SHV

no 88

Vakuutuksen kysynnän perusteet

Mikko Kuusela

30.3.2007

Title: The Basics of Insurance Demand

Author: Mikko Kuusela

Date: 30.3.2007

Abstract: We study demand in insurance markets. The consumer's preferences are captured in a concave utility funcion and the question of uncertainty is tackled by the expected utility framework. When the premium of an insurance contract is actuarilly fair the consumer demands full insurance. But if the premium includes fixed percentage loading the demand of insurance is less than full. The classical result by K. J. Arrow shows that full insurance above a deductible is optimal in the case of risk neutral insurer. In the presence of asymmetric information the demand of insurance can also be less than full. Especially, when the insurance market consists of high and low risk consumers the high risk ones get full insurance but the low risk ones get less than full insurance, as Rotschild and Stiglitz have shown.

The aim of this work is to introduce the basic results of insurance demand in the point of view of mathematical economics. Both simple models and more advanced mathematical results are included. Pictures and examples are presented to support the adoption of theoretical results.

Keywords: insurance demand, expected utility, asymmetric information

SISÄLTÖ

1. Johdanto	4
2. Vakuutuksen kysyntä täydellisellä informaatiolla	4
2.1. Perusmalli	4
2.2. Esimerkki 1	8
2.3. Riskiin suhteutettu kuormitus	9
2.4. Esimerkki 2	10
2.5. Kysyntä vahingon suuruuden ollessa epävarma	12
2.6. Yleistettyjä tuloksia	13
3. Epäsymmetrinen informaatio	19
3.1. Itsevakuuttaminen	19
3.2. Esimerkki 3	21
3.3. Vahingon suuruuden vähentäminen	22
3.4. Haitallinen valinta	23
4. Yhteenveto	26
Viitteet	26

1. Johdanto

Talouden toimijat voidaan jakaa kahteen osaan: tuottajiin ja kuluttajiin. Nimiensä mukaisesti tuottajien päätehtävä on tuottaa hyödykkeitä ja kuluttajien kuluttaa niitä. Vakuutusmarkkinoilla kuluttaja, vakuutuksenottaja, haluaa välttää jotain taloudellista epävarmuutta ja ottaa tuottajalta, vakuutuksenantajalta, tätä varten vakuutuksen. Tämä luo vakuutuksen kysynnän. Tässä työssä keskitytään tutkimaan sitä, onko vakuutuksenottajan kannalta optimaalista eliminoida koko riski, eli ottaa täysi vakuutus, vai kannattaako hänen ottaa osa riskistä itse kantaakseen. Myös optimaalisen vakuutusopimuksen muotoon kiinnitetään huomiota. Tällä tarkoitetaan sitä, että onko esimerkiksi optimaalinen vakuutus täysi vakuutus yli omavastuuosuuden vai kenties osamäärävakuutus. Aktuaarikoulutukseessa vakuutuksen kysyntää käsitellään lyhyesti riskiteorian kurssilla sekä vakavaraisuustentin materiaalissa [AK].

Aluksi työssä tutkitaan vakuutuksen kysyntää kun molemmilla osapuolilla on kustannuksitta käytettävissään kaikki vakuutussopimukseen vaikuttava informaatio. Yksinkertaisten tulosten ja esimerkkien kautta edetään kohti monimutkaisempia malleja, ja lopuksi esitetään Mossinin ja Arrow'n 60-luvulla todistamat klassiset tulokset.

Työn pääpaino on täydellisen informaation malleissa, mutta myös vakuutuksen kysyntä epäsymmetrisen informaation vallitessa esitellään. Epäsymmetrinen informaatio ilmenee esimerkiksi siten, että vakuutuksenantaja ei tiedä vakuutuksenottajan riskityyppiä (haitallinen valinta). Epäsymmetrisen informaation mallit käydään läpi enemmän heuristisesti kuin tarkan matemaattisesti.

Työssä käytetään seuraavia merkintöjä: E tarkoittaa odotusarvoa, P todennäköisyyttä ja log luonnollista logaritmia. Satunnaismuuttujiin viitataan lihavoidulla kirjasintyypillä. Tähteä käytetään, kun viitataan optimaaliseen ratkaisuun. Työn päälähde on erinomainen yleisteos "Handbook of Insurance", jonka useita artikkeleita on käytetty. Keskeisten tulosten kohdalla on pyritty esittämään viittaukset alkuperäisiin lähteisiin. Uusien käsitteiden yhteydessä esitetään suluissa käsitteen englanninkielinen nimi.

2. Vakuutuksen kysyntä täydellisellä informaatiolla

2.1. Perusmalli. Yleisesti ottaen taloudelliset toimijat toimivat markkinoilla siten, että tuottajat yrittävät maksimoida voittoaan ja kuluttajat hyötyään. Kuluttajan hyötyä mittaa hyötyfunktio (*utility function*) $U : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Tässä työssä oletetaan, että hyötyfunktio riippuu siis vain yhdestä parametrista, varallisuudesta. [1] Oletetaan, että $U' > 0$. Täten hyötyfunktio on aidosti kasvava, eli mitä enemmän varallisuutta, sitä suurempi on kuluttajan hyöty. Lisäksi oletetaan, että $U'' < 0$. Tämä on ns.

[1] Tämä voi olla liian rajoittava lähestymistapa esimerkiksi sairauskuluvakuutuksessa, jossa toiseksi muuttujaksi voi ottaa vakuutetun terveydentilan.

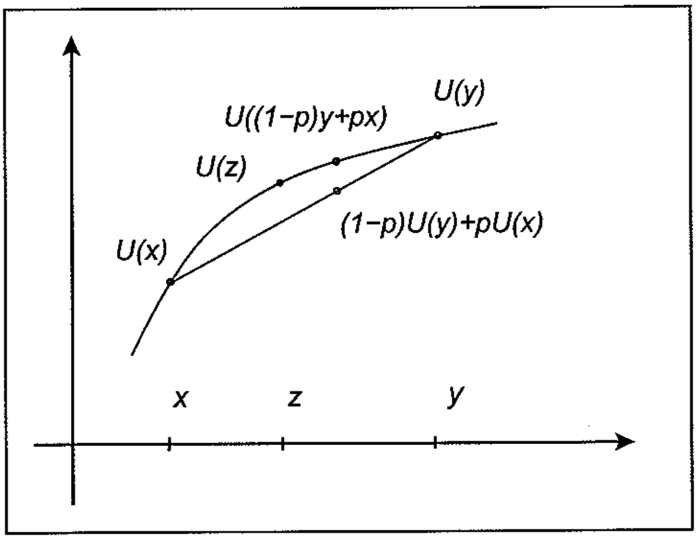
vähenevän rajahyödyn periaate: mitä suurempi varallisuus on, sitä vähemmän varallisuuden pienestä kasvusta on hyötyä. Toisen derivaatan negatiivisuus merkitsee sitä, että hyötyfunktio on aidosti konkaavi.

Konkaaville hyötyfunktiolle löytyy uusi tulkinta, kun kuluttaja joutuu tekemään ratkaisun epävarmuuden vallitessa. Olkoon esimerkiksi x ja y kaksi eri varallisuutta ja $x < y$. Kuvatkoon nämä varallisuudet vaikkapa osakkeen (nyky)arvoa vuoden päästä nykyhetkestä. Olkoot näiden näiden kahden varallisuuden toteutumistodennäköisyydet vastaavasti p ja $1-p$. Oletuksena on nyt, että kuluttajan hyöty osakkeen ostamisesta on näiden kahden epävarman tuleman hyötyjen summa painotettuina niiden toteutumistodennäköisyyksillä. Toisin sanoen, kuluttajan hyötyä mitataan hyödyn odotusarvolla (*expected utility, von Neumann-Morgenstern utility*). Kuluttajan saama hyöty tässä tapauksessa on $(1-p)U(y) + pU(x)$. Hyötyfunktion aidon konkaavisuuden perusteella

$$(1-p)U(y) + pU(x) < U((1-p)y + px).$$

Kuluttaja saa siis enemmän hyötyä osakkeen tuoton odotusarvon suuruisesta varmasta tuotosta kuin sijoittamalla osakkeeseen. Kuluttajan sanotaan olevan riskinkaihtaja.

Asiaa havainnollistetaan graafisesti kuvassa 1. Kuvan perusteella voidaan huomata, että kuluttaja on jopa valmis maksamaan siitä, että hän saisi varman tuoton. Nimittäin kuvassa $z = (1-p)y+px-\epsilon$ ja $U(z) > (1-p)U(y)+pU(x)$, joten kuluttaja on valmis maksamaan ainakin summan ϵ saadakseen varman tuoton epävarman sijaan.



Kuva 1. Kuluttajan riskinkaihtaminen

Palataan takaisin vakuutusmarkkinoille. Olkoon W kuluttajan positiivinen alkuvarallisuus. Kuluttajalla on riski menettää varallisuus L, $0 \leq L \leq W$. Hän voi suojautua varallisuuden menetystä vastaan tekemällä vakuutussopimuksen (π, q). Tässä π tarkoittaa vakuutuksen hintaa ja q vakuutuksesta saatavaa korvausta vahingon sattuessa $(q \geq 0)$. Jos kuluttaja ottaa vakuutuksen, hänen varallisuutensa vahingon sattuessa on täten $W - \pi - L + q$ ja ilman vahinkoa $W - \pi$.

Olkoon p, $0 < p < 1$, vahingon toteutumistodennäköisyys. Oletetaan, että vakuutuksenantaja hinnoittelee vakuutuksen yhtälöllä $\pi = pq$. Vakuutuksen hinta, preemio, on täten pelkästään riskimaksu. Tuottaja ei voi vaikuttaa (esimerkiksi siksi, että markkinoilla vallitsee kova kilpailu) vakuutuksen hintaan, vaan se on yksinkertaisesti korvauksen odotusarvo. Preemiota sanotaan tällöin tasapuoliseksi (*fair premium*). Täten tuottajan voitonmaksimointiongelma surkastuu pelkästään hinnan ottamiseksi markkinoilta.

Kuluttajan maksimointiongelma on hyödyn odotusarvoperiaatteen mukaan

$$\max_q[(1-p)U(W-\pi) + pU(W-\pi-L+q)],$$

eli

$$\max_q[(1-p)U(W-pq) + pU(W-L+(1-p)q)].$$

Kuluttaja valitsee siis vakuutusmäärän, joka maksimoi hänen odotetun hyötynsä. Asettamalla derivaatta nollaksi saadaan ehto

$$-(1-p)pU'(W-pq) + p(1-p)U'(W-L+(1-p)q) = 0,$$

mistä saadaan

$$W - pq = W - L + (1-p)q,$$

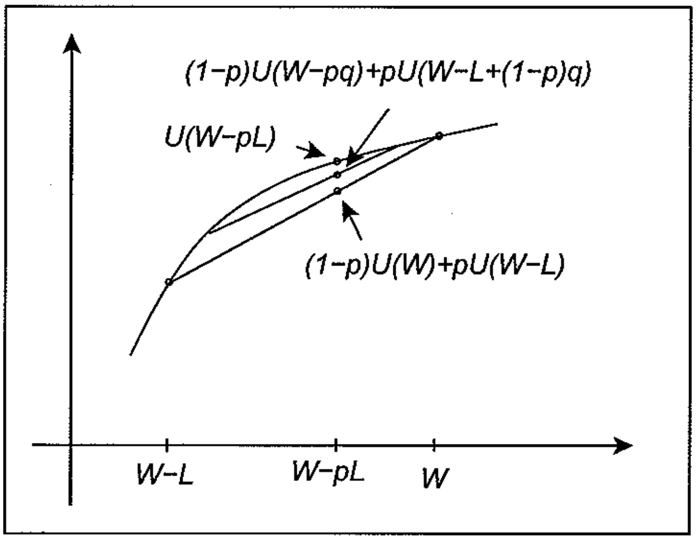
sillä U' on injektio. Yhtälön ratkaisu on $q^* = L$. Tämä on samalla hyödyn odotusarvon maksimoiva piste, sillä derivoimalla toisen kerran saadaan

$$(1-p)p^2U''(W-pq) + p(1-p)^2U''(W-L+(1-p)q) < 0.$$

Vakuutuksenottaja ottaa täten aina vakuutuksen ja vieläpä täyden vakuutuksen.

Kuvassa 2 on havainnollistettu kuluttajan vakuutuksen kysyntää. Ilman vakuutusta kuluttajan hyödyn odotusarvo on $(1-p)U(W) + pU(W-L)$. Vakuutustapahtuman sattumisella on suuri vaikutus kuluttajan varallisuuteen. Ottamalla vakuutusmäärän q kuluttaja pystyy kaventamaan varallisuuseroa vakuutustapahtuman sattumisen ja sen sattumattomuuden välillä. Koska kuluttaja on riskinkaihtaja, hän saa enemmän hyötyä tästä vaihtoehdosta kuin vakuuttamattomuudesta. Kuluttaja lisää edelleen vakuutuksen kysyntää kunnes ei ole enää merkitystä sattuuko vakuutustapahtuma vai ei. Tässä kohdassa $q = L$ ja kuluttajan varallisuus $W - pL$ vakuutustapahtuman sattumisesta riippumatta.

Todellisuudessa vakuutuksen hintaan sisältyy muutakin kuin vain riskimaksu, koska vakuutuksenantajalle koituu kuluja vakuutuksesta. Oletetaan nyt, että vakuutuksenantaja hinnoittelee vakuutuksen yhtälöllä $\pi = pq + c$, $c > 0$. Vakuutuksen



Kuva 2. Vakuutusmäärän valinta

hinta on täten riskimaksu lisättynä vakiokuormituksella (*lump sum loading*), jonka suuruuden oletetaan määräytyvän eksogeenisesti markkinoilla. Kuluttajan maksimointiongelma on nyt

$$\max_q[(1-p)U(W-pq-c)+pU(W-L+(1-p)q-c)].$$

Ensimmäisen asteen ehto on

$$-(1-p)pU'(W-pq-c)+p(1-p)U'(W-L+(1-p)q-c)=0,$$

mistä saadaan ratkaisuksi $q^*=L$. Tämän voi todeta maksimikohdaksi samoin kuin edellä. Ei ole kuitenkaan realistista olettaa hinnoitteluyhtälön pätevän myös vakuutusmäärällä $q=0$. Tällöin vakuutuksenottaja joutuisi maksamaan summan c vaikka ei ottaisi vakuutusta (kun hinnan määrää yhtälö $\pi=pq$, tätä ongelmaa ei ole). On siis perusteltua määritellä $\pi=0$ pisteessä $q=0$. Nyt, jos c on riittävän suuri, syntyy tilanne, jossa vakuutuksenottaja ei ota vakuutusta ollenkaan täyden vakuutuksen sijaan, koska hän saa suuremman hyödyn ilman vakuutusta. Tarkemmin, jos

$$\begin{aligned}(1-p)U(W)+pU(W-L) &> (1-p)U(W-pL-c)\\ &+pU(W-L+(1-p)L-c)=U(W-pL-c),\end{aligned}$$

kuluttaja ei ota vakuutusta lainkaan, muutoin hän ottaa täyden vakuutuksen. [2]

[2] Tarkkaan ottaen, erikoistapauksessa $(1-p)U(W)+pU(W-L)=U(W-pL-c)$ kuluttaja on indifferentti täyden vakuutuksen ja vakuuttamattomuuden välillä ja voi valita kumman vaihtoehdon tahansa.

2.2. **Esimerkki 1.** Olkoon $W = 100$, $L = 50$ ja $p = 0.04$. Oletetaan, että hyötyfunktio $U(y) = \sqrt{y}$, $y \geq 0$, kuvaa kuluttajan preferenssejä. [3] Selvästi $U' > 0$ ja $U'' < 0$, joten hyötyfunktio on vaadittua tyyppiä. Vakuutuksenantajan hinnoittelufunktio olkoon $\pi = 0.04q + c$. Oletetaan, edellä esitetystä poiketen, että vakuutuksenantaja pystyy määräämään c:n suuruuden kilpailijoista välittämättä. Tarkoituksena on etsiä suurin c, jolla vakuutuksenottaja valitsee täyden vakuutuksen vakuuttamattomuuden asemesta. Tämä c luonnollisesti maksimoi vakuutuksenantajan voiton. [4]

Todetaan kuitenkin aluksi harjoituksen vuoksi, että kuluttaja todellakin valitsee täyden vakuutuksen (mikäli hän vakuuttaa ollenkaan). Maksimointiongelma on nyt

$$\max_q [0.96\sqrt{100 - 0.04q - c} + 0.04\sqrt{100 - 0.04q - c - 50 + q}]$$

ja ensimmäisen kertaluvun ehto

$$\frac{-0.96 \cdot 0.04}{2\sqrt{100 - 0.04q - c}} + \frac{0.04 \cdot 0.96}{2\sqrt{50 + 0.96q - c}} = 0.$$

Tästä saadaan

$$2 \cdot 0.96 \cdot 0.04\sqrt{50 + 0.96q - c} = 2 \cdot 0.04 \cdot 0.96\sqrt{100 - 0.04q - c}.$$

Ratkaisu todella on $q^* = 50$, joka on maksimi, kuten toisen kerran derivoimalla voi todeta.

Palataan nyt alkuperäiseen ongelmaan. Etsitään suurin c, jolla kuluttaja hyötyy enemmän vakuutuksen ottamalla kuin ilman vakuutusta. Koska kuluttaja siis valitsee vakuutuksista täyden vakuutuksen, on ratkaistava epäyhtälö

$$0.96\sqrt{100} + 0.04\sqrt{100 - 50} < \sqrt{100 - 0.04 \cdot 50 - c},$$

eli

$$0.96\sqrt{100} + 0.04\sqrt{50} < \sqrt{98 - c}.$$

Ratkaisuksi saadaan

$$c < 98 - (0.96\sqrt{100} + 0.04\sqrt{50})^2,$$

alaspäin pyöristettynä $c < 0.32$. Riskimaksun ($= 2$) lisäksi vakuutuksenantaja voi täten periä maksimissaan vakiokuormituksen 0.32, jotta vakuutuksenottaja ottaisi vakuutuksen.

Kokeillaan vielä, mitä saadaan c:ksi, kun kuluttajan käyttäytymistä kuvaakin jokin toinen hyötyfunktio. Olkoon esimerkiksi $U(y) = -y^{-1}$, $y > 0$. Myös tälle

[3] Vaikka edellä lähtöjoukoksi oletettiin $\mathbb{R}$, ei lähtöjoukon rajoittaminen ei-negatiivisiin reaalilukuihin muuta oleellisesti edellä esitettyä analyysiä.

[4] Itse asiassa, vakuutusmatemaattinen voitto on juuri c: voitto = vakuutuksen hinta - kulujen odotusarvo $= \pi - 0.04q = c$.

hyötyfunktiolle pätee $U' > 0$ ja $U'' < 0$. Nyt tuottaja valitsee maksimaalisen kuormituksen, jolle pätee

$$-\frac{0.96}{100} - \frac{0.04}{50} < -\frac{1}{98-c}.$$

Ratkaisu on

$$c < 98 - \frac{100}{1.04},$$

alaspäin pyöristettynä $c < 1.84$. Tämä on noin 5.6-kertainen edellä saatuun tulokseen nähden, joten maksimaalisen vakiokuormituksen valintaa ei voida pitää kovin robustina hyötyfunktion valinnalle.

2.3. **Riskiin suhteutettu kuormitus.** Muutetaan edellistä mallia siten, että vakuutuksenantaja peittää kustannuksensa riskiin suhteutetulla kuormituksella vakiokuormituksen asemesta. Nyt vakuutuksenantajan hinnoittelufunktio on $\pi = \delta pq$, missä $\delta > 1$. Näin vakuutuksenottajan maksimointiongelma on

$$\max_q [(1-p)U(W - \delta pq) + pU(W - L + (1-\delta p)q)]$$

ja ensimmäisen kertaluvun ehto

$$-p\delta(1-p)U'(W - \delta pq) + p(1-\delta p)U'(W - L + (1-\delta p)q) = 0.$$

Koska $\delta > 1$, täytyy olla $\delta p(1-p) > p(1-\delta p)$. Täten nollakohdassa

$$W - L + (1-\delta p)q < W - \delta pq \tag{1}$$

derivaatan vähenemisen nojalla. Siis jos derivaatalla on nollakohta alueessa $q \geq 0$, sille pätee $q^* < L$ epäyhtälön (1) nojalla. Tässä pisteessä saavutetaan myös maksimi, minkä voi todeta ottamalla toisen derivaatan. Mikäli derivaatan nollakohta on pienempi kuin nolla, kuluttaja ei ota vakuutusta, eli tällöin optimaalinen q^* on nolla.

Voisi käydä myös niin, että kuluttaja saisi sitä enemmän hyötyä, mitä suuremman vakuutusmäärän q hän valitsee (ja derivaatalla ei olisi nollakohtaa). Näin ei kuitenkaan tapahdu, sillä kuluttaja ei ota ylivakuutusta. Olkoon nimittäin $q > L$. Nyt hyötyfunktion konkaavisuuden nojalla

$$\begin{aligned} & (1-p)U(W - \delta pq) + pU(W - \delta pq + (q - L)) \\ \leq\ & U((1-p)(W - \delta pq) + p(W - \delta pq + (q-L))) \\ =\ & U(W - \delta pq + p(q-L)) \end{aligned}$$

Toisaalta ottamalla täyden vakuutuksen $q = L$ kuluttajan hyöty on

$$(1-p)U(W - \delta pL) + pU(W - \delta pL) = U(W - \delta pL).$$

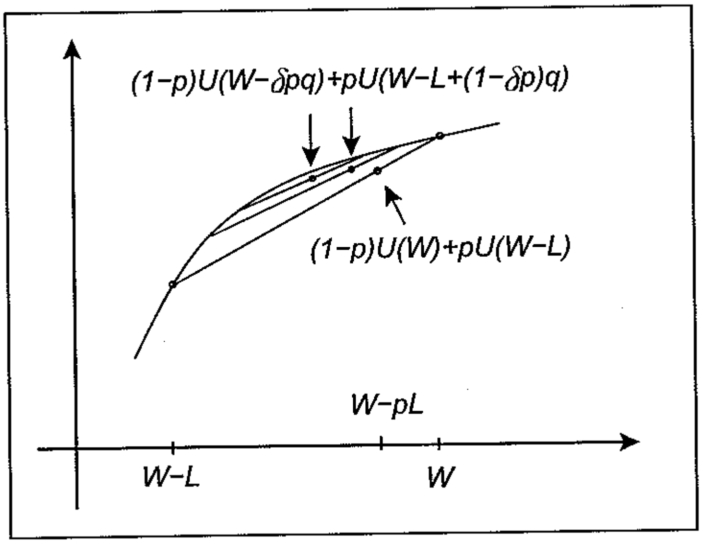
Koska $q > L$ ja $\delta > 1$, saadaan $pL(1-\delta) > pq(1-\delta)$ ja edelleen

$$W - \delta pL > W - \delta pq + p(q-L).$$

Hyötyfunktion kasvavuuden nojalla kuluttaja saa täten enemmän hyötyä ottamalla täyden vakuutuksen kuin ylivakuutuksen.

Kuluttajan hyödyn maksimoiva vakuutusmäärä q^* löytyy siis väliltä $[0, L)$. Erityisesti tämä tarkoittaa sitä, että vakuutuksenottaja ei ota täyttä vakuutusta, kun vakuutusmaksuun sisältyy riskiin suhteutettu kuormitus.

Graafisesti asiaa selvittää kuva 3. Vakuutusmäärän kasvaessa hyödyn odotusarvo siirtyy kuormituksen vuoksi vasemmalle linjalta $W - pL$. Vakuutusmäärän edelleen kasvaessa tämä efekti voittaa varallisuuseron kaventamisesta saatavan hyödyn ja kuluttaja tyytyy osittaiseen vakuuttamiseen.



Kuva 3. Riskiin suhteutettu kuormitus

Havaintojen valossa on ongelmallista, että riskiin suhteutettu kuormitus johtaa osittaiseen vakuuttamiseen, sillä yleensä kuluttajat eivät kysy osittaista vakuutusta, vaikka kyseinen kuormitustapa on yleisesti käytössä. Syynä voi olla esimerkiksi vakuutuksenottajan taipumus yliarvioida vahingon todennäköisyyttä tai vahingon suuruutta. Myös hyödyn odotusarvo -hypoteesin voi asettaa kyseenalaiseksi. Ehkä tärkein argumentti löytyy kuitenkin näkökulman suppeudesta. Vakuutushan on vain yksi finanssi-instrumentti muiden joukossa. Tarkasteltuna yhdessä muiden instrumenttien kanssa vakuutuksenottajan voi olla järkevää ottaa täysi vakuutus riskiin suhteutetusta kuormituksesta huolimatta korrelaatioiden osuessa sopivasti kohdalleen. ([Lou, sivut 8-10]).

2.4. **Esimerkki 2.** Olkoon kuluttajan hyötyfunktio luonnollinen logaritmifunktio $U(y) = \log y$, $y > 0$. Selvästi $U' > 0$ ja $U'' < 0$. Oletetaan, että vakuutuksenantaja

hinnoittelee vakuutuksen yhtälöllä $\pi = \delta pq$. Jätetään muut parametrit toistaiseksi kiinnittämättä. Kuluttajan maksimointiongelma on

$$\max_q [(1-p)\log(W-\delta pq) + p\log(W-L+(1-\delta p)q)]$$

ja ensimmäisen kertaluvun ehto

$$\frac{-(1-p)\delta p}{W-\delta pq} + \frac{p(1-\delta p)}{W-L+(1-\delta p)q} = 0.$$

Perusalgebralla saadaan ratkaisuksi

$$q^* = \frac{(1-\delta)W + \delta(1-p)L}{\delta(1-\delta p)}. \tag{2}$$

Huomataan, että voidaan rajoittua tapaukseen $(1-\delta p) > 0$, sillä jos $(1-\delta p) \leq 0$, niin

$$(1-p)\log W + p\log(W-L) > (1-p)\log(W-\delta pq) + p\log(W-L+(1-\delta p)q)$$

positiivisilla q, joten kuluttaja saa enemmän hyötyä ilman vakuutusta kuin vakuuttamalla. [5] Kuluttaja ottaa täten yhtälön (2) perusteella vakuutuksen mikäli $\delta(1-p)L \geq (\delta-1)W$.

Tarkastellaan seuraavaksi eri parametrien vaikutusta vakuutuksen kysyntään q^*. Huomataan aluksi, että

$$\frac{\partial q^*}{\partial L} = \frac{1-p}{1-\delta p} > 0 \quad \text{ja} \quad \frac{\partial q^*}{\partial W} = \frac{1-\delta}{\delta(1-\delta p)} < 0.$$

Tämä merkitsee sitä, että vakuutuksen kysyntä kasvaa vahinkomäärän kasvaessa ja vähenee varallisuuden kasvaessa. Nämä seikat ovat intuition mukaisia, kuten sekin että vakuutuksen kysyntä vähenee kuormituksen kasvaessa. Tämän voi todeta seuraavasti:

$$\begin{aligned}\frac{\partial q^*}{\partial \delta} &= \frac{-W + 2\delta pW - \delta^2 pW + \delta^2 p(1-p)L}{(\delta(1-\delta p))^2} \\ &\leq \frac{-W(1-\delta p)^2}{(\delta(1-\delta p))^2} \quad (\text{sillä } L \leq W) \\ &< 0.\end{aligned}$$

[5] Tämän rajoituksen välttämättömyyden voi huomata myös toista kautta. Jos $(1-\delta p) \leq 0$, niin tällöin $\delta \geq 1/p$, joten $\pi = \delta pq > q$. Siis vakuutuksesta pyydetty hinta on suurempi kuin vakuutusmäärä!

Sen sijaan seuraava tulos saattaa olla hieman yllättävämpi.

$$\begin{aligned}\frac{\partial q^*}{\partial p} &= \frac{-L\delta^2(1-\delta p)+\delta^2(W(1-\delta)+(1-p)\delta L)}{(\delta(1-\delta p))^2} \\ &\leq \frac{L\delta^2(-(1-\delta p)+(1-\delta)+(1-p)\delta)}{(\delta(1-\delta p))^2} \quad \text{(sillä } (1-\delta)W \leq (1-\delta)L) \\ &= 0.\end{aligned}$$

Siis vakuutustapahtuman todennäköisyyden kasvaessa vakuutuksen kysyntä alenee! Syynä tähän on se, että tuottaja hinnoittelee vakuutuksen yhtälöllä $\pi = \delta pq$, jolloin todennäköisyyden kasvaessa myös vakuutuksen hinta kasvaa. Koska $\delta > 1$, hinnan kasvun negatiivinen vaikutus on suurempi kuin vahingon todennäköisyyden alenemisesta johtuva positiivinen vaikutus. [6]

Lasketaan lopuksi numeerinen esimerkki. Olkoon $W = 100$, $L = 20$, $\delta = 1.05$ ja $p = 0.1$. Näillä parametreilla

$$q^* = \frac{-0.05 \cdot 100 + 1.05 \cdot 0.9 \cdot 20}{1.05 \cdot (1 - 1.05 \cdot 0.1)} \approx 14.79.$$

Kuormituskerroin 1.05 alentaa siis vakuutuksen kysyntää noin viisi yksikköä täydestä vakuutuksesta. Kuormituksen ollessa 1.22 kuluttaja ei enää kysy vakuutusta. Mikäli vakuutuksenantaja voisi vapaasti valita kuormituksen, hän maksimoisi vakuutusmatemaattisen voittonsa, joka on vakuutuksesta perittävä hinta vähennettynä maksettavien korvausten odotusarvolla. Voitto on siis $\pi - pq^* = \delta pq^*(\delta) - pq^*(\delta)$, missä kuormitus δ on vakuutuksenantajan valittavissa. Numeerisesti etsimällä saadaan optimaaliseksi kuormitukseksi $\delta^* = 1.10$. Tällä kuormituksella vakuutusmatemaattinen voitto on noin 0.10.

2.5. **Kysyntä vahingon suuruuden ollessa epävarma.** Edellä on oletettu, että vahingon suuruus on etukäteen tiedossa. Muutetaan nyt perusmallia siten, että vahingon suuruudelle on kaksi vaihtoehtoa, L_1 ja L_2. Oletetaan, että näiden vahinkotapahtumien todennäköisyydet ovat vastaavasti p_1 ja p_2 sekä p_0 todennäköisyys, että vahinkoa ei tapahdu. Vakuutuksenottaja valitsee vakuutusmääränsä vahingon suuruuden mukaan: jos vahingon suuruus on L_i, vakuutusmäärä on q_i, missä $i \in \{1, 2\}$. Kuluttajan maksimointiongelma on täten

$$\max_{q_1,q_2}[p_0U(W-\pi)+p_1U(W-\pi-L_1+q_1)+p_2U(W-\pi-L_2+q_2)].$$

Oletetaan tuottajan hinnoittelevan vakuutuksen yhtälöllä $\pi = p_1q_1 + p_2q_2$, eli vakuutuksen hinta on pelkkä riskimaksu. Merkitään maksimoitavaa funktiota symbolilla

[6] Nämä niin kutsutut komparatiivis-staattiset tulokset riippuvat hyötyfunktion muodosta, katso esimerkiksi [Sch, sivut 136-137].

f. Ensimmäisen kertaluvun ehdot ovat nyt

$$\begin{aligned}\partial f/\partial q_1 &= -p_0p_1U'(W-p_1q_1-p_2q_2)+p_1(1-p_1)U'(W-p_1q_1-p_2q_2-L_1+q_1)\\ &\quad -p_1p_2U'(W-p_1q_1-p_2q_2-L_2+q_2)=0\\ \partial f/\partial q_2 &= -p_0p_2U'(W-p_1q_1-p_2q_2)-p_1p_2U'(W-p_1q_1-p_2q_2-L_1+q_1)\\ &\quad +p_2(1-p_2)U'(W-p_1q_1-p_2q_2-L_2+q_2)=0.\end{aligned}$$

Huomataan, että pari $(q_1^*, q_2^*) = (L_1, L_2)$ toteuttaa yllä olevat yhtälöt. Kohtalaisen pitkien mutta suoraviivaisten laskujen jälkeen huomataan, että

$$\frac{\partial^2 f}{\partial q_1^2} < 0 \quad \text{sekä} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial q_1^2}\frac{\partial^2 f}{\partial q_2^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial q_1 \partial q_2}\frac{\partial^2 f}{\partial q_2 \partial q_1} > 0.$$

Täten toisista derivaatoista muodostettu nk. Hessin matriisi on negatiivisesti (semi)definiitti, joten funktio on konkaavi. Tämä takaa sen, että $(q_1^*, q_2^*) = (L_1, L_2)$ todella on maksimikohta. Kuluttaja valitsee siis täyden vakuutuksen myös tässä mallissa.

2.6. **Yleistettyjä tuloksia.** Edellä esiteltiin tuloksia vakuutuksen kysynnästä erilaisissa yksinkertaisissa malleissa. Tässä kappaleessa osoitetaan, että tulokset pätevät yleisemminkin.

Olkoon W varallisuus kuten aikaisemminkin. Oletetaan, että vahingon suuruus $\mathbf{L}$ on satunnaismuuttuja, $0 \le \mathbf{L} \le W$. Kuluttaja valitsee vakuutusmäärän $q(\mathbf{L})$, $0 \le q(\mathbf{L}) \le \mathbf{L}$, hyötynsä maksimoiden. [7] Hyötyfunktiolle U pätee $U' > 0$ ja $U'' < 0$ kuten aikaisemminkin. Vakuutuksenantaja hinnoittelee vakuutuksen yhtälöllä $\pi = \delta E(q(\mathbf{L}))$, $\delta \ge 1$. Hinnoittelussa käytetään siis riskiin suhteutettua kuormitusta. Jos $\delta = 1$, kyseessä on luonnollisesti pelkkä riskimaksu.

Seuraava Mossinin lause yleistää aikaisemmin esitetyt vakuutuksen kysynnän ja riskiin suhteutetun kuormituksen väliset yhteydet. (Ks. [Mos] ja [Sch]).

Lause 2.1. *Oletetaan, että $q(\mathbf{L}) = \alpha\mathbf{L}$, eli vakuutustapahtuman sattuessa vakuutuksenantaja maksaa osuuden α vahingon määrästä korvauksena. Tällöin*

(i) *jos $\delta = 1$, niin $\alpha^* = 1$ ja*
(ii) *jos $\delta > 1$, niin $\alpha^* < 1$.*

Jos siis preemio on vakuutusmatemaattisesti tasapuolinen, kuluttaja valitsee täyden vakuutuksen, ja jos preemio sisältää riskiin suhteutetun kuormituksen, kuluttaja valitsee osittaisen vakuuttamisen.

[7] Oletuksena on siis, että vakuutuksenottaja ei ota ylivakuutusta. Tämän voi todistaakin useimmissa malleissa.

Todistus. Huomataan aluksi, että oletus $0 \leq q(\mathbf{L}) \leq \mathbf{L}$ merkitsee sitä, että $0 \leq \alpha \leq 1$. Merkitään kuluttajan loppuvarallisuutta symbolilla $\mathbf{Y}(\alpha)$. Loppuvarallisuus on satunnaismuuttuja, joka riippuu vahingon sattumisesta ja valitusta vakuutusmäärästä. Tässä mallissa

$$\mathbf{Y}(\alpha) = W - \pi - \mathbf{L} + q(\mathbf{L}) = W - \delta\alpha E\mathbf{L} - \mathbf{L} + \alpha\mathbf{L}.$$

Kuluttajan maksimointiongelma on

$$\max_{\alpha} E[U(\mathbf{Y}(\alpha))].$$

Derivoimalla lauseketta saadaan ensimmäisen kertaluvun ehdoksi

$$\frac{dEU}{d\alpha} = E[U'(\mathbf{Y}(\alpha))(\mathbf{L} - \delta E\mathbf{L})] = 0.$$

Koska

$$\frac{d^2EU}{d\alpha^2} = E[U''(\mathbf{Y}(\alpha))(\mathbf{L} - \delta E\mathbf{L})^2] \leq 0,$$

on $E[U(\mathbf{Y}(\alpha))]$ konkaavi α:n suhteen ja mahdollinen derivaatan nollakohta on täten maksimi. Nyt

$$\left.\frac{dEU}{d\alpha}\right|_{\alpha=1} = U'(W - \delta E\mathbf{L})(1-\delta)E\mathbf{L} \tag{3}$$

sillä $W - \delta E\mathbf{L}$ ei ole satunnainen. Koska arvolla $\delta = 1$ yllä oleva lauseke (3) on nolla, on tällöin $\alpha^* = 1$, mikä todistaa kohdan (i). Mikäli $\delta > 1$, lauseke (3) on negatiivinen, jolloin mahdollinen derivaatan nollakohta on pienempi kuin yksi. Jos nollakohta α^* löytyy väliltä $[0,1)$ tämä on haettu maksimikohta. Jos nollakohtaa ei kyseiseltä väliltä löydy, täytyy derivaatan olla negatiivinen koko välillä $[0,1]$, joten kuluttaja valitsee $\alpha^* = 0$, eli hän ei ota vakuutusta. □

Seuraava Arrow'n esittämä tulos on vielä vahvempi edellistä (ks.[Arr]). Erityisesti se kertoo myös mikä on optimaalisen vakuutuksen muoto. [8]

Lause 2.2. *Oletetaan, että vakuutusmäärälle pätee $q(\mathbf{L}) \geq 0$ ja että vakuutuksenantajan vakuutuksesta perimälle hinnalle pätee $\pi = g(E[q(\mathbf{L})])$, missä g on jatkuva funktio. Tällöin riskiä kaihtava kuluttaja valitsee täyden vakuutuksen yli omavastuuosuuden, eli $q^*(\mathbf{L}) = \max(0, \mathbf{L} - D)$, jollain $D \in \mathbb{R}$.*

Todistus. Olkoon $q^*(\mathbf{L})$ optimointiongelmasta $\max_q E[U(Y(\mathbf{L}))]$ saatu optimaalinen vakuutuksen kysyntä. [9] Tässä $Y(\mathbf{L}) = W - \pi - \mathbf{L} + q(\mathbf{L})$. Oletetaan, että $q^*(L_1) > 0$ jollain $L_1 \in \mathbb{R}$. Merkitään $Y^*(L) = W - \pi - L + q^*(L)$. Tarkoituksena

[8] Tämän lauseen, kuten myös seuraavankin lauseen, ongelmana on, että oletukset ovat alkuperäislähteessä varsin suurpiirteiset. Vaikka oletuksia on lisätty, on joitakin voinut jäädä puuttumaan. Tulokset ovat kuitenkin erittäin keskeisiä vakuutuksen kysynnässä, ja ne ovat olleet alkusysäyksenä monille täydentäville tutkimuksille.

[9] Optimaalisen kysynnän oletetaan olevan olemassa.

on osoittaa, että $Y^*(L) \geq Y^*(L_1)$ kaikilla L. Tehdään vastaoletus: $Y^*(L_2) < Y^*(L_1)$ jollain $L_2 \in \mathbb{R}$. Todistuksen ideana on konstruoidaan toinen vakuutus, joka tarjoaa hiukan vähemmän suojaa vahingon suuruuden L_1 ympäristössä ja hiukan enemmän L_2:n ympäristössä, ja jolla on sama hinta. Tämä johtaa ristiriitaan, sillä vakuutuksenottaja on riskinkaihtaja.

Voidaan osoittaa, että $q^*(L)$ on jatkuva funktio. Täten myös $Y^*(L)$ on jatkuva. On siis olemassa $\gamma > 0$, jolla

$$(4) \qquad q^*(L) > 0 \qquad \text{kaikilla } L_1 \leq L \leq L_1 + \gamma,$$

$$(5) \qquad Y^*(L') < Y^*(L) \qquad \text{kaikilla } L_2 \leq L' \leq L_2 + \gamma,\ L_1 \leq L \leq L_1 + \gamma.$$

Olkoon P_1 todennäköisyys $P\{\mathbf{L} \in [L_1, L_1+\gamma]\}$ ja P_2 todennäköisyys $P\{\mathbf{L} \in [L_2, L_2+\gamma]\}$. Epäyhtälöiden (4) ja (5) perusteella voidaan valita $\varepsilon > 0$, jolla

$$(6) \qquad q^*(L) - P_2\varepsilon \geq 0 \qquad \text{kaikilla } L_1 \leq L \leq L_1 + \gamma,$$

$$(7) \quad Y^*(L') + P_1\varepsilon < Y^*(L) - P_2\varepsilon \quad \text{kaikilla } L_2 \leq L' \leq L_2 + \gamma,\ L_1 \leq L \leq L_1 + \gamma.$$

Määritellään toinen kuluttajan vakuutusmäärä $\hat{q}(\mathbf{L})$ yhtälöllä

$$\hat{q}(\mathbf{L}) = \begin{cases} q^*(\mathbf{L}) - P_2\varepsilon & \text{, kun } \mathbf{L} \in [L_1, L_1 + \gamma], \\ q^*(\mathbf{L}) + P_1\varepsilon & \text{, kun } \mathbf{L} \in [L_2, L_2 + \gamma], \\ q^*(\mathbf{L}) & \text{muulloin.} \end{cases}$$

Epäyhtälön (6) perusteella $\hat{q}(\mathbf{L}) \geq 0$, joten $\hat{q}(\mathbf{L})$ todella kelpaa lauseen oletukset täyttäväksi vakuutusmääräksi. Osoitetaan, että $\hat{q}(\mathbf{L})$ on kuluttajalle parempi kuin $q^*(\mathbf{L})$, mistä seuraa ristiriita optimaalisuuden kanssa.

Olkoon F satunnaismuuttujan $\mathbf{L}$ kertymäfunktio. Nyt

$$\begin{aligned} E[\hat{q}(\mathbf{L}) - q^*(\mathbf{L})] &= \int_{L_1}^{L_1+\gamma} [\hat{q}(\mathbf{L}) - q^*(\mathbf{L})]dF + \int_{L_2}^{L_2+\gamma} [\hat{q}(\mathbf{L}) - q^*(\mathbf{L})]dF \\ &= (-P_2\varepsilon)P\{\mathbf{L} \in [L_1, L_1 + \gamma]\} + (P_1\varepsilon)P\{\mathbf{L} \in [L_2, L_2 + \gamma]\} \\ &= (-P_1\varepsilon)P_2 + (P_1\varepsilon)P_2 = 0. \end{aligned}$$

Täten $E[\hat{q}(\mathbf{L})] = E[q^*(\mathbf{L})]$, joten oletuksen mukaan vakuutuksenantaja perii näistä vakuutusmääristä saman hinnan π. Merkitään $\hat{Y}(\mathbf{L}) = W - \pi - \mathbf{L} + \hat{q}(\mathbf{L})$. Nyt selvästi $\hat{Y}(\mathbf{L}) - Y^*(\mathbf{L}) = \hat{q}(\mathbf{L}) - q^*(\mathbf{L})$, joten epäyhtälön (7) perusteella

$$(8) \quad Y^*(L') \leq \hat{Y}(L') < \hat{Y}(L) \leq Y^*(L) \text{ kaikilla } L_2 \leq L' \leq L_2 + \gamma,\ L_1 \leq L \leq L_1 + \gamma.$$

Välien $[L_1, L_1 + \gamma]$ ja $[L_2, L_2 + \gamma]$ ulkopuolella $Y^*(L) = \hat{Y}(L)$, joten

$$(9) \qquad E[U(\hat{Y}(\mathbf{L})) - U(Y^*(\mathbf{L}))] = \int_{L_1}^{L_1+\gamma} [U(\hat{Y}(\mathbf{L})) - U(Y^*(\mathbf{L}))]dF$$

$$+ \int_{L_2}^{L_2+\gamma} [U(\hat{Y}(\mathbf{L})) - U(Y^*(\mathbf{L}))]dF.$$

Väliarvolauseen perusteella kaikilla L

(10) $U(\hat{Y}(L)) - U(Y^*(L)) = U'(X(L))[\hat{Y}(L) - Y^*(L)] = U'(q(L))[\hat{q}(L) - q^*(L)],$

missä $X(L)$ on välillä $(\hat{Y}(L), Y^*(L))$. Epäyhtälöketjun (8) nojalla

$$X(L') < X(L) \text{ kaikilla } L_2 \leq L' \leq L_2 + \gamma,\ L_1 \leq L \leq L_1 + \gamma,$$

joten

$$U'(X(L')) > \tau \quad \text{kaikilla } L_2 \leq L \leq L_2 + \gamma, \tag{11}$$

$$U'(X(L)) < \tau \quad \text{kaikilla } L_1 \leq L \leq L_1 + \gamma, \tag{12}$$

jollain τ, sillä U' on vähenevä. Yhtälöiden (9) ja (10) perusteella

$$E[U(\hat{Y}(\mathbf{L})) - U(Y^*(\mathbf{L}))] = -P_2\varepsilon \int_{L_1}^{L_1+\gamma} U(X(\mathbf{L}))dF + P_1\varepsilon \int_{L_2}^{L_2+\gamma} U(X(\mathbf{L}))dF.$$

Edelleen epäyhtälöiden (11) ja (12) nojalla

$$E[U(\hat{Y}(\mathbf{L})) - U(Y^*(\mathbf{L}))] > (-P_2\varepsilon)(\tau P_1) + (P_1\varepsilon)(\tau P_2).$$

Täten $Y^*(\mathbf{L})$ ei olekaan optimaalinen, mistä seuraa ristiriita.

Ristiriidasta seuraa, että millään L_1 ja L_2 ei voi päteä $q^*(L_1) > 0$ ja $Y^*(L_1) > Y^*(L_2)$. Olkoon

$$Y^*_{\text{inf}} = \inf_L Y^*(L).$$

Nyt, jos $Y^*(L) > Y^*_{\text{inf}}$, täytyy olla $q^*(L) = 0$. Jos taas $Y^*(L) = Y^*_{\text{inf}}$, niin $q^*(L) + W - \pi - L = Y^*_{\text{inf}}$ eli $q^*(L) = L - D$, missä $D = W - \pi - Y^*_{\text{inf}}$. Tästä seuraa väite, sillä jos $L - D < 0$, niin $Y^*(L) > Y^*_{\text{inf}}$, joten $q^*(L) = 0$, ja jos $L - D \geq 0$, niin $Y^*(L) = Y^*_{\text{inf}}$, joten $q^*(L) = L - D$. □

Huomion arvoista on, että vakuutukseen yli omavastuuosuuden päädyttiin vakuutuksenottajan lähtökohdista. Usein omavastuuta perustellaan sen tehokkuudella vakuutuksenantajalle, mutta yllä oleva lause osoittaa sen olevan usein optimaalista myös vakuutuksenottajalle.

Edellä esitetyissä tuloksissa vakuutuksenantajan rooli on ollut passiivinen (esimerkkejä lukuun ottamatta). Vakuutuksen hinnan on määrännyt eksogeeninen funktio. Muutetaan mallia nyt niin, että myös vakuutuksenantaja kohtaa hyödyn maksimointiongelman. Mikäli myös vakuutuksenantaja on riskinkaihtaja, optimaalinen vakuutuksen kysyntä on muodoltaan osamäärävakuutus (*coinsurance*). Esimerkki tällaisesta vakuutuksesta on $q(\mathbf{L}) = \alpha\mathbf{L}$, missä $0 < \alpha < 1$. Alla oleva todistus seurailee lähdettä [Arr], kuten edellinenkin todistus.

Lause 2.3. *Olkoon vakuutuksenottajan alkuvarallisuus W_C ja vakuutuksenantajan W_P. Olkoon vastaavasti vakuutuksenottajan hyötyfunktio U ja vakuutuksenantajan*

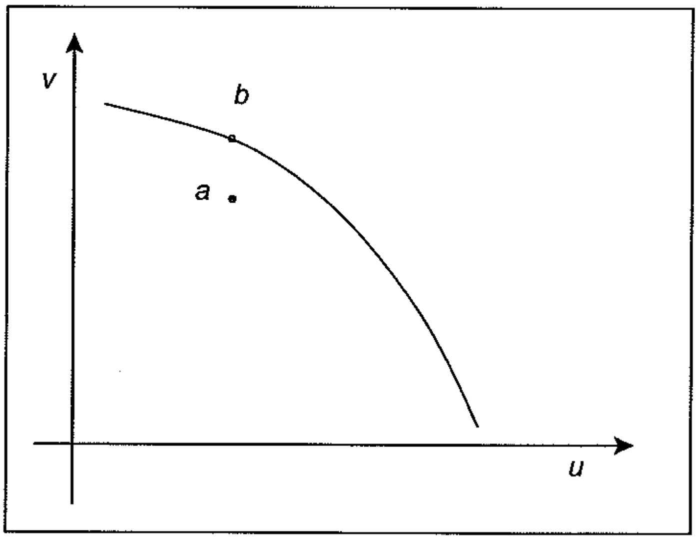
V. Oletetaan, että hyötyfunktioille pätee $U', V' > 0$ ja $U'', V'' < 0$, sekä vakuutuksenantajan vakuutuksesta perimälle hinnalle $\pi = g(E[q(\mathbf{L})])$, missä g on jatkuva funktio. Tällöin $0 \leq q^{*\prime}(L) < 1$.

Todistus. Merkitään $I(\mathbf{L}) = q(\mathbf{L}) - g(E[q(\mathbf{L})])$, eli I on vakuutusmäärä vähennettynä vakuutuksen hinnalla. Käytetään tästä nimitystä nettovakuutusmäärä. Olkoon Y kuluttajan ja Z tuottajan loppuvarallisuus vahingon (mahdollisen) toteutumisen jälkeen. Nyt

$$Y(\mathbf{L}) = W_C - \mathbf{L} + I(\mathbf{L}) \quad \text{ja} \quad Z(\mathbf{L}) = W_P - I(\mathbf{L}).$$

Olkoon $u_I = E_I[U(Y(\mathbf{L}))]$ ja $v_I = E_I[V(Z(\mathbf{L}))]$. Kumpikin toimija yrittää valita parhaan mahdollisen nettovakuutusmäärän maksimoidakseen edellä mainitun odotusarvon. Koska maksimointiongelmia on nyt kaksi, optimaalisen vakuutusmäärän määrittely on ongelmallisempaa kuin aikaisemmin. Käytetään optimaalisuudelle seuraavaa nk. Pareto-optimaalisuuden määritelmää: nettovakuutusmäärä I^* on optimaalinen, jos toisen osapuolen hyödyn odotusarvoa ei voi lisätä vähentämättä toisen hyödyn odotusarvoa.

Laittamalla kaikilla I piste (u_I, v_I) koordinaatistoon syntyy kuvio, jonka (ylä)reunalla ovat Pareto-optimaaliset nettovakuutusmäärät I^*, katso kuva 4. Tämän reunan



Kuva 4. Pareto-optimaaliset nettovakuutusmäärät

alapuolella olevat pisteet eivät voi olla Pareto-optimaalisia. Esimerkiksi piste a ei ole optimaalinen, koska pisteessä b tuottajan hyödyn odotusarvo kasvaa kuluttajan hyödyn odotusarvon pysyessä samana. Samoin voidaan perustella, että reunalla u:n

kasvaessa v:n täytyy vähetä. Näin reunan määrittelee funktio $h(u) = v$, joka on vähenevä. Funktio on jopa jatkuva, sillä se on konkaavi. Tämä nähdään seuraavasti:

Olkoon $0 \leq a \leq 1$ ja I_1 sekä I_2 kaksi eri nettovakuutusmäärää. Määritellään uusi nettovakuutusmäärä $I = aI_1 + (1-a)I_2$. Selvästi

$$\begin{aligned} Y(\mathbf{L}) &= aY_1(\mathbf{L}) + (1-a)Y_2(\mathbf{L}), \\ Z(\mathbf{L}) &= aZ_1(\mathbf{L}) + (1-a)Z_2(\mathbf{L}), \end{aligned}$$

missä $Y(\mathbf{L}), Y_1(\mathbf{L})$ ja $Y_2(\mathbf{L})$ sekä $Z(\mathbf{L}), Z_1(\mathbf{L})$ ja $Z_2(\mathbf{L})$ tarkoittavat luonnollisesti nettovakuutusmääriin I, I_1 ja I_2 liittyviä loppuvarallisuuksia. Funktioiden U ja V konkaavisuuden nojalla

$$\begin{aligned} U[Y(\mathbf{L})] &\geq aU[Y_1(\mathbf{L})] + (1-a)U[Y_2(\mathbf{L})], \\ V[Z(\mathbf{L})] &\geq aV[Z_1(\mathbf{L})] + (1-a)V[Z_2(\mathbf{L})]. \end{aligned}$$

Täten $u_I \geq au_{I_1} + (1-a)u_{I_2}$ ja $v_I \geq av_{I_1} + (a-1)v_{I_2}$, mistä väite seuraa.

Konkaavisuuden perusteella jokainen piste käyrällä $h(u)$ saadaan maksimointiongelman

$$\max_u [\alpha u + h(u)]$$

ratkaisuna sopivalla α. Olkoon nimittäin $(u^*, h(u^*))$ piste Pareto-optimaaliselta reunalta ja $k^*u + c^*$ tähän pisteeseen piirretyn (jonkin) tangentin yhtälö. Valitaan nyt $\alpha = -k^*$. Huomataan, että

$$h(u) \leq k^*u + c^* = k^*(u - u^*) + h(u^*)$$

kaikilla u, sillä h on konkaavi ja $k^*u^* + c^* = h(u^*)$. Täten

$$-k^*u + h(u) \leq -k^*u^* + h(u^*)$$

kaikilla u.

Edellä esitetyn perusteella mikä tahansa Pareto-optimaalinen nettovakuutusmäärä saadaan maksimointiongelman

$$\max_I [E[\alpha U(Y(\mathbf{L})) + V(Z(\mathbf{L}))]]$$

ratkaisuna sopivalla α. Tämän maksimoimiseksi riittää maksimoida

$$\alpha U[Y(L)] + V[L] \tag{13}$$

$I(L)$:n suhteen jokaisella L. Koska $dY/dI = 1$ ja $dZ/dI = -1$ kiinteällä L, saadaan derivoimalla (13), että optimaalinen I^* on yhtälön

$$\alpha U'[Y(L)] - V'[Z(L)] = 0 \tag{14}$$

ratkaisu. Derivoimalla yhtälö (14) L:n suhteen saadaan

$$\alpha U''[Y(L)](I^{*\prime}(L) - 1) + V''[Z(L)]I^{*\prime}(L) = 0$$

ja edelleen

$$I^{*\prime}(L) = \frac{\alpha U''[Y(L)]}{\alpha U''[Y(L)] + V''[Z(L)]}.$$

Koska $U'' < 0$ ja $V'' < 0$, saadaan $0 \leq I^{*\prime}(L) < 1$. Selvästi nettovakuutusmäärän maksimoiva vakuutusmäärä on optimaalinen. Tästä seuraa väite, sillä $I^{*\prime}(L) = q^{*\prime}(L)$, koska vakuutuksen hinta ei riipu muuttujasta L. □

3. Epäsymmetrinen informaatio

3.1. Itsevakuuttaminen. Palataan edellisen luvun alussa esitettyyn perusmalliin. Tehdään samat oletukset kuin edellä yhdellä poikkeuksella. Oletetaan, että kuluttaja voi vaikuttaa riskin toteutumistodennäköisyyteen, eli kuluttaja voi itsevakuuttaa *(self insure)*. Jos hän valitsee valitsee toiminnon x, riski toteutuu todennäköisyydellä $p(x)$, $0 < p(x) < 1$. Oletetaan, että kuluttaja voi valita kahdesta toimintovaihtoehdosta x_1 ja x_2. Myös vakuutuksenantajan hinnoitteluyhtälö muuttuu hieman. Se on nyt $\pi = p(x)q$. Markkinoiden informaatio on epäsymmetristä, sillä vakuutuksenantaja tietää edellä mainitut parametrit, mutta ei voi havaita suoraan kuluttajan valintaa toimintojen välillä. Täten hän ei voi sisällyttää näitä vakuutussopimukseen perimällä eri hintaa kuluttajan valinnan mukaan. Vakuutuksenantajan tehtävä vaikeutuu muutenkin, sillä hänen täytyy päätellä todennäköisyys $p(x)$ kuluttajan maksimointiongelman kautta voidakseen periä oikean hinnan π.

Kuluttajan maksimointiongelma on muotoa

$$\max_q[(1-p(x))U(W-x-\pi)+p(x)U(W-x-\pi-L+q)],$$

eli

$$\max_q[(1-p(x))U(W-x-p(x)q)+p(x)U(W-x-L+(1-p(x))q)],$$

missä $x = \{x_1, x_2\}$. Derivoimalla saadaan ensimmäisen asteen ehto

$$(1-p(x))(-p(x))U'(W-x-p(x)q)+p(x)(1-p(x))U'(W-x-L+(1-p(x))q) = 0,$$

mistä saadaan

$$W-x-p(x)q = W-x-L+(1-p(x))q,$$

sillä U' on injektio. Tästä yhtälöstä saatu ratkaisu $q^* = L$ on maksimi, sillä toiselle derivaatalle pätee

$$(1-p(x))p(x)^2U''+p(x)(1-p(x))^2U'' < 0.$$

Täten vakuutuksenottaja valitsee jälleen täyden vakuutuksen.

Edellä ollut päättely pätee x:stä riippumatta. Vielä ei olla kuitenkaan vastattu kysymykseen kumman vaihtoehdoista x_1 ja x_2 kuluttaja valitsee. Luonnollisesti valinta osuus siihen vaihtoehtoon, josta on kuluttajalle eniten hyötyä. Täten kuluttaja valitsee sen x:n, joka maksimoi ongelman

$$\max_{x\in\{x_1,x_2\}}[(1-p(x))U(W-x-p(x)q^*)+p(x)U(W-x-L+(1-p(x))q^*)],$$

eli

$$x^* \in \arg\max_{x\in\{x_1,x_2\}}[(1-p(x))U(W-x-p(x)q^*)+p(x)U(W-x-L+(1-p(x))q^*)].$$

Tätä kutsutaan kannusteyhteensopivuusrajoitteeksi (*incentive compatibility constraint*); kuluttajalla on kannuste päätyä juuri tähän panostukseen turvallisuuteensa. Nyt, koska U on kasvava ja kuluttajan saama hyöty valinnalla $q^* = L$ on

$$(1-p(x))U(W-x-p(x)L)+p(x)U(W-x-L+(1-p(x))L) = U(W-x-p(x)L),$$

kuluttaja valitsee vaihtoehdon x_1 ainakin silloin kun

$$W - x_1 - p(x_1)L > W - x_2 - p(x_2)L,$$

eli kun

$$x_1 + p(x_1)L < x_2 + p(x_2)L.$$

Toimintoon x_2 päädytään taas ainakin, jos

$$x_2 + p(x_2)L < x_1 + p(x_1)L.$$

Mikäli $x_2 + p(x_2)L = x_1 + p(x_1)L$ kuluttaja on indifferentti valinnan suhteen ja voi valita kumman tahansa vaihtoehdoista x_1 tai x_2. [10]

Itsevakuuttaminen on esimerkki vakuutusalaan liittyvästä moraalikadon *(moral hazard)* käsitteestä. Yllä olevassa tilanteessa moraalikatoon liittyvällä epäsymmetrisellä informaatiolla ei ole juuri vaikutusta, sillä vakuutuksenottaja kysyy edelleen täyttä vakuutusta ja vakuutuksenantaja hinnoittelee vakuutuksen pelkällä riskimaksulla. [11] Nimitys moraalikato selvenee, kun tarkastelee asiaa monopoliasemassa olevan vakuutuksenantajan näkökulmasta. Monopoliasema takaa, että vakuutuksenantaja voi vapaasti päättää vakuutuksen hinnan kilpailijoista välittämättä. Jos vakuutuksenantaja voisi havaita vakuutuksenottajan panostuksen turvallisuuteen, hän voisi ottaa tämän huomioon hinnoittelussa ja periä eri hintaa panostuksen mukaan. Koska näin ei ole, optimaalisen voiton maksimoivan panostuksen pitää olla kannusteyhteensopiva. Kuluttajalla tulee olla kannuste päätyä siihen panostukseen, joka on voiton maksimoivan hinnoittelun perustana. Moraalikato viittaa tässä siihen, että vakuutuksenantaja ei voi ohjailla vakuutuksenottajan panostusta turvallisuuteen esimerkiksi hinnoittelulla.

Myös kilpailullisilla markkinoilla voidaan päätyä osittaiseen vakuuttamiseen esimerkiksi, kun ajatellaan summaa x kokonaispanostuksena johonkin turvallisuutta

[10] Tämä tilanne on ongelmallinen vakuutuksenantajan kannalta, koska hän ei voi päätellä kumpaan vaihtoehtoon kuluttaja päätyy ja vakuutuksen hinnan määrääminen vaikeutuu. Sivuutamme tämän probleeman tarkemmin analysoimatta.

[11] Olisi myös luonnollista olettaa, että epävarmuus vakuutuksenottajan käyttäytymisestä kasvattaa vakuutuksenantajan kuormitusta. Mikäli kuormitus on riskiin suhteutettu, tämä pienentää vakuutuksen kysyntää, ellei vakuutus ole Giffenin hyödyke (ks. [Sch, propositio 2]). Siis moraalikato vähentäisi tässä tapauksessa vakuutuksen kysyntää.

lisäävään hyödykkeeseen ja annetaan tämän hyödykkeen yksikköhinnan muuttua ([Sha, propositio 1]).

Palataan takaisin käsillä olevaan malliin. Oletetaan seuraavaksi, että $p(x)$ on kahdesti derivoituva funktio, joka on määritelty alueessa $[0, a]$. On luontevaa olettaa, että $a \leq L$, sillä kuluttajan on tuskin kannattavaa panostaa turvallisuuteensa mahdollista vahingon määrää enemmän. Oletetaan myös, että $p' < 0$ ja $p'' > 0$.

Todennäköisyysfunktion uusi määrittely ei tuo uutta kuluttajan maksimointiongelmaan. Edelleen jokaisella kiinteällä panostuksella x optimaalinen vakuutusmäärä on $q^* = L$. Kannusteyhteensopivuusrajoite on täten muotoa

$$x^* \in \arg\max_x U(W - x - p(x)L).$$

Kuluttaja valitsee sellaisen panostuksen, jolla

$$-U'(W - x - p(x)L)(1 + p'(x)L) = 0.$$

Derivoimalla toisen kerran saadaan

$$U''(W - x - p(x)L)(1 + p'(x)L)^2 - U'(W - x - p(x)L)p''(x)L < 0,$$

joten derivaatan nollakohta on maksimi. Koska $U' > 0$, derivaatan nollakohta löytyy ratkaisemalla yhtälö $p'(x) = -1/L$. Samaan tulokseen päädytään luonnollisesti maksimoimalla suoraan kuluttajan hyödyn odotusarvoa muuttujien x ja q suhteen, (ks. [AK, s. 9]).

Näkökulmaa voidaan edelleen laajentaa. Mikäli vahingon määrä on satunnainen ja vakuutuksen hinta on vähintään riskimaksun suuruinen, optimaalinen vakuutuksen kysyntä on muotoa

$$q^*(\mathrm{L}) = \max(0, \mathrm{L} - D),$$

eli saadaan sama tulos kuin lauseessa 2.2 (ks. [Win, s. 164-165]).

Moraalikato vakuutusmarkkinoilla on erikoistapaus niin sanotusta *principal-agent* -ongelmasta, joka on yleinen taloustieteessä. Esimerkiksi työnantaja (*principal*) yrittää saada työntekijän (*agent*) toimimaan mahdollisimman tehokkaasti, mutta ei pysty havainnoimaan työntekijän panostusta tehokkuuteen. Työntekijä taas ei halua panostaa liikaa tehokkuuteen, koska se tuo hänelle kustannuksia vaikkapa menetettynä vapaa-aikana. Helppolukuinen johdanto aiheeseen löytyy kirjasta [Var].

3.2. **Esimerkki 3.** Olkoon $W = 100$ ja $L = 10$. Oletetaan, että jos kuluttaja panostaa 2 yksikköä turvallisuuteen, hänen vahinkotodennäköisyytensä p on 0.2, muutoin 0.3. Vakuutuksenantaja perii riskimaksua, eli $\pi = pq$. Olkoon kuluttajan hyötyfunktio U kahdesti derivoituva, aidosti kasvava sekä aidosti konkaavi. Edellä esitetyn nojalla tiedetään, että kuluttaja valitsee täyden vakuutuksen eli $q^* = L$. Huomataan, että kuluttaja päättää olla panostamatta turvallisuuteensa, koska

$$3 = 0 + 0.3 \cdot 10 < 2 + 0.2 \cdot 10 = 4.$$

Vakuutuksenantaja asettaa vakuutuksen hinnaksi $\pi = 0.3 \cdot 10 = 3$.

Vaihdetaan vahinkotodennäköisyys funktioksi $p(x) = 0.3 - 0.09\sqrt{x}$, $0 \leq x \leq L$. Selvästi $p' < 0$ ja $p'' > 0$. Mikäli kuluttaja ei panosta turvallisuuteen ollenkaan, vahinkotodennäköisyys on 0.3. Panostuksen ollessa 10 eli vahingon määrän suuruinen todennäköisyys on noin 0.015. Kuluttaja panostaa turvallisuuteensa sen määrän x^*, jolle pätee

$$-0.09 \cdot 0.5 \cdot (x^*)^{-1/2} = -1/10.$$

Ratkaisemalla tämä yhtälö saadaan $x^* = 0.2025$. Kuluttaja panostaa siis turvallisuuteensa noin 0.2 yksikköä. Tällöin vahingon todennäköisyys on noin 0.26 ja vakuutuksen hinta $\pi = 0.26 \cdot 10 = 2.6$.

Huomattakoon, että edellä hyötyfunktiota ei tarvinnut kiinnittää, vaan samoihin valintoihin päädytään kaikilla hyötyfunktioilla, joilla pätee $U' > 0$ ja $U'' < 0$.

Jatketaan esimerkkiä edelleen. Kiinnitetään hyötyfunktioksi $U(y) = \log y$. Olkoon vahingon suuruus $L_1 = 10$ tai $L_2 = 15$ ja näiden toteutumistodennäköisyydet ehdolla, että vahinko tapahtuu vastaavasti $p_1 = 0.6$ ja $p_2 = 0.4$. Oletetaan, että vakuutuksenantaja hinnoittelee vakuutuksen yhtälöllä

$$\pi = \delta p(x)(p_1 q_1 + p_1 q_2),$$

missä $\delta = 1.02$. Kuluttajan maksimointiongelma on nyt

$$\begin{aligned}\max_{x,q_1,q_2} \quad & [(1-p(x))U(W-x-\pi) + p(x)(p_1 U(W-x-\pi-L_1+q_1) \\ & +p_2 U(W-x-\pi-L_2+q_2))].\end{aligned}$$

Ratkaisemalla tämä saadaan kahden desimaalin tarkkuudella $x^* = 0.30$, $q_1^* = 7.45$ ja $q_2^* = 12.45$. Kuluttaja panostaa turvallisuuteensa 0.30 yksikköä ja vakuutuksen kysyntä on muotoa $q^*(\mathbf{L}) = \max(0, \mathbf{L} - D)$, missä omavastuuosuus $D = 2.55$.

3.3. **Vahingon suuruuden vähentäminen.** Edellä tarkasteltiin moraalikadon tilannetta, jossa vakuutuksenottaja voi vaikuttaa vahingon toteutumistodennäköisyyteen. Tällainen tilanne on esimerkiksi, kun vakuutuksenottaja harkitsee murtohälyttimen hankkimista. Toisaalta sprinklerin hankkiminen tuskin vaikuttaa vahingon toteutumiseen, mutta se vähentää vahingon suuruutta. Tässä luvussa tutkitaankin moraalikadon tilannetta, jossa kuluttaja voi vaikuttaa vahingon todennäköisyysjakaumaan. [12]

Lähestytään asiaa esimerkin kautta. Olkoon vahingon suuruudelle kolme eri vaihtoehtoa: $L_1 = 10$, $L_2 = 20$ ja $L_3 = 50$. Olkoon $p = 0.2$ todennäköisyys, että vakuutustapahtuma ylipäänsä tapahtuu. Funktio $p_1(x) = 0.5 + 0.15x$ kuvaa panostuksen x vaikutusta todennäköisyyteen, että vahingon suuruus on L_1 ehdolla, että vakuutustapahtuma tapahtuu. Vastaavasti määritellään $p_2(x) = 0.3 - 0.05\sqrt{x}$. Todennäköisyydelle $p_3(x)$ pätee $p_3(x) = 1 - p_1(x) - p_2(x)$. Olkoon kuluttajan varallisuus

[12] Tässä on oleellista, että vahingon suuruus on satunnainen. Deterministinen vahingon suuruus ei nimittäin vaikuta hinnoitteluyhtälöön $\pi = pq$.

$W = 100$ ja hyötyfunkio $U = \log x$. Oletetaan, että vakuutuksenantaja hinnoittelee vakuutuksen pelkän riskimaksun perusteella, jolloin

$$\pi = p \cdot [p_1(x)q_1 + p_2(x)q_2 + p_3(x)q_3].$$

Kuluttajan maksimointiongelma on nyt

$$\max_{x,q_1,q_2,q_3} [(1-p)U(W-x-\pi) - p \cdot \sum_{i=1}^{3}(p_i(x)U(W-x-\pi-L_i+q_i))].$$

Maksimoimalla tämä saadaan, että optimaalinen panostus turvallisuuteen on $x^* = 1.78$ ja tätä vastaavat todennäköisyydet $p_1(x^*) = 0.77$, $p_2(x^*) = 0.23$ ja $p_3(x^*) = 0$. Optimaaliset kysynnät ovat $q_1^* = 10$, $q_2^* = 20$ ja $q_3^* = 0$. [13] Siis kuluttaja eliminoi kokonaan isoimman vahingon toteutumisen mahdollisuuden, mutta vakuuttaa pienet vahingot täysin. Tämä on oikeastaan käänteinen tulos vahingon täyteen vakuuttamiseen yli omavastuuosuuden, jossa nimenomaan pienet vahingot jäävät vakuutuksenottajan omalle vastuulle. Suhteellisen yleisillä oletuksilla vakuutuksenottaja valitsee aina pienille vahingoille täyden vakuutuksen johonkin rajaan asti ja tätä suuremmille vahingoille osittaisen vakuutuksen, kun kyseessä on moraalikato, jossa vakuutuksenottaja voi vaikuttaa vahingon suuruuteen (ks. [Win, s. 166]).

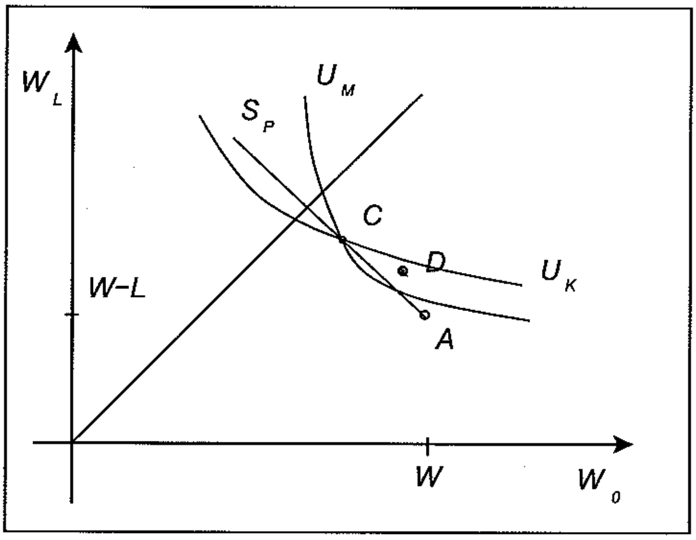
3.4. **Haitallinen valinta.** Moraalikadossa on kyse siitä, että vakuutuksenottaja voi tehdä jonkin toiminnon vakuutuksenantajalta salassa (*hidden action*). Toinen epäsymmetrisen informaation muoto on sellainen, jossa markkinoilla on tietoa, joka ei ole kaikkien saatavissa symmetrisesti ja kuluitta (*hidden information*). Esimerkkinä tässä luvussa tarkastellaan tilannetta, jossa kuluttajat jakautuvat kahteen luokkaan: matalariskisiin ja korkeariskisiin. Vakuutuksenantajalle muodostuu hinnoitteluongelma, sillä hän ei tiedä kumpaan ryhmään vakuutuksenottaja kuuluu. Ongelmasta käytetään nimitystä haitallinen valinta (*adverse selection*).

Merkitään matalariskisen kuluttajan vahinkotodennäköisyyttä symbolilla p_M ja korkeariskisen symbolilla p_K. Luonnollisesti $0 < p_M < p_K < 1$. Olkoon kuluttajan varallisuus ilman vahinkoa W_0 ja vahingon sattuessa W_L. Alla esitetään kaksi eri hinnoitteluvaihtoehtoa vakuutussopimuksille. Analyysi on pääosin graafista, sillä tarvittava matemaattinen koneisto on raskas ja graafinen esitys antaa probleemasta selkeän ja riittävän tarkan kuvan. Esitys seurailee Rotschildin ja Stiglitzin artikkelia [RS].

Oletetaan aluksi, että vakuutuksenantaja hinnoittelee vakuutuksen yhtälöllä $\pi = \bar{p}q$, jolloin vakuutuksenantaja tekee nollavoittoa. Todennäköisyyden $\bar{p}$ vakuutuksenantaja määrittelee yhtälöllä $\bar{p} = \lambda p_K + (1-\lambda)p_M$, missä λ on korkeariskisten vakuutuksenottajien osuus populaatiosta $(0 < \lambda < 1)$. Osoittautuu, että markkinoilla

[13] Itse asiassa, koska $p_3(x^*) = 0$, jää q_3 vapaaksi muuttujaksi. Oletetaan, että tällöin kysyntä on nolla.

ei tulisi olla yllä kuvatun hinnoittelun mukaisia poolaavia sopimuksia. [14] Asiaa selvitetään kuvassa 5. Kuvan koordinaatiston abskissana on varallisuus mikäli onnettomuutta ei tapahdu ja ordinaattana varallisuus mikäli onnettomuus tapahtuu. Piste A kuvaa vakuutuksenottajan varallisuutta, jos hän ei ota vakuutusta ja 45:n asteen suora on taas täyden vakuutuksen pisteet. Suoralla S_P on vakuutuksenantajan nollavoittopisteet. Janan kulmakerroin on $-(1-\overline{p})/\overline{p}$. Nimittäin jos kuluttaja kysyy vakuutusta määrän q, vähenee kuluttajan varallisuus määrällä $\overline{p}q$, mikäli vahinkoa ei tapahdu, ja kasvaa määrällä $(1-\overline{p})q$, jos vahinko tapahtuu.



Kuva 5. Haitallinen valinta ja poolaus

Olkoon C piste nollavoittojanalta, joka kelpaa sekä korkea- että matalariskiselle vakuutuksenottajalle. Piste $C = (W_0^C, W_L^C)$ kuvaa vakuutussopimusta, jossa vakuutuksenottajan nettovarallisuus on W_O^C ilman vahinkoa ja W_L^C vahingon sattuessa. Merkitään korkeariskisen vakuutuksenottajan tämän pisteen kautta kulkevaa samahyötykäyrää U_K:lla ja matalariskisen U_L:llä. Implisiittifunktiolauseen perusteella pisteessä $C = (W_0^C, W_L^C)$ pätee

$$U_K' = -\frac{1-p_K}{p_K}\frac{U'(W_0^C)}{U'(W_L^C)}, \quad U_M' = -\frac{1-p_M}{p_M}\frac{U'(W_0^C)}{U'(W_L^C)}.$$

Täten

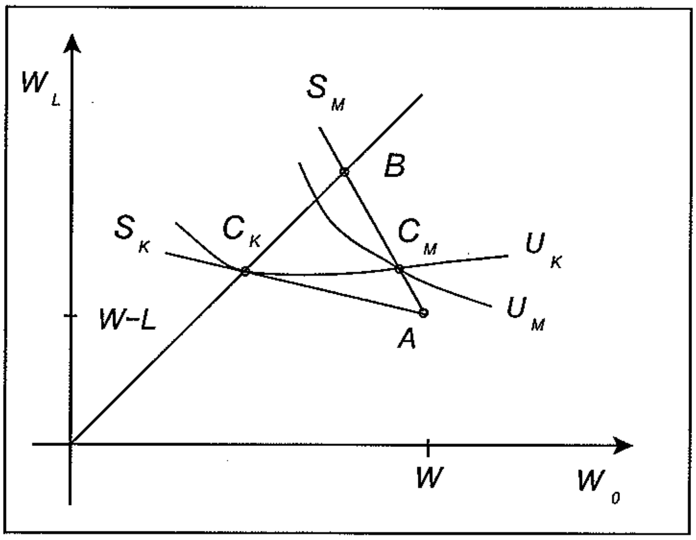
$$U_K' = \frac{1-p_K}{p_K}\frac{p_M}{1-p_M}U_M'.$$

[14]Tarkemmin sanottuna, poolaustasapaino (*pooling equilibrium*) ei ole mahdollinen kilpailullisilla markkinoilla. Lisää tietoa vakuutusmarkkinoiden tasapainosta löytyy lähteistä [RS] ja [DDF].

Koska $p_M < p_K$, saadaan $U'_M < U'_K$.

Toinen vakuutuksenantaja voi nyt tarjota vakuutussopimusta D, joka maksaa hieman vähemmän mutta tarjoaa myös vähemmän suojaa. Piste D voidaan valita siten, että se on käyrien U_K ja U_M välissä. Tämä uusi sopimus houkuttelee matalariskiset vakuutuksenottajat siirtymään siihen, kun taas korkeariskiset pitävät edelleen vanhaa sopimusta parempana. On selvää, että uusi sopimus saadaan voitolliseksi, sillä vain matalariskiset ottavat sen. Sopimuksesta C tulee tappiollinen, sillä $\overline{p}$ arvioidaan liian pieneksi, joten se poistuu markkinoilta.

Poolaava sopimus ei edellä esitetyn mukaan ole mahdollinen. Yritetään toista lähestymistapaa. Tarjotaan kahta eri sopimusta, joista korkeariskinen kuluttaja valitsee toisen ja matalariskinen toisen (*separating contracts*). Koska vakuutuksenantaja ei pysty suoraan havainnoimaan vakuutuksenottajan riskistatusta, täytyy vakuutussopimusten olla kannusteyhteensopivia. Siis korkeariskisen täytyy saada omasta sopimuksestaan vähintään se hyöty, jonka hän saisi matalariskiselle tarkoitetusta sopimuksesta.



Kuva 6. Haitallinen valinta ja separoivat sopimukset

Kuvassa 6 suora S_M on matalariskisen vakuutuksenottajan nollavoittosuora, jonka perusteena on hinnoitteluyhtälö $\pi = p_M q$. Suoran kulmakerroin on $-(1-p_M)/p_M$. Suora S_K on vastaava suora korkeariskiselle vakuutuksenottajalle kulmakertoimena $-(1 - p_K)/p_K$. Vakuutuksenottajat ottaisivat mieluiten riskinkaihtajina täyden vakuutuksen. Jos vakuutuksenantaja tarjoaisi täysiä vakuutuksia B ja C_K, kysyttäisiin kuitenkin vain vakuutusta B. Tämä sopimus tarjoaa korkeamman varallisuuden myös korkeariskiselle vakuutuksenottajalle vakuutustapahtuman sattumisesta

riippumatta, joten hän saa siitä enemmän hyötyä kuin sopimuksesta C_K. Jotta matalariskiselle vakuutuksenottajalle tarjottu sopimus olisi separoiva, se ei saa antaa korkeariskiselle enempää hyötyä kuin sopimus C_K. Täten sopimuksen tulee sijaita samahyötykäyrällä U_K tai sen alapuolella. Lisäksi sopimuksen tulee sijaita nollavoittosuoralla S_M (tai sen alapuolella). Tällaisista sopimuksista matalariskinen kuluttaja saa eniten hyötyä siitä, joka on suoran S_M ja samahyötykäyrän U_K risteyskohdassa eli sopimuksesta C_M. Matalariskinen vakuutuksenottaja hyötyy tästä sopimuksesta enemmän kuin sopimuksesta C_K. Separoivat sopimukset ovat täten C_K ja C_M. [15] Huomattavaa on, että korkeariskinen vakuutuksenottaja saa täyden vakuutuksen, kun taas matariskinen joutuu tyytymään osittaiseen vakuutukseen. Matalariskinen kärsii siis hyvinvointitappion johtuen epäsymmetrisestä informaatiosta.

Seuraava askel olisi laajentaa tarkastelua usean periodin malleihin. Esimerkiksi bonus-malus -järjestelyllä saadaan matalariskisiä ja korkeariskisiä vakuutuksenottajia eroteltua. Usean periodin malleja on lukuisia erilaisia (ks. [DDF, sivut 218-219]). Tulos, että matalariskiset vakuutuksenottajat saavat vain osittaisen vakuutuksen on kuitenkin robusti mallin valinnalle.

4. Yhteenveto

Työssä on tutkittu optimaalista vakuutuksen kysyntää vakuutuksenottajan ollessa riskinkaihtaja. Täydellisen informaation vallitessa havaitaan, että mikäli vakuutuksen hinta on pelkkä riskimaksu, vakuutuksenottaja kysyy täyttä vakuutusta. Mikäli hintaan sisältyy riskiin suhteutettu kuormitus, optimaalinen kysyntä on alle täyden vakuutuksen suuruinen. Vakuutuksen kysyntä on tällöin muodoltaan vahingon suuruus vähennettynä omavastuuosuudella. Jos myös vakuutuksenantaja on riskinkaihtaja, osamäärävakuutus muodostuu optimaaliseksi.

Mikäli vakuutuksenottaja voi vaikuttaa vahingon toteutumistodennäköisyyteen, ei vakuutuksen kysyntä muutu muodoltaan, vaan hän kysyy edelleen täyttä vakuutusta yli omavastuuosuuden. Sen sijaan jos vakuutuksenottaja pystyy vaikuttamaan vahingon suuruuden jakaumaan omalla panostuksellaan, optimaalinen vakuutustapa on ottaa pienille vahingoille täysi vakuutus ja suurille vahingoille osittainen vakuutus. Haitallinen valinta johtaa tilanteeseen, jossa korkeariskinen vakuutuksenottaja saa täyden vakuutuksen kun taas matalariskinen joutuu tyytymään osittaiseen vakuutukseen.

Viitteet

[AK] Alvarez, L. ja L. Koskinen: Rahoituksen teoriaa ja sovelluksia aktuaareille. Vakuutusvalvontaviraston julkaisusarja, monisteet 2004:2. - Vakuutusvalvontavirasto, Helsinki, 2004.

[15] Itse asiassa sopimukset C_K ja C_M tarjoavat saman hyödyn korkeariskiselle vakuutuksenottajalle odotusarvomielessä. Oletetaan kuitenkin, että korkeariskinen vakuutuksenottaja valitsee sopimuksen C_K. Tätä voi perustella esimerkiksi tähän sopimukseen sisältyvällä nollavarianssilla.

[Arr] ARROW, K.: Uncertainty and the Welfare Economics of Medical Care. - The American Economic Review, 53, 941–973 (1963)

[DDF] DIONNE, G., N. DOHERTY ja N. FOMBARON: Adverse Selection in Insurance Markets. Kirjassa Handbook of Insurance, toim. G. Dionne - Kluwer Academic Publishers, Yhdysvallat, 2000.

[Lou] LOUBERGÉ, H.: Developments in Risk and Insurance Economics: the Past 25 Years. Kirjassa Handbook of Insurance, toim. G. Dionne - Kluwer Academic Publishers, Yhdysvallat, 2000.

[Mos] MOSSIN, J.: Aspect of Rational Insurance Purchasing. - Journal of Political Economy 91, 304–311 (1968).

[RS] ROTHSCHILD, M. ja J. STIGLITZ: Equilibrium in Competetive Insurance Markets: an Essay on the Economics of Imperfect Information. - Quarterly Journal of Economics, 90, 629–649 (1976).

[Sch] SCHLESINGER, H.: The Theory of Insurance Demand. Kirjassa Handbook of Insurance, toim. G. Dionne - Kluwer Academic Publishers, Yhdysvallat, 2000.

[Sha] SHAVELL, S.: On Moral Hazard and Insurance. - Quarterly Journal of Economics 93, 541–562 (1979).

[Var] VARIAN, H. R.: Microeconomic Analysis, 3. painos - W. W. Norton & Company, Yhdysvallat, 1992.

[Win] WINTER, R.A.: Optimal Insurance under Moral Hazard. Kirjassa Handbook of Insurance, toim. G. Dionne - Kluwer Academic Publishers, Yhdysvallat, 2000.