_{t+e_0}^w A_s e^{(b_j - \delta)s} ds - e^{c_j t} \int_{t+e_0}^w A_s e^{(b_j - c_j - \delta)s} ds \right]}{\int_t^w A_s e^{-\delta s} P\{X(s) = 1\} ds}$$

2.2.2 Kertamaksun ikäriippumattoman maksuvapautusosan arvoja

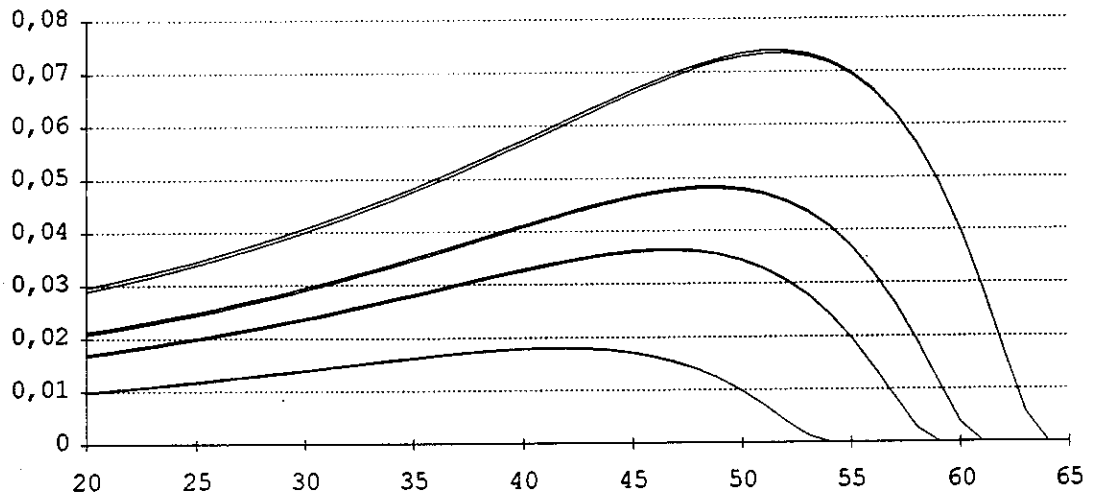
Seuraavassa esitetään graafisesti kaavojen (36) ja (40) avulla laskettuja maksuvapautuskertoimen arvoja. Kuvioissa on jatkossa kussakin 16 käyrää, jotka osassa kuvioita eivät erotu mennessään päällekkäin. Käyrät vastaavat neljää eri eläkeikää (55, 60, 62 ja 65), kahta korkokantaa (4,25 % ja 5 %) sekä toisaalta miehen ja toisaalta naisen kuolevuutta. Eri eläkeikiä vastaavat käyrät erottaa toisistaan katsomalla, missä käyrä kohtaa vaaka-akselin. Eri korkokantoja ja sukupuolia

vastaavia käyriä ei ole katsottu aiheelliseksi identifioida niiden ollessa keskenään niin identtisiä, että ne eivät anna aiheutta mitoittoa maksuvapautusosaa näistä tekijöistä riippuvaisesti.



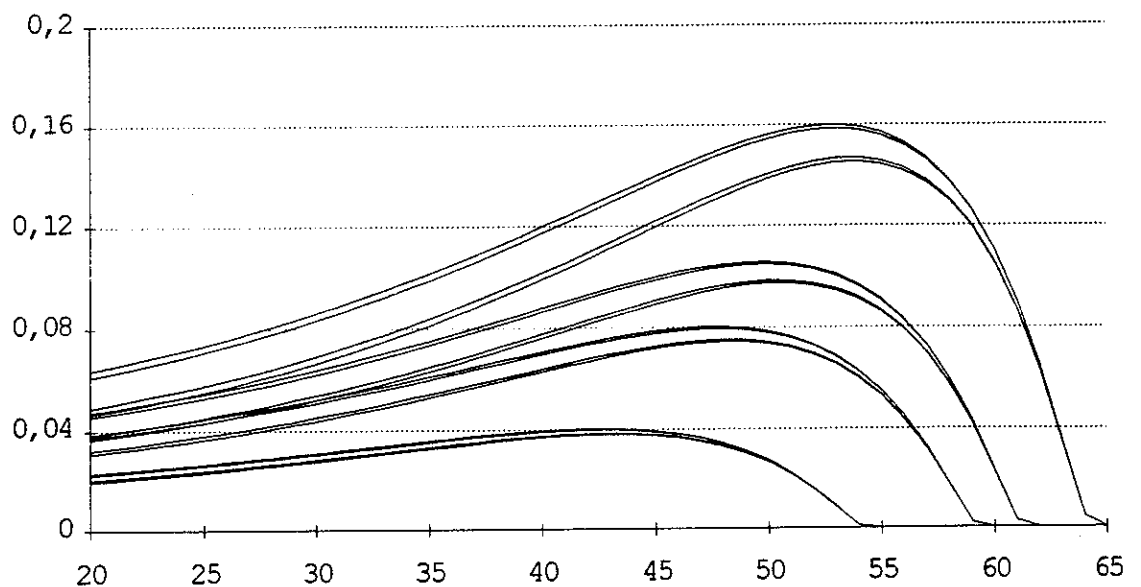
Kuvio 14. Vanhuuseläkeosan maksuvapautuskerroin

Kuvioista voidaan tehdä johtopäätös, että muodostetulla mallilla ei millään voida perustella vuoteen 1992 saakka käytettyä iästä riippumatonta maksuvapautusosaa, joka oli kuusi prosenttia nettomaksusta. Mikäli maksuvapautusosan halutaan olevan vakio-osuus vakuutetun maksusta koko vakuutusajan, saatujen tulosten mukaan maksun tulee olla riippuvainen iästä vakuutuksen alkaessa.



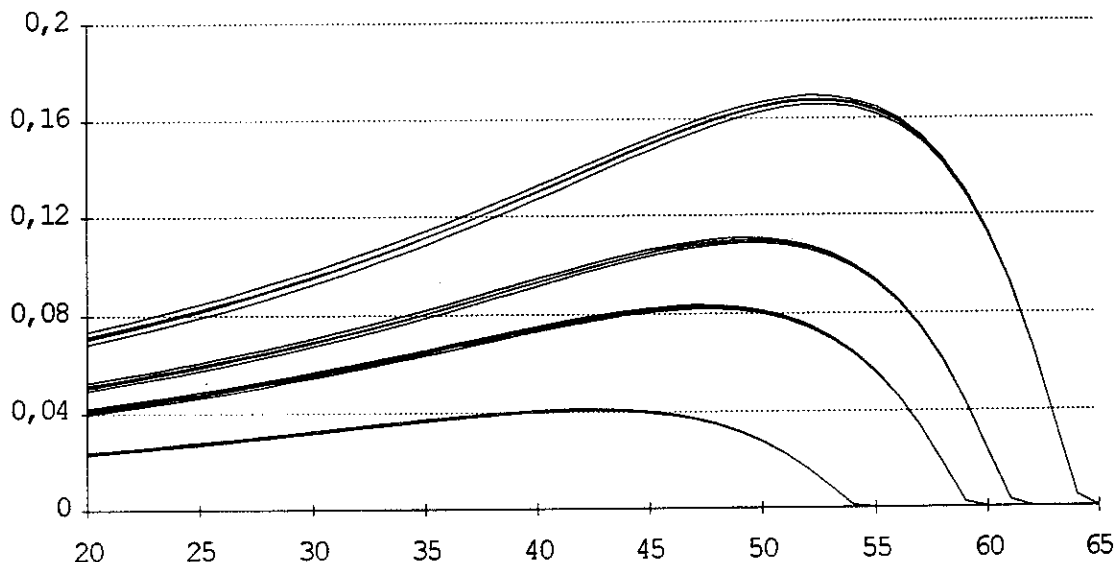
Kuvio 15. Työkyvyttömyyseläkeosan maksuvapautuskerroin

Aikaisemmin käytetty kuuden prosentin maksuvapautuskuormitus näyttäisi olevan edes joten kuten riittävä ainoastaan työkyvyttömyyseläkkeiden osalta. Muiden eläkelajien osalta sen sijaan kuormitus on saatujen tulosten perusteella ollut



Kuvio 16. Perhe-eläkeosan maksuvapautuskerroin

ratkaisevasti liian matala.



Kuvio 17. Hautausavustusosan maksuvapautuskerroin

Edelleen on syytä todeta, että kertoimen määrittely saman suuriseksi eri eläkelajien osalta on perusteltua ehkä enintään vanhuus- ja perhe-eläkkeiden sekä hautausavustuksen osalta. Sen sijaan työkyvyttömyyseläkkeiden osalta maksuvapautusosan tulisi olla selvästi alhaisempi. Mikäli kehitetyn mallin mukaan halutaan luoda yhteinen menettely maksuvapautusosan määrittämiseksi kaikissa eri eläkelajeissa, tulee saadut tulokset painottaa eri eläkelajien painoilla vakuutuskannassa.

Kokonaisuutena vaikuttaa siltä, että tuloiästä riippuva maksuvapautuskuormitus poikkeaa niin paljon nykyisestä maksunlaskennasta, että sen käyttöönotto olisi hankalaa.

2.2.3 Riskimaksun ikäriippumaton maksuvapautusosa

Riskimaksun osalta kaavat ovat hieman erilaiset, sillä etuutena ei ole tällöin vuosimaksulla kustannettava eläkkeen osa vaan vielä kustantamatta oleva eläkkeen osa. Etuuden kohdalle tulee tässä tapauksessa iässä s

$$\begin{aligned}
 (41) \quad E - (s+1-t) \frac{E}{w-t+1} \\
 = E \frac{w-t+1-s-1+t}{w-t+1} = E \frac{w-s}{w-t+1},
 \end{aligned}$$

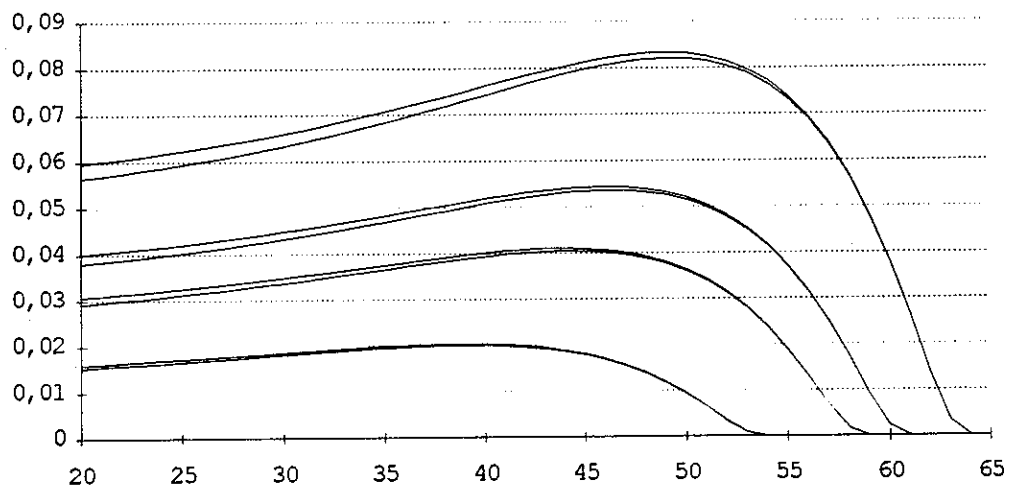
kun $s \leq w$. Maksuvapautuskertoimelle m saadaan nyt

$$(42) \quad m = \frac{\int_{t+e_0}^w \int_{e_0}^{s-t} (w-s) R_s e^{-\delta(s-t)} Z(s, u) ds du}{\int_t^w (w-s) R_s e^{-\delta s} P(X(s) = 1) ds},$$

missä R_s on vastaavan etuuden riskimaksu yksikköetuutta kohden.

2.2.4 Riskimaksun ikäriippumattoman maksuvapautusosan arvoja

Ohessa on esitettynä graafisesti kaavan (42) avulla laskettuja maksuvapautuskertoimen arvoja. Kuvia tulkitaan samoin kuin aikaisemmissa maksuvapautuskerroinkuvissa on mainittu.

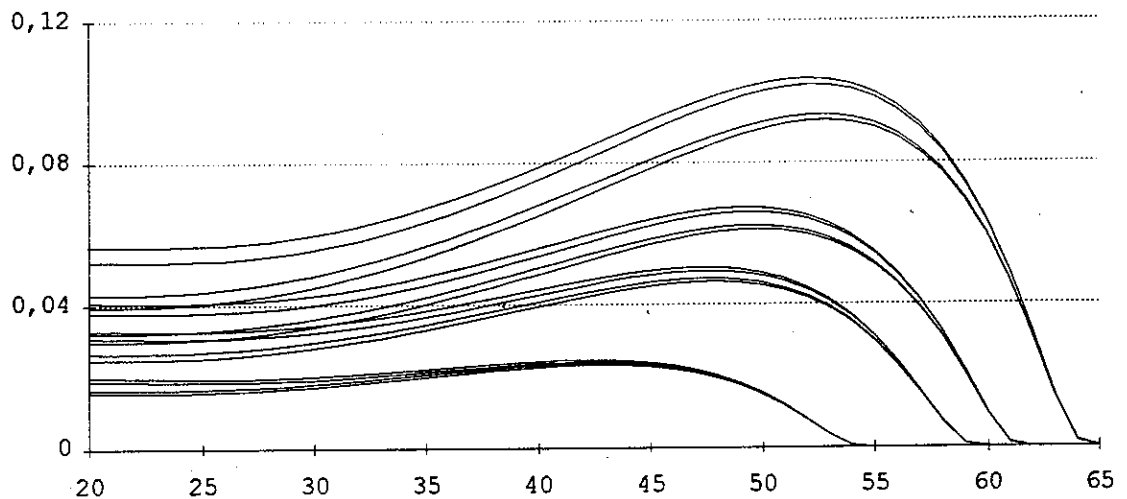


Kuvio 18. Työkyvyttömyysriskimaksun maksuvapautuskerroin

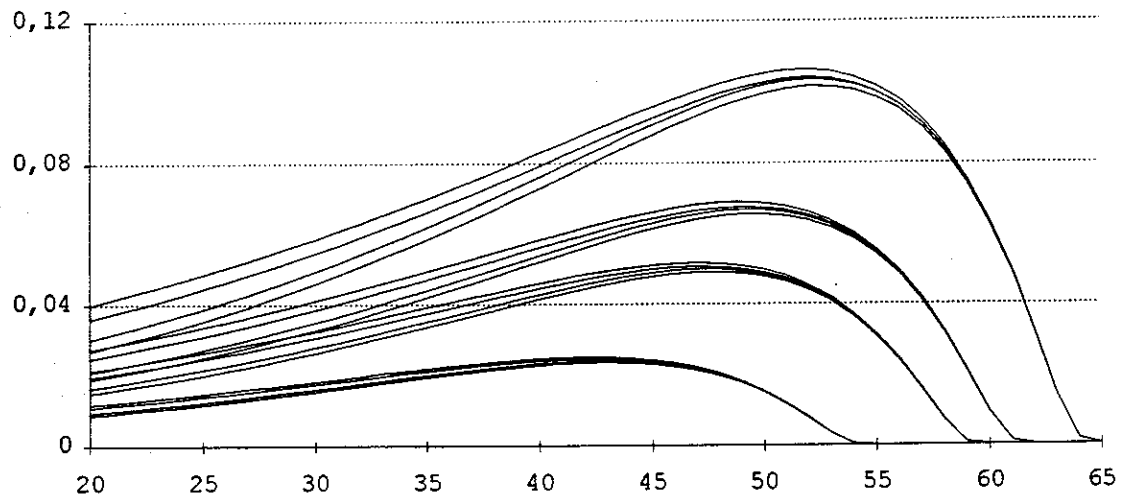
Kuvien perusteella näyttää siltä, että aikaisemmin käytetty kuuden prosentin maksuvapautuskuormitus on ollut ainakin koh-

tuullisen lähellä oikeata arvoa riskimaksujen osalta. Riskimaksuihin liittyvissä kertoimissa merkittävää on, että niiden ikäriippuvuus on työkyvyttömyyseläkettä lukuunottamatta ratkaisevasti maltillisempaa kuin mitä havaittiin kertamaksutekniikan yhteydessä.

Riskimaksuun liittyvät kertoimet tuovat ikäriippumattoman maksuvapautuskertoimen määrittelyyn lisäongelmia sikäli, että sekä perhe-eläkkeissä että hautasavustuksessa saadut arvot ovat merkitsevästi kertamaksukertoimien tarkastelun yhteydessä saatuja kertoimia matalampia. Työkyvyttömyyseläkkeissä sen sijaan saatu kerroin vastaa kohtuullisen hyvin kertamaksutarkastelun yhteydessä saatua kerrointa.



Kuvio 19. Perhe-eläkeriskimaksun maksuvapautuskerroin



Kuvio 20. Hautausavustusriskimaksun maksuvapautuskerroin

Kuten aikaisemmin on todettu, työkyvyttömyysriskimaksuun liittyvällä maksuvapautusosalla ei ole loogista merkitystä. Mielekästä olisi ehkä ajatella, että riskimaksusta ei perittäisi lainkaan maksuvapautusosaa tai vaihtoehtoisesti osa mitoitettaisiin työkyvyttömyyskerta- ja työkyvyttömyysriskimaksun osalta niin, että ne yhdessä riittävät työkyvyttömyyskertamaksun osalta myönnettäviin maksuvapautuksiin.

Riskimaksuisen vakuutuksen osalta tulee ongelmia tapauksessa, jossa hautausavustusta varten peritään aktiiviaikana vain riskimaksua ja eläkeiässä vastainen hautausavustus kustannetaan kertamaksulla. Työkyvyttömänä vanhuuseläkkeelle siirtyvän henkilön osalta ei tule tässä tilanteessa maksuvapautusta varten perittyä lainkaan vakuutusmaksua.

Tapauksen tarkka käsittely on melko monimutkaista, sillä työkyvyttömäksi tulleen osalta kertamaksun maksuvapautusetu tulee vastaan vain jos työkyvyttömyys jatkuu eläkeikään saakka. Mielekkäämpää olisi ehkä määritellä riskimaksun maksuvapautuskerroin edellä esitetyllä kaavalla (jättämällä kaavasta lausekkeen termit $w-s$ pois) kuitenkin lisäämällä kaavan osoittajaan kertamaksutekniikan mukaisen kaavan osoittaja. Näin saatu kerroin antanee ainakin lähes oikean kertoimen.

2.3 Ikäriippuva maksuvapautusosa

Tarkastellaan vielä maksuvapautusosan kertoimen määräämistä olettamalla, että kunkin ikäluokan maksuvapautusosalla rahoitetaan tämän ikäluokan työkyvyttömyystapauksiin liittyvät maksuvapautusedut.

2.3.1 Kertamaksun ikäriippuva maksuvapautusosa

Ajatellaan työkyvyttömyyden alkavan Z-mallin mukaisesti iässä t intensiteetillä $[1, \text{kaava (13)}]$

$$(43) \quad l_t = \frac{Z(t, e_0)}{e^{-(a_4)t} - \sum_{j=0}^2 \frac{1}{c_j} (Z_j(t, e_0) - Z_j(t, t))}.$$

Oletetaan, että työkyvyttömyys alkaa keskimäärin keskellä vuotta, jolloin maksuvapautusosaa saadaan maksuissa

$(1 - \frac{l_t}{2})m \frac{E}{w - t} A_t$, kun maksuvapautusosan oletetaan olevan luvun m osoittama osuus nettomaksusta. Oletus, että tapaukset sattuvat keskellä vuotta johtaa laskelmissa näkyvään virheeseen eläkeiän lähellä mutta on ilmeisesti keskellä aktiivialuetta järkevä. Tuleviin maksuvapautuskorvauksiin kuuluvien erien pääoma-arvo työkyvyttömyyseläkeläisen osalta on $[1, \text{kaava (15)}, \text{merkitään } \mu_j = -(b_j - c_j)]$

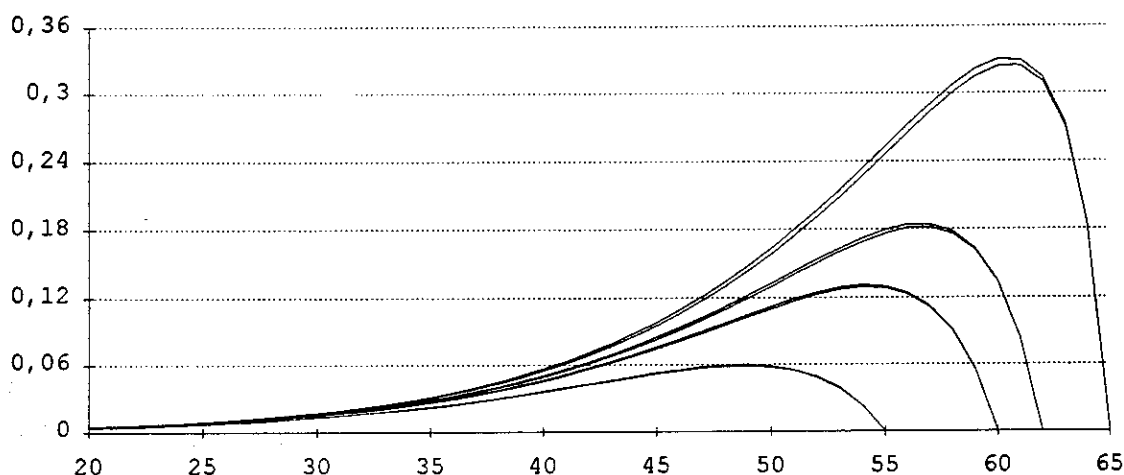
$$(44) \quad \sum_{j=0}^2 \frac{Z_j(t, e_0)}{Z(t, e_0)} \int_0^{w-t} \frac{E}{w - t} A_{t+s} e^{-(\mu_j + \delta)s} ds,$$

jolloin

$$(45) \quad m = \frac{l_t \sum_{j=0}^2 \frac{Z_j(t, e_0)}{Z(t, e_0)} \int_0^{w-t} A_{t+s} e^{-(\mu_j + \delta)s} ds}{(1 - \frac{l_t}{2})A_t}.$$

2.3.2 Kertamaksun ikäriippuvan maksuvapautusosan arvoja

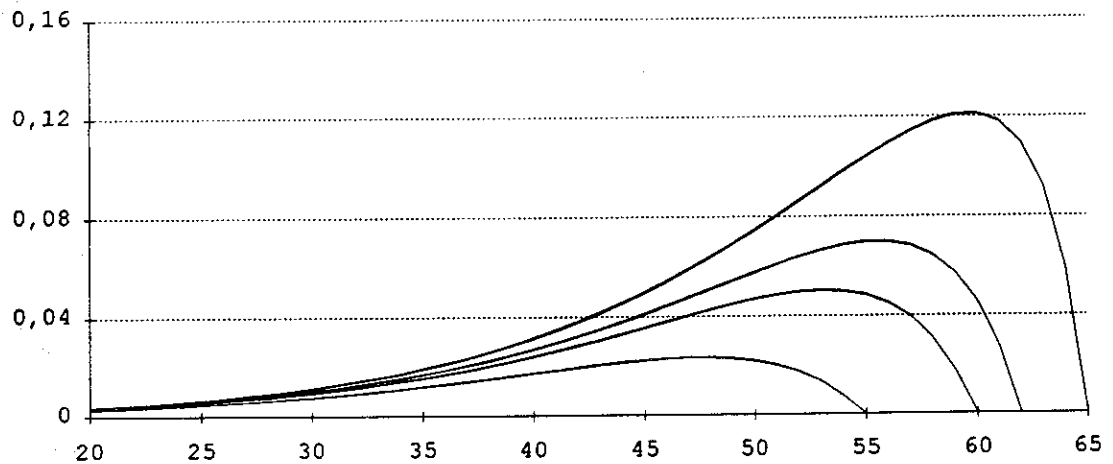
Seuraavassa on esitetty graafisesti kaavan (45) mukaan laskettuja maksuvapautusosan arvoja eri eläkelajien osalta. Kussakin kuviossa on jälleen osittain päällekkäin menneenä 16 kuvaajaa, joiden erottelu toisistaan tapahtuu vastaavasti kuin aikaisemmissa maksuvapautuskuvissa.



Kuvio 21. Vanhuuseläkeosan maksuvapautuskerroin.

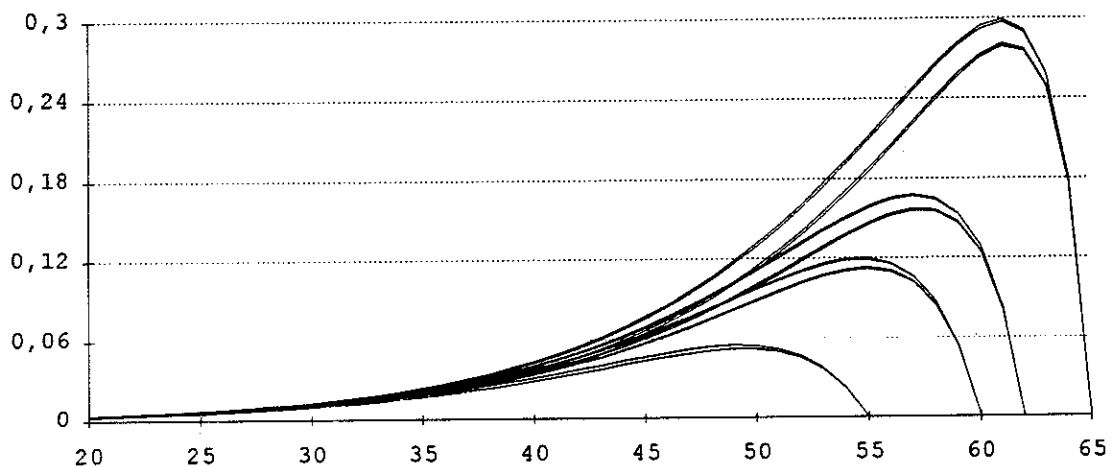
Havaitaan, että maksuvapautusosaan syntyy tällä menettelyllä huomattavasti suurempi ikäriippuvuus kuin aikaisemmin esitetyllä ikäriippumattomalla mutta vakuutukseen tuloiästä riippuvalla menettelyllä. Tämä on luonnollinen seuraus siitä, että kaava (40) tasoittaa kustannuksia nuoremmille ikäluokille kaavan (45) taas kohdisttaessa kunkin ikäluokan riskin suoraan tälle ikäluokalle.

Havaitaan, että maksuvapautusosa on jälleen voimakkaasti myös eläkeiästä riippuva. Vanhuus- ja perhe-eläkkeissä maksuvapautusosa nousee noin 30 prosenttiin nettomaksusta eläkeiällä 65 vuotta kun 60 vuoden eläkeiällä suurimmat arvot asettuvat noin 12 prosenttiin maksusta.



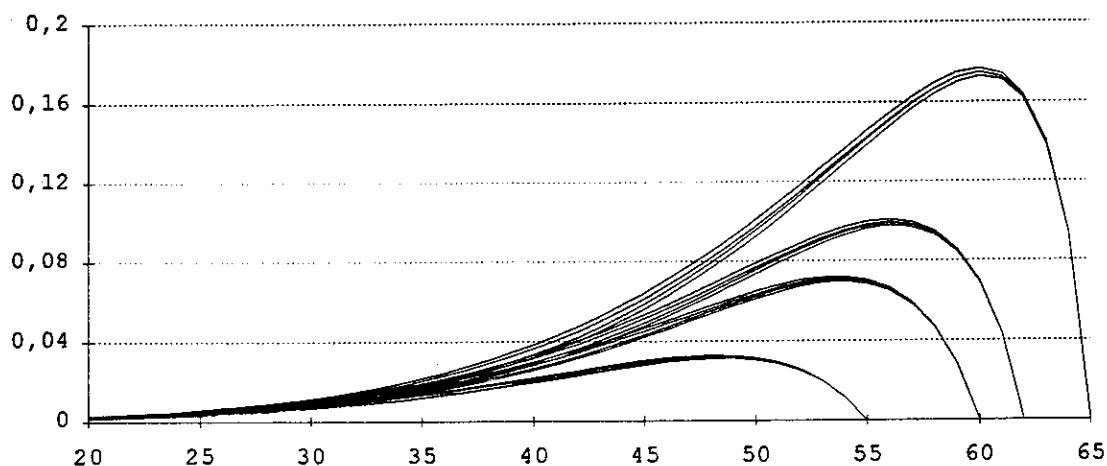
Kuvio 22. Työkyvyttömyyskertamaksun maksuvapautuskerroin.

Yksinkertaisen maksuvapautustekniikan muodostamista vaikeuttaa kuvien perusteella se, että sekä työkyvyttömyyseläkkeissä että haudausavustuksessa maksuvapautusosa on suurimmillaankin ratkaisevasti alhaisempi kuin vanhuus- ja perhe-eläkkeissä. Mikäli pyritään eläkelajista riippumattomaan tekniikkaan tämä joh-



Kuvio 23. Perhe-eläkekertamaksun maksuvapautuskerroin.

taa siis väistämättä huomattavaan epätarkkuuteen eri eläkelajien välillä. Voidaankin perustellusti kysyä, onko eri eläkelajien välillä yhteinen maksuvapautustekniikka lainkaan mahdollinen saatujen tulosten perusteella.



Kuvio 24. Hautausavustuksen kertamaksun maksuvapautuskerroin.

2.3.3 Riskimaksun ikäriippuva maksuvapautusosa

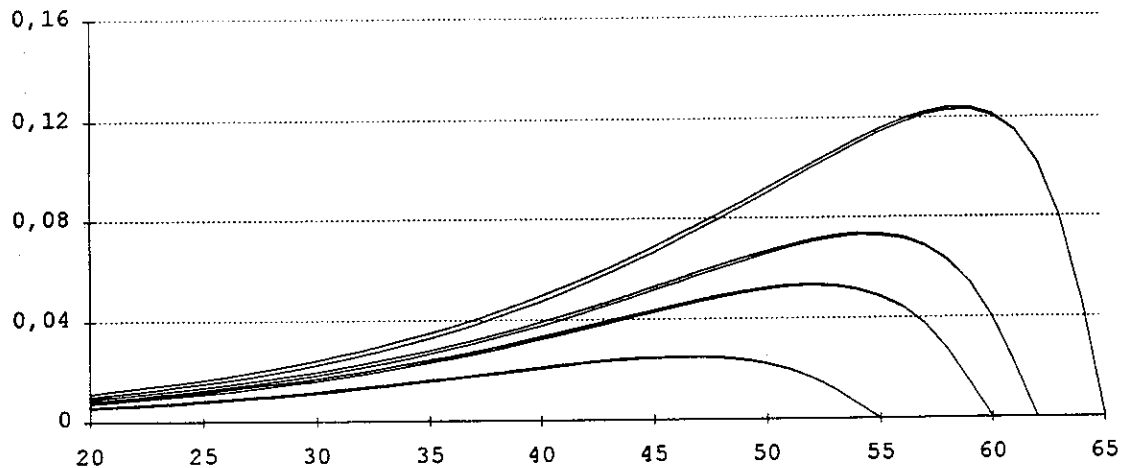
Vastaavasti kuin edellä johdettiin kaava (42) saadaan nyt riskimaksun maksuvapautusosalle kaava

$$(46) \quad m = \frac{l_t \sum_{j=0}^2 \frac{Z_j(t, e_0)}{Z(t, e_0)} \int_0^{w-t} (w-t+s) R_{t+s} e^{-\mu_j + \delta s} ds}{\left(1 - \frac{l_t}{2}\right) (w-t) R_t}.$$

2.3.4 Riskimaksun ikäriippuvan maksuvapautusosan arvoja

Oheisena on esitetty graafisesti kaavan (46) avulla lasketut maksuvapautusosat eri eläkelajeille. Kuvissa esitetyt käyrät erottaa toisistaan samalla tavalla kuin aikaisemmin esitettyjen maksuvapautuskuvien yhteydessä on todettu.

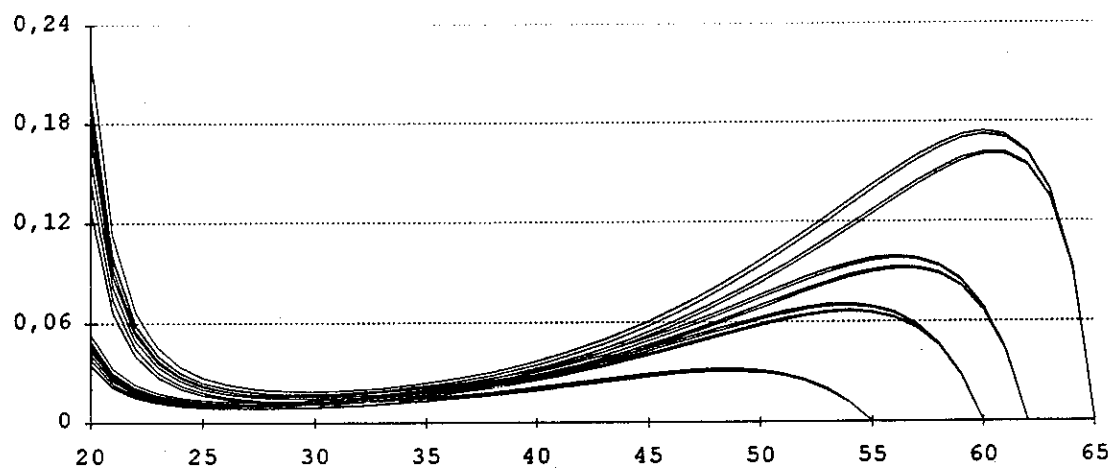
Kuvaajista todetaan, että työkyvyttömyyseläkkeiden ja hautausavustuksen osalta käyrät vastaavat melko tarkasti kertamaksun



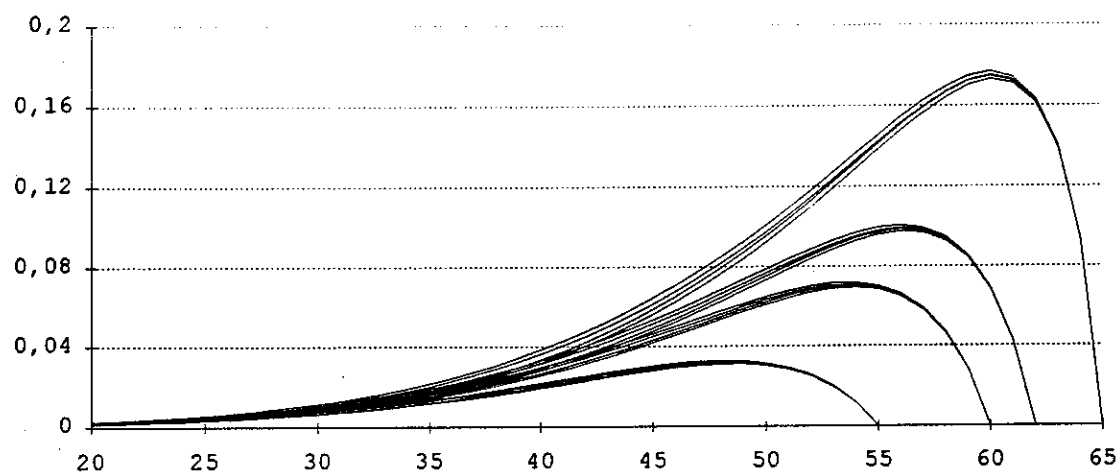
Kuvio 25. Työkyvyttömyysriskimaksun maksuvapautuskerroin.

maksuvapautusosaa. Sen sijaan perhe-eläkkeiden osalta riskimaksuun liittyvä maksuvapautusosa muodostuu huomattavasti alhaisemmaksi kuin vastaava osa kertamaksun yhteydessä. Tämä edelleen lisää vaikeuksia mikäli pyritään luomaan yhteinen maksuvapautustekniikka eri eläkelajeille.

Perhe-eläkkeiden osalta kuvaajat käyttäytyvät erikoisella tavalla alle 25 vuoden ikäisillä. Tämä on ilmeisesti seurausta siitä, että laskennassa käytetty tarkkuus ei riittänyt. Mainitulla ikäalueella saatuja korkeita maksuvapautusosan arvoja ei siis missään nimessä ole syytä käyttää perusteluna maksuvapautusosan korottamiselle tällä ikäalueella.



Kuvio 26. Perhe-eläkeriskimaksun maksuvapautuskerroin.



Kuvio 27. Hautausavustuksen riskimaksun maksuvapautuskerroin.

Lähdeteokset

- [1] TEL:n työkyvyttömyysmalli: Z-pinnan parametrien määrittäminen pinnansovitus tehtävänä, SHV-harjoitustyö, Jaakko Tuomikoski, 1.4.1986
- [2] Henki- ja eläkevakuutuksen vakuutustekniikkaa, Yrjö Turtiainen (toim.), SHY, 1982
- [3] Handbook of Mathematical Functions, Ninth Printing, Milton Abramowitz, Irene A. Stegun, Dover Publications, New York, 1970
- [4] Life Annuities under Makeham's Law, Beda Chan, Scandinavian Actuarial Journal, 1982: 238-240
- [5] Actuarial Mathematics, Bowers, Gerber, Hickman, Jones, Nesbitt, The Society of Actuaries, Itasca, 1986
- [6] Numerical Recipes, The Art of Scientific Computing, Press, Flannery, Teukolsky, Vetterling, Cambridge University Press, Cambridge, 1982

