Sisällys:

## 1. Nykyinen menetelmä

TEL-perusvakuutuksen vakuutusmaksun työkyvyttömyysosa lasketaan nykyisten laskuperusteiden mukaan kaavasta

$$(1.1) \qquad P_v^I = \left[1-\frac{(n-300)^+}{300}\right]^+ \cdot P_v^I(1)+\min\left[1;\frac{(n-300)^+}{300}\right] \cdot P_v^I(2),$$

missä n on vakuutuksen piiriin kuuluneiden työntekijöiden lukumäärä vuoden v-1 joulukuussa tai vakuutuksen alkaessa voimassa olleiden työsuhteiden lukumäärä, mikäli vakuutus on alkanut vuonna v.

Kaavassa (1.1) esiintyvä $P_v^I(1)$ on ns. pientyönantajatekniikan mukainen maksu, joka lasketaan kaavasta

$$(1.2) \qquad P_v^I(1) = \sum i_{xv} k_i k_{iw} t_v S_v.$$

Tämä maksu on luonteeltaan keskimääräismaksu, jonka suuruus riippuu vakuutetun iästä x kertoimen $i_{xv}$ välityksellä, työkyvyttömyyseläkkeen ehdoista ja odotusajasta kertoimen $k_i$ välityksellä ja vakuutetun eläkeiästä w kertoimen $k_{iw}$ välityksellä sekä tietysti vakuutetun palkasta. Tulo $t_v S_v$ on vakuutetun vuonna v ansaitsema palkka siltä ajalta, jonka hän on ollut TEL:n alaisena.

Maksu $P_v^I(2)$ lasketaan kaavasta

$$(1.3) \qquad P_v^I(2) = P_v^I(21)+P_v^I(22),$$

missä

$$(1.4) \qquad P_v^I(21) = E_v^{IRM} +(1{,}05)^{-0{,}5} \cdot \left[\Delta \bar{V}_v^I - 0{,}05\ \bar{V}_{v-1}^I\right],$$

missä $E_v^{IRM}$ on ko. vakuutuksen perusteella vuonna v maksettujen eläkelaitoksen omalla vastuulla olevien työkyvyttömyyseläkkeiden määrä ja $\Delta\bar{V}_v^I$ on vuoden v aikana ko. vakuutuksesta aiheutunut työkyvyttömyysvastuun muutos sekä $\bar{V}_{v-1}^I$ on vakuutuksen aiheuttama työkyvyttömyyseläkevastuu hetkellä 31.12.v-1. Suuretta $P_v^I(21)$ laskettaessa ei suureisiin $E_v^{IRM}$, $\Delta\bar{V}_v^I$ ja $\bar{V}_{v-1}^I$ sisällytetä osia, jotka aiheutuvat alle vuoden mittaisiin työsuhteisiin perustuvista eläkkeistä. Näistä työkyvyttömyyseläkkeistä aiheutuvasta menosta vastaavat yhteisesti kaikki ne tarkasteltavassa vakuutuslaitoksessa vakuutuksen ottaneet työnantajat, joiden palveluksessa on yli 300 työntekijää. Näistä aiheutuva maksun osa lasketaan kaavasta

$$(1.5)\quad P_v^I(22) = \frac{P_v^I(1)}{\sum\limits_{n>300} P_v^I(1)} \sum_{n>300} \left\{E_v^{IRM}+(\Delta\bar{V}_v^I-0,05\cdot\bar{V}_{v-1}^I)/\sqrt{1,05}\right\},$$

missä jälkimmäiseen summalausekkeeseen otetaan mukaan vain alle vuoden mittaisiin työsuhteisiin perustuvista työkyvyttömyyseläkkeistä aiheutuvat menot.

Niiden vakuutusten kohdalla, joiden piiriin kuuluu vähintään 600 työntekijää, merkitsevät nykyiset perusteet siis sitä, että vakuutuksenottaja vastaa täydellisesti vakuutuksen aiheuttamasta työkyvyttömyysmenosta. Työkyvyttömyysliikkeen osalta ei tällöin ole näin ollen lainkaan kysymys varsinaisesta vakuutuksesta.

Mikäli vakuutuksen piiriin kuuluu korkeintaan 300 vakuutettua, yhtyy kaavan (1.1) mukainen vakuutusmaksu kaavassa (1.2) esitettyyn keskimääräismaksuun. Tässä tapauksessa on siis kyse "puhtaasta" vakuutuksesta sikäli, ettei yksityisen vakuutuksen vakuutusmaksuun vaikuta suoranaisesti millään tavalla se,

millainen ko. vakuutukseen liittyvä vahinkokehitys on.

Jos vakuutuksen piiriin kuuluvien työntekijöiden lukumäärä on välillä 301-599, merkitsee kaava (1.1) vakuutuksenottajan osittaista omavastuuta, sillä maksu on tällöin keskimääräismaksun ja vakuutuksen aiheuttaman työkyvyttömyysmenon painotettu keskiarvo. Painoina ovat (600-n)/300 ja (n-300)/300, joten omavastuu on sitä suurempi, mitä lähempänä 600:aa vakuutettujen lukumäärä on.

Vuoden v lopullinen TEL-maksu, jonka työkyvyttömyysosa on edellä esitetyn kaltainen, määrätään vuonna v+1 sen jälkeen, on saatu selville vakuutettujen lopulliset palkkatiedot, vakuutuksen aiheuttama työkyvyttömyysmeno ja muut maksun suuruuteen vaikuttavat seikat. Vuodelta v on kuitenkin jo ko. vuoden kuluessa peritty ennakkomaksu, jota määrättäessä työkyvyttömyysosana käytetään kaavan (1.2) mukaista keskimääräismaksua. Koska todellinen työkyvyttömyyskehitys ei yksittäisen vakuutuksen kohdalla läheskään aina yhdy keskimääräiseen kehitykseen, on tästä seurauksena se, että nimenomaan työkyvyttömyysliikkeen johdosta vakuutukselle aiheutuu usein koko maksuun nähden suuriakin tarkistusmaksuja. Pitempää ajanjaksoa tarkasteltaessa on tilanne sellainen, että maksujen satunnaisheilahtelu saattaa olla erittäin suuri, mistä taas seuraa, että vakuutuksenottajien on vaikeata arvioida tulevien eläkemaksujensa määriä suunnitellessaan toimintaansa pitemmällä tähtäimellä. Näin ollen nykyinen maksutekniikka aiheuttaa hankaluuksia nimenomaan vakuutuksenottajille eikä niinkään vakuutusyhtiöille.

Tässä työssä on tarkoitus tutkia, olisiko mahdollista muuttaa maksun työkyvyttomyysosan määräämistapaa siten, että maksun satunnaisheilahtelua saataisiin pienennetyksi nykyisestä.

Maksun määräämistavalta vaaditaan, että suurtyönanatajain omavastuu säilyy, kun tarkastellaan pitempiä ajanjaksoja. Tämä merkitsee sitä, että yhtenä vuotena syntyvä työkyvyttömyysliikkeen yli- tai alijäämä voidaan siirtää palautettavaksi tai perittäväksi myöhempinä vuosina. Toisena luonnollisena vaatimuksena maksun määräämismenetelmälle on, että se on teknisesti helppo toteuttaa.

## 2. Vuotuisen työkyvyttömyysmenon matemaattisesta luonteesta

Vakuutuksesta vuonna v aiheutuva työkyvyttömyysmeno per 1.7.v on

$$(2.1) \qquad X_v = E_v^{IRM} + \left[\Delta \bar{V}_v^I - 0,05\ \bar{V}_{v-1}^I\right] / \sqrt{1,05},$$

kuten jo ensimmäisessä kappaleessa esitettiin. Matemaattisen käsittelyn yksinkertaistamiseksi otetaan tästä lähtien tätä menoa laskettaessa huomioon myös alle vuoden mittaisiin työsuhteisiin perustuvat työkyvyttömyyseläkkeet.

Tarkasteltaessa $X_v$:tä matemaattisesti se voidaan esittää summana

$$(2.2) \qquad X_v = X_v(U) + X_v(V),$$

missä $X_v(U)$ on vuonna v myönnetyistä uusista työkyvyttömyyseläkkeistä aiheutuva meno ja $X_v(V)$ on ennen vuotta v myönnettyjen työkyvyttömyyseläkkeiden aiheuttama meno vuonna v. Osaan $X_v(V)$ sisällytetään myös ns. tuntemattomia työkyvyttömyyseläkkeitä varten tehdyn varauksen muutoksesta aiheutuva meno. Tämä varaus on tarkoitettu kattamaan meno, joka aiheutuu sellaisis-

ta eläkkeistä, jotka aiheutuvat ko. vuonna sattuneesta vakuutustapahtumasta, mutta joita ei kuitenkaan ole ehditty myöntää vuoden v loppuun mennessä. Muuttuja $X_v(U)$ on siis muotoa

$$(2.3) \qquad X_v(U) = E_v^{IRM}(U)+\bar{V}_v^I(U)/\sqrt{1,05}$$

ja muuttuja $X_v(V)$ vastaavasti muotoa

$$(2.4) \qquad X_v(V) = E_v^{IRM}(V)+\left[\bar{V}_v^I(V)-1,05\cdot\bar{V}_{v-1}^I(V)\right]/\sqrt{1,05},$$

missä U ja V ilmaisevat aina, onko kysymys uusiin vai vanhoihin työkyvyttömyyseläkkeisiin liittyvistä suureista.

Tarkastellaan ensin tarkemmin muuttujaa $X_v(U)$. Tämän vahinkomenon suuruus riippuu toisaalta ko. vuotena myönnettävien työkyvyttömyyseläkkeiden lukumäärästä ja toisaalta yksittäisten eläkkeiden suuruudesta. Jos oletetaan, kuten yleensä tällaisissa tilanteissa, että vahinkojen lukumäärä noudattaa Poisson-jakautumaa parametrilla $\nu$ ja yksittäiset vahingot ovt riippumattomia ja niiden jakautumafunktio on $S(x)$, niin $X_v(U)$ on satunnaismuuttuja, jonka jakautumafunktio on muotoa

$$(2.5) \qquad F(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{-\nu}\cdot\nu^k}{k!}\cdot S^{k*}(x),$$

missä $S^{k*}(x)$ on jakautumafunktion $S(x)$ k-kertainen konvoluutio. Tällöin satunnaismuuttujan $X_v(U)$ odotusarvo on $\nu\alpha_1$, missä $\alpha_1$ on yksittäisen vahingon suuruuden odotusarvo. Edelleen $X_v(U)$:n varianssi on $\nu\alpha_2$, missä $\alpha_2$ on yksittäisen vahingon suuruuden toinen momentti.

Jakautumafunktiota (2.5) voidaan approksimoida joko normaalijakautumalla tai käyttäen hyväksi ns. NP-menetelmää. Normaaliapproksimaatio on muotoa

$$F(x) \approx \Phi\left(\frac{x-P}{\sqrt{\alpha_2 \nu}}\right) \tag{2.6}$$

ja NP-approksimaatio taas on muotoa

$$F(x) \approx \Phi\left(\sqrt{\frac{9}{\gamma_1^2} + 1 + \frac{6(x-P)}{\gamma_1 \sqrt{\alpha_2 \nu}}} - \frac{3}{\gamma_1}\right), \tag{2.7}$$

missä $\Phi$ = normaalijakautuman jakautumafunktio

$\gamma_1$ = jakautuman $F(x)$ vinous = $\alpha_3/\sqrt{\nu \cdot \alpha_2^3}$

$P$ = jakautuman $F(x)$ odotusarvo = $\nu \cdot \alpha_1$

$\alpha_3$ = yksittäisen vahingon suuruuden kolmas momentti

ja muiden symbolien merkitys on sama kuin edellä on esitetty.

Satunnaismuuttuja $X_v(V)$ ilmaisee, kuinka paljon menoa aiheutuu vuonna v työkyvyttömyyseläkkeistä, jotka on myönnetty tämän vakuutuksen perusteella ennen vuotta v. Lisäksi tähän osaan kuuluu ns. tuntemattomia eläketapauksia varten tehdyn varauksen muutoksesta aiheutuva meno. Mikäli työkyvyttömyyseläkkeestä aiheutuvaa vastuuta laskettessa käytettävät invalidikorot $\bar{a}^{\,ii|i}$ olisivat oikeat, niin satunnaismuuttujan $X_v(V)$ odotusarvo olisi yhtä suuri kuin tuntemattomia eläketapauksia varten tehdyn varauksen muutoksesta aiheutuva meno, joka on luonteeltaan deterministinen suure. Yksittäisen vakuutuksen kohdalla meno $X_v(V)$ heilahtelee kuitenkin odotusarvonsa molemmin puolin. Osan $X_v(V)$ merkitys kokonaismenon $X_v$ käyttäytymisen kannalta on kuitenkin huomattavasti vähäisempi kuin osan $X_v(U)$ merkitys. Tästä johtuen seuraavissa tarkasteluissa tutkitaan yleensä vain satunnaismuuttujan $X_v(U)$ käyttäytymistä.

Tämän kappaleen loppuosassa pyritään tarkastelemaan, milloin on matemaattisesti perusteltua käyttää työkyvyttömyysliikkeen kohdalla täydellistä omavastuuta ja milloin taas osittainen omavastuutekniikka on perusteltua. Kriteerinä käytetään vaati-

aiheuttamien menojen avulla. Tällöin sain suhteen $\alpha_2/\alpha_1^2$ arvoksi 1,697. Seuraavassa taulukossa on esitetty kaavan (2.13) mukaiset alarajat muutamille parametrien p ja p' arvoille

| p \ p' | 0,50 | 0,67 | 0,75 | 0,80 |
|---|---|---|---|---|
| 0,10 | 77 | 159 | 224 | 279 |
| 0,20 | 19 | 40 | 56 | 70 |
| 0,30 | 9 | 18 | 25 | 31 |

Siis mikäli halutaan päästä tilanteeseen, jossa maksu poikkeaa keskiarvostaan yli 20 % keskimäärin vain kerran kolmessa vuodessa, voitaisiin omavastuutekniikkaa soveltaa vain sellaisiin vakuutuksiin, joissa vuodessa tulee keskimäärin 40 uutta työkyvyttömyystapausta. Eläke-Kansan kannasta vuoden 1978 perusteella laskettujen keskimääräisten työkyvyttömäksitulotodennäköisyyksien mukaan tämä merkitsee, että vakuutettujen lukumäärän olisi oltava jo lähes 4100.

Jos pientyönantajatekniikan mukainen maksu olisi täsmälleen keskimääräisen työkyvyttömyysmenon suuruinen, merkitsisi maksun poikkeaminen 100·p prosentilla keskiarvostaan sitä, että työkyvyttömyysliikkeestä aiheutuu vakuutuksenottajalle tarkistusmaksu, joka on suuruudeltaan 100·p % ennakkomaksun työkyvyttömyysosasta. Jos maksun työkyvyttömyysosa on kuten nykyisin keskimäärin 2,5 % vakuutettujen palkkasummasta, merkitsee esimerkiksi 20 prosentin suuruinen työkyvyttömyysosan tarkistusmaksu jo menoa, joka on 0,5 % koko vuoden palkkasummasta. Tähän asti maksun työkyvyttömyysosan riippuvuus vakuutettujen iästä ei ole ollut täysin oikea, vaan nuorilla ikäluokilla maksu on ollut liian suuri ja vanhemmilla taas liian pieni ikäluokan keskimääräiseen työkyvyttömyysmenoon nähden.

Lisäksi ns. pientyönantajatekniikan mukaiseen maksuun sisältyy luonnollisesti jossakin määrin myös varmuuslisää. Näistä syistä yllä oleva päättely tarkistusmaksujen suuruudesta ei ole käytännössä täysin oikea. Joka tapauksessa se kuitenkin antaa likimääräisen käsityksen nykyisten perusteiden mukaisen omavastuutekniikan soveltamisen aiheuttamista epäkohdista. Lisähankaluutta aiheuttaa tietysti myös se, että pientyönantajatekniikan mukainen keskimääräismaksu määrätään koko maan työkyvyttömyyskehityksestä kerättävien tilastojen avulla. Tästä syystä sellaisilla työaloilla, joilla työkyvyttömyystapauksia esiintyy paljon joko keskimääräistä enemmän tai vähemmän, tarkistusmaksut ovat keskimäärin vielä paljon suuremmat kuin aloilla, joiden keskimääräinen työkyvyttömyyskehitys on suunnilleen tilastojen mukaista. Nykyisetkin perusteet tosin antavat vakuutusyhtiöille mahdollisuuden ottaa tällaiset poikkeamat huomioon määrätessään ennakkomaksua.

Tarkastellaan vielä, miten tarkistusmaksun suuruuteen vaikuttaa se, että maksu määräytyy osittaisen omavastuutekniikan mukaisesti. Lopullinen maksu on tällöin muotoa

$$(2.14) \qquad X'_v = \beta \cdot X_v + (1-\beta)\, P,$$

missä $\beta$ on välillä $[0,1]$ oleva reaaliluku, joka ilmaisee omavastuun asteen, ja muut suureet ovat samoja, kuin edellä on esitetty.

Kuten edellä tarkastellaan nytkin tilannetta vain uusien eläketapausten aiheuttaman menon $X_v(U)$ vaikutuksen osalta. Satunnaismuuttujan $X'_v$ odotusarvo on P ja varianssi $\beta^2 \alpha_2$. Kun käytetään normaaliapproksimaatiota, saadaan sen jakautumafunk-

tiolle G(x) likimääräiskaava

$$G(x) \approx \Phi\left(\frac{x-P}{\beta\cdot\sqrt{\alpha_2 \nu}}\right). \tag{2.15}$$

Samalla tavoin kuin täydellisen omavastuutekniikan kyseessä ollessa saadaan keskimääräiselle vahinkojen lukumäärälle $\nu$ raja

$$\nu \geq y_0^2 \beta^2 \cdot \alpha_2/(\alpha_1^2 - p^2). \tag{2.16}$$

Tämä merkitsee sitä, että jos sovelletaan esimerkiksi 50 prosentin omavastuuta, niin aikaisemmin esitetyssä taulukossa olevat rajaluvut voidaan jakaa neljällä.

Koska NP-approksimaatio on tavallista normaaliapproksimaatiotarkempi, saataisiin sitä käyttäen edellistä tarkempia rajoja. NP-approksimaation mukainen likimääräinen jakautuma ei kuitenkaan ole symmetrinen keskiarvon suhteen. Tästä johtuen olisi rajojen laskenta suoritettava ratkaisemalla numeerisin menetelmin yhtälö

$$\Phi\left(\sqrt{(a+b)\nu+1} - c\sqrt{\nu}\right) - \Phi\left(\sqrt{(a-b)\nu+1} - c\sqrt{\nu}\right) - p' = 0, \tag{2.17}$$

missä vakioilla a, b ja c on seuraavat arvot

$$a = 9\alpha_2^3/\alpha_3^2$$

$$b = 6p\alpha_1\alpha_2/\alpha_3$$

$$c = 3\sqrt{\alpha_2^3}/\alpha_3.$$

Tämän yhtälön numeerinen ratkaiseminen sinänsä on varsin yksinkertainen tehtävä, mutta sillä ei saavuteta enää kovinkaan oleellista lisäinformaatiota, sillä normaaliapproksimaa-

tiota käyttäen johdettu raja mahdollisesta epätarkkuudestaankin huolimatta osoittaa jo selvästi, millaista suuruusluokkaa vakuutettujen lukumäärän tulisi olla, jotta vakuutukseen voitaisiin maksun työkyvyttömyysosaa määrättäessä soveltaa joko täydellistä tai osittaista omavastuutekniikkaa. Tämän johdosta tässä työssä ei ole ratkaistu yhtälöä (2.17).

Yhteenvetona tämän kappaleen tuloksista voidaan todeta, että mikäli omavastuuta haluttaisiin valitun kriteerin mukaisesti soveltaa ainoastaan silloin, kun se aiheuttaa annettua rajaa pienempää heilahtelua maksuissa, niin omavastuutekniikan soveltamisrajat kasvaisivat nykyisten perusteiden mukaisista rajoista huomattavasti. Tässä kohdin on vielä huomattava, että edellä on koko ajan tarkasteltu ainoastaan uusien eläkkeiden aiheuttaman menon satunnaisheilahtelua. Koska satunnaismuuttujia $X_v(U)$ ja $X_v(V)$ voidaan pitää riippumattomina, niin niiden summan eli siis kokonaistyökyvyttömyysmenon $X_v$ varianssi on niiden varianssien summa. Näin ollen kokonaismenon satunnaiheilahtelu on vielä edellä esitettyä suurempikin.

## 3. Yleistä credibility-menetelmistä vakuutusmaksun määräämisessä

Kuhunkin vakuutettavaan vastuuseen liittyy tietty riski. Vakuutusmaksu pyritään määräämään siten, että se ilman siihen liittyvää varmuuslisää mahdollisimman tarkasti vastaa tätä riskiä. Useimmiten vakuutusmaksut määrätään siten, että tietylle vakuutuslajille määrätään yhteinen maksutaulusto. Näin ollen saman vakuutuslajin sisällä eri vakuutuksia ei erotella toisistaan, vaikka joihinkin vakuutuksiin liittyvä riski saattaa poiketa paljonkin ko. vakuutuslajin keskimääräisestä riskistä.

Mikäli vakuutusmaksuja määrättäessä pyritään arvioimaan myös yksittäiseen vakuutukseen liittyvää riskiä, on kyse yksilöllisestä maksun määräämisestä. Tällöin maksua määrättäessä käytetään hyväksi vastuun omaa vahinkotilastoa. Credibility-teoriassa tutkitaan, paljonko voidaan luottaa tariffoitavan vastuun omaan vahinkotilastoon ja paljonko on vastaavasti käytettävä hyväksi ko. tyyppiä olevien vastuiden yhteisiä vahinkotilastoja.

Hieman matemaattisemmin edellä esitettyä voitaisiin kuvata seuraavasti. Perinteisessä tariffoinnissa vakuutusmaksu määrätään niin, että se on yhtä suuri kuin ko. vakuutuslajin keskimääräisen vastuun vuotuisen korvausmenon odotusarvo lisättynä varmuuslisällä. Tällöin on estimoitava vuotuisen korvausmenon odotusarvo koko kyseiseen vakuutuslajiin liittyvästä vahinkotilastosta. Määrättäessä maksuja yksilöllisesti pyritään taas arvioimaan yksityisestä vastuusta aiheutuvan menon odotusarvoa ja tällöin estimoinnissa käytetään hyväksi mahdollisimman suu-

ressa määrin juuri tästä vastuusta kerättyä vahinkotilastoa.

Credibility-teorian nimellä esitetään monia erilaisia maksun määräämistapoja. Matemaattisesti pitemmälle kehitettyihin menetelmiin liittyy yleensä sellaisia tarkasteltavaa tilannetta koskevia oletuksia, jotka eivät ole voimassa käytännössä. Lisäksi näiden "kehittyneempien" menetelmien soveltaminen käytännön maksun määräämisessä on hankalaa myös siksi, että niiden vaatima laskutekniikka on usein monimutkaista. Credibility-menetelmien nimellä esitetään kuitenkin usein myös varsin yksinkertaisia heuristisia tariffointimenetelmiä, joita on kehitetty käytännön maksun määräämistyössä. Nämä menetelmät ovat yleensä laskuteknisesti yksinkertaisia, mutta niitä käyttäen saavutetaan kuitenkin kohtuullisia tuloksia.

## 4. Erilaisia mahdollisuuksia TEL-maksun työkyvyttömyysosan satunnaisheilahtelujen tasoittamiseksi

Maksun satunnaisheilahtelujen eliminointi voi tapahtua vain siten, että ainakin osa nykyisestä tarkistusmaksusta siirretään perittäväksi tai palautettavaksi myöhempien vuosien maksujen yhteydessä. Lisäksi olisi jo ennakkomaksua määrättäessä pyrittävä ottamaan huomioon vakuutuksen aikaisempi työkyvyttömyyskehitys.

Useimmissa credibility-menetelmissä oletetaan ensinnäkin, että peräkkäisten vuosien vahinkomenot ovat stokastisesti riippumattomia. Tämä oletus ei TEL:n työkyvyttömyysliikkeen

kohdalla pidä paikkaansa, koska vanhoista eläketapauksista aiheutuvan menon $X_v(V)$ sisältyminen kokonaismenoon aiheuttaa sen, että peräkkäisten vuosien vahinkomenot eivät missään tapauksessa ole stokastisesti riippumattomia. Toisena yleisenä oletuksena on, että peräkkäisten vuosien menot ovat samoin jakautuneita. Tämäkään oletus ei työkyvyttömyysliikkeen kohdalla ole voimassa. Ensinnäkin palkkatason nousu aiheuttaa sen, että eläkemeno kasvaa ajan kuluessa, koska myönnettävien eläkkeiden suuruus kasvaa. Toiseksi vakuutukseen kuuluvien työntekijöiden ikä-, sukupuoli-, yms. jakautumat muuttuvat jatkuvasti ja nämä muutokset vaikuttavat tietysti myös osaltaan työkyvyttömyysmenon muuttumiseen. Lisäksi työnantaja voi suorittamillaan työsuojelutoimenpiteillä oleellisesti muuttaa työkyvyttömyyskehitystä edullisemmaksi.

Yleiskuvan saamiseksi tarkastellaan aluksi täysin teoreettista tilannetta. Huomioidaan taaskin vain uusista eläketapauksista aiheutuva meno $X_v(U)$. Oletetaan, että peräkkäisten vuosien menot ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita. Kuten edellä todettiin erityisesti jälkimmäinen oletus ei ole todellisuudessa voimassa. Tämä on tietysti huomioitava varsinaisessa maksutekniikassa, mutta erilaisten menetelmien vaikutuksesta voidaan saada käsitys tarkastelt̶aessa niitä teoreettisesti em. ideaalitilanteessa. Vuoden v TEL-maksu voitaisiin määrätä N:n edellisen vuoden toteutuneiden korvausmenojen $x_j$ keskiarvon avulla eli maksu olisi muotoa

$$(5.1) \qquad P_v^I = \sum_{i=1}^{N} x_{v-i}/N.$$

Tämä olisi samalla vuoden v lopullinen maksu. Koska $x_j$:t muodostavat otoksen satunnaismuuttujista $X_j(U)$, voidaan maksua

tutkia tarkastelemalla satunnaismuuttujan

$$(5.2) \qquad Y_v = \sum_{i=1}^{N} X_{v-i}(U)/N$$

käyttäytymistä. Kuten aiemmin todettiin, $X_j(U)$:t ovat likimäärin normaalisti jakautuneita keskiarvolla $\nu\alpha_1$ ja varianssilla $\nu\alpha_2$. Koska ne oletettiin lisäksi riippumattomiksi, saadaan satunnaismuuttujan $Y_v$ jakautumafunktiolle $H(y)$ likiarvokaava

$$(5.3) \qquad H(y) \approx \Phi\left(\frac{y-P}{\sqrt{\alpha_2 \nu/N}}\right).$$

Tämän tyyppisestä maksun määräämistavasta olisi siis ensinnäkin se hyöty, että ennakkomaksu ja lopullinen maksu yhtyisivät, joten tarkistusmaksuista päästäisiin eroon. Lisäksi, kuten kaavasta (5.3) voidaan havaita, maksun varianssi pienenisi N:nteen osaan alkuperäisestä arvostaan, joten peräkkäisten vuosien väliset maksutason vaihtelut pienenisivät vastaavasti.

Uuden vakuutuksen kohdalla maksu olisi ensimmäisenä vuotena pientyönanatajatekniikan mukainen maksu ja niin kauan, kuin ei ole käytettävissä vielä N:n vuoden vahinkotilastoja, puuttuvien vuosien menojen kohdalla käytettäisiin pientyönantajatekniikan mukaista maksua. Mainittakoon tässä yhteydessä, että Bühlmann [1] on todistanut, että tietyillä edellytyksillä credibility-kaavan

$$(5.4) \qquad (1-Z(N))\cdot P+Z(N)\cdot\sum_{i=1}^{N} X_{v-i}(U)/N$$

mukainen maksu on pienimmän neliösumman mielessä paras line-

1) Bühlmann, H.:Mathematical models in Risk Theory, 1970

aarinen approksimaatio maksulle.

Toinen tapa huomioida vakuutukseen liittyvä aikaisempi vahinkokehitys on määrätä vuoden v+1 maksu rekursiivisesti käyttäen yhtälöä

$$(5.5) \qquad P^I_{v+1} = \alpha X_v(U) + (1-\alpha) P^I_v,$$

missä $\alpha$ on välillä (0,1) oleva reaaliluku. Vakuutuksen alkaessa lähdetään nytkin liikkeelle pientyönantajatekniikan mukaisesta maksusta. Kaavan (5.5) mukainen maksu voidaan helposti kirjoittaa muotoon

$$(5.6) \qquad P^I_{v+1} = \alpha \cdot \sum_{j=0}^{v-v_0} (1-\alpha)^j X_{v-j}(U) + (1-\alpha)^{v-v_0+1} \cdot P^I_{v_0}(1),$$

missä $v_0$ on vakuutuksen alkamisvuosi. Maksun varianssille saadaan tässä tapauksessa lauseke

$$(5.7) \qquad \mathrm{Var}\{P^I_{v+1}\} = \alpha^2 \cdot \sum_{j=0}^{v-v_0} (1-\alpha)^{2j} \, \mathrm{Var}\{X_v(U)\}$$

$$= \alpha/(2-\alpha) \cdot \left[1-(1-\alpha)^{2(v-v_0)}\right] \cdot \mathrm{Var}\{X_v(U)\},$$

kun taas oletetaan, että $X_v(U)$:t ovat riippumattomia ja identtisesti jakautuneita. Kaavassa esiintyvä hakasulkulauseke lähestyy raja-arvonaan ykköstä alhaaltapäin v:n kasvaessa. Varianssi on kuitenkin koko ajan vuotuisen korvausmenon varianssia pienempi. Jos $\alpha$:n arvona käytetään esimerkiksi lukua 0,5, on $P^I_{v+1}$:n varianssi alle kolmasosa vuotuisen korvausmenon varianssista. Tätä menetelmää sovellettaessa pitäisi $\alpha$:n olla vakuutukseen kuuluvien työntekijöiden lukumäärän funktio siten,

| | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 774 | 904 | 1063 | 1768 | 3990 | 3444 | 4230 | 6970 |
| 2 | 70 | 179 | 270 | 344 | 572 | 778 | 760 | 373 |
| 3 | 81 | 81 | 79 | 144 | 321 | 180 | 439 | 131 |
| 4 | 397 | 1062 | 1685 | 1867 | 2122 | 3486 | 3306 | 4555 |
| 5 | 132 | 221 | 151 | 182 | 448 | 810 | 390 | -13 |
| 6 | 41 | 126 | 132 | 209 | 235 | 159 | 153 | 276 |
| 7 | 129 | 167 | 420 | 448 | 526 | 854 | 962 | 741 |
| 8 | 171 | 348 | 369 | 1135 | 1546 | 1461 | 1474 | 1874 |

Taulukko 5.2. Toteutuneet työkyvyttömyysmenot vuosina 1971-78

| | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 745 | 959 | 1344 | 2237 | 3409 | 5368 | 5855 | 6595 |
| 2 | 136 | 182 | 246 | 396 | 569 | 800 | 795 | 922 |
| 3 | 63 | 83 | 115 | 205 | 299 | 433 | 427 | 448 |
| 4 | 713 | 916 | 1200 | 2031 | 2796 | 4349 | 4571 | 4971 |
| 5 | 82 | 98 | 133 | 211 | 296 | 482 | 530 | 562 |
| 6 | 35 | 47 | 65 | 111 | 147 | 204 | 212 | 216 |
| 7 | 148 | 190 | 262 | 436 | 634 | 927 | 986 | 1092 |
| 8 | 170 | 269 | 371 | 575 | 803 | 1322 | 1298 | 1390 |

Taulukko 5.3. Pientyönantajatekniikan mukaiset työkyvyttömyysosat vuosina 1971-1978.

| | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 29 | -55 | -281 | -469 | 581 | -1924 | -1625 | 375 |
| 2 | -66 | -3 | 24 | -52 | 3 | -22 | -35 | -549 |
| 3 | 18 | -2 | -36 | -61 | 22 | -253 | 12 | -317 |
| 4 | -316 | 146 | 485 | -164 | -674 | -863 | -1265 | -416 |
| 5 | 50 | 123 | 18 | -29 | 152 | 328 | -140 | -575 |
| 6 | 6 | 79 | 67 | 98 | 88 | -45 | -59 | 60 |
| 7 | - 19 | -23 | 158 | 12 | -108 | -73 | -24 | -351 |
| 8 | 1 | 79 | -2 | 560 | 743 | 139 | 176 | 484 |

Taulukko 5.4. Tarkistusmaksut; jos sovellettaisiin täydellistä omavastuuta

Yhteisenä piirteenä seuraavassa esitettäville menetelmille on, että vaikka vakuutuksiin sovelletaankin täydellistä omavastuuperiaatetta, niin jatkuvien vakuutusten työkyvyttömyysliikkeestä johtuvat tarkistusmaksut jätetään perimättä. Tämä perustuu siihen havaintoon, että menot heilahtelevat voimakkaasti keskiarvonsa ympärillä ja edellä esitetyllä menettelyllä päästään siihen, että vastakkaissuuntaiset heilahtelut kumoavat toisensa ja näin tarkistusmaksut tulevat tarpeettomiksi. Tarkistuserät sisällytetään kuhunkin vakuutukseen liittyvään saldoerään. Vakuutuksen päättyessä tämä saldo sen etumerkistä riippuen, joko peritään vakuutuksen ottajalta tai maksetaan hänelle. Vakuutusyhtiön pitäisi ilmeisesti sisällyttää saldoerät tasoitusvarauksensa työkyvyttömyyskomponenttiin.

Tarkastellaan aluksi, miten vuoden v maksu voidaan määrätä N:n sitä edeltävän vuoden toteutuneiden työkyvyttömyysmenojen avulla. Tässä tapauksessa ei voida käyttää suoraan keskiarvoa, kuten edellisen kappaleen teoreettisessa tarkastelussa tehtiin, kos-

ka erityisesti palkkojen noususta johtuen vuotuinen meno keskimäärin kasvaa. Myös vakuutettujen piirissä tapahtuvat erilaiset muutokset vaikuttavat maksuun. Näistä syistä onkin päädytty sellaiseen menettelyyn, että maksun lähtökohtana on pientyönantajatekniikan mukainen maksu. Vakuutukset jaetaan maksutasoluokkiin toteutuneen vahinkokehityksen mukaisesti. Tässä yhteydessä on käytetty luokkia, joissa maksua on aiemman työkyvyttömyyskehityksen mukaisesti joko korotettu tai alennettu 10·k %, missä k=0,1,2,...

Maksuluokan määrääminen tapahtuu seuraavasti. Ilmaiskoon $a_i$, kuinka monta prosenttia vuoden i pientyönanatajatekniikan mukainen maksu $P_i^I(1)$ on keskimäärin ko. vuoden palkoista. Tällöin tarkasteltavan vakuutuksen työkyvyttömyysmeno viimeisenä N:nä vuotena on ollut keskimäärin

$$\sum_{j=1}^{N} \frac{X_{v-j}}{P^I_{v-j}(1)} \cdot a_{v-j}/N$$

prosenttia palkoista. Tämän perusteella voidaan ennakoida, että työkyvyttömyysmeno vuonna v olisi

$$(5.1) \qquad Z_v = \sum_{j=1}^{N} \frac{X_{v-j}}{P^I_{v-j}(1)} \cdot a_{v-j}/N \cdot \frac{P_v^I}{a_v} .$$

Kun tämä jaetaan $P_v^I$:llä saadaan luku, jonka perusteella päätetään vakuutuksen maksuluokka vuodelle v. Jos kerroin on välillä [0,95,1,05), saa edellä määritelty k arvon 0. Jos taas luku on välillä [0,85,0,95), alennetaan vuoden v maksua 10 prosentilla normaaliin pientyönantajatekniikan mukaiseen maksuun nähden jne. Lisäksi on noudatettu sääntöä, jonka mukaan maksuluokka voi muuttua kumpaankin suuntaan korkeintaan yhdellä askeleella. Siis jos vuonna i perittävä maksu on

pientyönantajatekniikan mukainen, niin vuonna i+1 se poikkeaa vastaavasta maksusta korkeintaan 10 %. Myös tämän tarkoituksena on hillitä satunnaisuudesta johtuvia maksun vaihteluita. Uuden vakuutuksen kohdalla maksun määräämisessä lähdetään aina liikkeelle pientyönantajatekniikan mukaisesta maksusta.

Seuraavassa taulukossa esiintyvät luvut on laskettu tällä menetelmällä käyttäen N:n arvona lukua 3. Vuonna 1975 tapahtunut tasokorotus on huomioitu siten, että ko. vuoden maksua laskettaessa aiempien vuosien menot on kerrottu luvulla 1,25 ja kun siirrytään myöhempiin vuosiin on kertoimena käytetty lukua 1,5. Tarkasteltavana aikana tapahtuneiden invalidikorkojen muutosten ei ole katsottu vaikuttavan millään tavalla vuotuisiin työkyvyttömyysmenoihin, vaan on oletettu, että vastaavasti kuin uusista eläketapauksista aiheutuva meno kasvaa, pienenee vanhojen eläkkeiden aiheuttama meno. Aivan tarkasti tämä ei ilmeisesti pidä paikkaansa, mutta tämänlaatuisessa tarkastelussa voitaneen näin kuitenkin olettaa.

| | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 745 | 959 | 1210 | 1790 | 2386 | 4294 | 5269 | 5276 |
| 2 | 136 | 164 | 197 | 277 | 455 | 720 | 716 | 922 |
| 3 | 63 | 83 | 103 | 164 | 209 | 346 | 299 | 358 |
| 4 | 713 | 824 | 960 | 1422 | 2237 | 3914 | 3657 | 3977 |
| 5 | 82 | 108 | 160 | 232 | 296 | 530 | 636 | 731 |
| 6 | 35 | 47 | 72 | 133 | 191 | 286 | 297 | 281 |
| 7 | 148 | 171 | 210 | 305 | 507 | 834 | 887 | 983 |
| 8 | 170 | 269 | 334 | 460 | 723 | 1322 | 1428 | 1668 |

Taulukko 5.5. Keskiarvotekniikalla saadut maksut, kun N=3

Seuraavassa taulukossa esitetään eri vakuutuksiin liittyvien saldoerien kehitys.

| | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -29 | 26 | 173 | 195 | -1409 | -559 | 480 | -1284 |
| 2 | 66 | 51 | -22 | -89 | -206 | -264 | -308 | 241 |
| 3 | -18 | -16 | 8 | 28 | -84 | 82 | -58 | 169 |
| 4 | 316 | 78 | -647 | -1092 | -977 | -549 | -198 | -776 |
| 5 | -50 | -163 | -154 | -104 | -256 | -536 | -290 | 454 |
| 6 | -6 | -85 | -145 | -221 | -265 | -138 | 6 | 11 |
| 7 | 19 | 23 | -187 | -330 | -349 | -369 | -444 | -202 |
| 8 | -1 | -80 | -115 | -790 | -1613 | -1752 | -1798 | -2004 |

Taulukko 5.6. Keskiarvotekniikasta aiheutuvat saldoerät

Tarkastelemalla taulukkoa havaitaan, että siinä esiintyvät saldoerät ovat pääasiassa negatiivisia. Tämä merkitsee sitä, että työkyvyttömyys on ollut suhteellisesti ottaenkin kasvussa. Tällöin syntyy negatiivisia saldoeriä sen johdosta, että keskiarvotekniikka on maksun määräämistapana sellainen, että maksu tällaisessa tapauksessa seuraa työkyvyttömyyskehitystä hieman jäljessä. Saldoeriä voitaisiin pienentää sallimalla maksuluokan muuttuminen yli yhdellä kerrallaan. Tällöin maksun kehitys tulee tietysti epätasaisemmaksi, mutta samalla se seuraa nopeammin työkyvyttömyyskehityksessä tapahtuvia muutoksia. Toinen mahdollisuus saldoerien pienentämiseksi on, että sallitaan rajoitetun, esimerkiksi yhden maksuluokkavälin, suuruinen tarkistusmaksu.

Toisena maksun määräämistapana tarkastellaan myös edellisessä kappaleessa esitettyä rekursiivista maksun määrittelytapaa. Tämänkin maksunmääräämistavan yhteydessä joudutaan käyttämään

vastaavanlaisia muunnoksia kuin keskiarvotekniikkaan käytettäessä. Tämä maksun määräämistapa soveltuu kuitenkin vielä huomattavasti keskiarvotekniikkaakin huonommin tilanteeseen, jossa korvausmeno on suhteellisistikin ottaen kasvamassa. Tämä voidaan havaita hyvin jo, kun tarkastellaan vain vakuutuksen numero 1 maksuja, jotka on määrätty tätä menetelmää soveltamalla käyttäen kertoimen $\alpha$ arvona lukua 0,5. Maksut ovat tällöin seuraavanlaiset:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 |
| 745 | 847 | 886 | 1216 | 2274 | 4932 | 4568 | 4955 |

Saldoksi muodostuisi vuoden 1978 jälkeen -2650. Se, että tällä tekniikalla laskettu maksu seuraa erittäin hitaasti nousevaa työkyvyttömyyskehitystä, havaitaan tässä tapauksessa, kun tarkastellaan yo. taulukossa esitettyjä alkuvuosien maksuja verrataan niitä taulukossa 5.2 esitettyihin vastaaviin työkyvyttömyysmenoihin. Toisena tähän menetelmään liittyvänä negatiivisena piirteenä voidaan jo yo. maksuista havaita, että mikäli työkyvyttömyyskehityksen vaihtelut ovat huomattavia, niin näin määrätyn maksun kehitys ei ole yhtä tasaista kuin keskiarvotekniikan mukaisen maksun kehitys on.

Yhteenvetona voidaan todeta, että kumpikaan tässä tarkastelluista menetelmistä ei täysin sovellu maksun määräämiseen tapauksessa, jossa vahinkokehitys on pääsuunnaltaan joko laskevaa tai nousevaa. Kummatkin menetelmät soveltuisivat paremmin käytettäväksi tilanteessa, jossa työkyvyttömyysmeno kehittyisi ainoastaan palkkasumman ja vakuutuksen kuuluvien henkilöiden piirin muutosten mukaisesti ilman, että meno näistä riippumatta on selvästi joko nousu- tai laskusuunnassa. Toisin asia voidaan ilmaista sanomalla, että menetelmillä pystytään kyllä tasaamaan satunnaisheilahteluja, mutta niillä ei pysty-

tä paljastamaan tietyn suuntaista trendiä vahinkomenon kehityksessä, mikäli tämä trendi on riippumaton palkkasumman ja vakuutettujen piirin kehityksessä tapahtuvista muutoksista. Kun yhdistetää keskiarvotekniikka ja rajoitetut tarkistusmaksut, niin pystytään kuitenkin pienentämään huomattavasti keskiarvotekniikan hitaudesta johtuvia saldoeriä.