

Kimmo Karppinen

TASOITUSVASTUUN RAJOISTA  
TYÖELÄKEYHTIÖISSÄ

SHV-harjoitustyö  
4.3.2002

# Abstract

The purpose of this study is to find a new way of determining the upper limit of the equalisation reserve. In this regard, the standard *deviation* of the equalisation reserve takes on great importance, because the upper limit can be presented in the form

$$\text{upper limit} = \text{lower limit} + c \cdot \text{deviation},$$

in which the coefficient  $c$  is dependent on a prudent level of security. A rough estimate for  $c$  is 5.

The study focuses on the fluctuation of the equalisation reserve by analysing the deviation of the equalisation reserve, the claims incurred and the premium rates in different sectors (old age, disability, unemployment and credit loss) for the years 1976-2000. The methods that were used in the analysis are the deviation of the equalisation reserve based on observation, response function theory, and simulation. All the methods used give a similar result according to which, both the lower and the upper limit of the equalisation reserve could be raised from their present level.

# Sisällysluettelo

Johdanto .....	1
----------------	---

## 1 APUTULOKSIA

1.1 Autokovarianssi- ja autokorrelaatiokertoimet .....	3
1.2 Regressiomalleista .....	5
1.3 Tasoitusvastuu nykyperusteessa .....	8
1.4 Tasoitusvastuun hajonta .....	9

## 2 RISKILIIKKEEN TULOS JA TASOITUSVASTUU

2.1 Aineiston käsittely .....	12
2.2 Tasoitusvastuun rajat .....	18
2.3 Vastefunktiotekniikka .....	20

## 3 TASOITUSVASTUUN SIMULOINTI

3.1 Aineiston mallintaminen .....	27
3.2 Simulointi .....	31
3.3 Simuloinnin tulokset .....	32
Lähdeluettelo .....	35
Liitteet .....	36

# Johdanto

Tehtyjen ennusteiden mukaan työeläkeyhtiöiden tasoitusvastuut ylittäisivät ylärajansa lähivuosina, osalla yhtiöistä jo vuonna 2000. Tasoitusvastuu on yhteensä vuoden 2000 lopussa noin 7,3 prosenttia palkkasummasta (yhtiöstä riippuen 6,3 - 13,4 %), kun yläraja on noin 8 prosenttia palkkasummasta (yhtiöstä riippuen 6,6 - 17,9 %). Suurin osa tämänhetkisestä tasoitusvastuusta on työkyvyttömyys- ja maksutappioliikkeessä.

Yhtä nopeasti kuin tasoitusvastuun määrä on kasvanut on vastuun yläraja pienentynyt. Ylärajan pieneneminen johtuu suurimmaksi osaksi siitä, että se on huomattavan herkkä maksutappiotariffin muutoksille ja että viime vuosina maksutappiotariffia on liikkeen ylijäämäisyyden vuoksi alennettu. Tämän ilmiön vuoksi vuosien 2001 ja 2002 maksuperusteisiin tehtiin poikkeussäännös, jonka mukaan mahdollista ylärajan ylitystä ei siirretä tilinpäätöksissä 2002 ja 2003 lisävakuutusvastuuseen. Asian tarkemmalle tutkimiselle saatiin näin lisääaikaa.

Erityisesti tasoitusvastuun ylärajaa määrättäessä on tiedettävä tasoitusvastuun *hajonta*. Tällöin voidaan kirjoittaa

$$\text{yläraja} = \text{alaraja} + k \cdot \text{hajonta},$$

missä  $k$  riippuu siitä, montako prosenttia tasoitusvastuun jakaumasta halutaan olevan ala- ja ylärajan välissä eli valitusta turvaavuustasosta. Karkeana arviona voidaan valita  $k = 5$ , jolloin jakaumasta rajojen väliin jää noin 98-99 prosenttia.

Tässä tutkielmassa tasoitusvastuun hajonta (tasoitusvastuun heilahtelu) on määritetty eri tavoin analysoimalla toteutuneita tasoitusvastuutuloksia, eri liikkeiden vahinkomenoja ja tariffimaksuja. Työkyvyttömyysliikkeen osalta havaintoja on vuosilta 1976-2000 (25 kpl), vanhuus- ja maksutappioliikkeestä vuosilta 1986-2000 (15 kpl), mutta työttömyysliikkeen osalta vain vuosilta 1990-2000 (11 kpl). Työttömyysliikkeen lyhyt historia selittyy sillä, ettei työttömyyseläkkeitä rahoitettu ennen vuotta 1990. Havaintojen lukumäärä on enimmilläänkin vain 25 kappaletta, joten aikasarjojen lyhyys tuo epävarmuutta tarkasteluun (pykälä 1.1).

Jos oletetaan, että riskiliikkeiden ja tasoitusvastuiden heilahtelut ovat myös jatkossa samanlaisia kuin mitä ne ovat menneisyydessä olleet, toteutuneet aikasarjat sisältävät hyvin tiivistetyssä muodossa ne osatekijät, jotka vaikuttavat tasoitusvastuun hajontaan. Nykyperusteessa lähtökohtana on puhtaan vahinkomenon aiheuttama tasoitusvastuun heilahtelu, mutta tässä työssä lähestymistapa on Box-Jenkins -tyyppinen: vain aikasarjoihin sisältyvää informaatiota käytetään hyväksi. Tosin tulosten vertailtavuuden vuoksi joitakin korjauksia aikasarjoihin on täytynyt tehdä (pykälä 2.1).

**Tutkielman tulokset.** Aineiston analysointiin käytetyt menetelmät johtavat nykyistä korkeampaan ala- ja ylärajaan. Tasoitusvastuun hajonnaksi saadaan käytetystä menetelmästä riippuen 4–5 prosenttia *modifioidusta palkkasummasta* (pykälä 2.1, noin 2,7–3,3 prosenttia palkkasummasta), mikä tarkoittaa, että ylärajaksi muodostuu 20–25 prosenttia modifioidusta palkkasummasta (noin 13,3 - 16,7 prosenttia palkkasummasta). Koska modifioitu palkkasumma lasketaan eläkelaitoskohtaisesti, yläraja palkkasummaan suhteutettuna vaihtelee yhtiöittäin (liite 4).

**Tutkielman rakenne.** Lukuun 1 on koottu katsauksenomaisesti työssä tarvittavia käsitteitä ja perustuloksia.

Luvussa 2 analysoidaan modifioituun palkkasummaan suhteutettuja tasoitusvastuutuloksia. Pykälässä 2.2 käydään läpi ala- ja ylärajan määrittämisen periaatteet, ja pykälässä 2.3 samaan aineistoon sovelletaan filttiteoriaa.

Luvussa 3 rakennetaan tasoitusvastuun simulointimalli ja analysoidaan simuloinnin tuloksia.

Liitteissä eri eläkelaitoksiin viitataan kirjaimilla A,...,F.

# Luku 1

## Aputuloksia

### 1.1 Autokovarianssi- ja autokorrelaatiokertoimet

Oletetaan, että stokastista prosessia  $\{X(t)|t \geq 0\}$  voidaan kuvata momenttiensa avulla, joista tärkeimmät ovat odotusarvo-, varianssi- ja autokovarianssifunktiot:

*odotusarvo*

$$\mu(t) = E[X(t)],$$

*varianssi*

$$\sigma^2(t) = \text{Var}[X(t)],$$

*k-viiveinen autokovarianssi*

$$\gamma(t, k) = \text{Cov}[X(t), X(t - k)].$$

Edellisen avulla määritellään *k-viiveinen autokorrelaatio*

$$\rho(t, k) = \frac{\gamma(t, k)}{\gamma(t, 0)}.$$

Oletetaan, että prosessi  $\{X(t)\}$  on *heikosti stationaarinen*, jolloin odotusarvo on vakio, ja autokovarianssirakenne riippuu vain aikaviiveestä  $k$ , toisin sanoen

$$E[X(t)] = \mu, \quad \text{Cov}[X(t), X(t - k)] = \gamma(k).$$

Sen sijaan korkeampien momenttien aikariippumattomuudesta ei oleteta mitään. Jos tarkastellaan kahden prosessin  $\{X_i(t)\}$  ja  $\{X_j(t)\}$  välistä riippuvuutta, heikko stationaarisuus tarkoittaa *ristikovarinsisfunktion* aikariippumattomuutta:

$$\text{Cov}[X_i(t), X_j(t - k)] = \gamma_{ij}(k).$$

**Autokovarianssi- ja autokorrelaatiokertoimien estimointi.** Tavallisinta on, että autokovarianssi- ja korrelaatiokertoimien arvot on estimoitava otoksesta  $\{x(1), \dots, x(N)\}$ . Tässä työssä estimointiin on käytetty Excel-taulukkolaskentaohjelman analyysityökaluja, jolloin

$$\hat{\gamma}(0) := c(0) = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (x(t) - \bar{x})^2,$$

$$\hat{\gamma}(k) := c(k) = \frac{1}{N} \sum_{t=k+1}^N (x(t) - \bar{x})(x(t-k) - \bar{x}) \quad (k \geq 1),$$

missä  $\bar{x} = N^{-1} \sum_{t=1}^N x(t)$ . Tällöin autokorrelaatiokertoimien estimaateiksi voidaan valita

$$\hat{\rho}(k) := r(k) = \frac{c(k)}{c(0)}.$$

On huomattava, että näin saadut estimaatit ovat luotettavia vain, jos havaintoja riittävän paljon.

**Autokorrelaatiokertoimien virhe.** Havaintoaineistosta laskettuihin estimaatteihin liittyy aina estimointivirhe. Siksi on tärkeää tietää, kuinka paljon havaintoaineistosta laskettu autokorrelaatiokerroin  $r(k)$  poikkeaa vastaavasta teoreettisesta kertoimesta  $\rho(k)$ ; erityisesti, mistä viiveestä  $M$  asti voi olettaa, että  $\rho(k) = 0$  aina, kun  $k > M$ .

Empiirisen autokorrelaatiokertoimen  $r(k)$  varianssia voi arvioida kaavalla

$$(1.1) \quad \text{Var}[r(k)] \approx \frac{1}{N} \left( 1 + \sum_{v=1}^M r^2(v) \right), \quad k > M,$$

missä  $N$  on havaintojen lukumäärä [2, ss. 35-36]. Voidaan osoittaa, että hypoteesin

$$H_0 : \quad \rho(k) = 0$$

vallitessa kerroin  $r(k)$  on likimain normaalisti jakautunut  $N(0, \text{Var}[r(k)])$  [2, ss.177-178]. Tätä tietoa voidaan käyttää kriteerinä sille, mitkä autokorrelaatiokertoimista ovat merkitseviä.

Alussa oletetaan, että mikään autokorrelaatiokertoimista ei ole merkitsevä, jolloin nollahypoteesi on  $\rho(1) = 0$ . Silloin kaavassa (1.1) valitaan  $M = 0$ , ja kaikissa viiveissä  $k > 0$  on

$$\text{Var}[r(k)] \approx \frac{1}{N}.$$

Jos  $|r(1)|$  on pienempi kuin  $1,96\sqrt{\text{Var}[r(k)]} = \frac{1,96}{\sqrt{N}}$ , voidaan 95 prosentin varmuudella olettaa, että  $\rho(k) = 0$  ( $k \geq 1$ ). Päinvastaisessa tapauksessa nollahypoteesi hylätään ja edetään seuraavaan vaiheeseen valitsemalla kaavassa (1.1)  $M = 1$ . Prosessi päättyy, kun ensimmäisen kerran  $|r(k)| < 1,96\sqrt{\text{Var}[r(k)]}$ .

## 1.2 Regressiomalleista

Yleinen  $k$ -asteinen lineaarinen regressiomalli

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k$$

voidaan esittää matriisimuodossa

$$\mathbf{Y} = \hat{\mathbf{Y}} + \mathbf{e} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{e},$$

missä vektori  $\mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)^T$  sisältää selitettävän muuttujan, vektorissa  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \dots, \beta_k)^T$  ovat malliparametrit ja  $\mathbf{e} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T$  on satunnaismuuttujavektori. Matriisissa

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix}$$

puolestaan ovat selittävät muuttujat. Pienimmän neliösumman estimaatti  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  parametrivektorille  $\boldsymbol{\beta}$  saadaan laskemalla

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y}.$$

Jos oletetaan, että muuttujat  $Y_1, \dots, Y_n$  ovat toisistaan riippumattomia ja niillä on sama varianssi  $\sigma^2$ , on vektorin  $\mathbf{Y}$  varianssi-kovarianssimatriisi

$$\text{Var}[\mathbf{Y}] = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{pmatrix}.$$

Olkoon  $\mathbf{B} = (B_0, \dots, B_k)^T$  estimaattivektoria  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  vastaavaa estimaattorivektori. Silloin sen varianssi-kovarianssimatriisi on [5, s.485]

$$\text{Var}[\mathbf{B}] = \sigma^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1},$$

missä  $\sigma^2$  voidaan korvata estimaatilla

$$\hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{\text{SSE}}{n - k - 1},$$

ja SSE on jäännösten neliösumma  $\sum_{j=1}^n (Y_j - \hat{Y}_j)^2$ . Estimaattoreiden  $B_0, \dots, B_k$  varianssit ovat siis vastaavasti  $c_{00}\sigma^2, \dots, c_{kk}\sigma^2$ , missä  $c_{jj}$  on matriisin  $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$  rivillä  $j + 1$  oleva diagonaalialkio. Jäännösten neliösumma SSE voidaan edelleen muokata muotoon

$$\text{SSE} = S_{yy} - \text{SSR},$$



missä

$$S_{yy} = \sum_{j=1}^n Y_j^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{j=1}^n Y_j \right)^2 \quad \text{ja}$$

$$\text{SSR} = B_0 \sum_{j=1}^n Y_j + B_1 \sum_{j=1}^n x_{j1} Y_j + B_2 \sum_{j=1}^n x_{j2} Y_j + \cdots + B_k \sum_{j=1}^n x_{jk} Y_j - \frac{1}{n} \left( \sum_{j=1}^n Y_j \right)^2.$$

**Mallin testaus.** Aluksi on tutkittava, onko malli kokonaisuudessaan riittävä, toisin sanoen testataan

$$H_0 : \beta_0 = \beta_1 = \cdots = \beta_k = 0,$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0 \text{ ainakin yhdellä indeksillä } j.$$

Nollahypoteesin vallitessa testisuure

$$(1.2) \quad \frac{\text{SSR}/k}{\text{SSE}/(n-k-1)}$$

on F-jakautunut vapausasteilla  $k$  ja  $n-k-1$ . Tämän jälkeen testataan yksittäisiä malliparametreja:

$$H_0 : \beta_j = 0,$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0.$$

Nollahypoteesin vallitessa puolestaan testisuure

$$\frac{\hat{\beta}_j}{S \sqrt{c_{jj}}}$$

on T-jakautunut vapausasteella  $n-k-1$ . Näitä kahta testia hyväksi käyttäen määrätään lopullisen mallin parametrit.

Muuttujien valinnassa käytetään yksinkertaista, takenevaa menetelmää: ensin estimoidaan täyden mallin parametrit ja testataan mallia kokonaisuudessaan. Toisessa vaiheessa yksitellen poistetaan kaikki ne muuttujat, jotka eivät ole merkitseviä T-testin mielessä. Prosessi päättyy, kun kaikkien jäljellä olevien muuttujien T-arvo on haluttua arvoa suurempi. Yleisesti vertailukuna käytetään sellaisia T- ja F-arvoja, joiden perusteella nollahypoteesi voidaan hylätä 95 prosentin varmuudella.

Pykälässä 3.1 määritellään työkyvyttömyys-, työttömyys- ja maksutappioliikkeiden tariffimaksut sovittamalla korkeintaan astetta 4 oleva regressiomalli menoa-aineistoon. Seuraavassa esimerkissä näytetään, miten regressiosovite määrätään työkyvyttömyysliikkeen osalta.

**Esimerkki.** Olkoon vektorissa  $\mathbf{Y}$  työkyvyttömyysliikkeen perityt tariffimaksut vuosilta 1980-2000 ( $n = 21$ ) ja matriisissa  $\mathbf{X}$  työkyvyttömyysmenot neljältä aikaisemmalta vuodelta: matriisin ensimmäisellä vaakarivillä ovat menot vuosilta 1979, 1978, 1977 ja 1976, ja näillä pyritään selittämään vuoden 1980 tariffia jne. Tällöin

$$S_{yy} = 26068463, \quad \text{SSR} = 23980087 \quad \text{SSE} = 2088376, \quad S = 361,3.$$

Edelleen saadaan (oletetaan  $\beta_0 = 0$ )

$$\hat{\beta} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \hat{\beta}_3 \\ \hat{\beta}_4 \end{pmatrix} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 0,3797 \\ 0,1141 \\ 0,2440 \\ 0,5173 \end{pmatrix}$$

ja

$$S^2(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0308 & -0,0277 & -0,0093 & 0,0063 \\ -0,0277 & 0,0547 & -0,0177 & -0,0095 \\ -0,0093 & -0,0177 & 0,0547 & -0,0277 \\ 0,0063 & -0,0095 & -0,0277 & 0,0321 \end{pmatrix}$$

Siten estimaattoreiden  $B_1, \dots, B_4$  varianssien estimaatit ovat matriisin  $S^2(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$  diagonaalilla.

Täysasteista mallia testattaessa lasketaan testisuureen (1.2) arvo  $F = 45,93$ .  $F_{4,16}$ -jakauman mukainen vertailulukku on  $F_{4,16} = 5,844$ . Koska saatu arvo on suurempi kuin vertailulukku, nollahypoteesi voidaan 95 prosentin todennäköisyydellä hylätä ja olettaa siis, että ainakin jokin parametreista  $\beta_j$  on nolasta poikkeava. Tämän jälkeen voidaan alkaa tutkia yksittäisiä malliparametreja.

Neljän selittävän muuttujan mallissa:

$j$	$\hat{\beta}_j$	$S\sqrt{c_{jj}}$	T-arvo	$T_{16}$ -arvo
1	0,3797	0,1754	2,165	1,746
2	0,1141	0,2338	0,488	1,746
3	0,2440	0,2340	1,043	1,746
4	0,5173	0,1792	2,887	1,746

Näistä  $\hat{\beta}_2$  hylätään merkityksettömänä, joten voidaan olettaa, että  $\beta_2 = 0$ . Sitten tarkastellaan kolmea parametria  $\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_3$  ja  $\hat{\beta}_4$ :

$j$	$\hat{\beta}_j$	$S\sqrt{c_{jj}}$	T-arvo	$T_{15}$ -arvo
1	0,4374	0,1230	3,556	1,753
3	0,2808	0,2103	1,335	1,753
4	0,5370	0,1658	3,239	1,753

Näistä  $\hat{\beta}_3$  hylätään, joten  $\beta_3 = 0$ . Lopuksi kahden parametrin mallissa:

$j$	$\hat{\beta}_j$	$S\sqrt{c_{jj}}$	T-arvo	$T_{14}$ -arvo
1	0,5415	0,0971	5,580	1,761
4	0,7132	0,1025	6,960	1,761

Kaikki jäljellä olevat parametriarvot ovat merkitseviä, joten työkyvyttömyystariffille saadaan regressiosovite:

$$P_2(t) = 0,54X_2(t-1) + 0,71X_2(t-4).$$

On vaikea löytää selitystä sille, miksi mukaan otetaan vuodet  $t-1$  ja  $t-4$ , muttei väli vuosia  $t-2$  ja  $t-3$ . Koska kyseessä on täysin teoreettinen tapa sovittaa malli aineistoon, malliin ei voi liittää tulkintaa tiedossa olevista vahinkomenoista samalla tavoin, kuin jos käytettäisiin tasoitusvastuutyöryhmän tariffimallia [9, liite 5]. Tässä mallissahan vuoden  $t$  tariffina käytetään suoraan vuoden  $t-2$  vahinkomenoa varmuuslisällä ja vahinkoinflaatiolla korjattuna. Tällöin ajatellaan, että vuoden  $t-2$  vahinkomeno on uusin tiedossa oleva vahinkomeno, jonka mukaan vuoden  $t$  tariffi määrätään.

### 1.3 Tasoitusvastuu nykyperusteessa

Vakuutusyhtiölain mukaan (VYL 10:2) yhtiöiden korvausvastuuseen on sisällytettävä runsasvahinkoisten vuosien varalta vastuupillisesti (riskiteoreettisesti) laskeettava tasoitusmäärä. Tämän *tasoitusvastuun* tehtävänä on olla vakuutusliikkeiden puskurirahastona, jonne vahinkomenoiltaan hyvinä vuosina siirretään rahaa ja josta taas huonoina vuosina voidaan satunnaistappioita peittää (tasoitusefekti). Tasoitusvastuun tehtäviä on käsitelty perusteellisesti tasoitusvastuutyöryhmän muistiossa [9].

Työeläkevakuutusyhtiössä tasoitusvastuuseen  $\bar{U}$  liittyvät vakuutusliikkeet eli *riskiliikkeet* ovat vanhuuseläkeliike ( $i = 1$ ), työkyvyttömyyseläkeliike ( $i = 2$ ), työttömyysliike ( $i = 3$ ) ja maksutappioliike ( $i = 4$ ):

$$\bar{U}(t) = \sum_{i=1}^4 \bar{U}_i(t).$$

Kunkin liikkeen osalta tasoitusvastuu kehittyy yhtälön

$$(1.3) \quad U_i(t) = r_n \bar{U}_{i(t-1)} + \sqrt{r_n} (P_i(t) - X_i(t))$$

mukaisesti, missä  $r_n$  on vanhalle tasoitusvastuulle hyvitetävän koron korkotekijä,  $P_i(t)$  on peritty vakuutusmaksu ja  $X_i(t)$  vuoden  $t$  vahinkomeno, joka käsittää

vuonna  $t$  maksetut rahastoidut eläkkeet ja vastuun muutoksen. Vuoteen 1996 asti korkotekijä  $r_n$  oli 1,05 ja on siitä eteenpäin ollut 1,03. Toisin kuin henkivakuutusyhtiöissä, työeläkevakuutusyhtiöissä varmuuslisää ei määrätä eksplisiittisesti, vaan se otetaan huomioon maksua  $P_i(t)$  määrättäessä.

Tasointuvastuulle on määrätty absoluuttinen ala- ja yläraja  $U^{min}$  ja  $U^{max}$  sekä tavoitevyöhyke, jonka alarajana on absoluuttinen alaraja ja ylärajana  $0,75 \cdot U^{max}$ . Tavoitevyöhykkeen ylärajan tasointuvastuu saa ylittää jonkin aikaa, koska tämä voi johtua satunnaisheilahtelusta, mutta jos tasointuvastuu jää pysyvästi tavoitevyöhykkeen yläpuolelle, siirtoihin (1.3) puututaan. Tätä pysyvyyttä mitataan eksponentiaalisesti tasointetulla, ylärajan suhteen lasketulla suhteellisella tasointuvastuulla

$$\tau_{t-1} = 0,75 \cdot \tau_{t-2} + 0,25 \cdot \frac{\bar{U}_{t-1}}{U_{t-1}^{max}}.$$

Jos  $\tau_{t-1} > 0,75$ , lasketaan apusuure  $\gamma_t$  kaavasta

$$\gamma_t = U_t^{max} \max \left\{ 0,75; \frac{0,75 \cdot \bar{U}_{t-1}}{\tau_{t-1} U_{t-1}^{max}} \right\}.$$

Suure  $\gamma_t$  on siis aina vähintään tavoitevyöhykkeen ylärajan suuruinen, ja on sitä lähempänä absoluuttista ylärajaa, mitä vähemmän  $\tau_{t-1}$  ylittää arvon 0,75 ja mitä lähempänä absoluuttista ylärajaansa tasointuvastuu oli vuonna  $t - 1$ .

Lopulliset tasointuvastuut  $\bar{U}_i(t)$  saadaan kaavassa (1.3) lasketuista esimuodoista seuraavasti (siirtosääntö):

1. jos  $\sum_{i=1}^4 U_i(t) > U_t^{max}$  ja  $\tau_{t-1} \leq 0,75$ , erotus  $\sum_{i=1}^4 U_i(t) - U_t^{max}$  vähennetään positiivisista komponenteista (ei vanhuusliikkeestä) niiden suhteessa,
2. jos  $\sum_{i=1}^4 U_i(t) > \gamma_t$  ja  $\tau_{t-1} > 0,75$ , erotus  $\sum_{i=1}^4 U_i(t) - \gamma_t$  vähennetään positiivisista komponenteista (ei vanhuusliikkeestä) niiden suhteessa,
3. jos  $\sum_{i=1}^4 U_i(t) < U_t^{min}$ , tasointuvastuu täydennetään arvoon  $U_t^{min}$ , ja täydennys kohdistetaan suureen  $U_t^{min}$  alittaviin komponentteihin alitteiden suhteessa,
4. muussa tapauksessa suureiksi  $\bar{U}_i(t)$  kelpaavat suuret  $U_i(t)$  sellaisenaan.

[10, ss. 71–72]

## 1.4 Tasointuvastuun hajonta

Yleensä tasointuvastuu suhteutetaan volyyymisuureeseen  $V(t)$ , jona voi olla esimerkiksi palkkasumma tai pitkän ajan keskimääräinen vahinkomeno eli puhdas

riskimaksu. Tällöin

$$(1.4) \quad \frac{U_i(t)}{V(t)} := u_i(t) = \frac{r_n}{r_g(t)} u_i(t-1) + p_i(t) - x_i(t),$$

missä  $r_g(t)$  on volyymissuureen vuotuinen kasvukerroin. Merkitään yksinkertaisuuden vuoksi  $r := \frac{r_n}{r_g(t)}$  (vakio) ja  $y_i(t) = p_i(t) - x_i(t)$ , jolloin kaava (1.4) yksinkertaistuu muotoon

$$(1.5) \quad u_i(t) = r u_i(t-1) + y_i(t).$$

Oletetaan, että prosessit  $\{y_i(t)\}$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) ovat heikosti stationaarisia, jolloin niillä on aikariippumattomat odotusarvot, ja kovarianssit  $\text{Cov}[y_i(t), y_j(t-k)]$  riippuvat vain aikaviiveestä  $k$ . Silloin

$$\text{Cov}[y_i(t), y_j(t-k)] = \gamma_{ij}(k), \quad \sigma_{y,i}^2(t) = \sigma_{y,i}^2.$$

Rekursiolla kaavasta (1.5) saadaan

$$(1.6) \quad u_i(t) = \sum_{n=0}^{\infty} r^n y_i(t-n),$$

jolloin

$$\text{Var}[u_i(t)] := \sigma_{u,i}^2(t) = \sigma_{y,i}^2 \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} + 2 \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} \sum_{k=1}^{\infty} r^k \gamma_i(k),$$

missä  $\gamma_i(k)$  ( $= \gamma_{ii}(k)$ ) on liikkeen  $i$  autokovarianssikerroin. Jos  $|r| < 1$ , saadaan

$$(1.7) \quad \sigma_{u,i}^2 = \frac{1}{1-r^2} \left( \sigma_{y,i}^2 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} r^k \gamma_i(k) \right) = \frac{\sigma_{y,i}^2}{1-r^2} \left( 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} r^k \rho_i(k) \right).$$

Koska riskiliikkeen tulos on osiensa summa, on

$$(1.8) \quad \text{Var} \left[ \sum_{i=1}^4 y_i(t) \right] := \sigma_y^2 = \sum_{i=1}^4 \sigma_{y,i}^2 + 2 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i+1}^4 \gamma_{ij}(0).$$

Edelleen koko tasoitusvastuulle saadaan

$$\text{Var} \left[ \sum_{i=1}^4 u_i(t) \right] := \sigma_u^2 = \sum_{i=1}^4 \sigma_{u,i}^2 + 2 \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i+1}^4 \text{Cov}(u_i(t), u_j(t)),$$

missä kovarianssitermi voidaan kirjoittaa muotoon

$$\begin{aligned}
\text{Cov}[u_i(t), u_j(t)] &= \text{Cov} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} r^n y_i(t-n); \sum_{n=0}^{\infty} r^n y_j(t-n) \right] \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} r^{n+m} \text{Cov} [y_i(t-n), y_j(t-m)] \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} \gamma_{ij}(0) + 2 \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} \sum_{k=1}^{\infty} r^k \gamma_{ij}(k).
\end{aligned}$$

Jos  $|r| < 1$ , on

$$\text{Cov}[u_i(t), u_j(t)] = \frac{1}{1-r^2} \left( \gamma_{ij}(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} r^k \gamma_{ij}(k) \right),$$

ja siis

$$(1.9) \quad \sigma_u^2 = \sum_{i=1}^4 \sigma_{u,i}^2 + \frac{2}{1-r^2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i+1}^4 \left( \gamma_{ij}(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} r^k \gamma_{ij}(k) \right).$$

## Luku 2

# Riskiliikkeen tulos ja tasoitusvastuu

### 2.1 Aineiston käsittely

Tässä pykälässä tutkitaan suhteellisia tasoitusvastuusiirtoja eli liikkeiden  $i$  suhteellisia tuloksia toteutuneiden lukujen kautta. Koska vuoden 2000 alusta työkyvyttömyys- ja työttömyysliikkeen rahastointi yhdenmukaistettiin 80 prosenttiin eläkkeen alkumäärästä, työkyvyttömyys- ja työttömyysliikkeen aikasarjoihin on korjattu uudet rahastointiasteet siten, että työkyvyttömyysliikkeen tulokset on kerrottu luvulla 0,8 vuotta 2000 lukuun ottamatta ja työttömyysliikkeen tulokset luvulla 1,6. Näin tulokset ovat vertailukelpoisia simulointimallin tulosten kanssa.

Autokorrelaatorakenteen selvittämisen takia on tarkoituksenmukaista käsitellä aikasarjoja, joista trendi on poistettu, ja tarkastella sitten trenditöntä aikasarjaa. Merkitään liikkeen  $i$  trendisuoraa  $\eta_i(t)$ , jolloin tutkittavat satunnaismuuttujat ovat

$$z_i(t) = y_i(t) - \eta_i(t).$$

Koska trendin vaikutus lukujen  $y_i(t)$  varianssiin on pieni, voidaan olettaa, että  $\sigma_{z,i}^2 \approx \sigma_{y,i}^2$ . Samalla voidaan myös riittäväällä tarkkuudella olettaa, että trendittömät aikasarjat ovat heikosti stationaarisia. Liikkeittäiset tulokset suhteessa modifioitun palkkasummaan sekä trendisuorat on esitetty liitteessä 1.

Tietynkokoiset suurtyönantajat ovat osittain vastuussa työkyvyttömyys- ja työttömyyseläkkeistään, ja omavastuurajat ovat muuttuneet vuosien varrella. Vuodesta 1976 vuoteen 1980 osittainen omavastuu työkyvyttömyysliikkeen osalta koski työnantajia, joilla oli 300 - 600 työntekijää. Vuonna 1981 yläraja nousi 1000 työntekijään ja vuonna 1996 alaraja laskettiin 50:een. Viimeisin muutos tapahtui vuoden 2000 alusta, jolloin rajoiksi tulivat 50 ja 800 työntekijää. Työttömyysliikkeessä omavastuurajat ovat olleet 50 ja 300 vuosina 1990 - 1999 sekä 50 ja 800 vuoden 2000 alusta.

Valitaan pykälässä 1.4 mainituksi volyymisuureeksi  $V(t)$  modifioitu palkkasumma  $S_{mod}(t)$ , johon luetaan mukaan pientyönantajien palkkasumman lisäksi tietty prosenttiosuus omavastuun piirissä olevien suurtyönantajien palkoista. Koska työkyvyttömyysliikkeellä on suurin vaikutus tasoitusvastuun tarpeeseen, määritellään prosenttiosuus  $q$  työkyvyttömyysliikkeen avulla seuraavasti:

$$P^I = (1 - q)P^I(1) + qP^I(2) \quad \text{eli} \quad q = \frac{P^I - P^I(1)}{P^I(2) - P^I(1)},$$

missä

$$\begin{aligned} P^I(1) &= \text{tariffin mukainen maksu,} \\ P^I(2) &= \text{työkyvyttömyysmeno,} \\ P^I &= \text{peritty työkyvyttömyysmaksu.} \end{aligned}$$

Suuret lasketaan niiden työnantajien osalta, jotka ovat (olleet) osittaisessa omavastuussa.

Poikkeusvuosina  $q$ :n laskenta edellä mainitulla tavalla voi tuottaa muita vuosia oleellisesti poikkeavan arvon (liite 3, vuosi 1989). Stabiilimpi tapa laskea omavastuuaste on käyttää luvun  $q$  määritelmää:

$$q = \min \left\{ 1, \left( \frac{\text{vakuutettujen työntekijöiden lukumäärä} - 50}{750} \right)^+ \right\}.$$

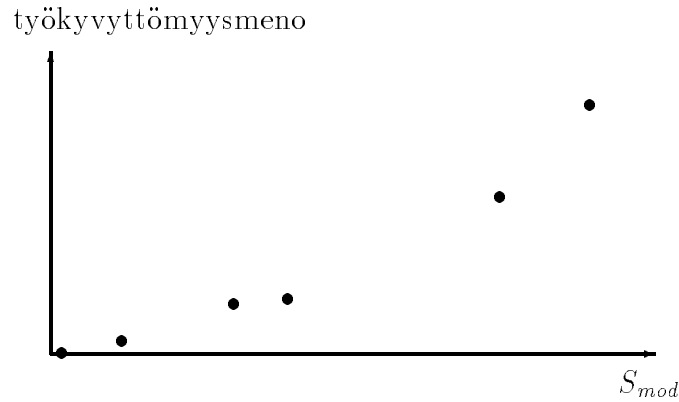
Silloin koko yhtiön keskimääräinen omavastuuaste voisi olla esimerkiksi  $q$ -lukujen palkkasummalla painotettu keskiarvo.

Modifioitu palkkasumma on siten

$$(2.1) \quad S_{mod}(t) = S_{pta}(t) + (1 - q)S_{sta}(t).$$

Koska työkyvyttömyysmenon ja modifioidun palkkasumman välillä on lähes lineaarinen riippuvuus (kuva 2.1),  $S_{mod}(t)$  kuvaa yhtiön vastuulle jäävää osaa pientyönantajien ja osittaisen omavastuun piiriin kuuluvien suurtyönantajien työkyvyttömyysmenosta.





**Kuva 2.1.** Yhtiöiden vuoden 2000 työkyvyttömyysmeno modifioidun palkkasumman funktiona.

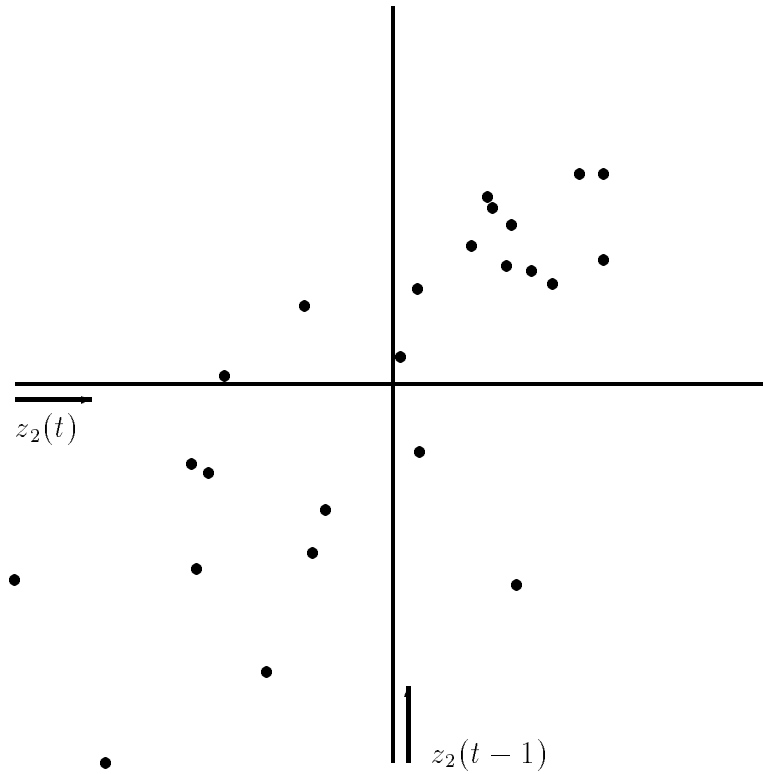
Liikkeittäiset autokorrelaatiot ja hajonnat ovat

viive	VE	TK	TT	MT
1	0,41	0,76	0,28	0,39
2	-0,18	0,50	-0,15	0,11
3	-0,36	0,18	-0,43	-0,27
4	-0,34	-0,10	-0,08	-0,47
$\sigma_{z,i}$	0,037	0,606	0,123	0,141

ja liikkeiden välisten tulosten korrelaatiomatriisi on

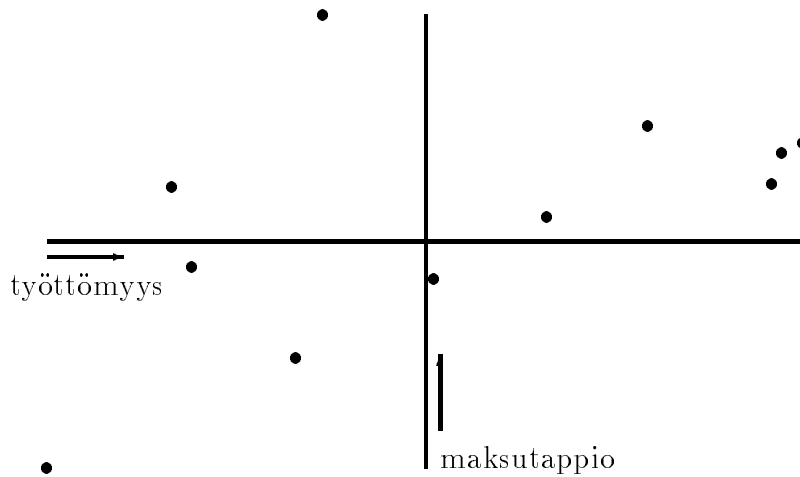
	VE	TK	TT	MT
VE	1,00			
TK	0,03	1,00		
TT	0,43	0,10	1,00	
MT	0,01	0,28	0,54	1,00

Kaavan (1.1) yhteydessä mainittua menetelmää soveltamalla nähdään, että autokorrelaatiokertoimista merkitsevä on vain työkyvyttömyysliikkeen ensimmäinen kerroin 0,76 (katso myös kuva 2.2).

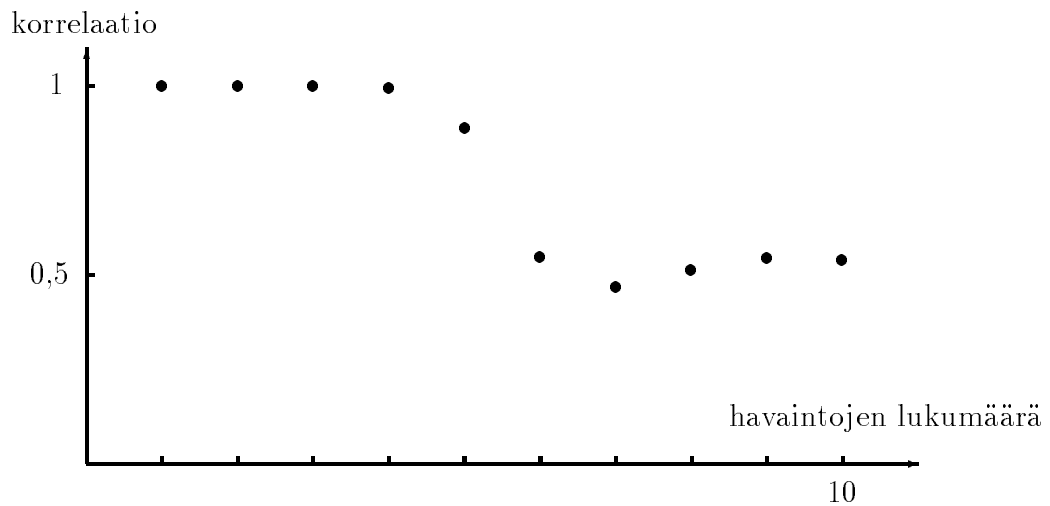


**Kuva 2.2.** havaintopisteiden  $z_2(t-1)$  ja  $z_2(t)$  välinen sirontakuvio.

Korrelaatiomatriisissa puolestaan työttömyys- ja maksutappioliikkeen välinen kerroin vaatii enemmän tarkastelua. Sirontakuvion ja liukuvan korrelaation perusteella (kuvat 2.3 ja 2.4) voi päätellä, että kerroin 0,54 on saavuttanut tasapainotilansa, ja siten liikkeiden välisistä korrelaatioista huomioidaan vain työttömyys- ja maksutappioliikkeen korrelaatio sellaisena kuin se on.



**Kuva 2.3.** Työttömyys- ja maksutappioliikkeen sirontakuvio.



**Kuva 2.4.** Työttömyys- ja maksutappioliikkeen välinen liukuva korrelaatio.

Liitteessä 2 on laajemmat ristikorrelaatio- ja ristikovarianssimatriisit. Tuntuisi luonnolliselta, että esimerkiksi työttömyys/työkyvyttömyys- ja maksutappioliikkeen välillä olisi viiveellistä korrelaatiota. Koska käytetyt aikasarjat ovat kaiken kaikkiaan melko lyhyitä, oletetaan, että riskiliikkeiden välillä ei ole viiveellistä korrelaatiota (ts. ristikorrelaatiot ovat nollia).

**Palkkasumman kasvu ja suhteellinen korkotekijä.** Pykälässä 1.4 saatiin suhteelliselle tasoitusvastuulle esitys (kaava (1.5))

$$u_i(t) = r u_i(t-1) + y_i(t),$$

missä  $r = \frac{r_n}{r_g(t)}$  on suhteellinen korkotekijä ja  $r_g(t)$  modifioidun palkkasumman vuotuinen kasvukerroin. Alla olevassa taulukossa on vuotuiset suhteelliset korkotekijät vuosilta 1981-2000, kun

$$r_n = \begin{cases} 1,05, & \text{ennen vuotta 1997,} \\ 1,03, & \text{vuodesta 1997.} \end{cases}$$

vuosi	$r$	vuosi	$r$
1981		1991	1,072
1982	0,948	1992	1,084
1983	0,973	1993	1,136
1984	0,942	1994	0,995
1985	0,918	1995	0,993
1986	0,977	1996	1,073
1987	0,972	1997	0,964
1988	0,921	1998	0,946
1989	0,998	1999	0,965
1990	0,869	2000	0,946

Vuoden 1996 suureen arvoon vaikuttaa omavastuurajojen muuttuminen vuodenvaihteessa 1995-96, jolloin modifioitu palkkasumma pieneni (kts. kaava (2.1)). Kun laskuperustemuutoksen vaikutuksen eliminoi, saadaan palkkasumman kasvukertoimeksi 1,070 ja siten  $r_{1996} = 0,981$ .

Liitteeseen 3 on kerätty  $(1-q)$ :n laskennassa tarvittavat suureet vuosilta 1981 - 2000. Taulukosta nähdään, että  $1-q = 0,168$  vuodelle 1989 on poikkeuksellisen pieni muiden vuosien arvoihin verrattuna. Interpoloimalla kyseisen vuoden arvo 0,545:ksi suhteelliseksi korkotekijäksi saadaan  $r_{1989} = 0,918$ . Näin ollen korjatusta aineistosta saadaan vuosien 1981-2000 keskimääräiseksi korkotekijäksi  $0,97650 \dots \approx 0,98$ . Jos tarkastelun kohteeksi ottaa vain vuodet 1995-2000, keskimääräiseksi korkotekijäksi tulee  $0,96040 \dots \approx 0,96$ . Jatkossa ala- ja ylärajatarkastelut on tehty kahdella eri korkotekijäoletuksella  $r = 0,96$  tai  $r = 0,98$ .

Kuten yllä olevasta taulukosta nähdään, korkotekijä saattaa olla joinakin vuosina myös ykköistä suurempi, jolloin modifioitu palkkasumma kasvaa hitaammin kuin tasoitusvastuulle hyvitetty korko 5 tai 3 prosenttia. Jos tällainen tilanne jatkuu kauan, suhteellinen tasoitusvastuu kaavan (1.5) mukaan ei saavuta tasapainotilaa, vaan kasvaa rajatta. Koska tasoitusvastuu ei kuitenkaan voi olla tarpeettoman suuri, työeläkeyhtiöissä ylijäämä siirretään lisävakuutusvastuuseen jaettavaksi myöhemmin hyvityksinä asiakkaille.

Jos merkitään lisävakuutusvastuuseen siirrettävää määrää  $b u_i(t-1)$ , niin kaava (1.5) voidaan kirjoittaa muotoon, jossa  $r$  korvataan kertoimella  $r - b$  : suhteellinen tasoitusvastuu saavuttaa tasapainotilan, jos  $b$  valitaan niin, että  $|r - b| < 1$ . Siten riittää tarkastella tilannetta, jossa  $|r| < 1$  [7, s. 14].

## 2.2 Tasoitusvastuun rajat

**Alaraja.** Kaavan (1.8) soveltamista varten oletetaan, että riskiliikkeet ovat täysin positiivisesti korreloituneita (autokorrelaatioita ei huomioida), jolloin  $\sigma_z = 0,907$ . Havaintoaineistosta saadaan yhteisliikkeen vinoudeksi  $\gamma = -0,43$ . Tällöin alaraja määräytyy suurimman pudotuksen periaatteella.

Alaraja modifioidusta palkkasummasta  $p^{min}$  määrätään ehdosta, jonka mukaan todennäköisyys menettää tasoitusvastuu vuoden aikana on korkeintaan  $\varepsilon$ , toisin sanoen

$$\text{Prob} \left( r p^{min}(0) - z_\varepsilon \leq 0 \right) = \varepsilon.$$

Tässä  $z_\varepsilon$  on riskiliikkeen tulosta kuvaava satunnaismuuttuja. Jos luku  $\varepsilon$  on annettu, edellä olevasta ehdosta voidaan ratkaista

$$z_\varepsilon(1) = k_{1-\varepsilon} \sigma_z,$$

missä  $k_{1-\varepsilon}$  on  $z_\varepsilon$ :n jakauman se prosenttipiste, jonka oikealle puolelle jakaumasta jää  $100\varepsilon$  prosenttia. Jos oletetaan, että NP-approksimaatio on käyttökelpoinen [1, ss. 116–117] eli  $z \sim NP(0, \sigma_z^2, \gamma_z)$  ja että  $\varepsilon = 0,01$ , on

$$k_{0,99} = 2,33 + \frac{\gamma_z}{6}(2,33^2 - 1) \approx 2,01.$$

Normaalijakaumaoletusta  $z \sim N(0, \sigma_z^2)$  käyttämällä puolestaan  $k_{0,99} = 2,33$ . Siten

$$p^{min}(0) = \frac{k_{0,99} \cdot \sigma_z}{r}.$$

Alla on yhteenveto alarajasta eri parametriarvoin.

$\sigma_z$	$k_{0,99}$	$r$	$p^{min}$
0,907	2,01	0,98	1,86
0,907	2,01	0,96	1,90
0,907	2,33	0,98	2,16
0,907	2,33	0,96	2,20

Alarajaksi voitaneen valita molemmissa korkotekijävaihtoehtoissa  $p^{min} = 2,2$ .

**Yläraja.** Tasoitusvastuun hajonta saadaan kaavoista (1.7) ja (1.9), kun ristiko-variansseja ei huomioida:

$$\sigma_u^2 = \sum_{i=1}^4 \sigma_{u,i}^2 + \frac{2}{1-r^2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=i+1}^4 \gamma_{ij}(0).$$

Yläraja modifioidusta palkkasummasta  $p^{max}$  määrätään ehdosta, jonka mukaan tasoitusvastuun on pysyttävä  $100(1-\varepsilon)$  prosentin varmuudella alarajansa ja ylära-jansa välissä. Siten

$$p^{max} = E(u) + |k_{\varepsilon-0,005}| \sigma_u = p^{min} + (k_{0,995} + |k_{\varepsilon-0,005}|) \sigma_u.$$

Kerroin  $k_{0,995}$  on se  $u$ :n jakauman prosenttipiste, jonka oikealle puolelle jää 0,5 prosenttia todennäköisyysmassasta eli  $u$ :n jakaumasta 99,5 prosenttia on alarajan yläpuolella. Koska  $u$ :n jakauman vinous on havaintojen vähyden vuoksi hyvin epästabiili, oletetaan, että normaaliapproksimaatio on käyttökelpoinen. Silloin  $k_{0,995} = 2,58$ . Kertoimen  $k_{\varepsilon-0,005}$  arvo puolestaan riippuu turvaavuustason  $\varepsilon$  valin-nasta. Seuraaviin taulukoihin on koottu ylärajat kolmella eri lähestymistavalla:

1. liikkeet ovat toisistaan riippumattomia eikä autokorrelaatorakennetta huomi-oida,
2. oletetaan, että työttömyys- ja maksutappioliikkeen välinen korrelaatio on 0,54,
3. huomioidaan kohdan (2) lisäksi työkyvyttömyysliikkeen ensimmäinen auto-korrelaatio 0,76.

**Tapa 1.**

$r$	$\varepsilon$	$k_{\varepsilon-0,005}$	$\sigma_u$	$p^{min}$	$p^{max}$
0,96	0,050	-1,79	2,268	2,2	11,9
0,96	0,025	-2,05	2,268	2,2	12,7
0,96	0,010	-2,58	2,268	2,2	13,9
0,98	0,050	-1,70	3,191	2,2	15,9
0,98	0,025	-2,05	3,191	2,2	17,0
0,98	0,010	-2,58	3,191	2,2	18,7

## Tapa 2.

$r$	$\varepsilon$	$k_{\varepsilon-0,005}$	$\sigma_u$	$p^{min}$	$p^{max}$
0,96	0,050	-1,79	2,320	2,2	12,1
0,96	0,025	-2,05	2,320	2,2	12,9
0,96	0,010	-2,58	2,320	2,2	14,2
0,98	0,050	-1,70	3,264	2,2	16,2
0,98	0,025	-2,05	3,264	2,2	17,3
0,98	0,010	-2,58	3,264	2,2	19,0

## Tapa 3.

$r$	$\varepsilon$	$k_{\varepsilon-0,005}$	$\sigma_u$	$p^{min}$	$p^{max}$
0,96	0,050	-1,79	3,494	2,2	17,2
0,96	0,025	-2,05	3,494	2,2	18,4
0,96	0,010	-2,58	3,494	2,2	20,2
0,98	0,050	-1,70	4,945	2,2	23,4
0,98	0,025	-2,05	4,945	2,2	25,1
0,98	0,010	-2,58	4,945	2,2	27,7

Käytännössä rajojen laskemista varten riittää määrätä vuosittain tekijä  $1 - q$  yhtiökohtaisesti. Tämän jälkeen markkamääräiset rajat ovat

$$U^{min} = p^{min} \cdot S_{mod}(t) = p^{min} \cdot (S_{pta}(t) + (1 - q)S_{sta}(t)),$$
$$U^{max} = p^{max} \cdot S_{mod}(t).$$

## 2.3 Vastefunktio tekniikka

Tasoituvastuun hajontaa  $\sigma_u$  voidaan arvioida myös *vastefunktio tekniikkaa* hyväksi käyttäen.

Tarkastellaan lineaarista filteriä (suodin)

$$(2.2) \quad u(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x(t - n) \quad (a_n \in \mathcal{R}),$$

joka muuntaa primääriprosessin  $\{x(t)\}$  toiseksi stokastiseksi prosessiksi  $\{u(t)\}$ . Oletetaan, että prosessi  $\{x(t)\}$  on heikosti stationaarinen ja että  $E[x(t)] = 0$  ja  $\text{Var}[x(t)] = \sigma_x^2$ .

Voidaan osoittaa [3, s. 114], että on olemassa sellainen monotonisesti kasvava funktio  $F_x(\omega)$ , että autokovarianssifunktiolle  $\gamma_x(k)$  pätee

$$\gamma_x(k) = \int_0^\pi \cos(\omega k) dF_x(\omega).$$

Integraali on tulkittava Stieltjes-integraaliksi, mutta jos oletetaan, että  $F_x(\omega)$  on differentioituva jokaisessa välin  $(0, \pi)$  pisteessä ja

$$\frac{dF_x(\omega)}{d\omega} = f_x(\omega),$$

voidaan kirjoittaa

$$(2.3) \quad \gamma_x(k) = \int_0^\pi \cos(\omega k) f_x(\omega) d\omega,$$

missä integraali on tavallinen Riemann-integraali ja siten helpompi käsitellä. Eri-tyisesti valitsemalla  $k = 0$

$$(2.4) \quad \gamma_x(0) = \sigma_x^2 = \int_0^\pi f_x(\omega) d\omega.$$

Funktiota  $f_x(\omega)$  kutsutaan **spektraalitiheysfunktioiksi** (spectral density function) ja kaavaa (2.3) autokovarianssifunktion  $\gamma_x(k)$  **spektraaliesitykseksi** eli **spektriiksi**.

Koska kaavan (2.3) mukaisesti autokovarianssifunktio on spektraalitiheysfunktion kosinimuunnos (yleisemmin Fourier-muunnos), käänteisesti [3, liite I]

$$f_x(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_x(k) e^{-i\omega k}.$$

Koska  $\gamma_x(k)$  on parillinen funktio, on

$$(2.5) \quad \begin{aligned} f_x(\omega) &= \frac{1}{\pi} \left( \gamma_x(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_x(k) \cos(\omega k) \right) \\ &= \frac{\sigma_x^2}{\pi} \left( 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \rho_x(k) \cos(\omega k) \right), \end{aligned}$$

missä  $\rho_x(k) = \gamma_x(k)/\gamma_x(0)$  on prosessin  $\{x(t)\}$  autokorrelaatiofunktio.

Määritellään filterin (2.2) **vaste- tai siirtofunktio**  $A_u(\omega)$  (frequency response function) kaavalla

$$A_u(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n e^{-in\omega}, \quad 0 < \omega < \pi.$$



Silloin primääriprosessin  $\{x(t)\}$  ja tulosprosessin  $\{u(t)\}$  spektraalitiheysfunktioiden välillä on yhteys [3, lause 9.2]

$$f_u(\omega) = |A_u(\omega)|^2 f_x(\omega),$$

ja siten analogisesti kaavan (2.4) kanssa

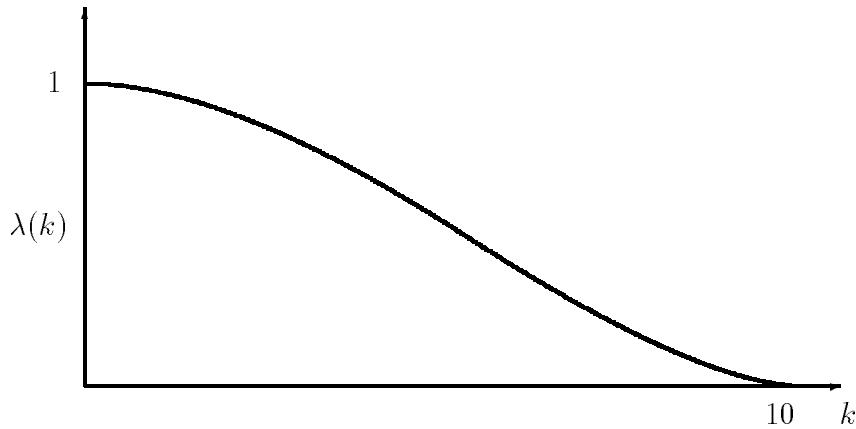
$$(2.6) \quad \gamma_u(0) = \sigma_u^2 = \int_0^\pi f_u(\omega) d\omega = \int_0^\pi |A_u(\omega)|^2 f_x(\omega) d\omega.$$

**Spektraalitiheysfunktion estimointi.** Kaavan (2.5) käyttö edellyttää, että sarja katkaistaan sopivasta kohtaa  $M$ . Katkaisukohtaan valinnassa voi noudattaa karkeaa arvioita, jonka mukaan  $M$  olisi suuruusluokkaa  $2\sqrt{N}$ , missä  $N$  on primääriprosessin havaintojen lukumäärä. Samoin on tarkoituksenmukaista painottaa autokorrelaatiokertoimia sopivalla, sileällä painofunktiolla, sillä autokorrelaatiokertoimien tarkkuus pienenee, kun  $k$  kasvaa. Edellä mainitut ehdot toteuttaa estimaatti

$$(2.7) \quad \hat{f}_x(\omega) = \frac{\sigma_x^2}{\pi} \left( 1 + 2 \sum_{k=1}^M \lambda(k) r_x(k) \cos(\omega k) \right),$$

missä painofunktio  $\lambda(k)$  on (Tukey-paino, kuva 2.5)

$$\lambda(k) = \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \frac{\pi k}{M} \right), \quad k = 1, 2, \dots, M.$$



**Kuva 2.5.** Tukey-painofunktio  $\lambda(k)$ , kun  $M = 10$ .

Pykälän 1.4 esitys (1.6) on filteri, jossa primääriprosessina on liikkeen  $i$  tulos. Tässä filterissä  $a_n = r^n$ , ja siten vastefunktio on

$$A_u(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} r^n e^{-in\omega} = \frac{1}{1 - re^{-i\omega}}$$

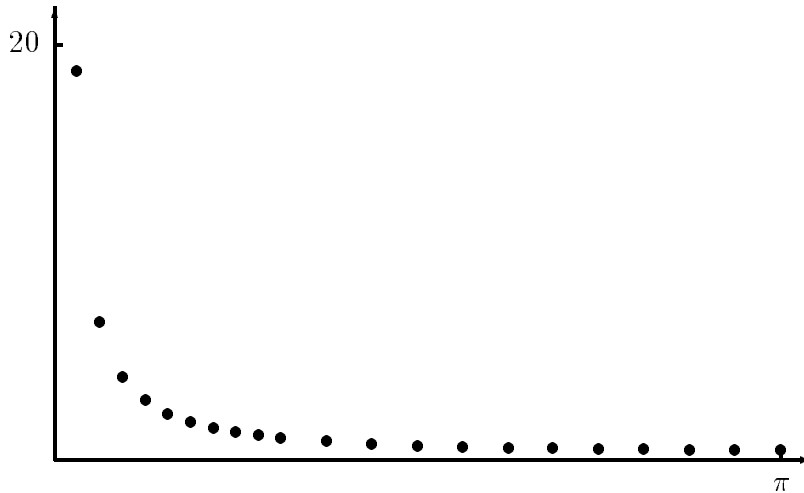
ja spektraalitiheysfunktio

$$f_i(\omega) = \frac{\sigma_{y,i}^2}{\pi} \left( 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \rho_i(k) \cos(\omega k) \right)$$

Edelleen

$$\begin{aligned} |A_u(\omega)|^2 &= A_u(\omega) \overline{A_u(\omega)} \\ (2.8) \quad &= \frac{1}{(1 - re^{-i\omega})(1 - re^{i\omega})} = \frac{1}{1 - 2r \cos(\omega) + r^2}. \end{aligned}$$

(kuva 2.6) [7, ss. 16 - 17].



**Kuva 2.6.** Funktion  $|A_u(\omega)|$  kuvaaja, kun  $r = 0,98$ .

Käyttämällä hyväksi kaavaa [9, kaava 15.49]

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos(\omega k) d\omega}{1 - 2r \cos(\omega) + r^2} = \frac{\pi r^k}{1 - r^2}, \quad (k = 0, 1, \dots)$$

voidaan tarkasti osoittaa, että tämän filtlerin kohdalla kaavoilla (1.6) ja (2.6) lasketut tasoitusvastuun hajonnat ovat ekvivalentit:

$$\begin{aligned}
\sigma_u^2 &= \int_0^\pi |A_u(\omega)|^2 f_i(\omega) d\omega \\
&= \frac{\sigma_{y,i}^2}{\pi} \int_0^\pi \frac{1 + 2 \sum_{k=1}^\infty \rho_i(k) \cos(\omega k)}{1 - 2r \cos(\omega) + r^2} d\omega \\
&= \frac{\sigma_{y,i}^2}{\pi} \left[ \int_0^\pi \frac{d\omega}{(\dots)} + 2 \sum_{k=1}^\infty \rho_i(k) \int_0^\pi \frac{\cos(\omega k) d\omega}{(\dots)} \right] \\
&= \frac{\sigma_{y,i}^2}{1 - r^2} \left( 1 + 2 \sum_{k=1}^\infty r^k \rho_i(k) \right).
\end{aligned}$$

Autokorrelaatiofunktio ja spektraali tiheysfunktio ovat siis kaksi ekvivalenttia tapaa kuvata samaa stokastista prosessia ja siten täydentävät toisiaan.

Tasoitusvastuun hajonta  $\sigma_u$  voidaan nyt laskea myös vastefunktion avulla seuraavasti:

- lasketaan spektraali tiheysfunktioiden estimaatit  $\hat{f}_i(\omega)$  kaavan (2.7) avulla,
- lasketaan vastefunktion itseisarvon neliö,
- lasketaan tasoitusvastuun varianssi numeerisesti integroimalla kaavasta (2.6).

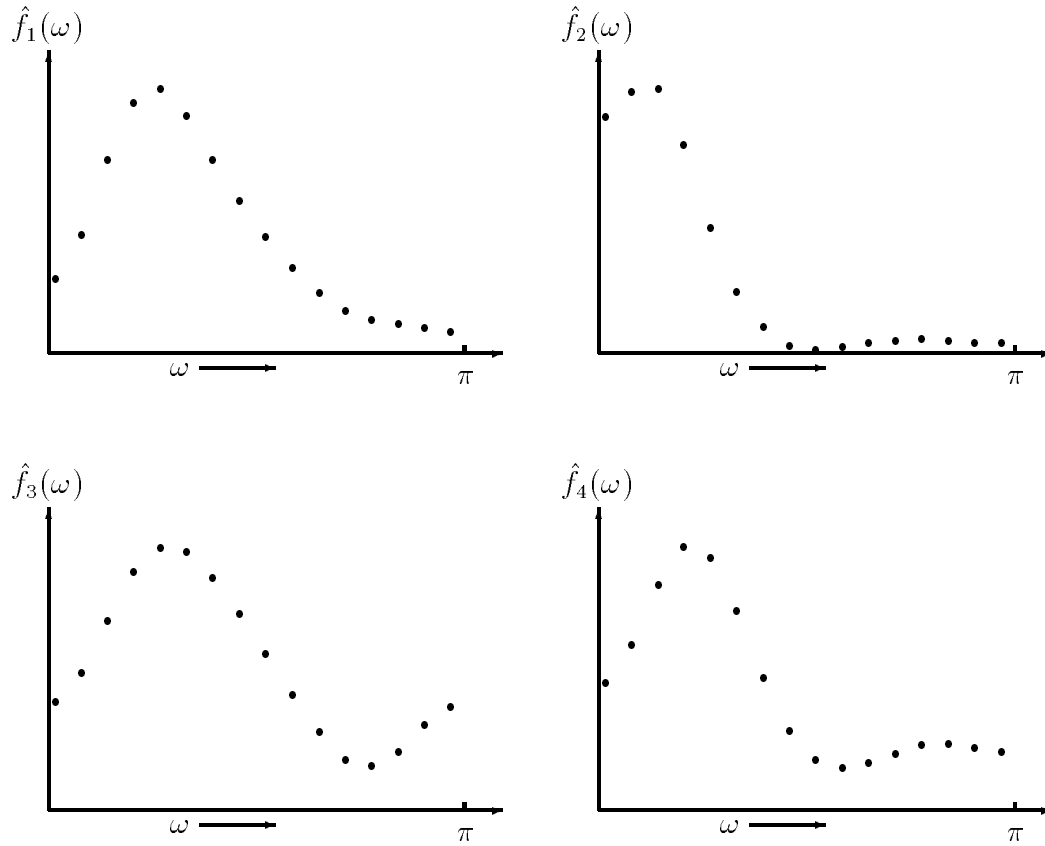
Numeerinen integrointi välillä  $(0, \pi)$  voidaan tehdä esimerkiksi suorakulmiomenetelmällä:

$$\int_0^\pi f(x) dx \approx \Delta \sum_{k=0}^{31} f(0,05 + k\Delta), \quad \Delta = 0,1.$$

Spektraali tiheysfunktion estimaattia (2.7) varten tarvitaan laajempi autokorrelaatiotaulukko:

viive	VE	TK	TT	MT
1	0,41	0,76	0,28	0,39
2	-0,18	0,50	-0,15	0,11
3	-0,36	0,18	-0,43	-0,27
4	-0,34	-0,10	-0,08	-0,47
5	-0,34	-0,19	-0,65	-0,33
6	-0,55	-0,22	-0,86	-0,44
7	-0,11	-0,25		-0,17
8		-0,31		
9		-0,49		
10		-0,66		

Viiveiden lukumäärä kertoo, mitä suureen  $M$  arvoa kunkin liikkeen yhteydessä käytetään (kuva 2.7).



**Kuva 2.7.** Liikkeiden estimoidut spektraalitiheysfunktiot  $\hat{f}_i(\omega)$ .

Seuraavassa kukin liike on käsitelty erikseen, ja taulukoissa on verrattu kaavojen (1.7) ja (1.9) sekä kaavan (2.6) antamia tuloksia hajonnoille  $\sigma_{u,i}$ . Kaavan (1.7) soveltamisessa on huomioitu vain merkitsevät autokorrelaatiokertoimet, joten muiden kuin työkyvyttömyysliikkeen osalta kaavan summatermiä ei huomioida. Tästä johtuu, että kaava (2.6) antaa pienempiä arvoja hajonnoille  $\sigma_{u,i}$ . Alimmaiseen taulukkoon on koottu pykälän 2.2 mukaisesti eri turvaavuustasoja vastaavat ylärajat.

$r = 0,96$	kaavat (1.7) ja (1.9)	kaava (2.6)
VE	0,133	0,106
TK	3,392	3,470
TT	0,440	0,369
MT	0,503	0,500
YHT	3,494	3,561

$r = 0,98$	kaavat (1.7) ja (1.9)	kaava (2.6)
VE	0,186	0,118
TK	4,802	3,957
TT	0,620	0,416
MT	0,708	0,565
YHT	4,945	4,082

$r$	$\varepsilon$	$k_{\varepsilon-0,005}$	$\sigma_u$	$p^{min}$	$p^{max}$
0,96	0,050	-1,70	3,561	2,2	17,4
0,96	0,025	-2,05	3,561	2,2	18,7
0,96	0,010	-2,58	3,561	2,2	20,6
0,98	0,050	-1,70	4,082	2,2	19,7
0,98	0,025	-2,05	4,082	2,2	21,1
0,98	0,010	-2,58	4,082	2,2	23,3

Liitteessä 4 on laskettu yhtiökohtaisesti edellä olevasta taulukosta korkotekijä-vaihtoehtoa 0,98 ja turvaavuustasoa 2,5 prosenttia vastaava yläraja 21,1. Vertailun vuoksi samoihin kuvioihin on merkitty myös pykälän 2.2 taulukoista samaa korkotekijävaihtoehtoa vastaavat pienin ja suurin yläraja 15,9 ja 27,7 sekä nykype-rusteen mukaiset ylärajat.

# Luku 3

## Tasointuvastuun simulointi

### 3.1 Aineiston mallintaminen

Aineistona on käytetty työkyvyttömyysjaoksen vuosittain keräämiä ja yhtiöiden yhteenlaskettuja, markkamääräisiä menoja ja tariffimaksuja. Työkyvyttömyys- ja työttömyysliikkeiden menoihin ja tariffeihin on korjattu uudet rahastointiasteet pykälän 2.1 mukaisesti.

**Satunnaisluvut.** Kaikki simulaatiomallissa tarvittavat satunnaisluvut on generoitu Wilson-Hilferty -kaavalla [4, s. 144]:

$$b_1 = \frac{\gamma^2}{108}, \quad b_2 = \frac{\gamma}{6} - \frac{6}{\gamma}, \quad b_3 = \frac{2}{\gamma}, \quad x = b_1(r - b_2)^3 - b_3,$$

missä  $r$  on  $N(0, 1)$ -satunnaisluku ja  $\gamma \neq 0$ . Silloin satunnaismuuttuja  $WH = \mu + \sigma x$  on jakaumasta, jonka odotusarvo on  $\mu$ , hajonta  $\sigma$  ja vinous  $\gamma$ . Jos  $\gamma = 0$ , käytetään muunnosta  $N = \mu + \sigma r$ , jolloin saadaan  $N(\mu, \sigma^2)$ -satunnaisluku.

**Palkkasumma.** Palkkasumma on mallinnettu siten, että inflaatio  $j(t)$  ja reaaliensiotason kasvu  $j_{rat}(t)$  on määrätty erikseen autoregressiomalleilla [6, ss. 15-18]:

$$(3.1) \quad \begin{aligned} j(t) &= 0,03 + 0,7(j(t-1) - 0,03) + \varepsilon_1(t), \\ j_{rat}(t) &= 0,015 + 0,6(j_{rat}(t-1) - 0,015) + \varepsilon_2(t), \end{aligned}$$

missä satunnaismuuttujien  $\varepsilon_1(t)$  ja  $\varepsilon_2(t)$  tunnusluvut ovat:

	$\mu$	$\sigma$	$\gamma$
$\varepsilon_1(t)$	0	0,015	-0,5
$\varepsilon_2(t)$	0	0,10	0

Alla olevassa taulukossa on verrattu mallin (3.1) antamaa reaaliensiotason kasvua Eläketurvakeskuksen tekemään TEL-palkkasumma- ja eläkemenoennusteeseen vuosille 2000 - 2040. Palkat on suhteutettu vuoden 2000 palkkaan, ja mallin (3.1) tulokset ovat sadan simulaation keskiarvoja.

vuosi	ETK	malli (3.1)	vuosi	ETK	malli (3.1)
2000	1,00	1,00	2020	2,10	1,74
2005	1,27	1,37	2025	2,22	1,88
2010	1,54	1,50	2030	2,36	2,04
2015	1,80	1,62	2035	2,50	2,19

Mallin antama kasvu on siis hieman pienempi kuin ETK:n ennusteessa. Ero ei kuitenkaan ole niin suuri, että mallin parametreja olisi syytä muuttaa. Vuoden  $t$  modifioitu palkkasumma  $S_{mod}(t)$  on siten

$$S_{mod}(t) = (1 + j(t))(1 + j_{rat}(t))S_{mod}(t - 1).$$

**Liikkeittäiset menot  $X_i(t)$  ja trendit  $\eta_i(t)$ .** Kaikkien liikkeiden osalta aikasarjoista on ensin poistettu jakamalla trendi  $\eta_i(t) = a_i + b_it$ . Näin syntyvää aikasarjaa  $Z_i(t) = \frac{X_i(t)}{\eta_i(t)}$  on differenssioitu niin monta kertaa, että tuloksena on saatu stationaarinen aikasarja. Autokorrelaatiodiagrammoista (kuva 3.1) nähdään, että erityisesti työkyvyttömyys- ja maksutappioliikkeessä yksi differenssiointi riittää. Muiden liikkeiden osalta differenssiointi ei olisi välttämätöntä, mutta yhdenmukaisuuden vuoksi kaikkia liikkeitä on käsitelty samalla tavoin. Siten

$$Z_i(t) = Z_i(t - 1) + \varepsilon_i(t)$$

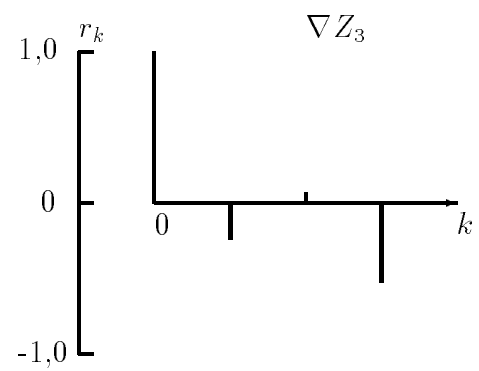
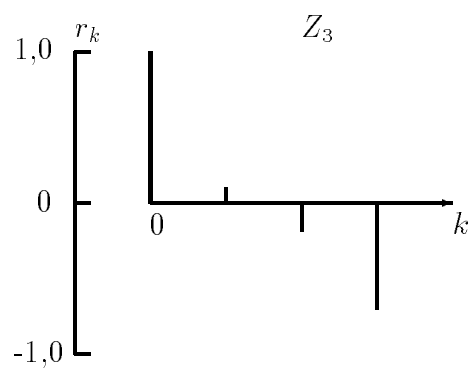
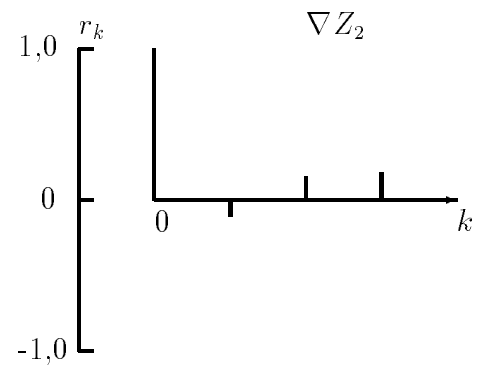
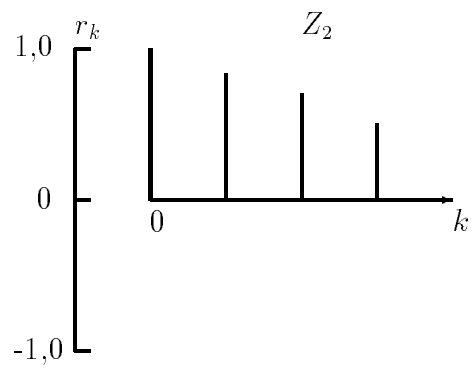
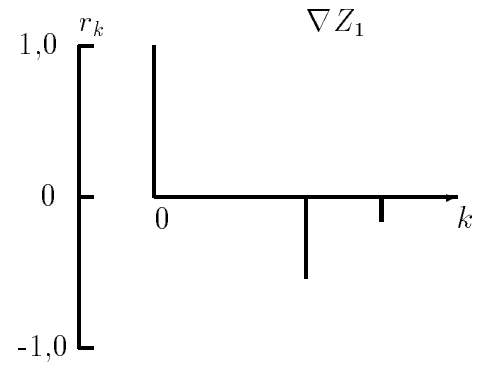
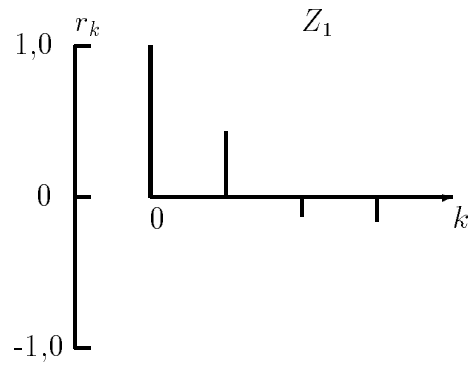
ja

$$X_i(t) = \eta_i(t)[Z_i(t - 1) + \varepsilon_i(t)],$$

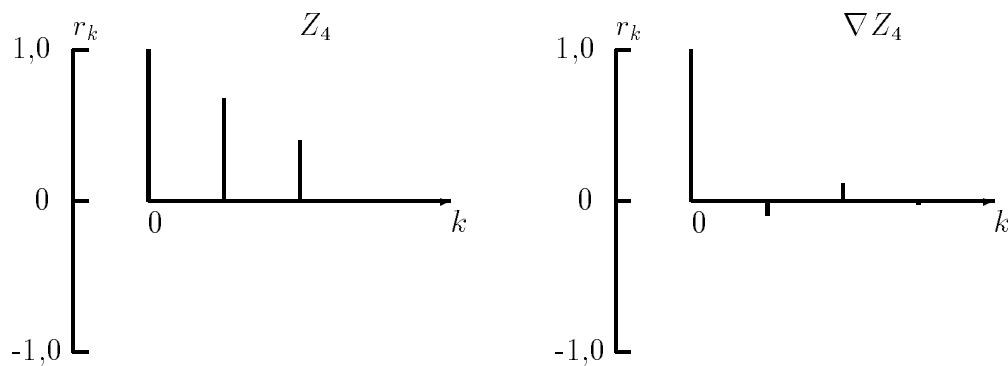
missä

	$\mu_{\varepsilon,i}$	$\sigma_{\varepsilon,i}$	$\gamma_{\varepsilon,i}$
VE	-1,3	30,4	1,026
TK	0	0,217	0,187
TT	0,022	0,316	0,152
MT	0	0,412	0,245

Vanhuuseläkeliikkeessä mallinnetaan markkamääräistä tasoitusvastuutulosta, kun taas muiden liikkeiden osalta mallinnetaan markkamääräistä menoaa.







**Kuva 3.1** Aikasarjojen  $Z_i(t)$  ja  $\nabla Z_i(t) = Z_i(t) - Z_i(t - 1)$  autokorrelaatiogrammit.

Liikkeittäisten menojen välinen korrelaatiomatriisi on

	TK	TT	MT
TK	1,00		
TT	-0,56	1,00	
MT	0,59	-0,13	1,00

Simuloinnissa huomioidaan työkyvyttömyys- ja maksutappioliikkeen välinen korrelaatio 0,59 niin, että maksutappioita simuloitaessa käytetään työkyvyttömyysmenon satunnaislukuvektoria kerrottuna kertoimella 0,25. Kertoimen arvo on määrätty empiirisesti simuloituista menoista.

Vanhuuseläketuloksissa on pieni negatiivinen trendi, mikä johtuu siitä, että vanhuuseläkemaxulla on eliniän kasvamisen vuoksi taipumus jäädä menosta jälkeen. Koska tätä syntyvää viivettä voidaan korjata ikäsiirtoja muuttamalla, voidaan simuloinnissa oletetaan, että vanhuuseläketuloksella ei ole trendiä, toisin sanoen  $\eta_1(t) \equiv 1$ .

Muiden liikkeiden osalta trendisuorien parametrit  $a_i$  ja  $b_i$  on laskettu havaintoaineistosta. Koska työttömyysliikkeellä on lyhyt historia, kyseisen liikkeen trendistä tulisi melko jyrkkä, mikä simulointiaikaväli 30 vuotta huomioon ottaen ei ole järkevää. Tästä syystä työttömyysliikkeessä käytetään työkyvyttömyysliikkeen mukaista kasvua.

**Tariffimaksun  $P_i(t)$  määrittäminen.** Tariffimaksut on mallinnettu kahdella vaihtoehdoisella tavalla. Tasoitusvastuutyöryhmän mallissa [9, liite 5]

$$P_i(t) = (1 + \lambda)X_i(t - 2)(1 + j(t))(1 + j(t - 1)) \quad (i \geq 2),$$

missä  $\lambda = 0,05$  ja vahinkoinflaatio on sama kuin normaali inflaatio. Vaihtoehtoisesti tariffimaksu on määrätty sovittamalla korkeintaan astetta neljä oleva regressiomalli menoaineistoon pykälän 1.2 periaatteiden mukaisesti, jolloin

$$P_i(t) = \sum_{k=1}^4 \beta_k X_i(t-k) \quad (i \geq 2)$$

ja kerrointaulukko

	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$
TK	0,54	0	0	0,71
TT	0,95	0	0	0
MT	0,75	0	0	0,68

Lisäksi tariffimaksuun on lisätty rajoitin, jonka mukaan

$$\left| \frac{P_i(t)}{S_{mod}(t)} - \frac{P_i(t-1)}{S_{mod}(t-1)} \right| < 0,5.$$

Palkkasumman suhteutettuna raja on noin 0,3.

## 3.2 Simulointi

Tasotusvastuun simuloinnissa käsitellään simulointivälin (30 vuotta) mittaisia vektoreita. Simulointi etenee seuraavasti:

1. Lasketaan modifioitu palkkasumma -vektori.
2. Lasketaan kaikkien yhtiöiden yhteiset, liikkeittäiset menot kullekin vuodelle. Työkyvyttömyys- ja työttömyysliikkeissä saatu menovektori jaetaan pientyönantajien ja alle 800 työllistävien suurtyönantajien lohkoihin  $X_{pta}(t)$  ja  $X_{sta}(t)$  alla olevien prosenttien mukaisesti. Prosenttiluvut on laskettu yhtiöiden yhteenlasketuista suureista, ja alinna on simulaatiomallissa käytetty arvo.

	pta-meno koko menosta, %		sta-meno koko menosta, %	
vuosi	TK	TT	TK	TT
1996	36,6	32,1	38,9	43,3
1997	37,4	32,0	39,0	43,3
1998	37,1	29,3	39,0	45,7
1999	39,0	31,6	36,4	43,0
2000	43,1	32,2	35,3	43,1
käytetty	45,0	32,0	35,0	44,0

3. Lasketaan kaikkien yhtiöiden yhteiset, liikkeittäiset tariffit kullekin vuodelle. Kuten edellä työkyvyttömyys- ja työttömyystariffivektori jaetaan pientyönantajien ja alle 800 työllistävien suurtyönantajien lohkoihin  $P_{pta}(t)$  ja  $P_{sta}(t)$  alla olevien prosenttien mukaisesti. Alinna on simuloinnissa käytetyt arvot.

	pta-tariffi koko tariffista, %		sta-tariffi koko tariffista, %	
vuosi	TK	TT	TK	TT
1996	34,4	33,2	41,8	42,5
1997	35,9	34,9	40,1	41,4
1998	36,0	34,7	40,2	42,2
1999	36,5	34,5	39,0	41,1
2000	36,7	34,4	39,6	41,7
käytetty	37,0	34,0	40,0	42,0

4. Lasketaan vuotuiset tasoitusvastuutulokset. Työkyvyttömyys- ja työttömyysliikkeen osalta osittainen omavastuu on huomioitu laskemalla pykälässä 2.1 mainittu  $q$  työkyvyttömyysaineistosta, jolloin  $q = 0,345$  ja siten

$$\text{TK/TT-tulos}(t) = X_{pta}(t) - P_{pta}(t) + (1 - q)P_{sta}(t) + (q - 1)X_{sta}(t).$$

Maksutappioliikkeessä puolestaan

$$\text{MT-tulos}(t) = X(t) - P(t).$$

5. Lasketaan tasoitusvastuu kaavoilla

$$U_i(t) = 1,03 U_i(t - 1) + \sqrt{1,03} \cdot \text{liikkeen } i \text{ tulos},$$

$$U(t) = \sum_{i=1}^4 U_i(t).$$

On huomattava, että tässä saatu tasoitusvastuu on ilman siirtosäännön soveltamista.

### 3.3 Simuloinnin tulokset

Simulointi antaa koko kuuden yhtiön yhteisen tasoitusvastuuviihkan. Koska ensisijaisesti tarkastellaan tasoitusvastuun hajontaa modifioituun palkkasummaan nähden, ei ole tarpeen muodostaa malliyhtiötä. Vaikka simulointiaikaväli on 30 vuotta, voidaan kymmentä ensimmäistä vuotta pitää käynnistävaiheena.

Liitteessä 5 on kuvattu tasoitusvastuun markkamääräistä kehittymistä 30 vuoden aikana, kun lähtötilanteessa oletetaan, että tasoitusvastuu on nolla. Paksut viivat simulointikuvissa on saatu laskemalla ensin poikkileikkausaineistosta otosuureet - keskiarvo, hajonta ja vinous  $(\mu, \sigma, \gamma)$  - ja käyttämällä sitten kaavaa

$$\text{rajat} = \mu \pm 2,58\sigma - \frac{\sigma\gamma}{6}(2,58^2 - 1),$$

missä viimeinen termi on vinouskorjaus. Näin saadaan luottamusrajat, joiden välissä tasoitusvastuu on 99 prosentin varmuudella.

Selvästi nähdään, että regressiotariffi antaa suppeamman viuhkan. Tämä johtuu siitä, että regressiomallilla määrätty tariffi seuraa tarkemmin menoa ja siten tasoitusvastuun heilahtelu jää pienemmäksi.

**Tasoitusvastuun hajonta.** Liitteessä 6 on kuvattu modifioituun palkkasummaan suhteuttuja simulointiviuhkoja ja laskettu simulointiviuhkan otoshajonnan kehittymistä molemmilla tariffinmääräämistavoilla. Otoshajontakuvia varten on simuloitu viisi kertaa tuhannen simulaation otos, joiden keskiarvona käyrä on piirretty.

Regressiotariffin mallissa hajonta asettuu noin 4,3 prosenttiin modifioidusta palkkasummasta, ja 20 vuoden keskiarvo (aikavälillä 10-30 vuotta) on 4,09. Tasoitusvastuutyöryhmän tariffimallissa puolestaan hajonta asettuu noin 4,8 prosenttiin modifioidusta palkkasummasta, ja 20 vuoden keskiarvo on 4,71. Jatkossa simuloinneissa käytetään regressiotariffin mukaista mallia.

Simulointimallilla voidaan tarkastella myös omavastuuasteen  $q$  vaikutusta viuhkan leveyteen. Liitteeseen 7 on kuvattu viuhkat, joissa  $q = 0,1$  ja  $q = 0,5$ . Eläkeyhtiöiden keskimääräiset omavastuuasteet ovat tällä välillä. Kuvista nähdään, että mitä suurempi omavastuuaste  $q$  on sitä kapeampi viuhka ja sitä pienempi on tasoitusvastuun heilahtelu.

**Tuholaskuri.** Simulointiin voidaan lisätä tuholaskuri, josta voidaan päätellä tuhon todennäköisyyttä simulointivälin aikana. Valitaan tuhorajaksi pykälän 2.2 mukaisesti 2,2 prosenttia modifioidusta palkkasummasta ja merkitään  $\Psi_{30}$  todennäköisyyttä, että tasoitusvastuu alittaa alarajansa 30 vuoden aikana (tuho). Tällöin

$$\Psi_{30} \approx \frac{\text{tuhot}}{N},$$

missä  $N$  on realisaatioiden lukumäärä, ja vuotta kohden tuhotodennäköisyys on  $\Psi_{30}/30$  [4, s.361].

Valitaan  $N = 1000$  ja tarkastellaan suureen  $\Psi_{30}$  arvoa tasoitusvastuun alkumäärän funktiona:

alkumäärä, % $S_{mod}$ :sta	$\Psi_{30}$ , %	$\Psi_{30}/30$ , %
5,5	63,5	2,12
7,5	40,0	1,33
10,0	20,8	0,69
12,5	12,6	0,42
15,0	8,4	0,28
17,5	4,1	0,14
20,0	1,3	0,04

Jos tavoitteena on, että vuotta kohden tuhon todennäköisyys on 0,5 prosenttia, lähtötasoksi on otettava noin 12 prosenttia modifioidusta palkkasummasta. Vertailun vuoksi voi mainita, että vuoden 2000 lopussa yhtiöiden yhteinen tasoitusvastuu on noin 11 prosenttia modifioidusta palkkasummasta. Tämä vastaa noin 0,63 prosentin vuotuista tuhotodennäköisyyttä (liite 8, a)-kuva).

Lähtöarvoa voi tarkastella myös pykälän 2.2 mielessä. Liitteen 8 b)-kuvassa on kuvattu viuhka, kun lähtötasona on 20 prosenttia modifioidusta palkkasummasta. Lähtötaso on haettu niin, että alempi luottamusraja melkein sivuaa katkoviivalla merkittyä tuhorajaa. Tällöin ylempi luottamusraja käy ylärajaksi ja on noin 25-26 prosenttia modifioidusta palkkasummasta. Vastaavalla tavalla pykälässä 2.2 saatiin rajaksi 27,7 (tapa 3).

Tässä käsitellyt ylärajat ovat niin korkealla, ettei niiden asettamisella ei ole vaikutusta tuhotodennäköisyyteen. Liitteessä 9 on kuvattu nykyperusteen mukaisen siirtosäännön toimivuutta: alaraja on 2,2 ja yläraja 20 prosenttia modifioidusta palkkasummasta.

# Lähdeluettelo

1. Beard R.E., Pentikäinen T., Pesonen E.: *Risk Theory*, 3th edition, Chapman and Hall, Cambridge University Press 1984
2. Box G.E.P., Jenkins G.M.: *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco 1970
3. Chatfield C.: *The Analysis of Time Series, 2nd edition* Chapman and Hall, New York 1980
4. Daykin C.D., Pentikäinen T., Pesonen M.: *Practical Risk Theory for Actuaries*, Chapman and Hall, San Francisco 1994
5. Milton J.S., Arnold J.C.: *Introduction to Probability and Statistics*, McGraw-Hill Inc., Singapore 1995
6. Ranne, A.: *Sijoitustuottojen simulointimallin käyttö TEL-yhtiön toimintapääomavaatimusten tutkimisessa*, SHV-harjoitustyö 1995
7. Rantala, J.: *Adequate Contingency Reserves in Credit Insurance*
8. Spiegel, M.R.: *Mathematical Handbook*, McGraw-Hill Inc., 1968
9. *Tasovastuutyöryhmän muistio ja liitteet*, 1987
10. Tuomikoski, J.: *Lakisääteisen työeläkevakuutuksen vakuutustekniikkaa*, 1998