

SHV –harjoitustyö

REFERENSSIKUOLEVUUS
HENKIVAKUUTUSYHTIÖILLE

Mika Mäkinen

+ CD-levy

26.2.2004

Johdanto

Tämä SHV-harjoitustyö tutkii kuolevuutta väestössä ja henkivakuutettujen joukossa. Tutkimuksesta saatavien tulosten perusteella muunnetaan populaatioaineisto vastaamaan henkivakuutettujen kuolevuutta. Aineistosta poimitaan kohorttikohtaiset henkivakuutuskuolevuustaulukot ja kohorttiaineistoon tehdään funktiosovite suomalaisten henkivakuutusyhtiöiden käyttöön.

Työ jakautuu kahteen osaan. Ensimmäisessä osassa tutkitaan väestökuolevuutta ja kuolevuuden muuttumista Suomen väestössä viimeisten vuosikymmenten aikana ja tämän pohjalta ennustetaan kuolevuuden muutosta. Ennuste tehdään populaation periodiaineistoon miehille ja naisille erikseen ja periodikuolevuudet poimitaan kohorttikuolevuuksiksi.

Jälkimmäisessä osassa tutkitaan havaitun populaatiokuolevuuden eroavuutta henkivakuutusyhtiöiden riskiperusteanalyysistä johdetusta havaitusta henkivakuutettujen kuolevuudesta. Tämän perusteella populaatiokuolevuusaineistosta tehdään henkivakuutuskuolevuutta vastaava aineisto kertomalla populaatiokuolevuudet lasketuilla suhdeluvuilla.

Miesten ja naisten ennustettuihin kohorttikohtaisiin henkivakuutuskuolevuuksiin sovitetaan kohorttikohtaiset funktiot, jotka määrittävät kuolevuuden syntymävuoden mukaan.

Lopuksi esitellään kaksi vaihtoehtoista tapaa varmuuslisän huomioimiseksi kuolevuusfunktiossa.

Aineistot

Populaatioaineisto

Suomen populaatioaineisto löytyy internetistä HMD:stä (Human Mortality Databasesta) (www.mortality.org). HMD:n aineisto on alkuperältään Tilastokeskuksen julkaisemaa ja se sisältää kuolevuusluvut sähköisessä muodossa aikaväliltä 1941-2000. Aineistoa on muokattu siten, että vanhimpien ikäluokkien kuolevuuksia on tasoitettu, koska niissä vuosittainen heilahtelu on suurta johtuen populaation pienuudesta. Suoraan Tilastokeskuksesta on tällä hetkellä saatavissa aineistoa sähköisessä muodossa aikaväliltä 1970-2002.

HMD:stä saatu aineisto on vuosittainen periodiaineisto. Periodiaineistolla tässä tutkielmassa tarkoitetaan vuotuista läpileikkausaineistoa väestön kuolevuudesta. Ennusteita tehtäessä on käytetty aineistoa, jossa kullekin ikävuodelle (0-109) on oma kuolevuutensa. Verrattaessa populaation kuolevuutta henkivakuutettujen kuolevuuteen on käytetty HMD:stä saatavaa vuotuista periodikuolevuutta, jossa ikäluokat on yhdistetty viiden vuoden luokkiin (0-4v., 5-9v., ...). Luokittelu johtuu siitä, että henkivakuutusyhtiöt ovat ilmoittaneet kuolevuudet viiden vuoden jaolla.

Henkivakuutusyhtiöiden riskiperuste-aineisto

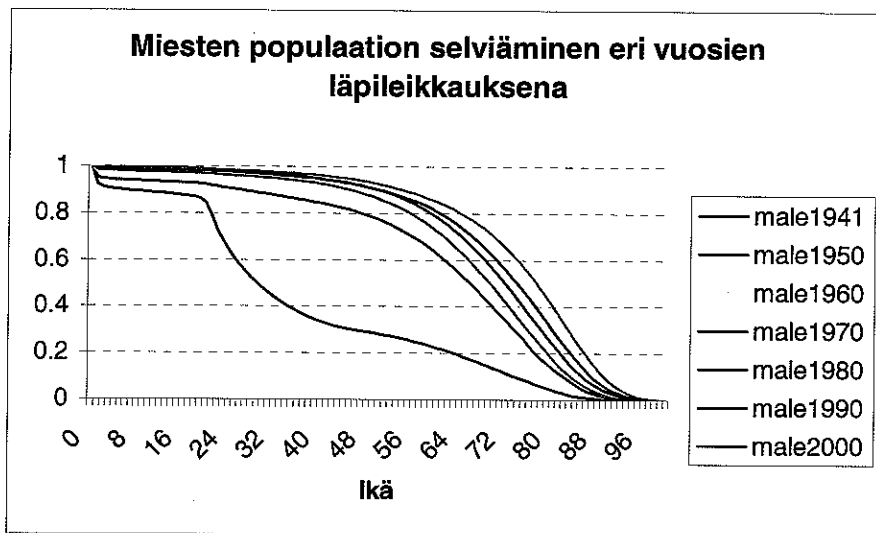
Henkiyhtiöiltä on koostettu riskiperusteanalyysi vuosilta 1985-2001, josta on laskettu henkivakuutusaineistossa havaittu kuolevuus. Henkivakuutuskuolevuusaineistoa on laajennettu henkivakuutettujen kuolevuuksilla aikaväliltä 1972-1984, joka on ollut edellisten kuolevuustutkimusten aineistona vuosina 1986 ja 1987. Näin on saatu henkivakuutusaineiston havaittu kuolevuus aikaväliltä 1972-2001.

Henkivakuutusyhtiöiden riskiperusteanalyysissä ilmoitetut tiedot on ilmoitettu sukupuolijaolla ja viiden vuoden ikäjaolla (0-4v., 5-9v., ...).

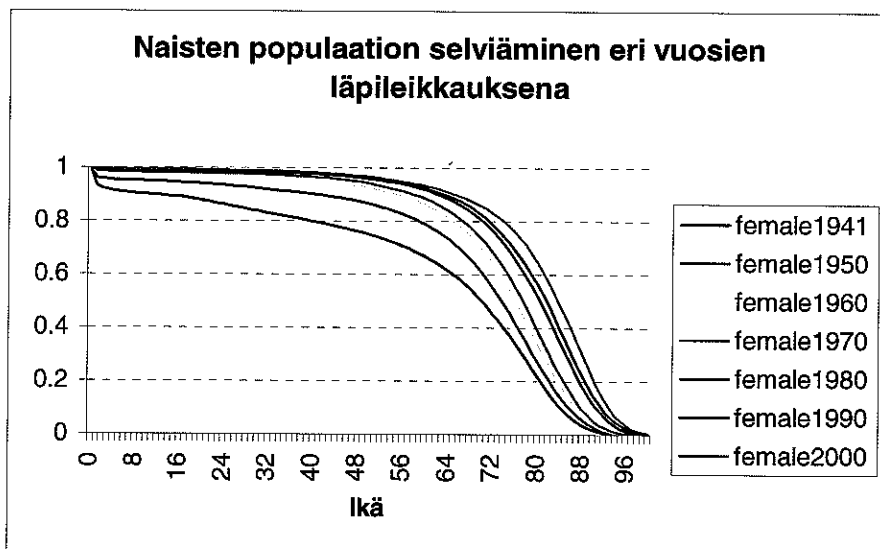
Populaatioaineisto

Havaintoja aineistosta

Kuvassa 1 ja 2 on esitetty kuolemanvaaralukuja [A.1] hyväksi käyttäen, kuinka ihmisen elossapysymistodennäköisyydet ovat muuttuneet viime vuosikymmeninä. Vastasyntyneiden kuolevuus on vähentynyt huomattavasti 1940- ja 1950-luvuilla.



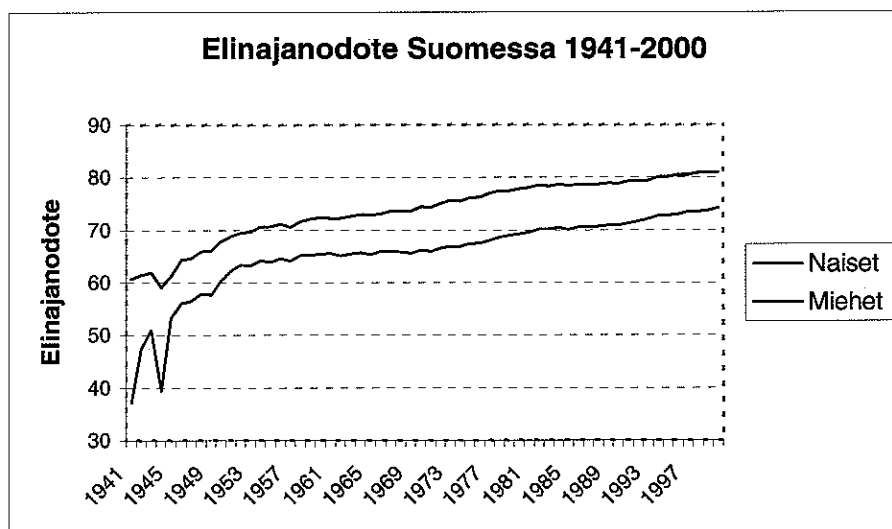
Kuva 1.



Kuva 2.

Kuvista 1 ja 2 nähdään, että kuolemanvaaran muutos vaihtelee vuosikymmenittäin. Selvästi nähdään, että sotavuoden 1941 selviämiskäyrä kulkee huomattavasti myöhempiä vuosia alempana. On myös tutkittu [2], että sosiaalisilla olosuhteilla on suuri vaikutus elinajanodotteeseen, joten voidaan päätellä, että selviämiskäyrän muodonmuutos aina 1950-luvun alkupuolelle asti on paljolti selitettävissä sodan jälkeisellä poikkeusajalla. Ympäröivä maailma, tekniikka ja lääketiede ovat viimeisten vuosikymmenien aikana kehittyneet voimakkaasti, millä on varmasti ollut suuri vaikutus kuolemanvaaralukujen alenemiseen viime vuosikymmeninä. Joskaan kirjallisuudessa ei ole aivan tarkasti pystytty määrittelemään, kuinka eri tekijät ovat vaikuttaneet kuolevuuden muutokseen.

Kuvista 1 ja 2 nähdään, että miesten ja naisten kuolevuuden kehitys on erilaista eri ajanjaksoina niin voimakkuudeltaan kuin ikäluokkakohtaisestikin, joten on perusteltua tarkastella miehiä ja naisia erikseen.



Kuva 3.

Kuvasta 3 on huomattavissa, kuinka elinajanodote on muuttunut aikavälillä 1941-2000. Tässä yhteydessä elinajanodote on laskettu periodiaineistosta. Muutos on ollut viimeiset vuosikymmenet nousevaa, vaikkakin nousunopeus vaihtelee niin sukupuolesta kuin ajankohdastakin riippuen. Kysymyksessä on yhden vuoden havaittujen kuolevuuksien mukainen todennäköisyys kuolla, eikä se varsinaisesti kuvaa minkään kohortin elinajanodotetta. Tämä lähestymistapa on sama, jolla

Tilastokeskus arvioi vastasyntyneen elinajanodotetta. Tässä tutkielmassa käytetty elinajanodotteen laskutapa on esitetty liitteessä 4.

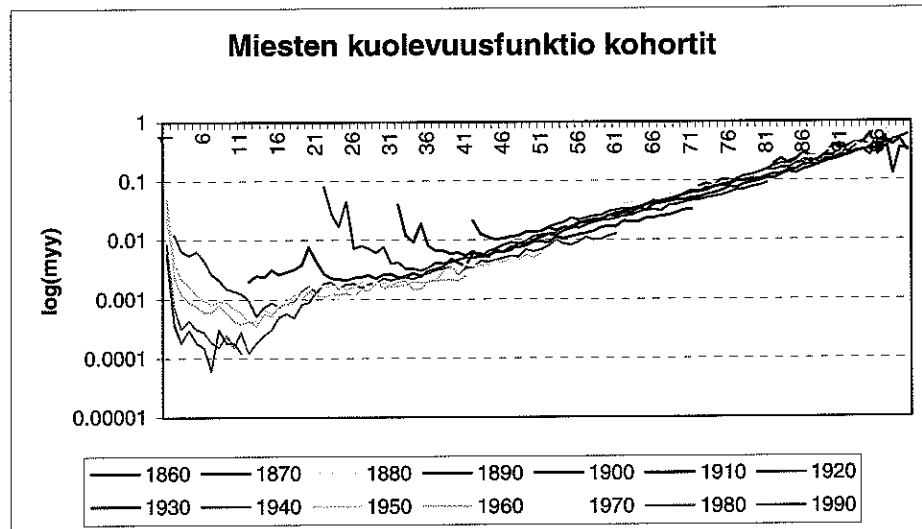
	Naiset	Miehet
1941-1950	7.15	23.26
1951-1960	3.56	3.15
1961-1970	2.16	0.55
1971-1980	3.53	3.32
1981-1990	0.79	1.33
1991-2000	1.71	2.83

Taulukko 1. Elinajanodotteen muutos kymmenen vuoden aikaväleillä.

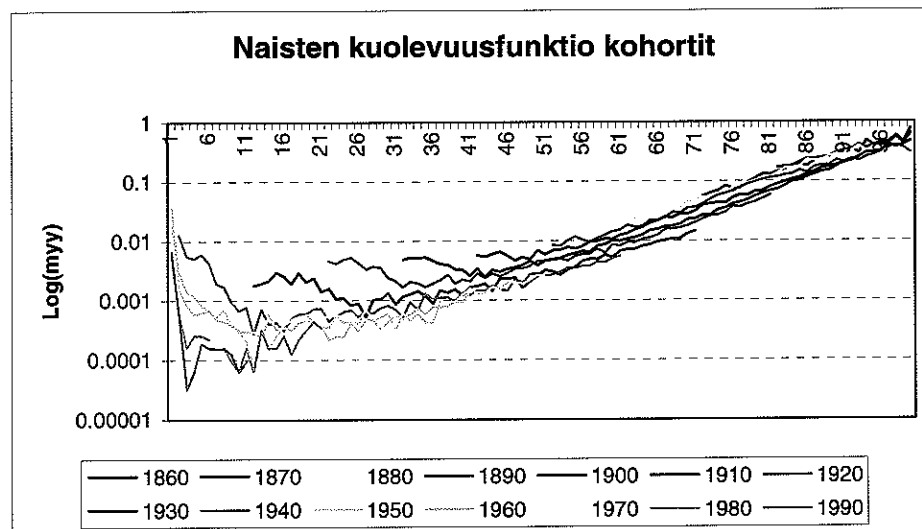
Taulukossa 1 näkyy kuinka miesten ja naisten kuolevuus on muuttunut kymmenvuotisten ajanjaksojen aikana. Taulukon perusteella ei voi päätellä, että säännönmukaisesti toisen sukupuolen muutos olisi toista nopeampaa, vaan ilmiö on ollut varsin syklistä ja eri ajanjaksoina muutos on ollut naisten ja miesten suhteen erilaista.

Populaation kuolevuus -kohortit

Kuvissa 4 ja 5 esitetään, miten kuolevuusfunktiot ovat muuttuneet miehillä ja naisilla 1941-2000.



Kuva 4. Miesten havaittu kohortikohtainen kuolevuus



Kuva 5. Naisten havaittu kohortikohtainen kuolevuus

Kuvien 4 ja 5 perusteella voidaan päätellä, että kuolevuus on niin miehillä kuin naisillakin laskenut pääsääntöisesti kaikissa ikäluokissa, mikä on sopusoinnussa kuvien 1 ja 2 sekä taulukon 1 kanssa.

Ennuste tulevaisuuteen

Ennusteeseen liittyviä näkökohtia

Tässä tutkielmassa on ennustettaessa otettu mukaan aineisto aikaväliltä 1955-2000. Vaikka alkuperäinen aineisto sisältääkin vuodet 1941-1954, ne on kuitenkin jätetty pois. Kuten kuvista 1 ja 2 sekä taulukosta 1 näkyy, on tällä aikavälillä sodan takia suhteellisen poikkeavat ikäkohtaiset kuolevuudet erityisesti miehillä.

Ei ole täysin pois suljettua, että myös sotavuosien mukaan ottaminen olisikin oikein. Tätä päätelmää voi puolustaa esimerkiksi sillä, että mitä pidempi ajanjakso todellista historiaa on, sitä luotettavampia ennusteita pystytään sen perusteella tulevasta kehityksestä tekemään. On huomattava, että vaikka sota-ajan kuolevuudet poikkeavat muista vuosista, ei ole kuitenkaan poissuljettua, että lähitulevaisuudessa voisi olla vastaavia kuolevuuteen vaikuttavia kansallisia tai kansainvälisiä tragedioita. Tässä työssä on kuitenkin päädytty ratkaisuun, että sota-ajan vaikutus yritetään jättää huomiotta, koska sen uskotaan vääristävän liikaa ennustetta huomioitaessa koko lähtöaineiston pituus ja käytetty ennustemenetelmä.

Mielenkiintoinen kysymys on se, että pitäisikö olettaa viimeisillä vuosilla olevan suurempi painoarvo tehtäessä ennusteita. Kuten taulukosta 1 näkyy, naisten keskimääräisen eliniän pituus on viimeisinä vuosikymmeninä kasvanut maltillisemmin kuin miesten. Herää kysymys, että pitäisikö tulevaisuudessa ajatella miesten ja naisten välisten toimintatapojen ja erojen muuttuneen viimeisinä vuosikymmeninä niin paljon, että kuolevuuden kehityksen trendi olisi muuttunut maltillisemmaksi. Lääketieteelliseltä näkökannalta naisten ja miesten jäljellä oleva elinaika lähenee toisiaan [K.6], joskin naiset elinajanodote tulee kuitenkin aina olemaan muutaman vuoden miehiä korkeampi.

Historiassa on yritetty tehdä ennusteita [K.2] ottaen huomioon erilaisia kuolinsyitä. Käytännössä kuitenkin näillä ennusteilla ei ole keskimäärin päästy sen parempaan lopputulokseen, kuin yksikertaisilla menetelmillä on päästy, joten tässä tutkielmassa ei ole pyritty ennustamaan yksittäisten syiden vaikutusta kuolemaan.

Eliniänodotteen ennusteet ovat useasti epäonnistuneet [K.2], koska kuolevuuden kehitystä on yritetty rajoittaa jonkin tietyn ennustevuoden jälkeen. Viimeiseen vuosisataan maailman väestön ikääntymisessä ei ole ollut viitteitä siitä, että nykyiselle jäljellä olevan elinajan kasvamiselle olisi lyhyellä aikavälillä jotain rajoitetta.

Tässä tutkielmassa kuolevuuden tulevaisuuden kehitystrendiä on ennustettu 46 vuoden populaatioaineistosta (1955-2000). Miehillä ja naisilla on laskettu omat kuolevuuden muutosvauhdit. Kuolevuuden annetaan alentua rajoittamatta sen kehitystä. Viimeisimpien vuosien havaintoja kuolevuuden muutoksessa ei ole painotettu, koska ei ole selvästi näytettävissä toteen, että kuolevuus trendissä olisi tapahtunut muutosta.

Ennusteen teon lähtökohdat

Aineistona on HMD:n populaatioaineistoa, jossa on tasoitettu vanhempien ikäluokkien kuolevuuksia. Vaikka aineistoa on hieman muokattu, ovat erot verrattaessa Tilastokeskuksen todellisiin kuolemanvaaralukuihin tämän tutkimuksen kannalta kriittisissä ikäryhmissä häviävän pieniä.

Aineiston kuolemistodennäköisyyksien muuntaminen kuolevuuksiksi

Aineiston ikäluokkakohtaiset vuoden t iän x kuolemistodennäköisyydet $q_{x,t}$ on muutettu kuolevuuksiksi $\mu_{x,t}$.

Koska

$$p_{x,t} = (1 - q_{x,t}) = e^{-\int_0^1 \mu_{x+u,t} du}, \quad (1)$$

niin

$$\int_0^1 \mu_{x+u,t} du = -\ln(1 - q_{x,t}), \quad (2)$$

jolloin x -ikäisen kuolevuuden estimaatti vuonna t on

$$\mu_{x,t} = -\ln(1 - q_{x,t}). \quad (3)$$

Lee-Carterin malli

Tarkemmat yksityiskohdat Lee-Carterin mallista löytyvät liitteestä 1.

Tässä esitetty mallinnusmenetelmä on Lee-Carterin (1992) malli. Malli on kansainvälisesti väestötieteessä laajasti käytössä ennustettaessa kuolevuuden ikäluokkakohtaista muutosta. Lee-Carterin mallissa populaation kuolevuus -matriisista lasketaan kunkin ikäluokan x keskiarvo $\bar{a}_x$ ja aineistomatriisin arvoista vähennetään kustakin x -ikäluokan arvosta keskiarvo $\bar{a}_x$. Muokatusta aineistosta saadaan singulaariarvohajotelman avulla kaksi vektoria, joista toinen vastaa ikäluokkakohtaista kuolevuuden muutosta (kuva 6) ja toinen kuolevuuden tason muutosta (kuva 7). Näillä muodostetuilla vektoreilla saadaan havaittuun aineistoon muodostettua pienimmän neliösumman sovite. Kuolevuuden tasoa kuvaavasta vektorista lasketaan keskimääräinen vuosimuutos, jota käytetään kuolevuuden muutosvauhtina ennustettaessa tällä menetelmällä.

Lee-Carterin mallissa vuosittainen ikäluokkakohtainen kuolevuus mallinnetaan muodossa

$$\ln(\mu_{x,t}) = \bar{a}_x + \beta_x * \delta_t, \quad (4)$$

missä

$\bar{a}_x =$ aineiston x -vuotiaiden keskiarvo $\ln(\mu_x)$:sta aineiston havaintovuosilta 1955-2000

$\beta_x =$ aineiston x -vuotiaiden kuolevuuden vähenemisen intensiteetti

$\delta_t =$ kuolevuuden taso verrattuna aineiston keskimääräiseen tasoon.

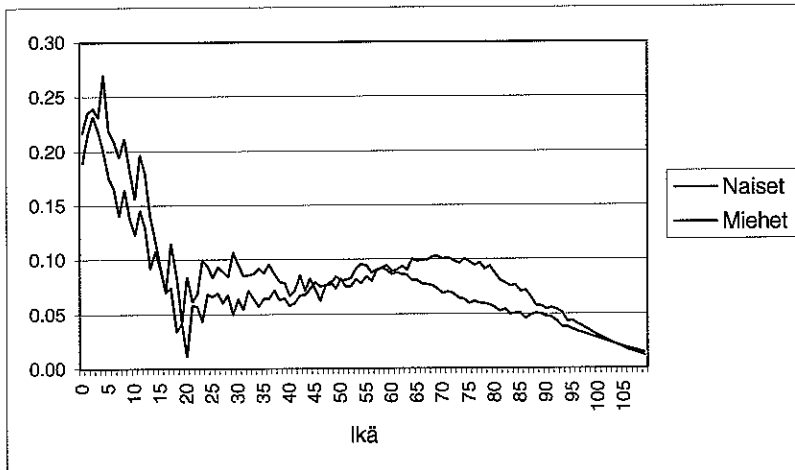
Identifioituvuuden vuoksi ehtojen $\sum_x \beta_x^2 = 1$ ja $\sum_t \delta_t = 0$ tulee toteutua.

Singulaariarvohajotelma on tehty Mathematica –ohjelmalla SingularValues[m]-funktiolla.

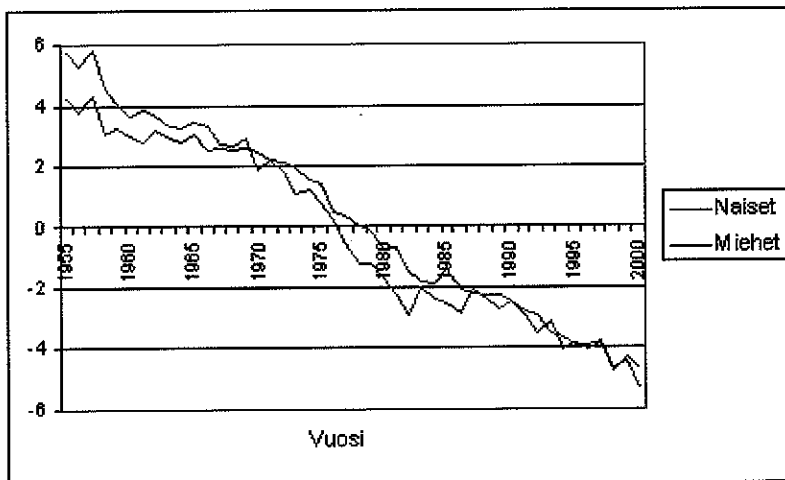
Liitteessä 2 on käytetty Mathematica-ohjelmakoodi.

Aineistosta on laskettu vektori $\bar{a}_x$ ja singulaariarvohajotelmasta saadaan β_x :n ja δ_i :n vektorit.

Vektoreiden lukuarvot on esitetty liitteessä 3.



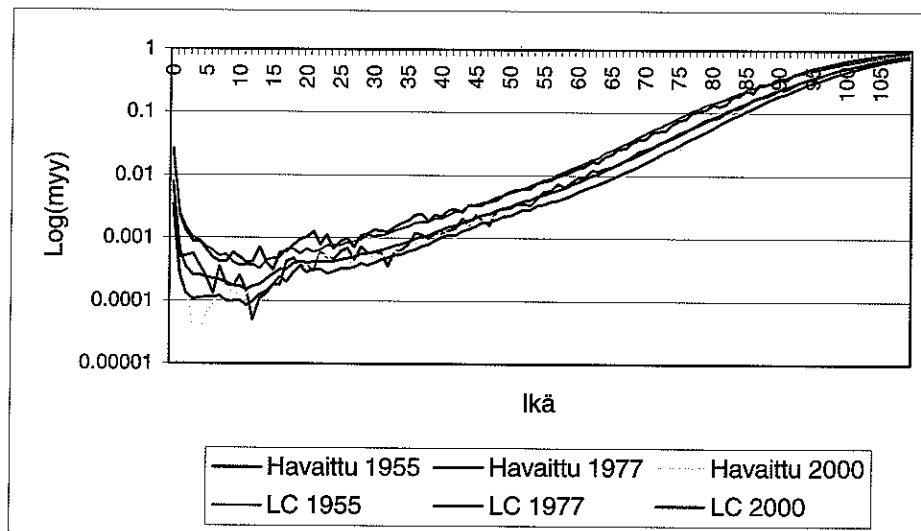
Kuva 6. Kuolevuuden ikäkohtaisen kuolevuuden intensiteetin β_x :n, arvot miehillä ja naisilla.



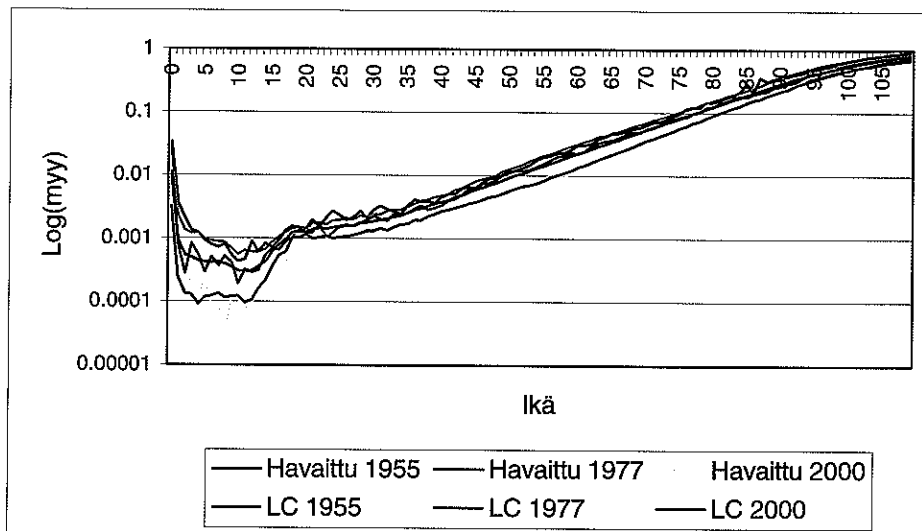
Kuva 7. Aineiston kuolevuuden taso δ_i , verrattuna aineiston keskimääräiseen tasoon.

Lee-Carterin mallin ja havaitun aineiston yhteensopivuus

Leen ja Carterin malli sopii hyvin kuvaamaan sukupuolikohtaista periodikuolevuutta aikavälillä 1955-2000, kuten kuvista 8 ja 9 näkyy.



Kuva 8. Naisten havaittu kuolevuus ja Lee-Carterin malli vuosina 1955, 1977 ja 2000.



Kuva 9. Miesten havaittu populaatiokuolevuus ja Lee-Carterin malli vuosina 1955, 1977 ja 2000.

Ennusteen teko

Tarkemmat yksityiskohdat Lee-Carterin mallin mukaisesta ennusteesta löytyvät liitteestä 1.

Ennustetta tehtäessä δ_t -termien muodostama aikasarja mallinnetaan vakiotermisenä satunnaiskulkuprosessina (random walk with a drift), jossa estimoidaan vakiotermi, joka kertoo yksikkölisäyksen odotusarvon. Miehillä yksikkölisäyksen odotusarvo m on -0,2141413 ja naisilla m on -0,2319610.

Piste-ennuste saadaan kaavalla

$$\mu_{x,2000+k} = \mu_{x,2000} \exp(\beta_x mk) \quad (5)$$

Ennustamiseen liittyvää problematiikkaa on käsitelty sivulla 8 kohdassa 'Ennusteeseen liittyviä näkökohtia'.

Ennuste liitetään havaittujen kuolevuuksien aineiston jatkoksi, jolloin käytettävissä on vuosilta 1955-2000 havaittu periodi-aineisto ja vuosilta 2001-2120 ennustettu periodi-aineisto.

Ennusteen pohjalta on laskettu periodi-aineistosta elinajanodotteet vuosina 2030 ja 2050. Elinajanodote on laskettu HMD:ssä esitetyllä tavalla. Tapa poikkeaa tilastokeskuksen tavasta. Elinajanodotteen laskenta selviää tarkemmin liitteestä 4.

Tehdyn aineiston pohjalta elinajanodotteet vuosina 2030, 2050 ja 2100 on esitetty taulukossa 2.

	Naiset	Miehet
2030	85,94	78,86
2050	88,79	81,74
2100	94,28	87,82

Taulukko 2. Elinajanodotteet vuosina 2030, 2050 ja 2100.

Verrataan taulukon 2 lukuja muiden tutkimuksien tuloksiin, luvut eivät ole täysin vertailukelpoisia erilaisten elinajanodotteen laskutapojen takia, mutta ovat kuitenkin suuntaa antavia.

Tilastokeskuksen www-sivuilla (http://www.tilastokeskus.fi/tk/he/vaesto_ennusteoletukset.html, lukuarvot sivuilta on katsottu 22.2.2004) oletetaan elinajanodotteen olevan vuonna 2030 miehillä 79,5 vuotta ja naisilla 84,6 vuotta. Eron selittää osin erilainen elinajanodotteen laskemistapa. Laskemalla HMD:n tavalla hyväksikäyttäen Tilastokeskuksen käyttämiä kuolleisuuslukuja vuodelle 2030 saadaan elinajanodotteeksi miehillä 80,3 vuotta ja naisilla 85,4 vuotta. Jäljelle jäävän eron selittää Tilastokeskuksen käyttämä ennustemenetelmä [K.7], missä ennuste tulevaisuuteen yksinkertaistetusti kuvaten tehdään siten, että tutkitaan kuinka paljon kuolleisuus muuttui ajankohdasta 1981-1986 ajankohtaan 1996-2000 ja näin saatua kuolevuuden muutosta käytetään hyväksi tulevaisuuden ennusteissa.

Professori Juha Alho on tehnyt tutkimuksia kuolevuuden kehityksestä Suomessa käyttäen samaa tekniikkaa kuin tässä tutkielmassa on käytetty. Ennusteessa [5], missä hän on käyttänyt aineistoa aikaväliltä 1970-2001, hän on saanut elinajanodotteeksi miehillä vuonna 2031 80,8 vuotta ja vuonna 2051 83,9 vuotta ja naisilla vuonna 2031 86,6 vuotta ja vuonna 2051 89,1 vuotta. Vuonna 2002 tekemissään ennusteissa professori Alho on käyttänyt lyhyempää 15 vuoden aineistoa. Sen pohjalta saadut arvot ovat miehille vuonna 2030 79,3 vuotta ja vuonna 2050 81,8 vuotta ja naisille vastaavasti vuonna 2030 85,0 vuotta ja vuonna 2050 86,7 vuotta.

Kun huomioidaan ennusteiden epävarmuus, voidaan em. ennusteita pitää saman suuruusluokkaisina.

Ennustevälit

Tarkemmat yksityiskohdat ennustevälin laskemisesta löytyvät liitteestä 1.

Vuosien 1955-2000 populaatioaineiston perusteella tehdyn ennusteen luotettavuutta voidaan mitata luottamusväleillä. Luottamusvälit lasketaan käyttäen hyväksi normaalijakauma-approksimaatiota, sillä riippumattomien muuttujien summana muodostuva satunnaiskulkuprosessi vakiomuutoksella on likimain normaalisesti jakautunut.

Luottamusvälien laskennassa havaintoaineistosta lasketaan yksikkölisäyksen keskihajonta s ja vakiotermin keskivirhe c erikseen sekä miehille, että naisille. Miehillä luvut ovat $s = 0,3998$ ja $c = 0,0596$ ja naisilla $s = 0,4550$ ja $c = 0,0678$.

Luottamusvälit vuodelle $2000+k$ lasketaan kaavalla

$$\pm \mu_{x,2000+k}^{n\%} = \mu_{x,2000+k} \exp(\pm n * |\beta_x| * (c^2 k^2 + s^2 k)^{1/2}), \quad (6)$$

missä

$\mu_{x,2000+k}$ = kuolevuusennuste vuonna $2000+k$, $k > 0$

n = $N(0,1)$ -jakauman lukuarvo, jonka mukaan halutaan $\phi(n)$ turvaavuusmarginaali tehdä, esim. $\phi(1,2816) = 0,90$

β_x = aineiston x -vuotiaiden kuolevuuden vähenemisen intensiteetti.

c = vakiotermin keskivirhe

s = yksikkölisäyksen keskihajonta.

Kohorttiaineisto

Jatkossa käsitteellä periodi-aineisto tarkoitetaan vuosien 1955-2120 läpileikkausaineistoa, jossa havaitut arvot saadaan vuosilta 1955-2000 ja ennusteet vuosilta 2001-2120. Kohorttiaineistolla tarkoitetaan tässä aineistoa, jossa syntymävuosikohortit on poimittu periodiaineistosta.

Suomessa henkivakuutuksessa käytössä olleita kuolevuusmalleja

Suomessa käytössä olleet kuolevuusfunktiot

Suomessa on käytetty kuolevuuden mallina sekä Gompertzin että Makehamin kuolevuusmallia. Gompertzin vuonna 1825 julkaisema kuolevuusmalli on muotoa

$$\mu(x) = B * e^{Cx}, \quad (8)$$

missä B ja C ovat aineistosta estimoitavat vakiot.

Vuonna 1860 Makeham laajensi Gompertzin mallia lisäämällä mukaan vakiotekijän, joka vastaa tapaturmaisen kuolevuuden tasoa. Makehamin malli on muotoa

$$\mu(x) = A + B * e^{Cx}, \quad (9)$$

missä A kuvaa tapaturmaisen kuolevuuden tasoa ja B sekä C ovat aineistosta estimoitavat vakiot.

Gompertzin ja Makehamin mallit on havaittu käyttökelpoisiksi kuvaamaan kuolevuutta ja niitä käytetään edelleenkin kuolevuuden mallinnuksessa. Mallien suurimpina etuina on yksinkertaisuus ja melko hyvä tarkkuus kuolevuuden kuvaamisessa.

Henkivakuutus

Suomalaiset henkivakuutusyhtiöt ovat 1990-luvun loppupuolelle asti tehneet yhdessä kuolevuusfunktiot ja käyttäneet samoja funktioita. Nykyisin henkivakuutusyhtiöillä on omat laskuperusteet ja mahdollisuus käyttää omia kuolevuusfunktioita. Huolimatta tästä mahdollisuudesta käyttää omia kuolevuuksia, on silti oletettavaa, että henkiyhtiöt ovat valtaosin käyttäneet viimeisintä yhdessä tehtyä kuolevuusmallia K87. Tätä puoltaa ainakin se tosiseikka, että Suomessa henkivakuutuksen volyymit ovat niin pienet, että yksittäisen yhtiön on hankala tehdä omasta vakuutuskannastaan varteenotettavaa kuolevuustutkimusta.

Suomessa on henkivakuutettujen kuolevuutta koskevia tilastoja kerätty vuodesta 1890 alkaen. Vuoteen 1997 asti on säännöllisesti kerätty vuosittain henkiyhtiöiltä riskiperusteanalyysit. Lisäksi tätä tutkielmaa varten on kerätty riskiperusteanalyysit vuosilta 1998-2001.

Suomessa kuolevuusperustetta on tarkistettu lähihistoriassa viimeksi vuosina 1973, 1986 ja 1987. Ennen vuotta 1973 käytettiin sekä miehille, että naisille samaa funktiota ja käytössä ollut funktio K57 oli sellainen, että kuolevuus oli vakio ikävuoteen 33 asti ja sen jälkeen noudatti Gompertzin kuolevuutta.

Vuonna 1973 tehdyssä kuolevuusperustetarkistuksessa kuolevuudessa huomioitiin sukupuolten välinen ero, joka on toteutettu yksinkertaisuuden vuoksi niin, että miehille ja naisille käytetään samaa funktiota, mutta naisille käytetään 8 vuotta nuorempien miesten kuolevuutta. Vuodesta 1973 lähtien henkivakuutuskuolevuutena on käytetty Makeham-funktiota K73, joka on muotoa

$$\mu(x) = 0,0006 + 10^{0,05(x-91,5)} . \quad (10)$$

Vuonna 1986 tehdyn kuolevuusperustetutkimuksen seurauksena miesten ja naisten välisen kuolevuuden eroksi saatiin 7 vuotta. Funktio K86 on muotoa

$$\mu(x) = 0,00048 + 10^{0,055(x-92,5)} . \quad (11)$$

Vuonna 1987 huomattiin, että 1986 tehty funktio on korkeilla ikäluokilla liian turvaava ja funktion muotoa korjattiin lisäämällä kuolevuusfunktioon elementti, joka alentaa 72-vuotta vanhempien henkilöiden kuolevuutta. Kuolevuusfunktioon päädyttiin lisäämään myös 15 prosentin varmuusvara. Funktio K87 on muotoa

$$\mu(x) = 1,15 * (0,00048 + 10^{0,055(x-94,5)-0,02(x-72)^+}) . \quad (12)$$

Funktio K87 on viimeisin Suomessa tehty kuolevuusfunktio ja on todennäköisesti vielä käytössä ainakin osassa suomalaisista henkivakuutusyhtiöstä tämän tutkielman tekohetkellä (2/2004).

Henkivakuutuksen kuolevuusmallilta vaadittavia ominaisuuksia

1. Kuolevuusmallin perimmäinen tarkoitus on kuvata kuolevuutta ja näin ollen tärkein ominaisuus on kuolevuuden totuudenmukaisuus. Perinteisesti kuolevuusmalli on ollut sovitettu funktio, jota on ollut helppo käyttää laskennallisesti. Nykyisin tietotekniset ratkaisut ovat kehittyneet niin paljon, että käyttökelpoisena ratkaisuna voidaan pitää myös arvotaulukkoa. Arvotaulukkoa puoltaa se, että se on tarkempi kuin sovite.
2. Perinteisesti henkivakuutusyhtiöt ovat tehneet kuolevuusmallin yhteistyönä noin kahdenkymmenen vuoden välein sovittamalla malli havaittuun henkivakuutuskuolevuus aineistoon. Nykyisin jokainen henkivakuutusyhtiö voi käyttää omia laskuperusteitaan , jonka seurauksena yhteistyö on alalla vähentynyt. Tämä näkyy myös siinä, että esimerkiksi tämän tutkielman tekohetkellä ei kerätä vuosittaisia riskiperusteanalyysyjä. Siksi kuolevuusmallin olisi hyvä olla myös sellainen, että sitä voisi tulevaisuudessa helposti mukauttaa sopimaan valitsevaan henkivakuutuskuolevuuden tasoon.
3. Perinteisesti henkivakuutuskuolevuusmalli, toisin kuin nykyinen lakisääteisen työeläkkeen kuolevuusmalli, ei ole huomionut kohorttikohtaista muutosta kuolevuudessa. Väestön keskuudessa kuolevuudessa on tapahtunut voimakasta kuolevuuden laskemista ja se on aiheuttanut myös henkivakuutuksen kuolevuusmalliin epätarkkuutta. Monet henkivakuutukset ovat määräaikaaisia ja niissä on kuolevuuden kehitys näkynyt lähinnä yliturvaavuutena. Eläkevakuutuksiin kuolevuuden muutos on saattanut vaikuttaa siten, että malli on tullut aliturvaavaksi. Tulevaisuudessa henkivakuutuksen kuolevuusmallin olisi hyvä olla sellainen, että se huomioisi kuolevuuden muutoksen.

Tässä tutkielmassa on päädytty ratkaisuun, jossa tutkitaan ensin kuolevuuden muutosta populaatioaineistossa ja tehdään ennusteet populaation kuolevuuden kehityksestä tulevaisuuteen. Tämän jälkeen lasketaan ja päätellään käytössä olevista aineistoista populaatio- ja henkivakuutuskuolevuuden suhteellinen ero ja sen muutos. Voidaan kertoa populaatioaineisto ikäluokkakohtaisella suhdelukukertoimella siten, että saadaan populaatiokuolevuudesta ja sen ennusteesta tehtyä ikäluokkakohtaisesti painotettu henkivakuutuskuolevuus ja sen ennuste

tulevaisuuteen. Tähän lähestymistapaan on päädytty, koska henkivakuutusyhtiöiden riskiperusteanalyysit eivät ole tarpeeksi kattavat, jotta niistä pystyisi tekemään kunnollisia ennusteita. Populaation kuolevuusaineisto on sen sijaan riittävän laaja ennusteen tekoon. Myös professori Alho on tutkimuksissaan käyttänyt tätä lähestymistapaa [5].

Kuolevuusfunktiossa K87 on turvaavuusmarginaali ollut mukana funktiossa kertoimena (1,15). Tässä tutkielmassa on päädytty ratkaisuun määritellä bruttokuolevuus. Kuolevuutta sovellettaessa voi soveltaja itse päättää, minkälaista turvaavuusmarginaalia käyttää. Koska turvaavuusmarginaalin tarkoitus on tehdä funktiosta riittävän turvallinen huomioon ottaen kuolevuuden vaihtelut, niin tässä tutkielmassa on laskettu ennusteelle luottamusvälit. Turvaavuusmarginaali voidaan valita näistä luottamusväleistä henkivakuutuksesta + puolelta ja eläkevakuutuksessa – puolelta.

Tässä tutkielmassa tehtävät kuolevuuden kohorttitaulut täyttävät kaikki yllämainitut kohdat 1-3. Tutkimukseen pohjautuvaan populaatiomalliin on helppo tehdä tarkennuksia, koska uudet väestön periodikuolevuudet ovat vuosittain saatavilla Tilastokeskuksen julkaisemina. Lisäksi tauluissa tulee huomioitua kohorttien erilaiset kuolevuudet.

Henkivakuuttamisessa voi turvamarginaali olla bruttokuolevuuden ylä- tai alapuolella vakuutusmuodosta riippuen. Määräaikaisissa henkivakuutuksissa turvamarginaali on bruttokuolevuuden yläpuolella ja turvamarginaalia merkitään + merkillä. Eläkevakuutuksissa turvamarginaali taas on bruttokuolevuuden alapuolella ja sitä merkitään – merkillä.

Tässä työssä kuolevuusmalliksi annetaan kohorttitaulukot, joissa turvamarginaali on $\pm 40\%$:a, $\pm 25\%$:a, $\pm 15\%$:a ja 0% :a. Taulukon turvamarginaalin on poikkeama bruttokuolevuudesta, eli ennustetusta kuolevuudesta. Esimerkiksi $+25\%$:n turvamarginaali tarkoittaa todennäköisyyttä jossa kuolevuusarvo on $+25\%$ -kohorttitaulun luvun alapuolella 75% :n todennäköisyydellä ja -15% :n turvamarginaali tarkoittaa todennäköisyyttä jossa kuolevuusarvo on -15% -kohorttitaulun luvun yläpuolella 65% :n todennäköisyydellä.

Luottamusvälejä laskettaessa taulukkoon on käytetty kaavaa (6). Kaavassa oleva β_x saa ikäluokkakohtaiset arvot. Tarkkojen ikäluokkakohtaisten β_x arvojen käytössä turvaavuus kohdentuu voimakkaammin niihin ikäluokkiin, joissa epävarmuus on suurinta ja muutos on ollut voimakkainta aikavälillä 1955-2000. Toisena vaihtoehtona olisi käyttää vakioitua β .

Koska monet laskentajärjestelmät ovat tällä hetkellä sellaisia, että kuolevuus on annettu niihin valmiina funktiona, niin tässä työssä tehdään lisäksi Makeham-funktiosovite kohorttitauluihin siten, että saadaan syntymävuodesta ja sukupuolesta riippuvat kuolevuusfunktiot. Kuolevuusfunktioihin sovelletaan luottamusvälin kaavaa, mutta kaavassa (16) on käytetty vakioitua β arvoa, koska sen käyttö kaavassa on yksinkertaisempaa.

Populaatioaineiston muuntaminen henkiaineistoa vastaavaksi

Henkivakuutusyhtiöiltä kerätyistä riskiperusteanalyyseistä saadaan laskettua kuolevuus viisi-vuotislukottain.

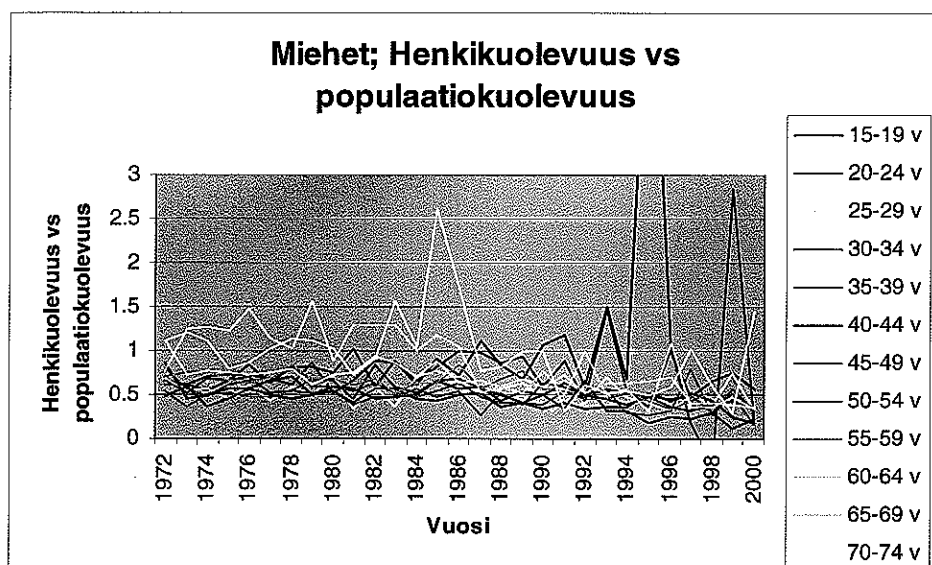
HMD:stä saadaan samalla ikäluokkajaolla dead-rate arvot. Koska HMD:stä saadut arvot ovat varsin lähellä todellisia populaatiokuolevuuksia, on niitä käytetty vertailuissa, henkivakuutuskuolevuuksien ja populaatiokuolevuuksien välillä.

Tutkittaessa henkivakuutuskuolevuuksien ja populaatiokuolevuuksien suhdetta, vaikuttaa siltä, että alle kaksikymmentävuotiaiden keskuudessa populaatiokuolevuus ja henkivakuutuskuolevuus ovat varsin lähellä toisiaan. Myös yli 70-vuotiaiden keskuudessa on havaittavissa sama ilmiö. Joskin molemmissa tapauksissa vuosittainen vaihtelu on varsin suurta johtuen henkiaineiston pienuudesta näissä ikäluokissa. Koska saatavilla olevien aineistojen perusteella ei näille ikäluokille saada tehtyä parempia luotettavia estimaatteja, ajatellaan näissä ikäluokissa henkivakuutuskuolevuuden olevan samanlaista kuin populaatiokuolevuuden.

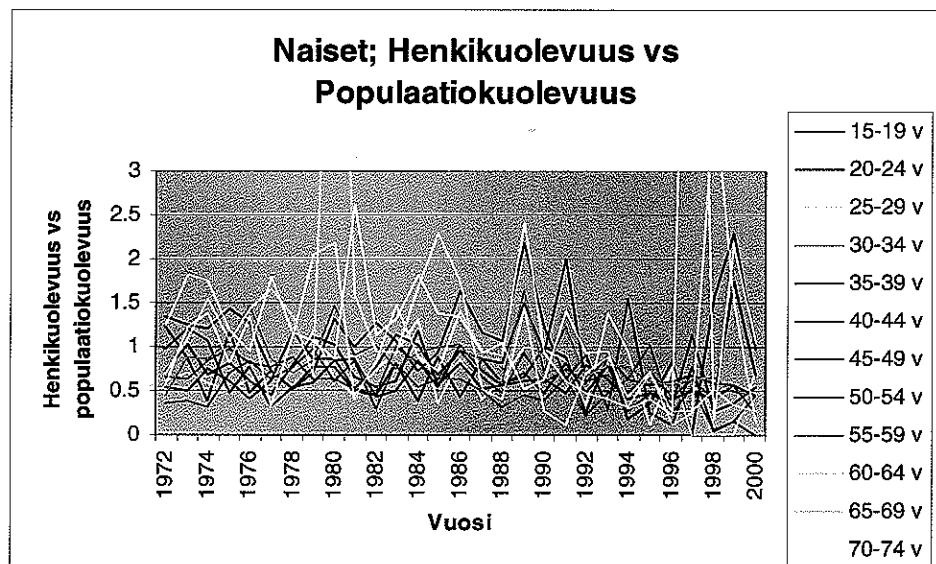
Tätä tutkimusta tehtäessä on henkivakuutusaineistona ollut käytettävissä vuosien 1985-2001 riskiperusteanalyysien lisäksi miesten ja naisten kuolevuudet henkivakuutusyhtiöillä vuosina 1972-1984. Tämän lisäaineiston perusteella on tehty vuosina 1986 ja 1987 kuolevuusfunktiot. Aineistot on yhdistetty ja vuosien 1972-2000 henkivakuutuskuolevuuksia on vuositasolla verrattu saman ajankohdan populaatiokuolevuuksiin. Tutkimuksissa on havaittu, että suhdeluvussa henkivakuutuskuolevuus vs. populaatiokuolevuus ei ole selkeää havaittavaa trendiä pienenemisestä tai suurenemisesta aikavälillä 1972-2000, joskin eri vuosien välillä on suuria eroja johtuen henkivakuutusaineiston suppeudesta. Kuvissa 10 ja 11 on esitetty vuosittainen suhdeluku viisivuotisikäryhmissä. Kuvista voi huomata, että joissain yksittäisissä ikäluokissa on mahdollisesti tapahtunut pientä laskua suhdeluvuissa, mutta mitään selkeää trendiä ei ole nähtävissä.

Tämän tutkimuksen lähtökohtana on näkemys, että tulevaisuudessa henkikuolevuuden ja populaatiokuolevuuden suhdeluku pysyy vastaavalla tasolla, mitä nyt saatavilla olevista aineistoista on laskettu.

Koska populaatiokuolevuus alenee vuosittain ja suhde henkivakuutuskuolevuuteen pysyy samana, niin myös henkivakuutuskuolevuuden tason tulee alentua. Tämä vastaa hyvin käsitystä, jonka mukaan kuolevuuden alentuessa terveys paranee ja yhä useampi saa terveydentilansa puolesta henkivakuutuksen eli terveydentilaan viittaava selekti vähenee.



Kuva 10.



Kuva 11.

Vuosilta 1972-2000 on laskettu viisivuotisryhmittelyllä kuolevuudet sekä henkivakuutusaineistosta että populaatioaineistosta ja niitä on verrattu toisiinsa. Suhdeluvut p , millä populaatioaineistosta saadaan kerrottua henkiaineistoa vastaava aineisto, on esitetty taulukossa 3.

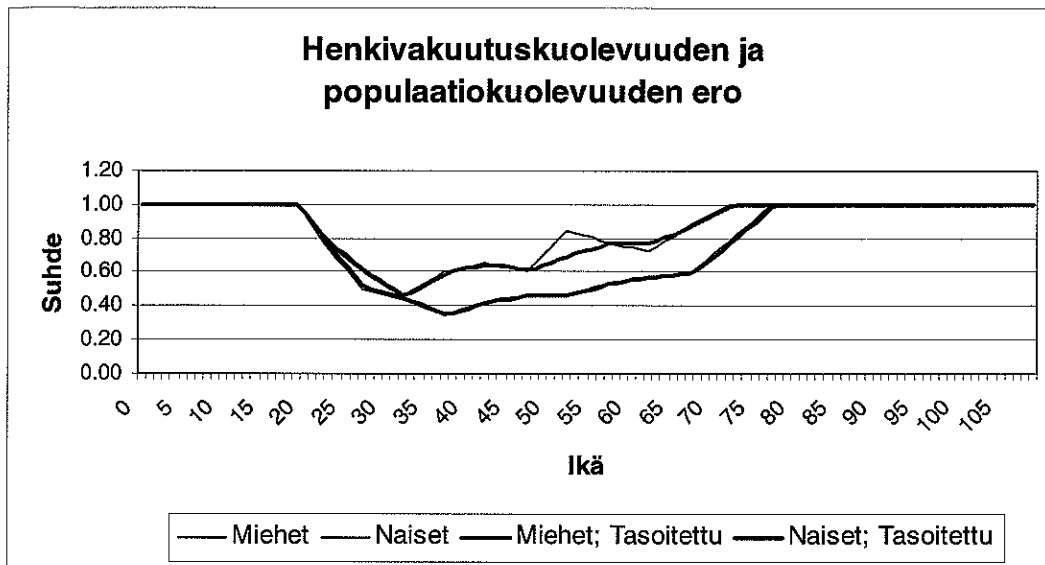
Ikäluokka	Miehet	Naiset
00-04 v	1.00	1.00
05-09 v	1.00	1.00
10-14 v	1.00	1.00
15-19 v	1.00	1.00
20-24 v	0.80	0.80
25-29 v	0.50	0.60
30-34 v	0.44	0.45
35-39 v	0.35	0.60
40-44 v	0.42	0.65
45-49 v	0.47	0.61
50-54 v	0.46	0.85
55-59 v	0.54	0.77
60-64 v	0.57	0.72
65-69 v	0.60	0.87
70-74 v	0.78	1.00
75-80 v	1.00	1.00
80- v	1.00	1.00

Taulukko 3. Muunnoskertoimet p miehille ja naisille viisivuotislukissa.

Muunnoskerroin p on laskettu kaavalla

$$p = \frac{\mu_x^{\text{'henkiaineisto' }}}{\mu_x^{\text{'populaatio' }}} .$$

Taulukossa 3 esitetyt luvut on muutettu viisivuotislukista vuosittaisiksi arvoiksi siten, että kunkin viisivuotislukan arvo on merkitty luokan keskimmäisen iän arvoksi ja muutos luokasta toiseen on tehty lineaarisesti. Näin saatu ikäluokkakohtainen taulu on esitetty liitteessä 5. Kuvassa 12 on esitetty ikäkohtaisesti kertoimet jolla kertomalla populaatiokuolevuus saadaan muutettua henkivakuutusaineiston kuolevuudeksi. Naisten kertoimia on tasoitettu 50-70 ikävuoden välillä, koska aineistossa on ko. aikavälillä voimakasta satunnaisheilahtelua.



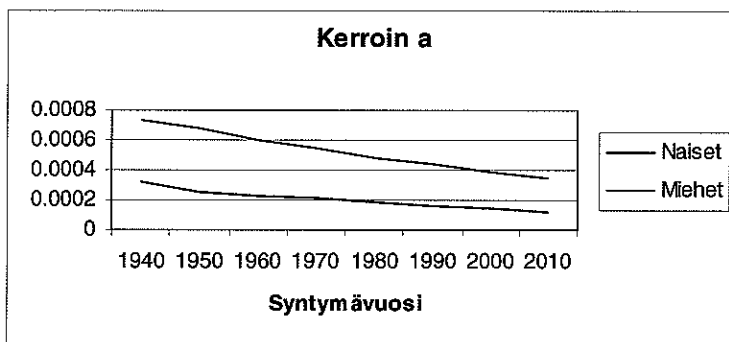
Kuva 12. Henkivakuutusaineiston kuolevuus vs. populaatiokuolevuus

Makeham-funktion sovittaminen aineistoon

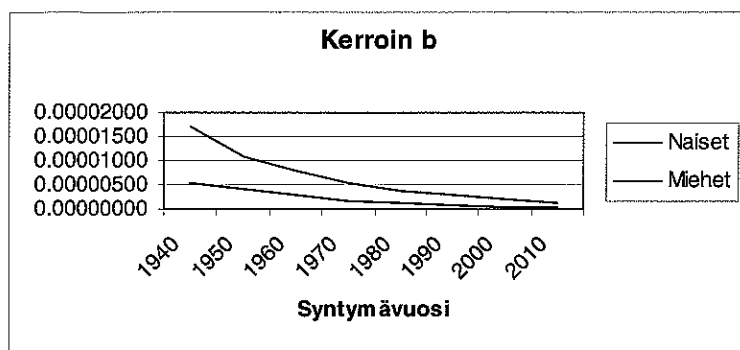
Parhaimman ennusteen kuolevuudesta saa käyttämällä kohorttikohtaista ennustetaulukkoa. Nykyisin kuitenkin monet laskentajärjestelmät ovat oletettavasti tehty niin, että ne laskevat kuolevuuden käyttäen valmista funktiota. Tämän takia henkivakuutusaineistoon on tehty SAS/STAT-ohjelmalla Makeham-sovite, jota voi käyttää hyväksi. Käytetty SAS/STAT-algoritmi on esitetty liitteessä 7. On kuitenkin selvää, että yksinkertaista Makeham-mallia ei saada täysin tarkasti seuraamaan aineistoa, vaan funktiosovitteen tekeminen luonnollisesti lisää hieman mahdollista ennustevirhettä. Kuitenkin funktiosovite on tarpeeksi tarkka kuvaamaan kuolevuutta, kun huomioidaan varmuusmarginaali, joka lisätään tai vähennetään funktiosta riippuen vakuutusliikkeen laadusta.

Koska nuorilla ikäryhmillä ei ole suurtakaan käytännön merkitystä nykyisen henkivakuutusliiketoiminnan laatu huomioiden, on alle 20-vuotiaat poistettu aineistosta, johon sovite tehdään, koska lapsuusiän alhainen kuolevuus aiheuttaisi epätarkkuutta sovitteeseen.

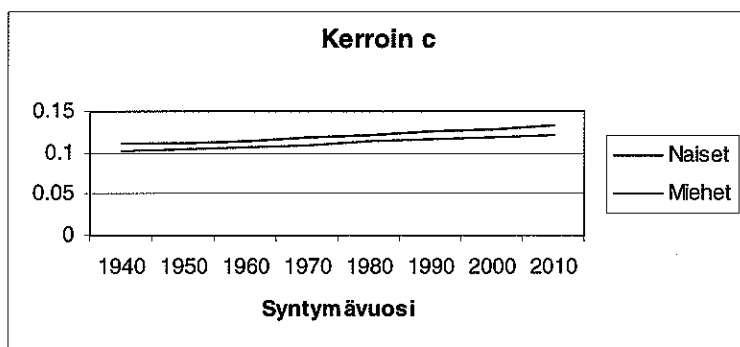
Tehtyyn aineistoon sovitetaan kohortin huomioiva Makeham-sovite. Sovite tehdään kullekin tasavuosisikymmenkohortille ja kuviin 13 a-c on merkitty mitkä arvot Makeham-sovitteen muuttujat a, b ja c saavat.



Kuva 13 a



Kuva 13 b.



Kuva 13 c.

Kuvista 13 a-c. nähdään, että kaikki kertoimet ovat monotonisia. Kertoimien a ja c voidaan nähdä olevan lähellä lineaarista. Kertoimien a, b ja c muutokselle etsitään sopivat funktiot siten, että syötteenä käytetään syntymävuotta. Funktioiden etsiminen tehdään funktiosovitteilla niin, että a:n ja c:n muutos mallinnetaan lineaarisella mallilla ja saatuja muuttujien a ja c arvoja käytetään hyväksi, kun SAS/STAT:lla etsitään muuttujalle b:tä kuvaava funktio.

Kohorttikohtainen Makeham –kuolevuusfunktio saadaan johdettua muotoon:

$$\mu(x)_{[sp]} = a_{[sp]} + b_{[sp]} * e^{c_{[sp]}x}, \quad (13)$$

missä

x= ikä
sp= sukupuoli [mies, nainen].

Kun sp = mies, niin muuttujat saavat arvot

$$a_{mies} = ((sv - 1940) * -0,0000054429 + 0,000734),$$

$$b_{mies} = \frac{0,000241}{(-1926,3 + sv)(1770.6 - 1.8104 * sv + 0.000463 * sv^2)},$$

$$c_{mies} = ((sv - 1940) * 0.0003057143 + 0.1006)$$

ja

sv = syntymävuosi.

Kun sp = nainen, niin muuttujat saavat arvot

$$a_{nainen} = ((sv - 1940) * -0,0000028857 + 0,000323),$$

$$b_{nainen} = \frac{0,000066}{(-1928,3 + sv)(2358.42 - 2.4102 * sv + 0.000616 * sv^2)},$$

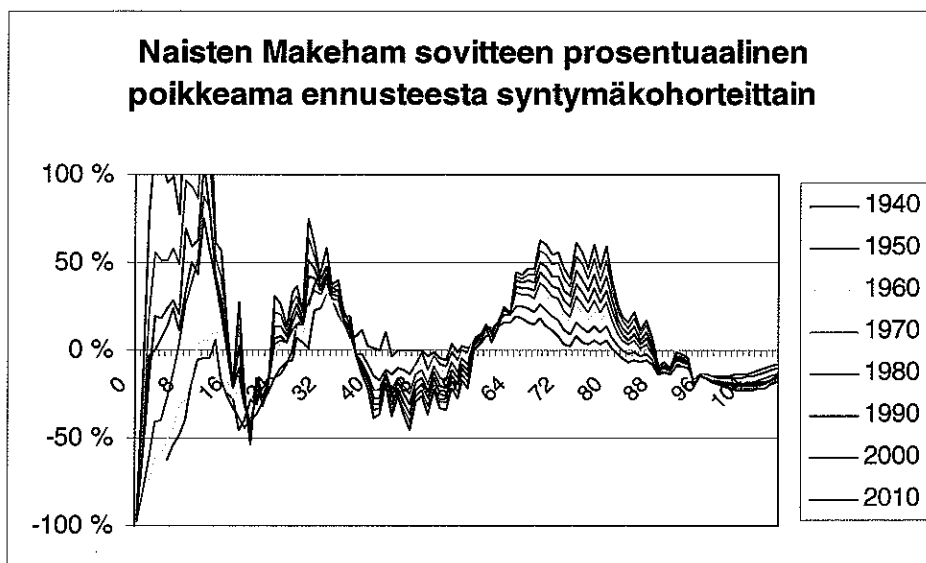
$$c_{nainen} = ((sv - 1940) * 0.0003185714 + 0.1103)$$

ja

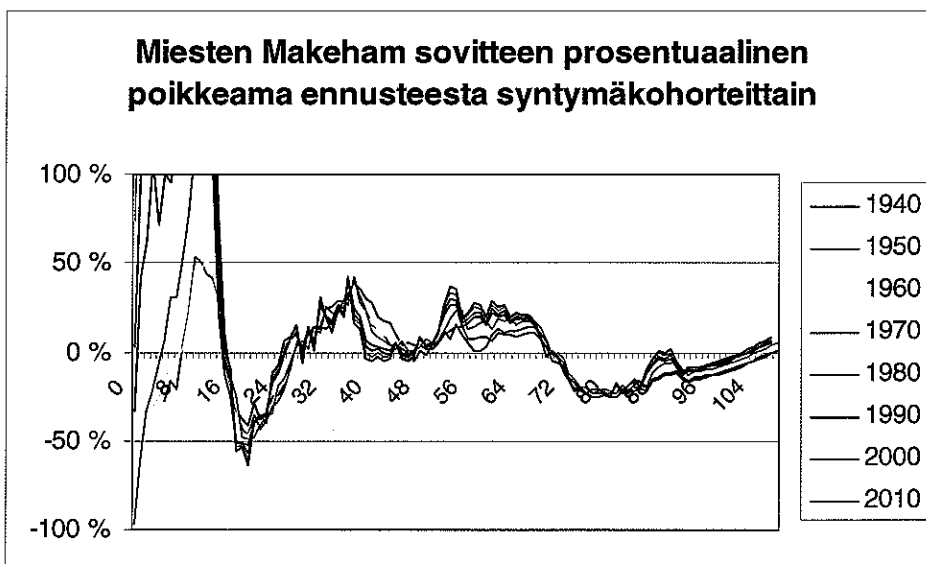
sv = syntymävuosi.

Ennusteen ja sen sovituksen välinen harha

Sovituksen ja ennusteen välillä on harhaa. Harha johtuu ennusteen muodosta, joka poikkeaa eksponentiaalisesta muodosta (= Makeham-funktion muoto). Kuten kuvasta 16 näkyy, vaikka ero ei näytäkään kovin suurelta logaritmisella asteikolla, voi se silti olla prosentuaalisesti melko merkitsevää pienillä ikäväleillä, kuten kuvista 14 ja 15 huomataan.



Kuva 14.



Kuva 15.

Naisten tapauksessa ennusteen muoto muuttuu ennustevuosien määrän kasvaessa yhä kauemmaksi Makeham-funktion muodosta. Miehillä muoto pysyy stabiilimpana.

Kuolevuusfunktion saa tarkemmin seuraamaan ennustettua kuolevuutta, kun kuolevuusfunktion kertoo $\eta_{[sp]}(x)$ -funktioilla. Naisten $\eta_{[nainen]}(x)$ -funktiossa täytyy keskimääräisen poikkeaman lisäksi huomioida muodon muutos, kun taas miesten $\eta_{[mies]}(x)$ -funktiossa riittää, että lasketaan keskimääräinen poikkeama.

$\eta_{[sp]}(x)$ -funktioille on arvioitu keskimääräiset poikkeamat eri aikaväleillä ja ne on johdettu muotoon:

$$\eta_{nainen}(x) = I(x \in [18,23] | 1,25) * I(x \in [27,37] | 0,75 * c) * I(x \in [39,56] | 1,25 * d) * I(x \in [63,81] | 0,75 * e) * I(x \in [93, \infty) | 1,2)$$

missä

$$I(x \in [x_1, x_2] | m) = \begin{cases} m, & \text{kun ikä } x \in [x_1, x_2] \\ 1, & \text{muulloin} \end{cases}$$

ja

$$c = (1975 - sv) / 350$$

$$d = (sv - 1975) / 150$$

$$e = (1975 - sv) / 300$$

$$sv = \text{syntymävuosi}$$

sekä miehille:

$$\eta_{mies}(x) = I(x \in [18,24] | 1,4) * I(x \in [31,40] | 0,75) * I(x \in [53,70] | 0,82) * I(x \in [75,86] | 1,2) * I(x \in [93,102] | 1,1)$$

missä

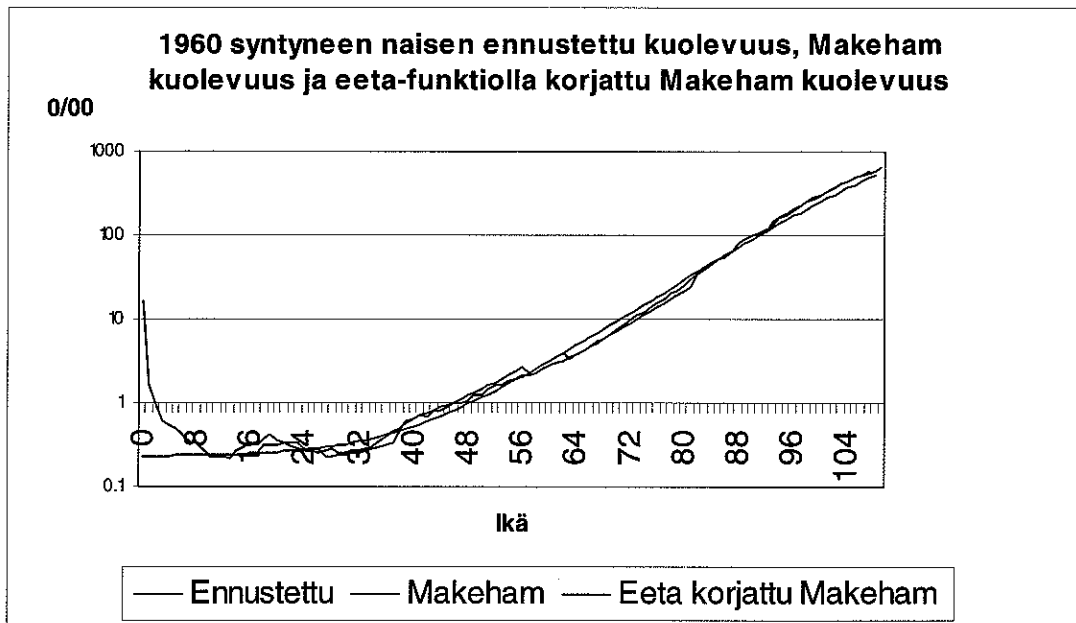
$$I(x \in [x_1, x_2] | m) = \begin{cases} m, & \text{kun ikä } x \in [x_1, x_2] \\ 1, & \text{muulloin} \end{cases}$$

Ohjelmointia ajatellen on liitteessä 6 esitetty kuinka $\eta_{sp}(x)$:n kaavat voidaan esittää minimien ja maksimien avulla.

Kuolevuusfunktio saa siten muodon

$$\eta_{[sp]} \mu(x)_{[sp]} = (a_{[sp]} + b_{[sp]} * e^{c_{[sp]}x}) * \eta_{[sp]}(x) \quad (14)$$

Jatkossa käsitteellä eeta-Makeham tarkoitetaan kaavan (14) kuolevuutta.



Kuva 16. Vuonna 1960 syntyneen naisen ennustettu kuolevuus, Makeham-sovite ja η -korjattu Makeham (=eeta-Makeham)

Varmuusvara

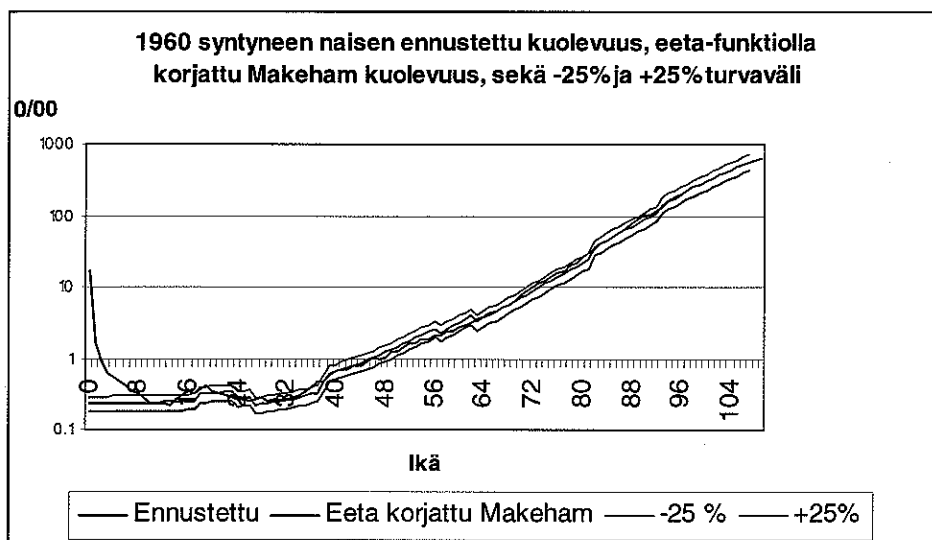
Edellä on sovitettu henkivakuutusaineiston ennusteeseen pohjautuva kohorttikohtainen kuolevuuden funktiosovite miehille ja naisille. Käytännössä vakuutusta hinnoiteltaessa on tarvetta käyttää funktioon turvamarginaalia. Vuonna 1987 tehdyssä kuolevuusfunktiossa on käytetty turvamarginaalina 15 prosenttia korkeampaa kuolevuusfunktioita, joka on tehty kertomalla kuolevuusfunktio arvolla 1,15. Tämä tapa on hyvä määräaikaan vakuutuksiin, koska niissä turvamarginaali on ylöspäin, mutta elinikäisiin eläkevakuutuksiin se ei turvaa oikealla tavalla, koska näillä taas turvamarginaali tarve on alaspäin.

Tässä tutkielmassa ei estimoida kiinteää turvamarginaalia kuten vuoden 1987 kuolevuusfunktioita tehtäessä, koska nykyisin henkivakuutus tuotteiden hinnoittelu ja kilpailu ovat vapautuneet tuosta ajankohdasta ja yhtiöillä on itsellään enemmän päätäntävaltaa, millaisia turvamarginaaleja käyttävät ja miten hinnoittelevat tuotteensa.

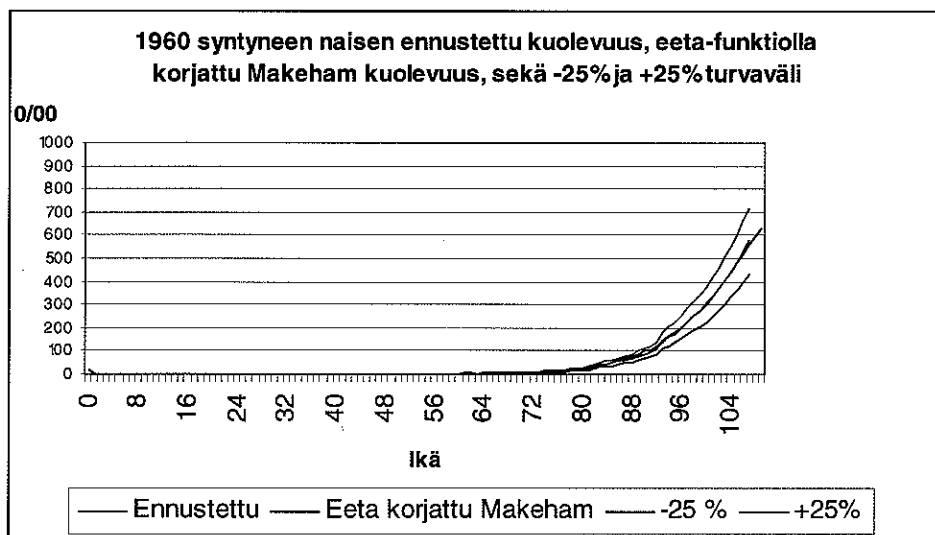
Tässä esitetään turvamarginaalille kaksi vaihtoehtoista tapaa. Turvamarginaali voi olla kiinteä kerroin k , jolloin kuolevuus on muotoa:

$$\eta_{[sp]} \mu^k(x)_{[sp]} = k * (a_{[sp]} + b_{[sp]} * e^{c_{[sp]}x}) * \eta_{[sp]}(x) \quad (15)$$

Esimerkiksi jos turvaavuusmarginaalin halutaan olevan ylöspäin +15 %:a, niin silloin kerroin k saa arvon 1,15 ja jos taas turvamarginaalin halutaan olevan alaspäin -15 %:a, niin kertoimena k käytetään silloin arvoa 0,85. Kuviissa 17 ja 18 on esimerkin vuoksi näytetty minkä kokoinen on käytännössä -25 %:n ja +25 %:n turvaväli sekä logaritmisella asteikolla että normaaliasteikolla.



Kuva 17. Vuonna 1960 syntyneen naisen kuolevuus ja +/- 25 % turvavälit log-asteikolla



Kuva 18. Vuonna 1960 syntyneen naisen kuolevuus ja +/- 25 % turvavälit, tavallinen asteikko

Toinen ja suositeltava tapa on lähestyä turvaavuusmarginaalia siten, että käytetään kiinteän kertoimen k tilalla funktiota $k(n)$, joka perustuu siihen, että ennusteen muutos eteenpäin on ennustettu satunnaiskulkuna historiaan perustuen. Funktiolla $k(n)$ on tarkoitus huomioida ennusteen virheen mahdollisuutta ja funktio on muotoa:

$$k(n) = \exp(\pm n * |\hat{\beta}_x| * \{c^2 (\max(sv + x - 2000; 0))^2 + s^2 (\max(sv + x - 2000; 0))\}^{1/2}) \quad (16)$$

missä

$n =$ $N(0,1)$ –jakauman lukuarvo, jonka mukaan halutaan $\phi(n)$
turvaavuusmarginaali tehdä, esim. $\phi(1,2816) = 0,90$

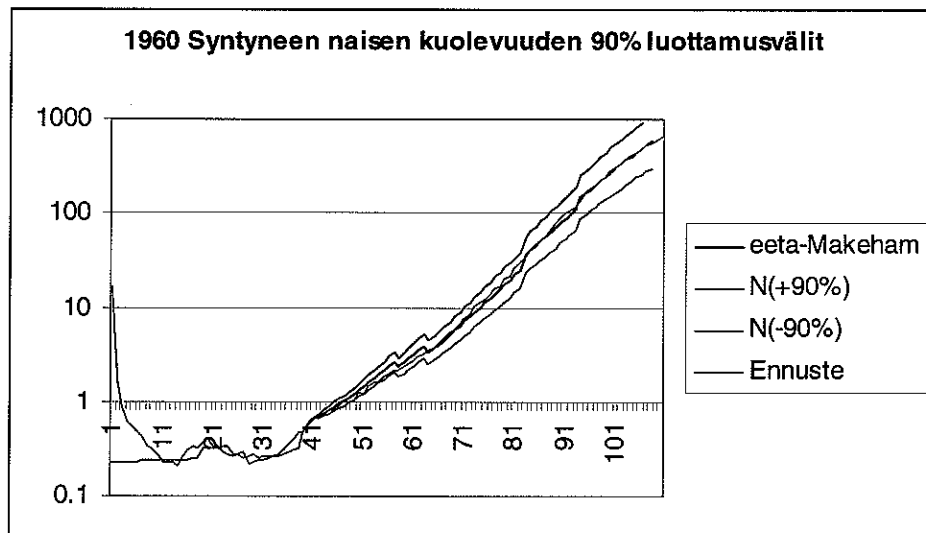
$\bar{\beta}_{[sp]} =$ ikä riippumaton vakioitu beta, joka on laskettu liitteen 3 eri-ikäisten
betojen keskiarvona. Miehillä arvo on 0,0785032 ja naisilla 0,0859783

$c =$ vakiotermin keskivirhe, miehillä 0,0596 ja naisilla 0,0678

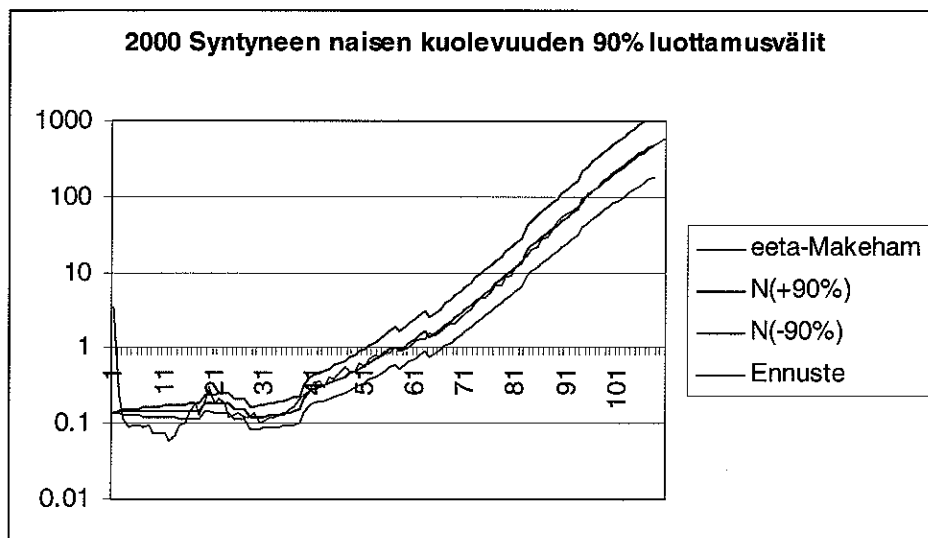
$s =$ yksikkölisäyksen keskihajonta, miehillä 0,3998 ja naisilla 0,4550.

Kuolevuusfunktio on nyt muotoa

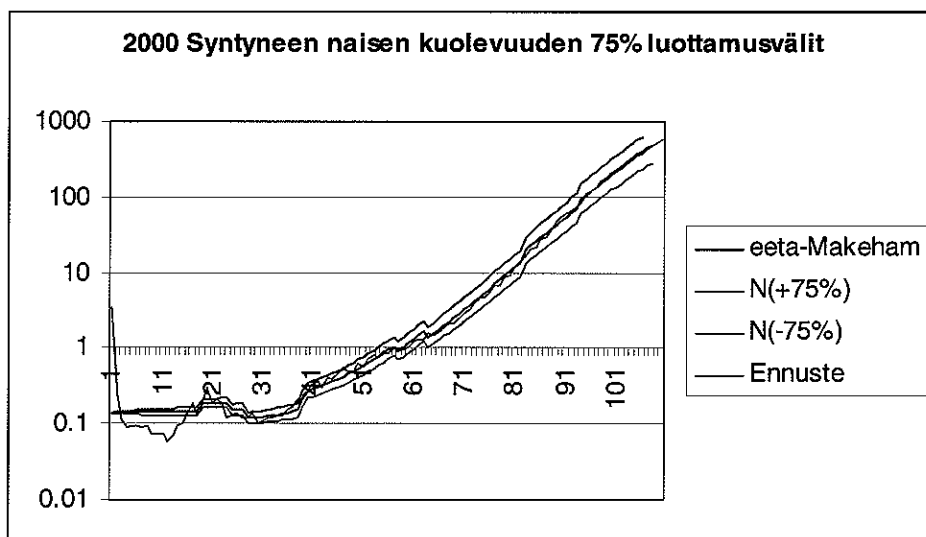
$$\eta_{[sp]} \mu^{k(n)}(x)_{[sp]} = k(n) * (a_{[sp]} + b_{[sp]} * e^{c_{[sp]}x}) * \eta_{[sp]}(x).$$



Kuva 19. Luottamusvälit siten, että $n=1,2816$ kuvaa sellaista rajaa, että 90 %:sesti vuonna 1960 syntyneen naisen kuolevuus on sen alapuolella ja $n=-1,2816$ kuvaa sellaista rajaa, että 90 %:sesti kuolevuus on sen yläpuolella. Vastaa +40%:n taulukon ja -40%:n taulukon kuolevuusarvoja.



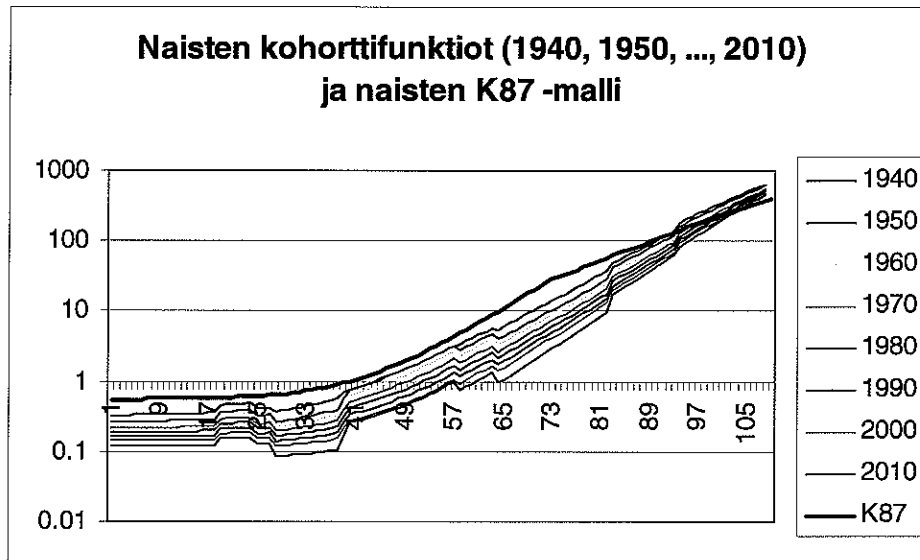
Kuva 20. Luottamusvälit siten, että $n=1,2816$ kuvaa sellaista rajaa, että 90 %:sesti vuonna 2000 syntyneen naisen kuolevuus on sen alapuolella ja $n=-1,2816$ kuvaa sellaista rajaa, että 90 %:sesti kuolevuus on sen yläpuolella. Vastaa +40%:n taulukon ja -40%:n taulukon kuolevuusarvoja.



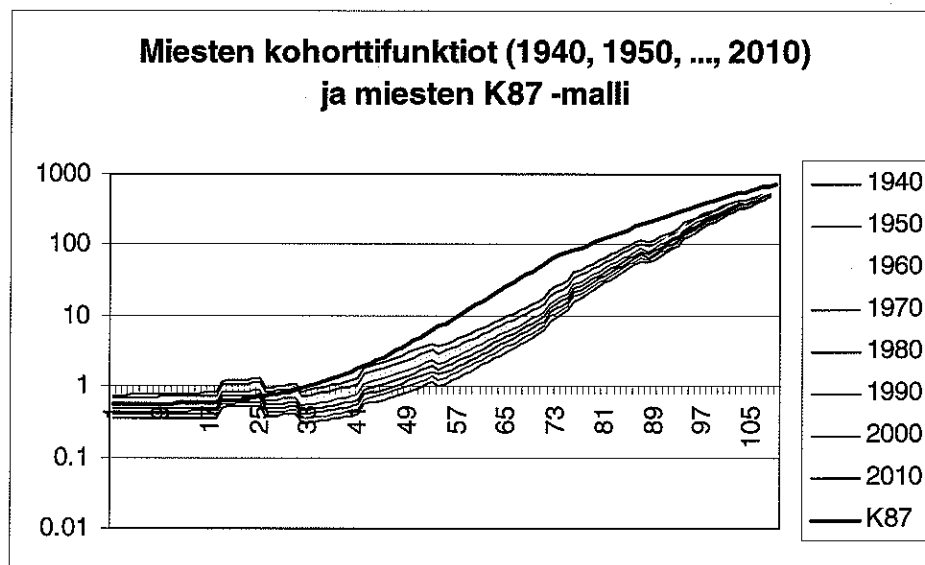
Kuva 21. Luottamusvälit siten, että $n=0,6745$ kuvaa sellaista rajaa, että 75 %:sesti vuonna 2000 syntyneen naisen kuolevuus on sen alapuolella ja $n=-0,6745$ kuvaa sellaista rajaa, että 75 %:sesti kuolevuus on sen yläpuolella. Vastaa +25%:n taulukon ja -25%:n taulukon kuolevuusarvoja.

Tässä tutkielmassa tehdyn funktion vertailua K87-funktioon

Kuvissa 22 ja 23 on esitetty, miten tässä tutkielmassa tehdyt funktiot käyttäytyvät ilman turvaavuusmarginaalia verrattuna vuonna 1987 tehtyyn K87-funktioon. K87-funktiossa on sisäänrakennettuna turvaavuusmarginaali, joten se korostaa jo muutenkin lähes kaikille kohorteille yliturvaavaa funktiota.



Kuva 22.



Kuva 23.

LIITE 1.

Lee-Carterin menetelmä

Lee-Carterin menetelmässä kuolevuus on muotoa

$$\ln(\mu_{x,t}) = \bar{a}_x + \beta_x * \delta_t, \quad (4)$$

missä

$\bar{a}_x$ = aineiston x -vuotiaiden keskiarvo $\ln(\mu_x)$:sta aineiston havaintovuosilta 1955-2000.

β_x = aineiston x -vuotiaiden kuolevuuden vähenemisen intensiteetti.

δ_t = kuolevuuden taso verrattuna aineiston keskimääräiseen tasoon.

Identifioituvuuden vuoksi ehtojen $\sum_x \beta_x^2 = 1$ ja $\sum_t \delta_t = 0$ täytyy täyttyä.

Ennustetta varten on laskettu keskimääräisen vuosimuutoksen suurimman uskottavuuden estimaattori m saadaan laskettua

$$\begin{aligned} m &= \frac{((\delta_{1956} - \delta_{1955}) + (\delta_{1957} - \delta_{1956}) + \dots + (\delta_{2000} - \delta_{1999}))}{45} \\ &= \frac{(\delta_{2000} - \delta_{1955})}{45} \end{aligned}$$

Kuolevuutta ennustettaessa eteenpäin saadaan k :n vuoden muutos laskettua

$$E(\delta_{2000+k} - \delta_{2000}) = mk.$$

Kuolevuusennusteen ikäkohtainen piste-estimaattori on muotoa

$$\mu_{x,2000+k} = \mu_{x,2000} \exp(\beta_x mk),$$

missä

$\mu_{x,2000} =$ vuoden 2000 Lee-Carterin menetelmällä laskettu kuolevuus iässä x.

$\beta_x =$ aineiston x-vuotiaiden kuolevuuden vähenemisen intensiteetti.

$m =$ vuosimuutoksen estimaattori.

Ennustevälien laskemista varten tarvitaan empiirinen varianssi

$$VAR(\delta_{2000+k} - \delta_{2000}) = k^2 c^2 + k s^2$$

missä

$s =$ aineiston yksikkölisäyksen keskihajonta

$c =$ vakiotermin keskivirhe.

Luottamusvälit lasketaan käyttäen hyväksi normaalijakauma-approksimaatiota, jossa oletetaan, että riippumattomien muuttujien summana vakiotermiäinen satunnaiskulkuprosessi on likimain normaalisesti jakautunut.

Ennusteen luottamusvälit vuodelle 2000+k lasketaan kaavalla

$$\pm \mu_{x,2000+k}^{n\%} = \mu_{x,2000+k} \exp(\pm n * |\beta_x| * (c^2 k^2 + s^2 k)^{1/2}),$$

missä

$\mu_{x,2000+k} =$ kuolevuusennuste vuonna 2000+k, $k > 0$

$n =$ N(0,1) -jakauman lukuarvo, jonka mukaan halutaan $\phi(n)$ turvaavuusmarginaali tehdä, esim. $\phi(1,2816) = 0,90$

$\beta_x =$ aineiston x-vuotiaiden kuolevuuden vähenemisen intensiteetti.

$c =$ vakiotermin keskivirhe

$s =$ yksikkölisäyksen keskihajonta.

LIITE 2.

Singulaariarvohajotelman teko Mathematicalla.

Syöteaineistona 'data.txt' on sellainen logaritminen aineisto, missä kunkin solun kuolevuus on arvon poikkeama kyseenomaisen iän koko aineiston keskiarvosta, eli $\bar{a}_x$:n arvot on laskettu ensin ja vähennetty aineistosta.

Tarvittava ohjelmakoodi:

```
Import["c:\data.txt","Table"]
SingularValues[%]
{u,md,v}=%
DiagonalMatrix[md] . v
Export["c:\out_mdv_data.dat",%,"table"]
Export["c:\out_u_data.dat",u,"table"]
```

Tuloksena saaduista tauluista saadaan poimittua β_x :n ja δ_i :n arvot.

LIITE 3.

Lee-Carterin menetelmässä käytettyjen vektoreiden lukuarvot

Käytetyt symbolit: $Ax = \bar{a}_x$, $Bx = \beta_x$ ja $Dt = \delta_t$

Naiset

Ikä	Ax	Bx
0	-4.80393	0.18936
1	-7.25891	0.21511
2	-7.85223	0.23181
3	-8.12714	0.21771
4	-8.15372	0.19966
5	-8.24710	0.17551
6	-8.31076	0.16538
7	-8.37113	0.14046
8	-8.45620	0.16393
9	-8.57838	0.13809
10	-8.60952	0.12334
11	-8.70844	0.14513
12	-8.61630	0.12878
13	-8.55259	0.09244
14	-8.34416	0.10766
15	-8.18044	0.09037
16	-8.00348	0.07133
17	-7.98188	0.11421
18	-7.78105	0.08405
19	-7.73900	0.04202
20	-7.77940	0.08382
21	-7.76038	0.06115
22	-7.73869	0.06864
23	-7.74671	0.09973
24	-7.70578	0.09388
25	-7.64007	0.08384
26	-7.59266	0.09276
27	-7.56654	0.08929
28	-7.43857	0.08461
29	-7.40754	0.10665
30	-7.37588	0.09544
31	-7.30134	0.08481
32	-7.23140	0.08611
33	-7.12888	0.08689
34	-7.08252	0.09168
35	-6.98762	0.08783
36	-6.87663	0.09524
37	-6.80813	0.08671
38	-6.75906	0.07976
39	-6.63683	0.07873
40	-6.55448	0.06638
41	-6.44345	0.07211
42	-6.40423	0.08558
43	-6.29890	0.07179
44	-6.19477	0.08259
45	-6.11802	0.07246
46	-6.03447	0.06258
47	-5.95983	0.07550
48	-5.85912	0.07978
49	-5.75209	0.07344
50	-5.70460	0.08225

Miehet

Ikä	Ax	Bx
0	-4.57419	0.21710
1	-7.06554	0.23514
2	-7.60628	0.23907
3	-7.69808	0.23138
4	-7.84262	0.26982
5	-7.86218	0.21867
6	-7.87461	0.20923
7	-7.84960	0.19443
8	-7.93626	0.21120
9	-8.03840	0.18227
10	-8.14878	0.15619
11	-8.18461	0.19627
12	-8.15690	0.17985
13	-7.98220	0.13982
14	-7.80521	0.11704
15	-7.43911	0.09215
16	-7.16416	0.07047
17	-6.99392	0.07379
18	-6.70996	0.03384
19	-6.65958	0.04163
20	-6.70331	0.01140
21	-6.59978	0.05799
22	-6.56772	0.05655
23	-6.57182	0.04338
24	-6.53899	0.06843
25	-6.50480	0.06596
26	-6.46722	0.06938
27	-6.47054	0.06053
28	-6.36322	0.06747
29	-6.34878	0.04970
30	-6.29671	0.06329
31	-6.24823	0.05421
32	-6.21147	0.07114
33	-6.14040	0.06419
34	-6.09253	0.05724
35	-6.01423	0.06421
36	-5.89351	0.06377
37	-5.84321	0.07206
38	-5.75654	0.06271
39	-5.67677	0.06463
40	-5.60191	0.05789
41	-5.52697	0.06051
42	-5.42053	0.06729
43	-5.35018	0.06779
44	-5.22862	0.07308
45	-5.15240	0.07942
46	-5.07007	0.07576
47	-4.98880	0.07619
48	-4.92170	0.07693
49	-4.80384	0.08464
50	-4.71055	0.08151

51	-5.60183	0.07526	51	-4.62638	0.08115
52	-5.50415	0.07540	52	-4.56051	0.08292
53	-5.46257	0.08175	53	-4.45345	0.09124
54	-5.34394	0.07864	54	-4.37113	0.09528
55	-5.26603	0.08446	55	-4.28879	0.09466
56	-5.18302	0.08002	56	-4.19328	0.08816
57	-5.09428	0.09097	57	-4.10133	0.09012
58	-5.00543	0.09209	58	-4.01852	0.09214
59	-4.88519	0.09430	59	-3.91845	0.09066
60	-4.78300	0.08934	60	-3.83276	0.08647
61	-4.68272	0.09091	61	-3.75592	0.08837
62	-4.56614	0.09411	62	-3.65679	0.08646
63	-4.47958	0.09077	63	-3.56092	0.08613
64	-4.34600	0.09997	64	-3.49282	0.08080
65	-4.24960	0.09847	65	-3.39702	0.08088
66	-4.11843	0.09980	66	-3.32572	0.07787
67	-3.99939	0.09942	67	-3.22936	0.07704
68	-3.90357	0.10294	68	-3.14029	0.07589
69	-3.77078	0.10268	69	-3.05881	0.07294
70	-3.65112	0.10092	70	-2.96589	0.06857
71	-3.51949	0.10158	71	-2.87980	0.07016
72	-3.38968	0.09919	72	-2.79725	0.06868
73	-3.27266	0.09652	73	-2.71255	0.06451
74	-3.16650	0.10022	74	-2.62577	0.06325
75	-3.02517	0.09822	75	-2.54147	0.05971
76	-2.91050	0.09439	76	-2.44829	0.06115
77	-2.78587	0.09679	77	-2.36177	0.05965
78	-2.68223	0.09113	78	-2.27796	0.05942
79	-2.55113	0.09376	79	-2.18323	0.05824
80	-2.44054	0.08704	80	-2.10005	0.05534
81	-2.33931	0.08091	81	-2.01584	0.05232
82	-2.21898	0.07800	82	-1.92748	0.05414
83	-2.10197	0.07544	83	-1.83746	0.04992
84	-1.99770	0.07633	84	-1.76928	0.05028
85	-1.89697	0.07074	85	-1.66906	0.05039
86	-1.78258	0.07141	86	-1.59496	0.04581
87	-1.69056	0.06575	87	-1.51462	0.04892
88	-1.60419	0.05789	88	-1.40539	0.05053
89	-1.49617	0.05735	89	-1.33568	0.04991
90	-1.41178	0.05412	90	-1.24968	0.04789
91	-1.32443	0.05572	91	-1.17935	0.04657
92	-1.23131	0.05351	92	-1.08790	0.04292
93	-1.14549	0.05077	93	-1.02831	0.03784
94	-1.04537	0.04316	94	-0.95312	0.03752
95	-0.97819	0.04331	95	-0.88570	0.03548
96	-0.90194	0.04045	96	-0.82165	0.03381
97	-0.82902	0.03764	97	-0.76029	0.03214
98	-0.75950	0.03489	98	-0.70167	0.03046
99	-0.69344	0.03221	99	-0.64579	0.02879
100	-0.63086	0.02962	100	-0.59268	0.02714
101	-0.57178	0.02713	101	-0.54232	0.02551
102	-0.51619	0.02474	102	-0.49469	0.02392
103	-0.46405	0.02248	103	-0.44976	0.02236
104	-0.41531	0.02034	104	-0.40748	0.02084
105	-0.36990	0.01834	105	-0.36779	0.01938
106	-0.32773	0.01647	106	-0.33062	0.01797
107	-0.28868	0.01473	107	-0.29590	0.01663
108	-0.25263	0.01313	108	-0.26355	0.01534
109	-0.21946	0.01165	109	-0.23345	0.01412

Naiset

Vuosi	Dt
1955	5.73904
1956	5.30405
1957	5.80767
1958	4.53457
1959	4.04240
1960	3.68588
1961	3.82831
1962	3.64086
1963	3.31889
1964	3.28125
1965	3.43693
1966	3.32606
1967	2.70312
1968	2.67215
1969	2.92453
1970	1.87921
1971	2.18421
1972	1.77857
1973	1.03468
1974	1.22086
1975	0.77135
1976	0.22973
1977	-0.56248
1978	-1.19666
1979	-1.20067
1980	-1.74604
1981	-2.25548
1982	-2.93156
1983	-2.00578
1984	-2.37974
1985	-2.49964
1986	-2.82060
1987	-2.06646
1988	-2.37209
1989	-2.74276
1990	-2.43129
1991	-2.75917
1992	-2.94622
1993	-3.49957
1994	-3.64413
1995	-3.88210
1996	-3.91139
1997	-3.76115
1998	-4.75770
1999	-4.27244
2000	-4.69921

Miehet

Vuosi	Dt
1955	4.22054
1956	3.79605
1957	4.28948
1958	3.06479
1959	3.22801
1960	3.02287
1961	2.75116
1962	3.13964
1963	2.93714
1964	2.76254
1965	3.05931
1966	2.55121
1967	2.60853
1968	2.55616
1969	2.63081
1970	2.45530
1971	2.21443
1972	2.11322
1973	1.92336
1974	1.55824
1975	1.38693
1976	0.51053
1977	0.41004
1978	0.07294
1979	-0.17806
1980	-0.78216
1981	-0.65011
1982	-1.51146
1983	-1.75324
1984	-1.89447
1985	-1.37105
1986	-2.07815
1987	-2.24010
1988	-2.26298
1989	-2.28984
1990	-2.46045
1991	-2.93168
1992	-3.48354
1993	-3.13845
1994	-4.05777
1995	-3.83274
1996	-4.05787
1997	-3.86042
1998	-4.58664
1999	-4.42625
2000	-5.41582

LIITE 4

Elinajanodotteen laskeminen

Merkitään

$$l_x = l_0 \prod_{i=0}^{x-1} p_i \quad = \text{Iässä } x \text{ olevien odotettu lkm populaatiosta } l_0$$

$$d_x = l_x q_x \quad = \text{Kuolemien lkm iästä } x \text{ ikään } x+1,$$

$$\text{kun } x = 110+, \text{ niin } d_{110+} = l_{110}$$

$$L_x = l_x - 0,5 * d_x \quad = \text{iässä } x \text{ olevien odotettu lkm populaatiosta } l_0$$

$$\text{kun } x = 110+, \text{ niin } L_{110+} = 0,5 * l_{110}$$

$$T_x = \sum_{i=x}^{109} L_i + L_{110+}$$

Iässä x oleva jäljellä oleva elinajan odote on

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}, \quad \text{kun } x=0,1,\dots,110.$$

LIITE 5

Muuntokertoimet millä populaatiokuolevuus muutetaan henkivakuutuskuolevuudeksi

Ikä	Michet	Naiset	Ikä	Michet, Tasoitettu	Naiset, Tasoitettu
-19	1.00	1.00	-19	1.00	1.00
20	0.93	0.93	20	0.95	0.95
21	0.87	0.87	21	0.89	0.89
22	0.80	0.80	22	0.83	0.83
23	0.74	0.76	23	0.77	0.78
24	0.68	0.72	24	0.70	0.74
25	0.62	0.68	25	0.64	0.70
26	0.56	0.64	26	0.58	0.66
27	0.50	0.60	27	0.52	0.62
28	0.49	0.57	28	0.50	0.59
29	0.48	0.54	29	0.48	0.55
30	0.47	0.51	30	0.47	0.53
31	0.45	0.48	31	0.46	0.50
32	0.44	0.45	32	0.45	0.47
33	0.42	0.48	33	0.43	0.48
34	0.40	0.51	34	0.41	0.50
35	0.38	0.54	35	0.39	0.53
36	0.37	0.57	36	0.37	0.56
37	0.35	0.60	37	0.35	0.59
38	0.36	0.61	38	0.36	0.60
39	0.38	0.62	39	0.37	0.61
40	0.39	0.63	40	0.39	0.62
41	0.41	0.64	41	0.40	0.63
42	0.42	0.65	42	0.42	0.64
43	0.43	0.64	43	0.43	0.64
44	0.44	0.63	44	0.44	0.64
45	0.45	0.63	45	0.44	0.63
46	0.46	0.62	46	0.45	0.62
47	0.47	0.61	47	0.46	0.61
48	0.47	0.66	48	0.46	0.62
49	0.47	0.70	49	0.47	0.64
50	0.46	0.75	50	0.46	0.66
51	0.46	0.80	51	0.46	0.67
52	0.46	0.85	52	0.46	0.69
53	0.48	0.83	53	0.47	0.71
54	0.49	0.82	54	0.49	0.72
55	0.51	0.80	55	0.50	0.74
56	0.52	0.79	56	0.51	0.75
57	0.54	0.77	57	0.53	0.77
58	0.54	0.76	58	0.54	0.77
59	0.55	0.75	59	0.55	0.77
60	0.56	0.74	60	0.55	0.77
61	0.56	0.73	61	0.56	0.77
62	0.57	0.72	62	0.57	0.77
63	0.58	0.75	63	0.57	0.78
64	0.58	0.78	64	0.58	0.80
65	0.59	0.81	65	0.58	0.82
66	0.59	0.84	66	0.59	0.84
67	0.60	0.87	67	0.59	0.87
68	0.63	0.90	68	0.62	0.89
69	0.67	0.92	69	0.66	0.91
70	0.71	0.95	70	0.69	0.94
71	0.75	0.97	71	0.73	0.96
72	0.78	1.00	72	0.77	0.99
73	0.83	1.00	73	0.81	1.00
74	0.87	1.00	74	0.85	1.00
75	0.91	1.00	75	0.90	1.00
76	0.96	1.00	76	0.94	1.00
77	1.00	1.00	77	0.98	1.00
78	1.00	1.00	78	0.99	1.00
79-	1.00	1.00	79-	1.00	1.00

LIITE 6.

Korjaustermin $\eta_{[sp]}(x)$ laskenta minimien ja maksimien avulla.

Kaava

$$\eta_{nainen}(x) = I(x \in [18,23] | 1,25) * I(x \in [27,37] | 0,75 * c) * I(x \in [39,56] | 1,25 * d) * I(x \in [63,81] | 0,75 * e) * I(x \in [93, \infty) | 1,2)$$

$$c = (1975 - sv) / 350$$

missä $d = (sv - 1975) / 150$

$$e = (1975 - sv) / 300$$

sv = syntymävuosi

voidaan esittää muodossa:

$$\begin{aligned} \eta_{nainen}(x) = & (1 - \text{MIN}(1; \text{MAKS}(0; x-17); \text{MAKS}(0; 24-x)) * -0.25) * \\ & (1 - \text{MIN}(1; \text{MAKS}(0; x-26); \text{MAKS}(0; 38-x)) * 0.25) * (1975 - sv) / 350 * \\ & (1 - \text{MIN}(1; \text{MAKS}(0; x-38); \text{MAKS}(0; 57-x)) * -0.25) * (sv - 1975) / 150 * \\ & (1 - \text{MIN}(1; \text{MAKS}(0; x-62); \text{MAKS}(0; 82-x)) * 0.25) * (1975 - sv) / 300 * \\ & (1 - \text{MIN}(1; \text{MAKS}(0; x-92)) * -0.2) \end{aligned}$$

missä $x = \text{ikä}$

Kaava

$$\eta_{mies} = I(18;24 | 1,4) * I(31;40 | 0,75) * I(53;70 | 0,82) * I(75;86 | 1,2) * I(93;102 | 1,1)$$

voidaan esittää muodossa:

$$\begin{aligned} \eta_{mies}(x) = & (1 - \text{MIN}(1; \text{MAKS}(0; x-17); \text{MAKS}(0; 25-x)) * -0.4) * \\ & (1 - \text{MIN}(1; \text{MAKS}(0; x-30); \text{MAKS}(0; 41-x)) * 0.25) * \\ & (1 - \text{MIN}(1; \text{MAKS}(0; x-52); \text{MAKS}(0; 71-x)) * 0.18) * \\ & (1 - \text{MIN}(1; \text{MAKS}(0; x-74); \text{MAKS}(0; 87-x)) * -0.2) * \\ & (1 - \text{MIN}(1; \text{MAKS}(0; x-92); \text{MAKS}(0; 103-x)) * -0.1) \end{aligned}$$

missä $x = \text{ikä}$.

LIITE 7.

Sovitteen tekemiseen käytetty SAS/STAT –funktio. Aineistona on 2*109 kokoinen 'alkudata' –niminen taulu. Taulussa on kaksi saraketta: ikä (ika) ja kyseenomaisen iän kuolevuus (kv).

```
data alkudata;  
  set alkudata;  
  kvlog=log(kv);  
  if ika>20; /*otetaan mukaan vain yli 20 vuotiaiden kuolevuus*/  
run;
```

```
proc nlin data=alkudata; /*Makeham sovite*/  
  parms a=0.00001 0.0001 0.001 0.01 0.1  
         b=0.00001 0.0001 0.001 0.01 0.1  
         c=0.00001 0.0001 0.001 0.01 0.1;  
  model kvlog=log(a+b*exp(c*ika));  
  output out=out_data p=malli;  
run;
```


Lähteet, aineistot, käytetyt ohjelmistot ja käydyt keskustelut:

Kirjallisuus:

- [1] Henki- ja eläkevakuutuksen vakuutustekniikka, toim. Yrjö Turtiainen (1982)
- [2] The Max Planck Institute for Demographic Research The First Five Year; Research Report 1996-2001 (www.demogr.mpg.de)
- [3] Elinkorkojen turvaavuuden riittävydestä yksilöllisessä eläkevakuutuksessa, Jukka Kurki, SHV –harjoitustyö 1998
- [4] Vapaaehtoisen henki- ja eläkevakuutuksen laskuperusteissa sovellettavaa matematiikkaa, Juha-Pekka Halmeenmäki, SHV -harjoitustyö 1992.
- [5] Kuolevuuden kehitys Suomessa 1970-2001 sekä ennustaminen vuoteen 2051, TVL:n ja LVK:n professori Juha Alholta tilaama konsultaatio (8/2003).
- [6] Henkivakuutusmatematiikka, Pesonen-Soininen-Tuominen, 2 painos, 2000
- [7] Mathematics and Economics 32 (2003) 379-401 'On the forecasting of mortality reduction factors'

Aineistot:

- [A.1] Suomen populaatiokuolevuus 1941-2000, kuolemanvaaraluvut kullekin iälle ja 5 - vuotis luokittain (www.mortality.org)
- [A.2] Suomalaisten henkivakuutusyhtiöiden riskiperusteanalyysit 1985-2001
- [A.3] Taulukko henkivakuutettujen kuolevuudesta 1972-1984, jota on käytetty tehtäessä edellisiä kuolevuustutkimuksia vuosina 1986 ja 1987.

Käytetyt ohjelmistot:

- [O.1] SAS 8.2/Base ja SAS/Stat
- [O.2] Mathematica 4 ja MathLink for Excel
- [O.3] MS Office –tuotteet (Excel, Word)

Muuta:

- [K.1] Matemaatikko Antero Ranteen (Ilmarinen) kanssa käytyä keskustelua kuolevuuden mallintamisesta ja kehityksestä.
- [K.2] Professori Juha Alhon (Joensuun yliopisto) esitelmät vuonna 2003: Suomen Aktuaariyhdistyksessä, VVV:n kuolevuusseminaarissa sekä esitys TVL:n tilastovaliokunnan kokouksessa ja tässä yhteydessä professori Alhon kanssa käyty keskustelu.
- [K.3] Aktuaarijohtaja Jarmo Jacobssonin (TVL) ja matemaatikko Mira Kaupin (TVL) kanssa käytyä keskustelua kuolevuuden mallintamisesta, ennustamisesta ja kehityksestä.
- [K.4] Aktuaari Onerva Savolaisen (Suomi-Yhtiö) kanssa käytyä keskustelua henkilövakuuttamisesta ja kuolevuudesta.
- [K.5] Toimitusjohtaja Veli-Aunus Antilan (Retro) kanssa käytyä keskustelua henkilövakuuttamisesta.
- [K.6] Jussi Huttusen (Duodecim) esitelmä: Väestön terveys ja elinajanodote vuoteen 2010 Suomen aktuaariyhdistyksen kokouksessa 2.9.2003.
- [K.7] Yliaktuaari Ossi Honkasen (Tilastokeskus) sähköpostilla antamat tiedot Tilastokeskuksen tavasta ennustaa kuolevuuden kehitystä tulevaisuudessa.