

SHV-HARJOITUSTYÖ (SUPPEA)

**Vakuutusmäärän vaikutuksesta
ensi- ja jälleenvakuutuksen
hintaan**

Eki Vikman

20. maaliskuuta 2017

Abstract

In insurance underwriting scope of coverage and policy wordings are essential concerning rate making and risk management. Sum insured is a common way to limit policy coverage in P&C insurance since use of sum insured is beneficial for both insurer and insured: Insurer's risk exposure towards large claims will be controlled and accuracy of pricing will be improved when sum insured is used hence lower risk margins in insurance premiums.

Focus of this term paper is to present pricing techniques corresponding to restrictions in policy wordings and changes in scope of coverage. Chapter 2 introduces common insurance agreement practices concerning scope of coverage. In addition policy limits of primary insurance are studied in reinsurance perspective. Chapter 3 gives insights into how pricing would respond to different policy wordings.

In order to model total claim amounts, collective model will be used as mathematical basis for further development. The model will be amended to take account on different scopes of coverages in the cases where sum insured is used to restrict actual claim size. For extension of sum insured, increased limit factor model will be defined using amended model. Increased limit factor model can be further developed to handle policy aggregate limits.

Pricing of non-proportional excess of loss reinsurance will be studied in cases where scope of coverage is different. The cases below require different techniques in order to price excess of loss reinsurance treaty and facultative covers.

Line of business	Claim size	Sum insured
Worker's compensation	not restricted	no
Property insurance	restricted	yes/no
Liability insurance	not restricted	yes

Sisältö

1	Johdanto	3
2	Vakuutusturvan määrällisestä laajuudesta	3
2.1	Ensivakuutus	3
2.1.1	Vakuutusmäärä	4
2.1.2	Täysarvoperiaate	5
2.1.3	Vuosikertymä	6
2.1.4	Tavanomaista laajempi riski	6
2.2	Jälleenvakuutus	7
2.2.1	Excess of loss -jälleenvakuutus	8
3	Vakuutusmäärän vaikutuksesta hinnoitteluun	9
3.1	Kollektiivinen malli	10
3.2	ILF-malli	10
3.3	Vahinkojakauman mallintamisesta	11
3.4	Excess of loss -jälleenvakuutus	12
3.4.1	Työtapaturmavakuutus	14
3.4.2	Omaisuusvakuutus	15
3.4.3	Vastuuvakuutus	16
3.5	Vuosikertymä	17
3.6	XL-recovery	19
4	Lopuksi	20
5	Lähdeluettelo	21

1 Johdanto

Vakuutus sopimuksessa sopijaosapuolet sopivat vakuutusyhtiölle siirrettävästä riskistä ja millä ehdoin vahinko korvataan. Vakuutus sopimus asettaa siten puitteet korvauspiirille, jonka perusteella vakuutukselle lasketaan hinta. Tässä työssä käsitellään vahinkovakuutuksessa käytettyjä tekniikoita erilaisten korvauspiirien korvausmenon mallintamiseen sekä ensi- että jälleenvakuutuksen hinnoitteluun.

Kappale 2 esittelee tyypillisimpiä vakuutus sopimustekniikassa käytettyjä vahingon määrää rajoittavia seikkoja ja vakuutus alalla vakiintuneita käytäntöjä. Työssä keskitytään ennen kaikkea vakuutus määrän rajaaman korvauspiirin tarkasteluun. Jälleenvakuutuksen osalta asiaa käsitellään kappaleessa 2.2. Kappaleessa keskitytään ei-suhteellisen excess of loss - jälleenvakuutuksen vakuutustekniikkaan, sillä vakuutus määrän suhde excess of loss - jälleenvakuutukseen on keskeinen. Kappaleessa 3 pureudutaan kappaleen asettamien rajoitusten vaikutuksiin vahinkomenon matemaattisessa mallintamisessa ja hinnoittelussa.

Vahinkomenoa mallinnetaan kollektiivisella mallilla, jota laajentamalla voidaan määritellä *ILF*-kerroin, jolla voidaan ottaa huomioon vakuutus määrien ja vuosikertymän vaikutuksia ensivakuutuksen hinnoittelussa. Jälleenvakuutuksen osalta esitellään excess of loss - jälleenvakuutuksen hinnoittelutekniikoita vakuutuslajeissa, joissa vahingon koko ja vakuutus määrä käyttäytyvät eri tavalla:

Vakuutuslaji	Vahingon koko	Vakuutusmäärä
Työtapaturmavakuutus	ei rajattu	ei
Omaisuusvakuutus	rajattu	kyllä/ei
Vastuuvakuutus	ei rajattu	kyllä

2 Vakuutusturvan määrällisestä laajuudesta

Tämän luvun osalta tarkastelemme erilaisia tekniikoita korvauspiirin määrälliseksi rajaamiseksi, muuttamiseksi tai siirtämiseksi ensivakuutus- ja jälleenvakuutustoiminnassa.

2.1 Ensivakuutus

Riskienhallinnan kannalta vakuutusyhtiön on järkevä asettaa yläraja vakuutuksen korvausmäärälle. Vakuutusyhtiö pystyy tällöin luotettavammin

hinnoittelemaan vakuutuksen sekä altistuminen suurvahingoille on hallittua. Jälleenvakuutuksen hankkiminen on myös halvempaa (tai ylipäänsä mahdollista), kun yhtiöllä on asianmukainen kontrolli riskiprofilistaan. Luotettava hinnoittelu on edullista myös vakuutuksenottajalle, sillä vakuutusyhtiön ei tarvitse kuormittaa vakuutusmaksua niin suurella riskilisällä.

2.1.1 Vakuutusmäärä

Omaisuuksia vakuutettaessa vakuutuskohteelle sovitaan yleensä etukäteen arvo, niin sanottu vakuutusmäärä. Korvauksen perustana on tällöin jälleenhankinta-arvo tai päivänarvo. Omaisuuksien jälleenhankinta-arvo vastaa sitä rahamäärää, jolla voidaan hankkia vastaava menetetty omaisuus. Ehtona jälleenhankinta-arvon korvaamiselle on, että omaisuus todella korvataan uudella tai korjataan. Mikäli näin ei tapahdu, maksetaan vahingonkärsineelle päivänarvon mukainen korvaus. Tämä vastaa määrää, jolla vastaavanlainen omaisuus olisi hankittavissa. [RP]

Vakuutusyhtiö rajoittaa vakuutus sopimuksella korvauspiiriä myös vakuutuslajeissa, joissa vakuutettavan kohteen arvon määrittäminen on vaikeaa tai ennalta valittu liian korkea vakuutusmäärä voisi johtaa moraalikatsoon. Esimerkiksi vastuuvakuutuksessa käytetään vakioituja vakuutusmääriä, sillä toiselle aiheutuvan vahingon suuruutta on lähes mahdotonta määrittää ennalta. Lisäksi esimerkiksi keskeytysvakuutuksessa keskeytysvahingosta korvattavat katteenmenetykset ja muut kustannukset ovat rajoitettu vastuujalla, sillä molempien osapuolien kannalta on tavoiteltavaa, että keskeytynyt toiminta saadaan mahdollisimman nopeasti takaisin normaaliin tilaan. Standardoidut vakuutusmäärät ja vastuujat ovat määritetty siten, että tavanomaiselle vakuutetulle vakuutusturva on riittävä.

Vakuutus sopimuslain (VSL) perusteella vakuutuksenantaja ei ole velvollinen korvaamaan enempää kuin vahingon peittämiseksi tarvittavan määrän. Mikäli vakuutusmäärä ylittää merkittävästi vakuutetun omaisuuden tai etuuden oikean arvon, on omaisuus tai etuus ylivakuutettu (VSL 57 §). Vastaavasti omaisuus tai etuus on alivakuutettu, jos vakuutusmäärä on merkittävästi omaisuuden tai etuuden oikeaa arvoa pienempi. Vakuutusehdoissa voidaan sopia, että vakuutuksenantaja on velvollinen korvaamaan alivakuutetulle omaisuudelle tai etuudelle sattuneen vakuutustapahtuman johdosta vain niin suuren osan vahingosta kuin vakuutusmäärän ja omaisuuden tai etuuden välinen suhde osoittaa. Jos kuitenkin vakuutusmäärä olennaisesti perustuu vakuutuksenantajan tai sen edustajan antamaan arvioon, korvaus

on suoritettava vahingon määräisenä, kuitenkin enintään vakuutusmäärän mukaisena (VSL 58 §). Vakuutusyhtiö on kuitenkin velvollinen korvaamaan kohtuulliset vakuutusmäärän ylittävät kustannukset VSL 32 §:ssä tarkoitettua pelastamisvelvollisuuden täyttämistä (VSL 61 §).

Vakuutuksessa voi olla myös määriteltynä erilaisia vakuutusmääriä eri riskeille. Esimerkiksi toiminnanvastuuvakuutuksessa voi olla erilliset vakuutusmäärät esinevahingolle ja henkilövahingolle. Etenkin henkilövahingon osalta on paljon merkitystä määrittääkö vakuutusmäärä vahinkotapahtumalle vai yksittäiselle henkilövahingolle. Yleensä määritelmä on vahinkotapahtumakohtainen. Huomattavaa on, että määritelmän muuttaminen vaikuttaa henkilövahingon vahinkojakaumaan.

Lakisääteisissä vakuutuslajeissa työtapaturmavakuutus, potilasvakuutus ja liikennevakuutus (henkilö)vahingon määrää ei rajata vakuutusmäärällä. Tämä asettaa ainakin teoreettisen määrättömän vahingonvaaran mahdollisuuden. Näitä vakuutuslajeja harjoittavat yhtiöt tekevät vahinkotilastoyhteistyötä, jolloin kaikilla yhtiöillä on käytössä koko markkina pohjautuvia tietoja muun muassa suurvahingoista ja kuolevuustilastoista. Tällöin yhtiöt pystyvät hinnoittelemaan vakuutukset mahdollisimman suurella tarkkuudella, jolloin vakuutuksien maksua ei tarvitse kuormittaa tarpeettoman suurella riskillisällä.

2.1.2 Täysarvoperiaate

Mikäli vakuutettavan kohteen arvo on tarkasti arvioitavissa, voi yhtiö vakuuttaa vakuutettavan edun myös täysarvoperiaatteella. Tällöin vakuutuksessa ei sovita etukäteen vakuutusmäärää. Vakuutusyhtiö pystyy kuitenkin käsittelemään riskiä portfoliotasolla kuten jälleenhankinta-arvon tai päivänarvon tapauksessa, koska yhtiö voi luotettavasti hallita kokonaisriskiä tarkan arvonmäärityksen johdosta.

Esimerkiksi ajoneuvon kaskovakuutuksessa käytetään täysarvoperiaatetta. Lunastettavasta ajoneuvosta korvataan tällöin ennen vahinkotapahtumaa oleva käypä arvo. Asiakkaan kannalta täysarvoperiaate on hyvä asia, sillä vakuutettu etu ei ole tällöin ali- eikä ylivakuutettu. Vakuutuskorvauksen saaja saa tällöin korvaustilanteessa riittävän korvauksen eikä vakuutuksenottaja maksa vakuutuksesta enemmän, kuin on tarpeen.

2.1.3 Vuosikertymä

Vastuuvakuutuksessa on myös mahdollista sopia vakuutuskausikohtaisesta enimmäiskorvausmäärästä, jota kutsutaan vuosikertymäksi (ns. aggregate). Vuosikertymä on yleensä jokin vakuutusmäärän monikerta. Vakuutuksesta on tällöin mahdollista maksaa yhdessä kaudessa enintään vuosikertymän verran enintään vakuutusmäärän suuruisia vahinkoja. Vakuutusyhtiö suojautuu vuosikertymällä arvaamattomilta vahinkojen lukumäärien kasautumilta. Toisaalta vuosikertymä kannustaa vakuutuksenottajaa huolellisuuteen. Esimerkiksi oikeusturvavakuutuksessa vuosikertymä on yleensä kaksi kertaa vakuutusmäärä.

2.1.4 Tavanomaista laajempi riski

Etenkin suurempien yritysten vakuuttamisessa yrityksellä on tarve vakuuttaa riskejä, jotka ovat laajempia kuin tavanomainen vakuutusturva kattaa. Vakuutusmäärän laajentaminen tulee kysymykseen etenkin vastuuvakuutuksessa, jossa standardoidut vakuutusmäärät eivät tavanomaista laajemmassa toiminnassa riitä yrityksen vahingonvaaran kattamiseen. Esimerkiksi yritys voi aloittaa uuden tuotteen valmistuksen laajalla jakelulla, mitä varten yritys tarvitsee tavallista kattavamman tuotevastuuvakuutuksen.

Omaisuusvakuutuksessa vakuutusmäärä on olennainen hinnoittelutekijä, joten vastaavaa ongelmaa ei ole, koska vakuutusmäärä vastaa koko riskialtistumaa. Tällöin myös tilastoaineistoa erilaisista kohteista on kattavasti. Erityisen suurien tai käytöltään erikoisien rakennuksien ja tuotantolaitoksien hinnan määrittäminen on kuitenkin haastavaa, sillä vastaavien laitoksien riskistä ei ole välttämättä ollenkaan tilastoaineistoa.

Vakuutusmäärän hintavaikutus on huomioitu myös vastuuvakuutuksen tariffissa mutta hintavaikutuksen arvioiminen voi olla haastavaa, sillä suurimmalle osalle asiakkaista riittää standardoitu vakuutusmäärä, jolloin suurten vakuutusmäärien osalta tilastoaineisto jää suhteellisen pieneksi. Toisaalta vakuutusmäärän muuttaminen ei vaikuta vahingon koon jakaumaan; ainoastaan korvattavan vahingon enimmäismäärä muuttuu. Vakuutusmäärän vaikutusta hintaan tutkitaan kappaleessa 3.2

2.2 Jälleenvakuutus

Vakuutusyhtiön hallituksen valitsema strategia yhdessä omistajien odotuksien sekä johdon toiminnan kanssa muodostavat pohjan yhtiön riskinsietokyvylle. Yhdessä yhtiön vakavaraisuuden ja vakavaraisuussäännöksiensä kanssa tämä asettaa raamit yhtiön kirjoittamien riskien laadulle ja suuruudelle sekä määrittää miten suuren osan riskistä yhtiö pystyy tai haluaa kantaa [SWE]. Vakuutusyhtiö joutuu tutkimaan riskienhallintaa järjestäessään riskinkantokykyään myös yksittäisten suurvahinkojen ja suurten keskittymäriskien varalta.

Suurten riskien osalta yhtiön ei ole järkevä pitää koko riskiä itsellään, sillä yhtiö joutuu sitomaan omaa pääomaa kattamaan riskiä vastaavat vakavaraisuuspääomavaatimukset. Myös realisoituessaan riskillä voi olla merkittävä vaikutus yhtiön tulokseen tai jopa yhtiön toimintaedellytyksiin. Jälleenvakuutuksen avulla vakuutusyhtiö pystyy hallitsemaan altistumistaan vakuutusriskille etenkin suurten riskien osalta.

Ensivakuuttaja voi siirtää osan riskistään jälleenvakuutuksen avulla jälleenvakuutusyhtiön kannettavaksi, jos yhtiö pitää riskiä liian suurena. Jälleenvakuutuksen ottaminen voi tulla myös kysymykseen esimerkiksi, jos yhtiö aikoo laajentaa toimintaansa vieraalle vakuutusmarkkinalle, jolloin jälleenvakuuttajan turvaama vakuutustoiminta ja mahdollinen tuntemus erityisistä riskeistä asettaa turvallisen alustan harjoittaa uutta liiketoimintaa. Vakuutusyhtiö optimoi jälleenvakuutusuojansa siten, että jälleenvakuutusuojan laajuus sopii yhtiön riskienhallintastrategiaan, on järkevän hintainen ja alentaa vakavaraisuuspääomavaatimuksia sopivassa suhteessa.

Jälleenvakuutukset voidaan jakaa karkeasti suhteellisiin ja ei-suhteellisiin (ns. proportionaalisiin ja non-proportionaalisiin) jälleenvakuutusuojiin. Suhteellisessa jälleenvakuutuksessa ensivakuuttaja jakaa osan vakuutusliikkeestään jälleenvakuuttajan kanssa. Tällöin yksinkertaisimmillaan vakuutusmaksu ja vahingonkorvaukset jaetaan sovitun suhdeluvun mukaan yhtiöiden kesken. Ei-suhteellisessa jälleenvakuutuksessa siirron kohteena on vain vahinkomäärä. Tämän työn osalta keskitytään ei-suhteelliseen excess of loss (XL) -jälleenvakuutukseen, sillä vakuutusmäärä on keskeisin XL-suojan hintaan vaikuttava seikka.

2.2.1 Excess of loss -jälleenvakuutus

Excess of Loss -suojassa jälleenvakuuttaja korvaa vahingosta ensivakuuttajan kanssa sovitun omapidätyksen (retention, xs-piste) ylittävän osan sopimuslimiittiin asti (excess of loss limit). Esimerkiksi suoja korkeintaan 50M€ vahingoille omapidätyksellä 10M€ merkitään 40M€ xs 10M€. Lisäksi osapuolet voivat sopia määrästä, jonka jälleenvakuuttaja enintään korvaa XL-suojasta (XL recovery).

Yleinen tapa on muodostaa jälleenvakuutusohjelma XL-kerroksista, missä suoja rakentuu yhdestä tai useasta päällekkäisestä XL-kerroksesta. Jälleenvakuutusuoja on tällöin helpommin saatavissa, kun jälleenvakuutettavat osuudet voidaan sopia sopivan kokoisiksi. Lisäksi ensivakuuttajan altistuma vastapuoliriskille vähenee, kun jälleenvakuutettavia osuuksia voi jakaa useamman jälleenvakuuttajan kesken. Ensimmäisestä suojakerroksesta korvataan siten omapidätyksen ylittävä osa ensimmäisen kerroksen limiittiin asti. Seuraavien kerroksien xs-pisteet asetetaan edellisten kerroksien limiitin ja xs-pisteen summan tasolle, jolloin XL-kerroksista saadaan ketju aina jälleenvakuutusohjelman limiittiin asti.

Yksittäisten suurvahinkojen vahingonvaaran arvioinnissa avainasemassa on yhtiön riskiprofiili – ennen kaikkea vakuutusyhtiön kirjoittamat vakuutusmäärät. Omaisuutta vakuutettaessa ensivakuuttaja arvioi vahingon enimmäismäärän (estimated maximum loss, EML), joka voi olla alle vakuutusmäärän, sillä etenkin suurempia kohteita vakuutettaessa on äärimmäisen epätodennäköistä, että vahinko tuhoaisi vakuutetun kohteen kokonaisuudessaan esimerkiksi sprinklauksen tai paloa rajoittavan rakentamisen ansiosta.

Vakuutusmäärä ei ole ainoa XL-jälleenvakuutuksesta korvattavan vahingon koon määrittävä seikka. On tärkeä määritellä koskeeko excess of loss -suojaus yksittäistä riskiä (Excess of Loss Cover any one risk) vai vahinkotapahtumaa (Excess of Loss Cover any one occurrence). Suojauksella on erityisen paljon vaikutusta ensivakuuttajan laskemiin kohteiden EML-arvioihin vahinkokumuulin johdosta. Mikäli ensivakuuttaja ei ole osannut yhdistää yksittäisiä riskejä yhdeksi riskikohteeksi esimerkiksi vakuutettaessa kiinteistöjä samassa korttelissa, jälleenvakuutusyhtiö ei pysty hinnoittelemaan jälleenvakuutuksen hintaa oikein. Tilannetta kutsutaan EML-erehdykseksi (EML error).

Esimerkiksi vakuutusyhtiö on vakuuttanut samasta korttelista kaksi rakennusta. Korttelissa syttyi palo, jossa rakennus 1 paloi korjauskel-

vottomaksi vakuutusmääränä 9M€ ja toinen rakennus 2 kärsi mittavia vahinkoja 4M€ edestä. Vakuutusyhtiö on sopinut jälleenvakuuttajien kanssa XL any one occurrence -jälleenvakuutusohjelmasta, jossa on kolme XL-kerrosta, joka korvaisi yksittäisestä vahinkotapahtumasta 35M€ asti pois lukien omapidätys 5M€. Jos ensivakuuttaja ei ole yhdistänyt kohteita yhdeksi riskikohteeksi raportoidessaan jälleenvakuuttajalle tietoja yhtiön riskiprofilista, olisi jälleenvakuuttaja alimitoittanut ensimmäisen ja toisen XL-kerroksen jälleenvakuutusmaksun.

XL any one risk		XL any one occurrence	
0	0	0	3. kerros (10M€ xs 15M€)
0	0	3M€	2. kerros (5M€ xs 10M€)
4M€	0	5M€	1. kerros (5M€ xs 5M€)
5M€	4M€	5M€	Omapidätys 5M€
Rakennus 1	Rakennus 2	Rakennus 1 & 2	

Ei-suhteellisessa jälleenvakuutuksessa ensivakuuttaja voi sopia jälleenvakuuttajan kanssa automaattisesta jälleenvakuutuksesta (reinsurance treaty), jossa osapuolet sopivat jälleenvakuutettavasta riskistä. Jälleenvakuutus suojaa siten automaattisesti kaikkia yhtiön kirjoittamia vakuutuksia jälleenvakuutuksen sopimusehtojen puitteissa. Mikäli ensivakuutusyhtiö aikoo vakuuttaa riskejä, jotka eivät sisälly automaattisen jälleenvakuutuksen korvauspiiriin tai ylittävät XL-limiitin, voi yhtiö hankkia yksittäistä riskiä varten fakultatiivisen suojan jälleenvakuutusmarkkinoilta.

3 Vakuutusmäärän vaikutuksesta hinnoitteluun

Korvauspiirin rajoittaminen tai laajentaminen muuttaa riskiä ja vaikuttaa siten vakuutuksen hintaan. Tarkastelemme kappaleessa matemaattisesti miten erilaiset korvauspiiriä rajaavat lausekkeet vaikuttavat vakuutuksen riskimaksuun. Erityisesti kappaleen 2.1.4 problematiikkaa korvauspiirin muuttamisesta selvitetään matemaattisesti. Lopuksi tarkastellaan miten eri vakuutuslajeille ominaiset korvauspiirit vaikuttavat XL-suojan hinnoitteluun jälleenvakuutusyhtiön näkökulmasta.

3.1 Kollektiivinen malli

Mallinamme kokonaisvahinkomäärää kollektiivisella mallilla

$$S = \sum_{n=1}^N X_n, \quad (1)$$

jossa lukumäärämuuttuja N on vahinkojen lukumäärä ja riippumattomat satunnaismuuttujat $\{X_n : n \in \mathbb{N}\}$ ovat vahingon koot todennäköisyysavaruudella $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, jossa

$$N : \Omega \rightarrow \mathbb{N} \text{ ja } X_n : \Omega \rightarrow \mathbb{R}_+.$$

Lisäksi $\mathbb{P}[X_n \leq x] = F(x)$, kaikilla n .

Merkitään vakuutusriskille, jossa on vakuutusmäärä v , kokonaisvahinkomäärä

$$S(v) := \sum_{n=1}^N \min(X_n; v). \quad (2)$$

Tällöin riskimaksu on Waldin yhtälön perusteella

$$\mathbb{E}[S(v)] = \mathbb{E}[N]\mathbb{E}[\min(X; v)] = \mathbb{E}[N] \left(\int_0^v x dF(x) + v(1 - F(v)) \right). \quad (3)$$

3.2 ILF-malli

ILF-kertoimella (Increased limit factor) [MIC], [WGW] voidaan laskea korotetun vakuutusmäärän v vaikutus alkuperäisen vakuutuksen hintaan vakuutusmäärällä v_0 kertomalla alkuperäistä hintaa *ILF*-kertoimella. *ILF*-malli koostuu *ILF*-kertoimista eri vakuutusmäärille, ja on yleinen etenkin vastuuvakuutuksessa. Menetelmä sopii myös muihin vakuutuslajeihin, joissa vakuutusmäärän muuttaminen ei vaikuta vahingon koon jakaumaan.

$$\begin{aligned} ILF_{v_0}(v) &:= \mathbb{E}[S(v)] / \mathbb{E}[S(v_0)] \\ &\stackrel{3}{=} \mathbb{E}[\min(X; v)] / \mathbb{E}[\min(X; v_0)], \\ &= \left(\int_0^v x dF(x) + v(1 - F(v)) \right) / \left(\int_0^{v_0} x dF(x) + v_0(1 - F(v_0)) \right), \end{aligned} \quad (4)$$

kun $v > v_0$.

Suoraan nähdään, että ILF-malli on riippumaton frekvenssimuuttujasta N .

ILF-mallin yhteys vahinkojakaumaan F voidaan todeta seuraavasti:

$$\begin{aligned} \frac{\partial ILF_{v_0}(v)}{\partial v} &= \left(v \frac{\partial F(v)}{\partial v} + 1 - F(v) - v \frac{\partial F(v)}{\partial v} \right) / \mathbb{E}[\min(X; v_0)] \\ &\Leftrightarrow 1 - F(v) = \mathbb{E}[\min(X; v_0)] \frac{\partial ILF_{v_0}(v)}{\partial v} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial F(v)}{\partial v} = -\mathbb{E}[\min(X; v_0)] \frac{\partial^2 ILF_{v_0}(v)}{\partial v^2} \quad (6)$$

ILF-mallin yleisiä ominaisuuksia:

- $$\left[\begin{array}{l} (i) \quad ILF_{v_0} \text{ on kasvava kaavan 5 perusteella} \\ \text{ja } ILF_{v_0}(v) \xrightarrow{v \rightarrow \infty} M \in \mathbb{R}_+, \\ \text{koska } \mathbb{E}[S] < \infty. \\ \\ (ii) \quad F \text{ on monotonisesti kasvava} \\ \xrightarrow{5} \frac{\partial}{\partial v} ILF_{v_0} \text{ on monotonisesti laskeva.} \\ \\ (iii) \quad \frac{\partial^2}{\partial v^2} ILF_{v_0}(v) \leq 0, \text{ kaikilla } v \\ \xrightarrow{(i)(ii)} ILF_{v_0} \text{ on aidosti kasvava.} \end{array} \right.$$

Tällöin kiinteä korotus vakuutusmäärään johtaisi jatkuvasti pienempään riskimaksun korotukseen vakuutusmäärän kasvaessa.

ILF -mallin etuna on, että mallia ei tarvitse päivittää inflaation tai valuuttakurssien muutoksien johdosta, kunhan inflaatio huomioidaan alkupe räisen riskimaksun laskennassa. Hintatason muutokset vaikuttavat tällöin suhteellisesti ILF -mallilla laskettuihin laajemman korvauspiirin hintoihin.

3.3 Vahinkojakauman mallintamisesta

Mikäli vahinkoaineistoa on riittävästi, vahinkofrekvenssin ja vahinkojakauman määrittäminen on mahdollista esimerkiksi empiiristä jakaumaa käyttäen. Etenkin vakuutuslajeissa, joissa suurvahingot ovat pääasiassa mitättömiä, empiirinen jakauma on käyttökelpoinen. Empiirisen vahinkojakauman heikkous on, että etenkin suurempien vahinkojen ja poikkeuksellisten

vahinkokasautumien osalta vahinkoaineisto jää harvaksi.

Yleensä parempi tapa on käyttää analyttistä mallinnusta, jossa saadaan huomioitua paremmin suurvahinkojen vaikutus vahinkojakaumasovitteen johdosta. Lisäksi tulisi noudattaa riskialtistumiin perustuvaa mallinnusta, jossa pyritään ottamaan huomioon nykyinen riskialtistuma eikä vain historiaan perustuvaa profilia.

Tehtäessä estimointia vahinkojakaumista, vahinkoaineiston vahinkojen tulee olla vertailukelpoisia nykyarvossa yli vakuutuskausien. Riippuen vakuutuslajin luonteesta, arvioidaan jätetäänkö tuoreimpia sattuneita vahinkoja analyysin ulkopuolelle. Mikäli vahinkoaineistossa on mukana vielä avoimia vahinkoja, on harkittava miltä osin keskeneräisiä vahinkoja tulisi käyttää estimoinnissa: Jätetäänkö avoin vahinko huomiotta, käytetäänkö mahdollista vahinkokohtaista varausta vai arvioidaanko lopullinen korvausmeno esimerkiksi varauslaskennassa käytettävillä kehityskertoimilla.

Vastuuvakuutuksessa suurvahingot saattavat olla myös katkaistuja vakuutusmäärällä vahinkoaineistossa, jolloin vahingon todellinen koko näytetään aineistossa alimitoitettuna. Vakuutusmäärien tuntumaan kasautuvat katkaistujen vahinkojen klusterit heikentävät lisäksi mallin yleistä istuvuutta merkittävästi. Vakuutusmäärällä katkaistujen suurvahinkojen todelliset arvot on korjattava manuaalisesti arvioimalla vahingonkäsittelyaineistosta vahingon todellista kokoa. Jos vahingon koon määrittäminen ei onnistu manuaalisesti, katkaistujen vahinkojen todellista kokoa voi estimoida esimerkiksi simulaatiopohjaisilla tilastollisilla menetelmillä.

3.4 Excess of loss -jälleenvakuutus

Automaattisen XL-jälleenvakuutus sopimuksen hinnoittelussa jälleenvakuuttaja saa ensivakuuttajalta tietoja jälleenvakuutettavan portfolion vakuutusmaksuista, suurista vahingoista ja riskiprofilista, joiden perusteella jälleenvakuutusyhtiö määrittää jälleenvakuutukselle hinnan. Automaattisen XL-suojan hintaan vaikuttavat ainoastaan vakuutukset, joiden vakuutusmäärä ylittää XL-kerroksen x_s -pisteen, koska x_s -pisteen alle jäävät vakuutusmäärät eivät aiheuta jälleenvakuutuksesta korvattavaa vahinkoa. Kappaleessa seurataan lähteissä [BER], [CLA], [MF] ja [RIE] esitettyjä menetelmiä.

Yleinen tekniikka XL-jälleenvakuutus sopimuksen hinnoittelussa on määrittää riskeille $i \in I$ vahinkoeliminointisuhteet r_i , missä vahinko $X_{in} \sim F_i$. Jälleenvakuutusyhtiö pystyy vahinkoeliminointisuhteiden avulla hinnoittamaan rajattoman XL-sopimuksen omapidätyksellä L ilman sopimuslimiittiä ($h(S; L, \infty)$) suoraan ensivakuutuksen riskimaksusta, jos ensivakuutusmaksun taso on asianmukainen.

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[h(S; L, \infty)] &= \mathbb{E} \left[\sum_{i=1}^I \sum_{n=1}^{N_i} \max(X_{in} - L, 0) \right] \\ &= \sum_{i=1}^I \frac{\mathbb{E}[N_i] \mathbb{E}[\max(X_i - L, 0)]}{\mathbb{E}[N_i] \mathbb{E}[X_i]} \mathbb{E}[S_i] \\ &= \sum_{i=1}^I \frac{\mathbb{E}[N_i] \mathbb{E}[X_i - \min(X_i, L)]}{\mathbb{E}[N_i] \mathbb{E}[X_i]} \mathbb{E}[S_i] \\ &= \sum_{i=1}^I (1 - r_i(L)) \mathbb{E}[S_i], \end{aligned}$$

jossa

$$r_i(L) := \mathbb{E}[\min(X_i, L)] / \mathbb{E}[X_i] = \frac{\int_0^L (1 - F_i(x)) dx}{\int_0^\infty (1 - F_i(x)) dx}.$$

Käyttökelpoinen tapa on koostaa homogeenisille riskiluokille omat vahinkoeliminointifunktiot $r(L)$, joita jälleenvakuuttaja voi käyttää erilaisten portfolioiden hinnoittelussa. Vahinkoeliminointisuhteet r_i on poimittu tässä työssä esimerkiksi Loydsin taulukoista, joissa vahinkoeliminointisuhteen laskenta perustuu jälleenvakuutetun osuuden suhteeseen kokonaisvakuutusmäärästä [NCJ].

Esimerkiksi homogeenisen vastuuvakuutusportfolion automaattisen XL-suojan (omapidätyksellä $L=10\text{M}\text{€}$ ilman limiittiä) jälleenvakuuttaja kerää omapidätysrajan ylittävät riskit ja laskee XL-suojan riskimaksun näiden perusteella.

Riski i	Vakuutusmäärä v_i	Riskimaksu $\mathbb{E}[S_i]$	Eliminointisuhte $r_i(L)$	XL-riskimaksu $\mathbb{E}[h(S_i; L, \infty)]$
1. Toiminnanvastuu	50 M€	400 000€	65.5%	138 000€
2. Toiminnanvastuu	20 M€	100 000€	82.7%	17 300€
3. Toiminnanvastuu	20 M€	150 000€	82.7%	25 950€
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Fakultatiivisen riskin osalta jälleenvakuuttaja voi käyttää vastaavia vahinkoeliminointisuhteita. Verrattuna automaattiseen XL-suojaan, jälleenvakuuttaja painottaa fakultatiivisen XL-suojan riskimaksua suuremmalla riskilisällä, koska fakultatiivinen suoja on volatiilimpi automaattiseen suojaan verrattuna. Lisäksi fakultatiivisen XL-suojan kulukuormitus on yleensä korkeampi.

Excess of loss -sopimuskerroksen U xs. L riskimaksu lasketaan kahden limiitittömän XL-suojan avulla:

$$\mathbb{E}[h(S; L, U)] = \mathbb{E}[h(S; L, \infty)] - \mathbb{E}[h(S; L + U, \infty)] \quad (7)$$

XL-sopimus U xs. L on mahdollista hinnoitella myös ILF-kertoimia käyttäen suhteutettuna standardivakuutusmäärällä v_0 rajoitettuun korvausmenon $S(v_0)$ odotusarvoon:

$$\frac{\mathbb{E}[h(S; L, U)]}{\mathbb{E}[S(v_0)]} = \frac{ILF_{v_0}(L + U) - ILF_{v_0}(L)}{\mathbb{E}[S(v_0)]}$$

3.4.1 Työtaturmavakuutus

Vahingonkärsijän osalta työtaturmavakuutuksessa vahingon kokoa ei ole rajoitettu, mutta ensi- ja jälleenvakuuttajan kannalta korvattavalla vahingolla on ylärajana suurvahinkoraja 75M€, sillä suurvahinkorajan ylittävältä osalta vahinko korvataan jakojärjestelmästä (Työtaturma- ja ammattitautilaki 459/2015 §231). Kokonaisvahingon mallintamiseen soveltuu siten kollektiivinen malli 1 ja suurvahinkorajan alittavalta osalta malli 3.

Esimerkiksi Yhdysvalloissa työtaturmavakuutuksen korvausmäärää ei ole rajoitettu. Tällöin excess of loss -jälleenvakuutuksen hinnoittelussa jälleenvakuuttaja voi käyttää esimerkiksi NCCI:n (National Council on Compensation Insurance) julkaisemia riskiluokakohtaisia excess loss -kertoimia (ELF) tai määrittää omat ELF-kertoimet, millä voi johtaa XL-sopimuksen riskimaksun $\mathbb{E}[h(S; L, \infty)]$ ensivakuutuksen riskimaksusta [GIL], [CLA]:

$$\mathbb{E}[h(S; L, \infty)] = \mathbb{E}[S]ELF_L, \text{ jossa}$$

$$ELF_L := \frac{\mathbb{E}[S] - \mathbb{E}[S(L)]}{\mathbb{E}[S]}.$$

Excess of loss -sopimuskerroksen U xs. L riskimaksu $\mathbb{E}[h(S; L, U)]$ saadaan kaavan 7 avulla. ELF -kertoimia käyttäen

$$\frac{\mathbb{E}[h(S; L, U)]}{\mathbb{E}[S]} = ELF_L - ELF_{L+U}$$

3.4.2 Omaisuusvakuutus

Omaisuusvakuutuksessa vahinkoeliminointisuhteen r_i laskemista voidaan yksinkertaistaa edellisestä hieman: Normalisoimalla vahinkomuuttuja X_i vakuutusmäärällä v_i saadaan käyttökelpoisempi satunnaismuuttuja, vahinkoaste $Y_i = X_i/v_i$, jonka todennäköisyysjakauma G ei riipu riskistä i eikä sen vakuutusmäärästä, kunhan riskit I ovat samassa riskiluokassa:

$$G(w) = \mathbb{P}[Y_i \leq w] = \mathbb{P}\left[\frac{X_i}{v_i} \leq w\right].$$

Tällöin

$$r_i(a) = \frac{\mathbb{E}[\min(X_i, a)]}{\mathbb{E}[X_i]} = \frac{\mathbb{E}[\min(Y_i, a/v_i)]}{\mathbb{E}[Y_i]} = r\left(\frac{a}{v_i}\right),$$

jossa

$$r(w) := \frac{\int_0^w (1 - G(y)) dy}{\int_0^1 (1 - G(y)) dy},$$

ja $r(w) := 1$, kaikilla $w \geq 1$.

Vahinkoeliminointisuhdetta $r(w)$ ei tarvitse päivittää inflaation tai valuuttakurssien johdosta, kunhan nämä ovat huomioitu vakuutusmäärässä.

Excess of loss -sopimuskerroksen U xs. L riskimaksu saadaan kaavan 7 avulla. Omaisuusvakuutuksen vahinkoeliminointisuhdetta r käyttäen

$$\frac{\mathbb{E}[h(S; L, U)]}{\mathbb{E}[S]} = r\left(\frac{L + U}{v_i}\right) - r\left(\frac{L}{v_i}\right)$$

Automaattisessa jälleenvakuutusuojassa jaotellaan vakuutetut riskikohteet homogeenisiin (yksittäinen kohde tai riskikeskittymä) EML-kokoluokkiin. Vahinkoeliminointisuhteet voidaan laskea esimerkiksi käyttämällä EML-kokoluokan puoliväliä.

XL-suojan riskimaksu saadaan kertomalla EML-välien riskimaksuja välin vahinkoeliminointisuhteella ja laskemalla jokaisen välin lasketut summat yhteen. Jälleenvakuuttaja päättlee ensivakuuttajalta saamistaan vakuutusmaksutiedoista todellisen riskimaksun käyttämällä oletusta riskisuhteesta. Esimerkkilaskelmat XL-suojalle 100M€ xs. 100M€ ($L=100M€$, $U=100M€$):

EML-välit	EML-Puoliväli v_i	Vahinkoaste L/v_i	Vahinkoaste $(L + U)/v_i$	Eliminointisuhde $r((L + U)/v_i)$ $-r(L/v_i)$
25 - 50 M€	37,5 M€	267 %	533 %	0 %
50 - 100 M€	75 M€	133 %	267 %	0 %
100 - 200 M€	150 M€	67 %	133 %	100 % - 86.7%
200 - 400 M€	300 M€	33 %	67 %	86.7 % - 77 %

Jälleenvakuuttajalla ei ole välttämättä tarkkoja tietoja ensivakuutuksen riskimaksusta vaan jälleenvakuuttaja joutuu arvioimaan riskimaksun $\mathbb{E}[S_i]$ kertomalla ensivakuutusmaksua riskisuhdeoletuksella. XL-suojan 100M€ xs 100M€ riskimaksuksi saadaan siten

EML-välit	Veroton vakuutusmaksu	Riskisuhdeolettava	Arvioitu riskimaksu $\mathbb{E}[S]$	100M€ xs 100M€ riskimaksu
25 - 50 M€	400 000€	65 %	260 000€	0€
50 - 100 M€	250 000€	65 %	162 500€	0€
100 - 200 M€	440 000€	65 %	286 000€	38 038€
200 - 400 M€	200 000€	65 %	130 000€	12 610€
Yhteensä				50 648€

3.4.3 Vastuuvakuutus

Toisin kuin omaisuusvakuutuksessa, vastuuvakuutuksessa vakuutusmäärä ei skaalaudu samassa suhteessa riskin todellisen kokoon kanssa vaan ainoastaan rajoittaa vahingon suuruutta. Oletus vahinkoasteen X_i/v_i jakauman riippumattomuudesta riskien $i \in I$ suhteen ei tällöin ole realistinen. Vahinkoeliminointisuhteen laskeminen ei siten onnistu omaisuusvakuutuksen menetelmällä.

Yleisesti käytetty menetelmä on soveltaa ensivakuutuksessa käytettyä *ILF*-mallia seuraavasti: Jälleenvakuuttaja määrittää vakuutusmäärän tuplaamiselle kiinteän suhdeluvun z , jolloin

$$ILF_{v_0}(2^\mu v_0) = \frac{\mathbb{E}[S(2^\mu v_0)]}{\mathbb{E}[S(v_0)]} = (1 + z)^\mu,$$

jossa $z \in (0, 1)$ ja $\mu \in \mathbb{Z}$.

Asettamalla $\mu = \log_2(v/v_0)$, päädympme käyttökelpoisempaan *ILF*-malliin,

niin sanottuun Riebesellin kaavaan:

$$ILF_{v_0}(v) = (1+z)^{\log_2(v/v_0)} = \left(\frac{v}{v_0}\right)^{\log_2(1+z)}. \quad (8)$$

Vastuuvakuutuksen vahinkoeliminointisuhde käyttämällä Riebesellin kaavaa 8 on täten

$$r_i(v) = \frac{\mathbb{E}[S(v)]}{\mathbb{E}[S(v_i)]} = \left(\frac{v}{v_i}\right)^{\log_2(1+z)},$$

jossa $v < v_i$. Vahinkoeliminointisuhde riippuu siten riskistä i ainoastaan vakuutusmäärän kautta.

Riebesellin säännön [MF] mukaan kaikille jakaumille F_d , joiden odotusarvo on äärellinen, on olemassa kynnyspiste $u > 0$, jolla kollektiivinen malli 2 Riebesellin kaavalla 8 on validi, jos vahingon suuruusjakauma noudattaa Pareto-jakaumaa F_u kynnyspisteen $u > 0$ jälkeen.

$$F_u(x) = 1 - (x/c)^{-\alpha},$$

jossa $c < u$ ja $\alpha = 1 - \log_2(1+z) \in (0, 1)$.

Lähteessä [MF] esitetään perustelut menetelmän käyttökelpoisuudelle: Vastuuvahingon odotusarvo $\mathbb{E}[X]$ on normaalisti alle 50 000€, ja jälleenvakuutuksen kannalta merkittävien vakuutusmäärien alkaessa 500 000€:sta jättää kynnysarvo $u \approx 5 \cdot \mathbb{E}[X]$ riittävästi tilaa Riebesellin kaavan käytölle.

Excess of loss -sopimuskerroksen U xs. L riskimaksu saadaan kaavan 7 avulla. Vastuuvakuutuksen vahinkoeliminointisuhdetta r käyttäen

$$\frac{\mathbb{E}[h(S; L, U)]}{\mathbb{E}[S]} = \left(\frac{L+U}{v_i}\right)^{\log_2(1+z)} - \left(\frac{L}{v_i}\right)^{\log_2(1+z)}.$$

3.5 Vuosikertymä

Etenkin yritysvastuuvakuutuksessa käytetty vuosikertymä mutkistaa vakuutuksen hinnan laskemista, sillä kollektiivisen mallin korvausmenoa rajoitetaan vakuutusmäärän lisäksi vuosikertymällä a :

$$S(v; a) := \min \left(\sum_{n=1}^N \min(X_n; v); a \right),$$

jossa $a \geq v$.

Määritellään ILF -kerroin vakuutusmäärän ja vuosikertymän muutok-
selle $v_0 \rightarrow v$ ja $a_0 \rightarrow a$:

$$ILF_{v_0}^{a_0}(v; a) := \frac{\mathbb{E}[S(v; a)]}{\mathbb{E}[S(v_0; a_0)]}, \quad (9)$$

joka riippuu tällöin myös vahinkojen lukumäärästä N , jolloin ILF -mallin rakentamiseen tarvitaan vakuutusmäärällinen kokonaisvahinkojakauma. Esimerkiksi lähteessä [CLA] esitetään menetelmiä kokonaisvahinkojakauman määrittämiseksi. Tässä tarkastellaan vain simulaatioon perustuvaa algoritmia:

1. Estimoi satunnaismuuttujien N ja X jakaumat
2. Valitse käytettävä vakuutusmäärä v
3. Simuloi vahinkojen lukumäärä N
4. Simuloi kaikille $n = 1 \dots N$ vahinkomeno $\min(X_n; v)$
5. Laske kokonaisvahinkomeno $S(v) = \sum_{n=1}^N \min(X_n; v)$
6. Toista vaiheita 3-5 niin pitkään, että aineistoa on riittävästi
7. Toista vaiheet 2-6 eri vakuutusmäärille v
8. Laske simulaatioaineistoista kokonaisvahingon $S(v)$ empiiriset jakaumat kaikille vakuutusmäärille v
9. Laske odotusarvot $\mathbb{E}[S(v; a)] = \mathbb{E}[\min(S(v); a)]$ eri vuosikertymille a
10. Johda ILF -kertoimet ja interpoloi kertoimet ILF -malliksi

$ILF_{v_0}^{a_0}(v; a)$ on validi, mikäli ILF -mallin ominaisuudet (i), (ii) ja (iii) pätevät myös kaikilla a , jossa $a > v$, ja kaikilla v , jossa $v < a$. Esimerkki ei-validista ILF -mallista [MIC]:

$ILF_{25}^{25}(v; a)$	Vakuutusmäärä v			
Aggregate a	25	50	100	250
25	1.00			
50	1.50	1.70		
100	1.80	2.03	2.50	
250	2.00	2.25	2.28	3.20

$$v = 25: \frac{1.50-1.00}{50-25} = 0.02 > \frac{1.80-1.50}{100-50} = 0.006 > \frac{2.00-1.80}{250-100} = 0.0013 \quad (\text{OK})$$

$$a = 250: \frac{2.25-2.00}{50-25} = 0.01 \not> \frac{2.80-2.25}{100-50} = 0.011 \quad (\text{EI VALIDI})$$

Vuosikertymällä ei yleensä ole vaikutusta XL -jälleenvakuutusmaksuun, koska on hyvin epätodennäköistä, että sama ensivakuutus aiheuttaisi yhdessä vakuutuskaudessa useampia suurvahinkoja.

3.6 XL-recovery

Mikäli XL-sopimuksessa on sovittu raja jälleenvakuutuksesta korvattavalle enimmäismäärälle, ns. XL-recovery, joutuu jälleenvakuuttaja samanlaiseen tilanteeseen kuin vuosikertymässä johtuen mallinnettavasta kokonaisvahinkomäärästä. Sovellamme lähteen [WGW] simulaatiomenetelmää mallintamaan jälleenvakuutuskerroksista korvattavaa kokonaisvahinkomenoa. Käytettäessä menetelmää jälleenvakuuttaja tarvitsee tietoa riskiluokan ILF-mallista ja tiedot vakuutusmaksuista, joista voidaan päätellä riskimaksu $\mathbb{E}[S(v)]$ käyttämällä riskisuhdeolettamaa.

Päätellään kollektiivisen mallin ja ILF-mallin avulla riskin i vahinkojen lukumäärän odotusarvo

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[N_i] &\stackrel{3}{=} \mathbb{E}[S_i(v_i)] / \mathbb{E}[\min(X_i; v_i)] \\ &\stackrel{4}{=} \mathbb{E}[S_i(v_i)] / (\mathbb{E}[\min(X_i; v_0)] ILF_{v_0}(v_i)) \end{aligned} \quad (10)$$

Tutkitaan XL-ohjelman omapidätyksen L ylittävien vahinkojen lukumäärää \widetilde{N}_i :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\widetilde{N}_i] &:= \mathbb{E}[N_i] \mathbb{P}[X_i > L] \\ &\stackrel{5}{=} \mathbb{E}[N_i] \mathbb{E}[\min(X_i; v_0)] \frac{\partial ILF_{v_0}(L)}{\partial v} \\ &\stackrel{10}{=} \mathbb{E}[S_i(v_i)] \frac{\partial ILF_{v_0}(L)}{\partial v} / ILF_{v_0}(v_i) \end{aligned}$$

Omapidätyksen L ja vakuutusmäärän v_i väliin jäävien vahinkojen jakauma

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[\min(X; v_i) > x | X > L] &= \frac{\mathbb{P}[\min(X; v_i) > x]}{\mathbb{P}[X > L]} \\ &\stackrel{5}{=} \frac{\partial ILF_{v_0}(x)}{\partial v} / \frac{\partial ILF_{v_0}(L)}{\partial v}, \end{aligned} \quad (11)$$

jossa $x \leq v_i$ ja kaikilla $x > v_i$ todennäköisyys on 0.

Jälleenvakuuttaja voi siten simuloida XL-jälleenvakuutusohjelman eri kerroksiin kohdistuvia kokonaisvahinkomenoja ja määrittää siten XL-recovery a :n hintavaikutuksen algoritmilla.

1. Toista kohdat 2-6 kaikille simuloitaville riskeille i
2. Estimoi omapidätyksen ylittävien vahinkojen lukumäärä \widetilde{N}_i
esimerkiksi Poisson-jakaumasta parametrina $\mathbb{E}[\widetilde{N}_i]$
3. Simuloi kaikille $n = 1 \dots \widetilde{N}_i$ vahinkomeno $\min(X_n; v_i)$ jakaumasta 11
ja rajoita vahingon koko XL-kerroksen limiitillä $U + L$.
 $\widetilde{X}_n := \min(\min(X_n; v_i); U + L)$
4. Laske XL-kerroksen kokonaisvahinkomeno
 $h(S(v_i); L, U) = \sum_{n=1}^{\widetilde{N}_i} (\widetilde{X}_n - L)$
5. Toista vaiheita 2-4 niin pitkään, että aineistoa on riittävästi
6. Laske simulaatioaineistoista kerroksen kokonaisvahinkomäärän
 $h(S(v_i); L, U)$ empiiriset jakaumat
7. Määritä XL-recovery a :n hintavaikutus
 $\mathbb{E} \left[\min \left(\sum_{i=1}^I h(S(v_i); L, U); a \right) \right] / \mathbb{E} \left[\sum_{i=1}^I h(S(v_i); L, U) \right]$

Käytettäessä vuosikertymämalleja on huomattava, että mallit ovat hyvin herkkiä taustaoletuksien suhteen. Parametrien herkkyyksianalyysi voi olla tarpeen ja erilaisten menetelmien testaus on suotavaa [CLA].

4 Lopuksi

Vakuutusmäärä on keskeinen osa vahinkovakuutusyhtiön kirjoittamien riskien korvauspiirin asettamista ja hinnoittelua. Vakuutuksen vahinkojen mallintaminen ja hinnoittelu poikkeaa ensi- ja jälleenvakuutuksessa riippuen siitä, onko vahingon todellinen koko rajoitettu ja onko vakuutusmäärä asetettu. Tässä työssä asiaa on käsitelty vastuuvakuutuksen, omaisuusvakuutuksen ja työtaturmavakuutuksen näkökulmasta.

Vakuutusmäärän yhteys suurvahingonvaaraan on ilmeinen, joten yhtiön vakuutuspolitiikan ja riskienhallinnan tulee olla järjestetty vastaamaan osaltaan myös suurten vakuutusmäärien kysyntään. Ei-suhteellinen jälleenvakuutus mahdollistaa suurten riskien vakuuttamisen siten, että altistuminen suurille vahingoille on turvattua. Jotta vakuutustoiminta olisi suojattu asianmukaisesti jälleenvakuutuksella, tulee yhtiöllä olla selvät ohjenuorat miten suuria riskialtistumia ja millä ehdoin yhtiö pystyy kirjoittamaan vakuutuksia.

5 Lähdeluettelo

[BER] Bernegger. *The Swiss Re Exposure Curves and The MBBEFD Distribution Class*. Astin Bulletin (1997).

[CLA] Clark. *Basics of Reinsurance Pricing*. Actuarial Study Note (2014).
<https://www.soa.org/files/edu/edu-2014-exam-at-study-note-basics-rein.pdf>

[EJ] Ellola, Järvinen. *Jälleenvakuutus*. Finanssi- ja vakuutuskustannus (2007).

[GIL] Gillam. *Retrospective Rating: Excess Loss Factors*. Proceedings of Casualty Actuarial Society, LXXVIII, (1991).

[MF] Mack, Fackler. *Exposure Rating in Liability Reinsurance*. Astin Colloquium Berlin (2003).

[MIC] Miccolis. *On the Theory of Increased Limits and Excess of Loss Pricing*. Proceedings of Casualty Actuarial Society, LXIV, (1977)

[NCJ] North Carolina Joint Underwriting Association and North Carolina Institute Underwriting Association, Lloyd's table.
<http://www.ncjua-nciua.org/DocLib/uw/CommercialRates/LloydsTable.pdf>

[RIE] Riegel. *Generalizations of common ILF models*. Springer (2008).

[RP] Rantala, Pentikäinen. *Vakuutusoppi*. Finva (2009).

[SWE] Sweeting. *Financial Enterprise Risk Management*. Cambridge University Press (2011)

[VSL] *Vakuutusopimuslaki 543/1994*. Helsinki. Oikeusministeriö 28.6.1994

[WEL] Wells. *Excess Insurance, Umbrella Insurance and Multi-Insurer Coverage Programs*. Covington & Burling LLP (2010)

[WGW] Waite, Gaiser-Porter, Wang. *Casualty Reinsurance Exposure rating - Moving into the stochastic realm*. Institute of Actuaries of Australia 16th General Insurance Seminar (2008).