



WORKING PAPERS

ISSN 0781-4410

SUOMEN AKTUAARIYHDISTYS
The Actuarial Society of Finland

27

Irmeli Saari

TEL-LISÄELÄKEVAKUUTUKSEN MAKSU-
KERTOIMIEN LASKENTA (1989)

SHV-TUTKINNON HARJOITUSTYO

TEL-LISAEELAKEVAKUUTUKSEN MAKSUKERTOIMIEN LASKENTA

SISALTO

- 1 HARJOITUSTYON AIHE
- 2 YMPARISTOTEKIJAT
- 3 RATKAISUVAIHTOEHDOT
- 4 LAHTOTIEDOT
- 5 KAAVOJEN MUUTOKSET VUODEN 1976 JALKEEN
- 6 YLEIS- JA ERIKOISVAKIOT
- 7 μ , D, N ja M-LUVUT
- + 8 VANHUUSELAKE
 - 8.1 VASTAISEN ELÄKKEEN KERTAMAKSU
 - 8.2 ALKANEEN ELÄKKEEN KERTAMAKSU
- + 9 TYÖKYVYTTÖMYYSELAKE
 - 9.1 VASTAISEN ELÄKKEEN KERTAMAKSU
 - 9.2 ALKANEEN ELÄKKEEN KERTAMAKSU
 - 9.3 RISKIMAKSU
- + 10 PERHE-ELAKE
 - + 10.1 TAULUKOIDEN LASKENTA
 - 10.1.1 AVIOISUUS
 - 10.1.2 SYNTYVYYS
 - 10.1.3 IKAEROT
 - 10.1.4 LAPSENELÄKKEEN RAJAT
 - 10.1.5 APULUKUJA
 - 10.1.6 ORVONELÄKKEEN PÄÄOMA-ARVO gw'
 - 10.1.7 ORVONELÄKKEEN PÄÄOMA-ARVO hw'
 - 10.1.8 LESKENELÄKKEEN PÄÄOMA-ARVO
 - 10.1.9 PÄÄOMA-ARVOJEN INTEGRAALIT
 - 10.2 VASTAISEN ELÄKKEEN KERTAMAKSU
 - 10.3 RISKIMAKSU
- + 11 HAUTAUSAVUSTUS
 - 11.1 VASTAISEN ELÄKKEEN KERTAMAKSU
 - 11.2 RISKIMAKSU
- 12 YHTEENVETO



1 HARJOITUSTYÖN AIHE

Eläkevakuutukseen liittyy joukko kerta- ja riskimaksukertoimia, jotka ovat kaavoina selkeitä, mutta joiden numeeristen arvojen laskeminen vaatii runsaasti laskentakapasiteettia. Helppoja kertoimia ovat työkvyttömyyseläkkeen kertoimet. Vanhuus- ja perhe-eläkekertoimissa sen sijaan joudutaan laskemaan numeerisesti arvo 1-3 -kertaisille integraaleille.

Nykytilanteessa kertoimia käytetään niin, että ne lasketaan varsinaisten systeemien ulkopuolella ja viedään kerrointauluistoina systeemeihin. Tästä aiheutuu hankaluutta sikäli, että perusteiden muututtua useita kertoja systeemeissa pitää olla useita taulukoita, joiden ylläpito on vaikeaa. Toisaalta kertoimien arvojen laskeminen nykyisin käytössä olevista summakehitelmistä on työlas proseduuri vieden pahimmassa tapauksessa sekunnin kertaluokkaa olevan CPU-ajan.

Tehtävänä on kehittää tehokkaat approksimaatiokaavat kertoimien laskentaa varten. Kaavoille asetetaan seuraavat vaatimukset:

- kaavasta saatavan kertoimen tulee olla riittävän tarkka
- kaavan on oltava parametrisoitu siten, että perustevakioiden muuttuessa uusien vakioiden mukaiset kertoimet saadaan samasta kaavasta vakioita muuttamalla
- kaavan on oltava laskennallisesti niin tehokas, että on taloudellisesti mielekasta laskea sen arvo uudestaan joka kerran kun kerrointa tarvitaan.

2 YMPARISTOTEKIJAT

Harjoitustyö liittyy kiinteästi Oy Elakesysteemi Ab:ssa syksyllä 1988 aloitettuun TEL-lisäedun uusimisprojektiin.

Nykyysteemi

Nykyinen lisäeturekisteri on eraajopohjainen ja koneellista laskentaa voidaan tehdä ainoastaan viimeiselle vuosilaskentavuodelle ja sitä myöhemmille vuosille.

Lisäedun maksukertoimet on taulukoitu etuuksittain, eläkei'tittain, lapsenelakkeen päätien ja leskenehdon mukaan. Kertamaksut ja vastuuvaaramaksut ovat eri taulukoissa. Kussakin taulukossa on sekä miesten että naisten maksukertoimet.

Jokaiselle vuodelle on omat taulukot. Yhdelle vuodelle taulukoita on toista sataa.

Uusi rekisteri

Uusi lisäeturekisteri on tietokantapohjainen. Päivitystä rekisteriin tulee tapahtumaan sekä tosiajassa että eraajona.

Laskentaa suoritetaan nykyisen kahden vuoden asemasta neljälle vuodelle. Lisäksi laskentapyyntöissä laskenta voidaan tehdä vuodesta 1976 alkaen. Maksukertoimia ja laskukaavoja tarvitaan näin ollen alkuvaiheessakin jo 15 eri vuodelta.

Hidastavana tekijänä laskennoissa on taulukkojen käsittely, joten vanhan systeemin mukaista taulukkomaaraa ei voi toteuttaa.

Taulukoiden teko tarkistusvaiheineen on myös ollut työlästä.

3 RATKAISUVAIHTOEHDOT

Maksukertoimien toteuttamiselle on ainakin kolme vaihtoehtoa:

- Vaihtoehto 1 Nykyisen systeemin mukaiset taulukot joka vuodelle vuodesta 1976 lähtien erikseen, jolloin taulukoita tulisi tuhansia. Tällöin rekisteripaivitykset tukkisivat koneen useiden taulukkohakujen vuoksi, joten tämä vaihtoehto ei tule kysymykseen.
- Vaihtoehto 2 Toinen äärimmäisyys, jossa kaikki maksukertoimet lasketaan lähtötiedoista aina kun kertoimia tarvitaan. Tässä ratkaisussa taulukoita tarvitaan tuskin lainkaan, mutta tällöin maksukertoimille pitäisi löytää nopeat laskukaavat.
- Vaihtoehto 3 Kompromissi lähtötietojen ja lopullisten kertoimien välillä, jossa talletaan vuosittain puolivalmista tietoa. Näiden avulla lopullisten kertoimien laskenta olisi nopeaa ja talletettavia tietoja olisi huomattavasti vähemmän kuin lopullisia kertoimia.

Puolivalmis tieto olisi joko Etk:sta saatavia taulukoita tai se laskettaisiin kerran vuodessa, kun uudet perusteet ovat selvillä.

4 LAHTOTIEDOT

- Yhteiset** Lahtötietoja kertoimia laskettaessa tarvitaan melko vanhan. Kaikille etuuksille yhteisiä tietoja ovat
- yleisvakiot a(1) - a(33),
 - erikoisvakiot b(1) - b(15),
 - ika x ja
 - laskentavuosi v.
- Vanhuuseläke** Vanhuuseläkkeessä tarvitaan lisäksi
- sukupuoli ja
 - eläkeikä w.
- Tk-eläke** Työkyvyttömyyseläkkeessä tarvitaan yhteisten lisäksi
- eläkeikä w,
 - odotusaika ennen vuotta 1982 ja
 - tk-eläkkeen alkuikä.
- Perhe-eläke** Perhe-eläkkeessä lähtötietoja ja kertoimia on eniten. Yhteisten lisäksi tarvitaan
- sukupuoli
 - lapseneläkkeeseen pääteikä w',
 - leskenehto,
 - perhe-eläkkeen tyyppi,
 - perhe-eläkkeen kollektiivisuus,
 - kansaneläkkeen kertaluku.
- Hautausavustus** Hautausavustuksessa tarvitaan yhteisten lisäksi vain
- sukupuoli.

5 KAAVOJEN MUUTOKSET VUODEN 1976 JALKEEN

Vuosi 1976 on ensimmäinen vuosi jolle laskentaa on tarkoitus tehdä, sillä lisaedun mukautus tapahtui 1.7.1975 ja tätä tasoa on pidettava lahtotietona.

YLEISET
LASKUPERUSTEET

Ainoa laskukaavoihin vaikuttava muutos yleisissä laskuperusteissa on ennen vuotta 1983 ollut saanto, jossa erikoisvakio b2 piti perhe-eläkkeessä huomioida toisen asteen interpolaatiolla.

Käytännössä erikoisvakion b2 muuttuessa laskettiin aina perhe-eläketaulustot uudelleen, jolloin kertoimet saatiin tai voitiin laskea suoraan vakion b2 kulloisellakin arvolla.

ERITYIS-
PERUSTEET

Lisaedun erityisperusteissa laskukaavat ovat muuttuneet vuosina 1979, 1982, 1985 ja 1987.

1979

Vuonna 1979 lisättiin perhe-eläkkeen ja haudausavustuksen riskimaksukertoimen kaavaan erikoisvakio (b9). Miesten perhe-eläkkeeseen riskimaksun kaavaan tuli ns kel-osa ja naisten riskimaksukertoimet muuttuivat samalla.

1982

Vuonna 1982 muuttui tk-eläkkeen odotusaika sairausvakuutuspaivarahan vuoksi 9 kuukaudeksi ja odotusajat 1, 3 tai 6 kuukautta jäivät pois. Samoin jäivät pois yli 65 vuotta olevat eläkeiät ja niitä vastaavat tk-kertoimet B1 ja B2.

1985

Vuonna 1985 muuttui lisaedun brutotus siten että, vanhuuseläkkeen lisaosalle tuli oma brutotuskerroin.

1987

Vuonna 1987 lisättiin perhe-eläkkeen kerta- ja riskimaksukaavoihin kerroin 0,9.

TOTEUTUS

Erikoisvakiolla (b9) on ollutkin arvo 1 ennen muutosta, joten vuoden 1979 muutos kaavaan ei vaikuta lopputulokseen.

Riskimaksukaavan muutos viedään maksujen laskentaan, joten ei vaikuta kertoimien laskentaan.

Naisten perhe-eläkekertoimet viedään sellaisenaan vuositietoihin, joten eivät vaadi omaa kaavaa eri vuosille.

Nettokaavojen muutokset voidaan hoitaa tk-eläkkeen odotusajassa ja miesten perhe-eläkkeessä lisavakioilla e1 ja e2, jolloin voidaan käyttää aina samaa kaavaa.

Yli 65 olevia eläkeikiä ei oteta niiden harvinaisuuden vuoksi lainkaan mukaan.

Brutotuksen muutos viedään maksujen laskentaan, joten se ei vaikuta maksukertoimiin, jotka lasketaan nettokerroimina.

MAKSUKERTOIMIEN MUUTOKSET 1976 - 1989

1.1.76 1.1.79 1.1.82 1.1.87

TX-ELÄKE:

odotusaika Ax(S):ssä % kk 9 kk

PERHE-ELÄKE MIEHET:

kertamaksu A1x(P1)	0,99Axna+0,29Axg+0,23Axn		0,98...
kertamaksu A2x(P1)	0,99Axna+0,2Axg		0,98...
kertamaksu A1x(P%)	0,99(a(x-3)-a(x,x-3))+0,29Axgn+0,23Axnn		0,98...
kertamaksu A2x(P%)	0,99(a(x-3)-a(x,x-3))+0,2Axgn		0,98...
R1x(P1) w'=18	$\mu(x) * (na(x)+0,29g18(x)+0,23h18(x))$	b98...	0,98...
w'=21	$\mu(x) * (na(x)+0,23g21(x)+0,30h21(x))$	b98...	0,98...
R2x(P1) w'=18	$\mu(x) * (na(x)+0,2g18(x))$	b98...	0,98...
w'=21	$\mu(x) * (na(x)+0,2g21(x))$	b98...	0,98...
R1x(P%) w'=18	$\mu(x) * (a(x-3)+(0,29g18(x)+0,23h18(x))/nM(x))$	b98...	0,98...
w'=21	$\mu(x) * (a(x-3)+(0,23g21(x)+0,30h21(x))/nM(x))$	b98...	0,98...
R2x(P%) w'=18	$\mu(x) * (a(x-3)+0,2g18(x)/nM(x))$	b98...	0,98...
w'=21	$\mu(x) * (a(x-3)+0,2g21(x)/nM(x))$	b98...	0,98...
RPx kel-a=2 w'=18	$\% \mu(x) * (0,29g18(x)+1,23h18(x))$	b98...	
kel-a=2 w'=21	$\% \mu(x) * (0,23g21(x)+1,30h21(x))$	b98...	
kel-a=1 w'=18	$\mu(x) * h18(x)$	b98...	
kel-a=1 w'=21	$\mu(x) * h21(x)$	b98...	

PERHE-ELÄKE NAISET:

riskimaksu R	0,010	0,011
riskimaksu R	0,018	0,019
riskimaksu R	0,007	0,008
riskimaksu R	0,014	0,015

HAUTAUSAVUSTUS:

RxK. $\mu(x)+b13$ $b98\mu(x)+b13$

6 YLEIS- JA ERIKOISVAKIOT

- YLEISVAKIOT** Yleisvakiot (a1) - (a33) ovat muuttuneet vuosina 1979, 1983, 1986 ja 1987.
- Yleisvakioiden kaavat ovat liitteessä 1 ja vastaavat arvot liitteessä 2.
- ERIKOISVAKIOT** Erikoisvakiot (b1) - (b15) ovat muuttuneet lähes joka vuosi vuodesta 1976 lähtien. Muut kuin (b1) ja (b15) ovat olleet voimassa koko kalenterivuoden aikana.
- Kuitenkin erotus (b1) - (b15) on ollut vakio. Maksukertoimissa tarvitaan vain ko erotus, eikä vakioiden (b1) ja (b15) yksittäisiä arvoja.
- Erikoisvakioilla (b2) - (b9) ja (b14) on käytöstä riippuen useampia arvoja. Jatkossa erikoisvakiot on merkitty ilman sulkua ja samannumeroiset vakiot on erotettu lopputunnuksilla. Esimerkiksi miesten vanhuuseläkkeen kuolevuus (b2) on b2mv.
- Erikoisvakioiden arvot ovat liitteessä 3.
- LISAVAKIOT** Lisavakioilla e1 ja e2 hoidetaan perustemuutokset kaavoissa, jolloin voidaan käyttää aina samaa kaavaa.
- Lisavakioiden arvot ovat liitteessä 3.
- TOTEUTUS** Vakiot päätettiin tallettaa rekisteriin vuosittain lukuarvoina riittävällä tarkkuudella. Tällöin niiden käsittely ohjelmassa on selvempää kuin pelkkien muuttuneiden tietojen käsittely.

7 μ , D, N ja M-luvut

Kuolevuus μ ja siitä lasketut D, N ja M-luvut ovat pysyneet samoina vuodesta 1962 lähtien, kun ikäsiirto b_2 on nolla. Luvut saadaan laskettua erikois- ja yleisvakioiden sekä iän avulla.

$$\mu(x) = a_1 * \exp [a_2 * (x+b_2) - a_3 * (v-x)]$$

$$\begin{aligned} D(x) &= 999474 * \exp ([\mu(0) - \mu(x)]/a_2 - d * x) \text{ tai} \\ &= 999474 * \exp (a_1/a_2 * \exp(a_3*(v-x))) * \\ &\quad * \exp (-d * x) * \\ &\quad * \exp (- a_1/a_2 * \exp(a_2*x+a_3*(v-x))) \end{aligned}$$

missä

$$d = \ln (1 + b_1 - b_{15})$$

$$\begin{aligned} N(x) &= \int_x D(t) dt = \\ &= \sum D(t) - [6+\mu(x)+d]*D(x)/12, \text{ missä} \\ t &= x - 150 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M(x) &= \int_x \mu(t)*D(t) dt \\ &= \sum D(t)*\mu(t) - [6+\mu(x)+d-a_2]*D(x)*\mu(x)/12 \text{ tai} \\ &= D(x) - d * N(x) \end{aligned}$$

Eri etuuslajeilla kaikkia edellä olevia lukuja käytetään ikäsiirrolla b_2 , mutta tällöin lähdetään aina luvuista, jotka on laskettu ilman ikäsiirtoa.

μ ja D ovat tarkkoja arvoja ja helposti laskettavissa tarvittaessa. Sen sijaan N ja M ovat Eulerin kaavalla laskettuja likiarvoja ja niiden laskenta ko kaavalla on työlästä.

D:n jalkimmainen eksponenttifunktio voidaan kehittää sarjaksi

$$\exp(z) = 1 + z + z^2/2! + z^3/3! + \dots$$

jolloin D voidaan integroida ja N on suoraan laskettavissa. Sarja suppenee kuitenkin hitaasti. Iässä 65 riittää sarjan 5 ensimmäistä termiä, mutta iässä 100 tarvitaan jo 34 termiä.

N päätettiin taulukoida ja μ ja D laitetaan samaan taulukkoon, jolloin taulukkohakuja tulee vain yksi yhtä ikää kohden. Luvut ovat kutakin ikää 0 - 100 kohti, mutta ei vuosittain.

M on laskettavissa D:n ja N:n avulla, jolloin se ei tarvitse omaa taulukkoa.

8 VANHUUSELAKE

8.1 VASTAISEN ELAKKEEN KERTAMAKSU

Vanhuuselakkeen kertamaksut $Ax(E)$ saadaan D ja N -luvuista.

$$\begin{aligned}Ax(E) &= N(w-b2mv) / D(x-b2mv) && \text{miehilla, kun } x < w \\ &= N(w-b2nv) / D(x-b2nv) && \text{naisilla, kun } x < w \\ &= N(x-b2mv) / D(x-b2mv) && \text{miehilla, kun } x \geq w \\ &= N(x-b2nv) / D(x-b2nv) && \text{naisilla, kun } x \geq w\end{aligned}$$

Määräaikaisen vanhuuselakkeen eli lisaosan kertamaksut saadaan alku- ja loppuian kertamaksujen erotuksena.

8.2 ALKANEEN ELAKKEEN KERTAMAKSU

Alkaneen eläkkeen kertamaksu saadaan vastaavasti D - ja N -luvuista.

$$\begin{aligned}Ax(E) &= N(x-b2mv) / D(x-b2mv) && \text{miehilla} \\ &= N(x-b2nv) / D(x-b2nv) && \text{naisilla}\end{aligned}$$

Vanhuuseläke ei siten vaadi uusia taulukoita, kunhan N - ja D -luvut ovat saatavissa.

9 TYÖKYVYTTÖMYYSELAKE

Työkyvyttömyyseläkemaksut ovat yhtäsuuria naisille ja miehille, sillä kaavoissa käytetään vakiokuolevuutta.

Kertoimet ovat laskettavissa tarkasti vakioista, iasta ja eläkeiästä. Laskukaavat ovat kuitenkin pitkiä eksponenttifunktioita.

Nykyisessä systeemissä kertoimia ei ole talletettu, vaan ne lasketaan tarvittaessa. Jos kertoimet taulukoidaan, ne pitää tallettaa vuosittain eri ikäisille.

9.1 VASTAISEN ELAKKEEN KERTAMAKSU

Vastaisen eläkkeen kertamaksu $Ax(S)$ on

$$Ax(S) = \exp[(a_4+d)*x] * \int_0^w \int_0^{t-x} z(t,v) * \exp(-d*t) dv dt$$

$$= \exp(a_4+d)x * \left[\frac{b_3*a_5/a_{11} * ((\exp(a_{11}(x-w)+c_1*w) - \exp(c_1*w+0,75*c_4)) / c_4 - (\exp(0,75*a_{11}+c_1*w) - \exp(c_1*x+0,75*c_4)) / c_1)}{+ b_4*a_6/a_{12} * ((\exp(a_{12}(x-w)+c_2*w) - \exp(c_2*w+0,75*c_5)) / c_5 - (\exp(0,75*a_{12}+c_2*w) - \exp(c_2*x+0,75*c_5)) / c_2)} \right. \\ \left. + b_5*a_7/a_{13} * ((\exp(a_{13}(x-w)+c_3*w) - \exp(c_3*w+0,75*c_6)) / c_6 - (\exp(0,75*a_{13}+c_3*w) - \exp(c_3*x+0,75*c_6)) / c_3) \right],$$

$$\text{missä } c_1 = a_8 * b_6 - d \\ c_2 = a_9 * b_7 - d \\ c_3 = a_{10} * b_8 - d \\ c_4 = a_8 * b_6 - d - a_{11} \\ c_5 = a_9 * b_7 - d - a_{12} \\ c_6 = a_{10} * b_8 - d - a_{13}$$

9.2 ALKANEEN ELAKKEEN KERTAMAKSU

Alkaneen eläkkeen kertamaksu $Ax(S)$ on

$$Ax(S) = \exp[(x-u)*d] * \int_0^{w-u} z(u+v,v) * \exp(-d*v) dv / z(x,x-u)$$

$$= \exp(x-u)*d / \left[\frac{b_3*a_5 * \exp((b_6*a_8+a_{11})*u - a_{11}*x) + b_4*a_6 * \exp((b_7*a_9+a_{12})*u - a_{12}*x) + b_5*a_7 * \exp((b_8*a_{10}+a_{13})*u - a_{13}*x)}{+ (b_3*a_5/c_1 * \exp((-a_{11}-d)*u) * (\exp(c_1*w) - \exp(c_1*x)) + b_4*a_6/c_2 * \exp((-a_{12}-d)*u) * (\exp(c_2*w) - \exp(c_2*x)) + b_5*a_7/c_3 * \exp((-a_{13}-d)*u) * (\exp(c_3*w) - \exp(c_3*x))} \right]$$

Alkaneen eläkkeen kertamaksu riippuu työkyvyttömyyden alkuiästä, jolloin taulukkoarvoja tulisi jokaiselle vuodelle, iälle ja alkuiälle, joten vastaisten eläkkeiden kertoimet päätettiin aina laskea.

9.3 RISKIMAKSU

Riskimaksukertoimet $Rx(S)$ saadaan kahden perättäisen iän vastaisen eläkkeen kertamaksukertoimista.

$$Rx(S) = Ax(S) - Ax+1(S) * \exp(-a_4-d)$$

10 PERHE-ELAKE

Naisten perhe-elakkeessa on vain riskimaksukertoimia, jotka ovat vakioita vuosittain ja taulukoidaan vuositasolle.

Miesten perhe-elakkeessa erilaisia kertamaksukertoimia on neljä ja riskimaksukertoimia 20.

Eri kertoimet muodostuvat samoista tekijöistä, joita ovat mm kuolevuus, avioisuus, leskenelakkeen paaoma-arvo ja orvonelakkeen paaoma-arvo.

Kuolevuudet taulukoitiin edellä ja avioisuus on helposti laskettavissa. Leskenelakkeen paaoma-arvoa varten on laskettava miehen ikää vastaava vaimon ikä ja sitä vastaava paaoma-arvo interpolaatiolla vaimon taysista ikavuosista.

Orvonelakkeen paaoma-arvo vaatii runsaasti laskentaa. Ensin on taas laskettava miehen ikää vastaava vaimon ikä, naisen vuosittaisia ikia vastaavat lapsenelakkeen ala- ja ylarajat ja vastaava integraali esim Eulerin kaavalla, jolloin integroitavan funktion arvo tarvitaan joka valipisteessä. Vaimon orvonelakkeen paaoma-arvoista saadaan interpoloimalla miehen orvonelakkeen paaoma-arvo.

Kertamaksukertoimiin tarvitaan vielä integraalit edelläolevista orvon- ja leskenelakkeen paaoma-arvoista. Koska funktiot eivät suoraan integroidu, tarvitaan Eulerin kaavalla laskettaessa paaoma-arvot jokaiselle miehen iälle.

Laskennan monitasoisuuden vuoksi päätettiin kertoimet laskea taulukoimalla miesten avioisuus, orvon- ja leskenelakkeen paaoma-arvot sekä niiden integraalit vuosittain kullekin miehen iälle.

Talloon perhe-elakekertoimien laskennassa joudutaan hakemaan lähtötietoja vain yhdestä vuosi-ikätaulusta nykyisen useamman taulukkohaun sijaan. Taulukoitavia tietoja on 11, kun niitä nykyisin on 24.

Taulukot ovat Etk:n laskuperustetauluissa ja saatavissa niiden muuttuessa konekielisessä muodossa Etk:sta.

10.1 TAULUKOIDEN LASKENTA

10.1.1 AVIOISUUS

Miesten avioisuus iassa x on

$$nM(x) = b10 * a14 * \exp(-a15 * [\ln(x) - a16]^{-4})$$

Naisten avioisuus iassa yx on

$$nN(yx) = b11 * a17 * \exp(-a18 * [\ln(yx) - a19]^{-4} * [1 + \ln(yx) - a19]^{-2})$$

10.1.2 SYNTYVYYS

Syntyvyys yx -ikäistä naista kohti

$$nn(yx) = b12 * a30 * \max(0, a31 - yx) / (a31 - yx) * \max(0, yx - a32) * \exp(-a33 * yx)$$

10.1.3 IKAEROT

Vaimon ika on

$$y(x) = a20 * x + a21,$$

kun x on miehen ika. Vaimon ika taysina vuosina on

$$yx = \text{int}(y(x)).$$

Ikien $x1$ ja $x2$ yhteisika kuukausina on

$$xx3 = x1 + \text{int}(xx) + \text{round}((xx - \text{int}(xx)) * 12) / 12$$

missa

$$xx = \ln(1 + \exp(-a2 * (x1 - x2))) / a2.$$

10.1.4 LAPSENELAKKEEN RAJAT

Lapsenelakkeen ylaraja on yx-ikäiselle naiselle

$$y = \max(a_{32}, \min(yx, a_{31}))$$

ja alaraja

$$a = \min(y, \max(yx - w', a_{32}))$$

missä w' on lapsenelakkeen pääteikä.

10.1.5 APULUKUJA

Pääoma-arvojen laskennassa tarvittavia apulukuja

$$da = -d - a_3$$

$$k_1 = \max(0, t - a_{32})$$

$$k_2 = b_{12} * a_{30} / a_{33}$$

$$k_3 = -a_{33} * \exp(-a_{33} * t)$$

$$k_4 = k_1 + 1 / a_{33}$$

$$k_5 = \exp(-a_{33} * t)$$

$$k_6 = \exp(d * (yx - w'))$$

$$k_7 = \exp(-a_{33} * t - k_2 * k_5 * k_4)$$

$$k_8 = \exp((da) * t - k_2 * k_5 * k_4)$$

$$r(t) = k_1 * k_7 - k_1 * k_6 * k_8$$

$$p(t) = k_7(1 + k_1 * [-a_{33} - k_2 * (k_3 * k_4 + k_5)]) - k_6 * k_8(1 + k_1 * [da - k_2 * (k_3 * k_4 + k_5)])$$

$$s(yx) = \sum(r(t), t=a-y) - r(a)/2 - r(y)/2 + p(a)/12 - p(y)/12$$

$$a(x) = N(x) / D(x)$$

$$aa(x) = [1 - \exp(-d * x)] / d$$

10.1.6 ORVONELAKKEEN PAAOMA-ARVO gw'

Orvonelakkeen paaoma-arvo yx-ikaisella naisella on

$$\begin{aligned} gw'(yx) &= \int_a^y nn(t) * aa(w' - yx + t) dt \\ &= -k2/d * \\ &\quad *(exp(-a33*y)*(y+1/a33-a32) - exp(-a33*a)*(a+1/a33-a32) + \\ &\quad + a33*exp[d*(yx-w)])/da * \\ &\quad *(exp(da*y)*(y-1/da-a32) - exp(da*a)*(a-1/da-a32)) \end{aligned}$$

Orvonelakkeen paaoma-arvo x-ikaisella miehellä on

$$\begin{aligned} gw'(x) &= nM(x) * gw'(y(x)) / nN(y(x)) \\ &= nM(x) * \\ &\quad *(g(yx)/nN(yx) + [g(yx+1)/nN(yx+1) - g(yx)/nN(yx)] * [y(x) - yx]) \end{aligned}$$

10.1.7 ORVONELAKKEEN PAAOMA-ARVO hw'

Orvonelakkeen paaoma-arvo yx-ikaisella naisella on

$$\begin{aligned} hw'(yx) &= \int_a^y nn(t) * aa(w' - yx + t) * \exp[-\int_a^{yx} nn(s) ds] dt = \\ &\quad s(yx) * b12 * a30 / d * \exp[k2 * \exp(-a33*y) * (y - a32 + 1/a33)] \end{aligned}$$

Orvonelakkeen paaoma-arvo x-ikaisella miehellä on

$$\begin{aligned} hw'(x) &= nM(x) * hw'(y(x)) / nN(y(x)) \\ &= nM(x) * \\ &\quad *(h(yx)/nN(yx) + [h(yx+1)/nN(yx+1) - h(yx)/nN(yx)] * [y(x) - yx]) \end{aligned}$$

10.1.8 LESKENELAKKEEN PAAOMA-ARVO

Leskenelakkeen paaoma-arvo x-ikaisella miehellä on

$$\begin{aligned} na(x) &= nM(x) * a(y(x)) = \\ &\quad nM(x) * (a(yx + b2ns) + (a(yx + b2ns + 1) - a(yx + b2ns)) * (y(x) - yx)) \end{aligned}$$

10.1.9 PAAOMA-ARVOJEN INTEGRAALIT

Orvoneläkkeen integraali x-ikäisellä miehellä on

$$\begin{aligned} A_{xg} &= \int_x^{\infty} D(t) * \mu(t) * g_{18}(t) dt \\ &= (\text{sum}[D(t)*\mu(t)*g_{18}(t), t=x-150] - D(x)*\mu(x)*g_{18}(x)/2 \\ &\quad + [D(x)\mu(x)g_{18}(x)]' / 12, \end{aligned}$$

missä derivaatta

$$\begin{aligned} [D(x)\mu(x)g_{18}(x)]' &= D(x)\mu(x)g_{18}(x)* \\ &\quad (-\mu(x)-d+a2+ \\ &\quad +nn(y(x))*[1-\exp(-d*w')]/d*a20/g_{18}(ax)- \\ &\quad -4*a15*[\ln(x)-a16]^3/x+ \\ &\quad +2*a18*a20*[(\ln(x)-a19)*[1+2*(\ln(x)-a19)^2]]/12 \end{aligned}$$

Vastaavasti

$$A_{xh} = \int_x^{\infty} D(t) * \mu(t) * h_{18}(t) dt$$

$$A_{xgn} = \int_x^{\infty} D(t) * \mu(t) * g_{18}(t) / nM(t) dt$$

$$A_{xhn} = \int_x^{\infty} D(t) * \mu(t) * h_{18}(t) / nM(t) dt$$

$$A_{xna} = \int_x^{\infty} D(t) * \mu(t) * na(t) / nM(t) dt$$

10.2 VASTAISEN ELAKKEEN KERTAMAKSU

Kertamaksukertoimet lasketaan aina vähimmäisturvan mukaisina eli lapsenelakkeen pääteikä on 18.

Kertamaksukertoimia on neljä

$$A1x(P1) = e2*(0,99*Axna+0,29*Axg+0,23*Axh)$$

1-tyyppinen täyskollektiivinen

$$A2x(P1) = e2*(0,99*Axna+0,2*Axg)$$

2-tyyppinen täyskollektiivinen

$$A1x(P\frac{1}{2}) =$$

$$e2*(0,99*[a(x-3+b2ns)-a(xx3)]+0,29*Axgn+0,23*Axhn)$$

1-tyyppinen puolikollektiivinen

$$A2x(P\frac{1}{2}) = e2*(0,99*[a(x-3+b2ns)-a(xx3)]+0,2*Axgn)$$

2-tyyppinen puolikollektiivinen,

missä $xx3$ on ikien $x+b2mj$ ja $x-3+b2ns$ yhteisikä.

10.3 RISKIMAKSU

Riskimaksukertomia on 20 erilaista. Kun leskenehto on rajoittamaton, on

$$R1x(P1) = e2*b9*\mu(x+b2mj)*[na(x)+0,29*g18(x)+0,23*h18(x)]$$

1-tyyppinen tayskollektiivinen w =18

$$= e2*b9*\mu(x+b2mj)*[na(x)+0,23*g21(x)+0,30*h21(x)]$$

1-tyyppinen tayskollektiivinen w =21

$$R2x(P1) = e2*b9*\mu(x+b2mj)*[na(x)+0,2*g18(x)]$$

2-tyyppinen tayskollektiivinen w =18

$$= e2*b9*\mu(x+b2mj)*[na(x)+0,2*g21(x)]$$

2-tyyppinen tayskollektiivinen w =21

$$R1x(P\frac{1}{2}) = e2*b9*\mu(x+b2mj)*$$

*[a(x-3+b2ns)+[0,29*g18(x)+0,23*h18(x)]/nM(x)]

1-tyyppinen puolikollektiivinen w =18

$$= e2*b9*\mu(x+b2mj)*$$

*[a(x-3+b2ns)+[0,23*g21(x)+0,30*h21(x)]/nM(x)]

1-tyyppinen puolikollektiivinen w =21

$$R2x(P\frac{1}{2}) = e2*b9*\mu(x+b2mj)*[a(x-3+b2ns)+0,2*g18(x)/nM(x)]$$

2-tyyppinen puolikollektiivinen w =18

$$= e2*b9*\mu(x+b2mj)*[a(x-3)+0,2*g21(x)/nM(x)]$$

2-tyyppinen puolikollektiivinen w =21

Rajoitetun perhe-elakkeen mukaiset kertomat saadaan ylläolevista kertomalla luvulla 0,99.

$$R_{px} = b_9 * \frac{1}{2} * \mu(x + b_2 m_j) * [0,29 * g_{18}(x) + 1,23 * h_{18}(x)]$$

kun $w' = 18$ ja kansaneläkkeen kertaluku on 2

$$= b_9 * \frac{1}{2} * \mu(x + b_2 m_j) * [0,23 * g_{21}(x) + 1,30 * h_{21}(x)]$$

kun $w' = 21$ ja kansaneläkkeen kertaluku on 2

$$= b_9 * \mu(x + b_2 m_j) * h_{18}(x)$$

kun $w' = 18$ ja kansaneläkkeen kertaluku on 1

$$= b_9 * \mu(x + b_2 m_j) * h_{21}(x)$$

kun $w' = 21$ ja kansaneläkkeen kertaluku on 1

11 HAUTAUSAVUSTUS

11.1 VASTAISEN ELAKKEEN KERTAMAKSU

Hautausavustuksen kertamaksu $Ax(K)$ saadaan erikoisvakioista sekä N - ja D -lukuista.

$$\begin{aligned}
 Ax(K) &= M(x+b2) / D(x+b2) + b13 * a(x+b2) \\
 &= [D(x+b2mh)-d*N(x+b2mh)]/D(x+b2mh) + b13*N(x+b2mh)/D(x+b2mh) \quad \text{miehillä ja} \\
 &= [D(x+b2nh)-d*N(x+b2nh)]/D(x+b2nh) + b13*N(x+b2nh)/D(x+b2nh) \quad \text{naisilla.}
 \end{aligned}$$

11.2 RISKIMAKSU

Hautausavustuksen riskimaksu $Rx(K)$ saadaan erikoisvakioista ja kuolevuudesta.

$$\begin{aligned}
 Rx(K) &= b9 * \mu(x+b2mh) + b13 \quad \text{miehillä ja} \\
 &= b9 * \mu(x+b2nh) + b13 \quad \text{naisilla.}
 \end{aligned}$$

12 YHTEENVETO

Maksukertoimien laskentaa varten päätettiin taulukoida tietoja kolmeen tauluun

- vuosikohtaiseen
- ikakohtaiseen ja
- vuosi-ikakohtaiseen.

Vuosikohtaiseen talletetaan yleisvakiot, erikoisvakiot, lisavakiot ja naisten perhe-elakkeen riskimaksukertoimet.

Ikakohtaiseen kuolevuus sekä D- ja N-luvut.

Vuosi-ikakohtaiseen miesten avioisuus sekä perhe-elakkeen paaoma-arvot ja niiden integraalit.

	----- TAULU 1 ----- VUOSI IKA -----	----- TAULU 2 ----- VUOSI ----- a1 - a33 b1 - b15 e1 - e2 -----	----- TAULU 3 ----- IKA ----- μ(x) D(x) N(x) -----
----- VANHUUSELAKE JA LISAOSA -----			
----- K-ELAKE -----			
----- PERHE-ELAKE -----	Axna Axg Axh Axgn Axhn nax g18x h18x g21x h21x nMx	R1 - R4	
----- HAUTAUSAVUSTUS -----			

TEL	YLEISVAKIOT	1976	1979	1983	1986	1987	1988	1989
(a1)		0,00005						(a1)
(a2)		0,095						(a2)
(a3)		0						(a3)
(a4)		0,0046051702						(a4)
(a5)		0,002	0,00015	0,0002154		0,000022		(a5)
(a6)		0,000012	0,0000225	0,00002406		0,0000079		(a6)
(a7)		0,00055	0,000144			0,0000026		(a7)
(a8)		0,0644723826	0,0425		0,0625	0,08		(a8)
(a9)		0,124339595	0,1225	0,1207	13,07	0,14		(a9)
(a10)		-0,0046051702	-0,004605		0,015395	0,12		(a10)
(a11)		3,4538776395	0,3525		0,3725	0,705		(a11)
(a12)		0,2302585093	0,1575	0,1457	0,1657	0,156		(a12)
(a13)		0,0690775528	0,1		0,12	0,17		(a13)
(a14)		0,85						(a14)
(a15)		5,13						(a15)
(a16)		3,82						(a16)
(a17)		0,81						(a17)
(a18)		1,6						(a18)
(a19)		3,6						(a19)
(a20)		0,92						(a20)
(a21)		0,8						(a21)
(a22)		0,86						(a22)
(a23)		8,8						(a23)
(a24)		0,011						(a24)
(a25)		0,00016						(a25)
(a26)		0,000045						(a26)
(a27)		65						(a27)
(a28)		0,0000000077						(a28)
(a29)		65						(a29)
(a30)		0,9						(a30)
(a31)		45						(a31)
(a32)		17						(a32)
(a33)		0,15						(a33)

TEL LISÄEDUN ERIKOISVAKIOT

	1.1.76	1.1.78	1.7.78	1.1.79	1.1.80	1.7.80	1.1.81	1.7.81	1.1.82	1.1.83	1.1.84	1.1.85	1.1.86	1.1.87	1.1.88	1.1.89
(b1) laskuperustekorko	0,08		0,075		0,08	0,085				0,095	0,0975	0,1		0,09		
kuolevuus																
(b2) miesten vanhuuseläke	0									-2						-3
(b2) naisten vanhuuseläke	-7									-9						-12
(b2) mies eläkeenjättäjä	3									1						0
(b2) nainen eläkk.jättäjä	-4									-6						-9
(b2) nainen eläkk.saaja	-7									-9						-12
(b2) miesten henkivakuutus	3									1						0
(b2) naisten henkivakuutus	-4									-6						-9
työkyvyttömyys																
(b3) alkaneen eläkkeen	0,03			1						0,4			0,18			1
(b4) paaoma-arvo	0,1			1						0,8			0,36			1
(b5) ja	0,17			1						0,4			0,18			1
(b6) vastaisen eläkkeen	0,7			1												
(b7) kertamaksu	1,33			1												
(b8)	1															
(b3) vastaisen eläkkeen	0,03			1						0,4			0,18			1
(b4) riskimaksu	0,1			1						0,8			0,36			1
(b5) vähimmäisturva	0,17			1						0,4			0,18			1
(b6) tai	0,7			1												
(b7) odotusaika b7	1,33			1												
(b8)	1															
(b3) vastaisen eläkkeen	0,18			1,2					1	0,4			0,18			1
(b4) riskimaksu	0,13			1,2					1	0,8			0,36			1
(b5) odotusaika 3 kv	0,17			1,2					1	0,4			0,18			1
(b6) tai	0,7			1												
(b7) odotusaika 1kv	1,33			1												
(b8)	1															

TEL LISÄEDUN ERIKOISVAKIOT

	1.1.76	1.1.78	1.7.78	1.1.79	1.1.80	1.7.80	1.1.81	1.7.81	1.1.82	1.1.83	1.1.84	1.1.85	1.1.86	1.1.87	1.1.88	1.1.89
maksuvapautus																
(b9) pe ja hv riskimaksu				1,06												
(b9) muut																
(b10) miesten avioisuus																
(b11) naisten avioisuus																
(b12) syntyvyys																
kuoritus																
(b13) val. summaan verr	0,001															
(b14) nettialkava eläke -80	0,05	0,06														
(b14) muut -80	0,06	0,09														
(b14) työssä olevat 81-							0,09			0,08						
(b14) muut 81-							?	0,04								0,08
(b14) varh.eläke 86-																
(b15) rahan arvon muutos	0,03	0,03	0,025	0,03	0,035	0,045	0,0475	0,05	0,04							
ei OODUSAIRA 0,5																
ei PE-KE-KO 1																
0,9																

CALCULATION OF THE PREMIUM COEFFICIENTS FOR TEL-ADDITIONAL PENSIONS

The additional pension consists of single and net premium coefficients for retirement pension, disability pension, survivors pension and funeral grant. There are different coefficients for men and women, which means, that there are over a hundred yearly changing coefficients for every age.

The premium coefficients are at the moment calculated and completed into tables. The tables are available only for two years at a time, for the calculation there should be tables for 15 - 20 different years.

For the calculation of the premium coefficients you need quite a little basic information, but the coefficients formulas are multiple integrals, which can't be calculated directly. The basic data may change yearly. Also the formulas for the premium coefficients have been changed.

The premium coefficients are worked out as three level tables in the data base. The tables are calculated per year, age and year-age. The information per year is basic information and in the other tables is unfinished information where the integrals are calculated. To the information per year has been added constants, by which you can change the formulas for different years.

By using these tables the calculation of the final premium coefficients is quick and there is little time-consuming search for tables. There will also be remarkably less tables than there is at the moment and you will be able to get the premium coefficients for 15 - 20 years.

