AKTUAARINTUTKINNON HARJOITUSTYÖ

LUOTTOVAKUUTUKSEN KORVAUSMENON JAKAUMAFUNKTIO, KUN VAHINKOJA EI OLE SATTUNUT

Hannu Parviainen.

3. joulukuuta 1976

1. Yleistä

Yhtiön luottovakuutuskannassa ei ole sattunut niiden viidentoista vuoden aikana, joina yhtiö on vakuutuksia myöntänyt, yhtään korvaustapausta. Tehtävänä olisi selvittää, mitä voidaan sanoa korvausmenon jakaumafunktiosta.

2. Jakaumafunktio

Kun merkitään todennäköisyyttä sille, että tasan k vahinkoa sattuu vakuutuskauden aikana, p_k:lla ja korvausmenon jakaumafunktiota ehdolla, että k vahinko on sattunut S_k:lla, saadaan kokonaiskorvausmenon jakaumafunktiolle F yhtälö

$$(2.1) \quad F(X) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k S_k(X).$$

Kun pidetään vakuutuskauden aikana samalle riskille sattuneita vahinkoja yhtenä vahinkona ja riskejä on N kappaletta saadaan kaava (2.1) muotoon

$$(2.2) \quad F(X) = \sum_{k=0}^{N} \binom{N}{k} (1-p)^{N-k} \cdot p^{k} \cdot S_k(X),$$

missä p on kunkin riskin vahingon sattumistodennäköisyys. Edellä on siis oletettu, että riskit ovat homogeenisia. Kun N on suuri voidaan kaavaa (2.2) approksimoida poisson-jakauman avulla

$$(2.3) \quad F(X) \approx e^{-Np} \cdot \sum_{k=0}^{N} \frac{(N\,p)^k}{k!} \cdot S_k(X).$$

Jos vielä edelleen oletetaan, että vahingot ovat toisistaan riippumattomia, saadaan kaava

$$(2.4) \quad F(X) \approx e^{-Np} \sum_{k=0}^{N} \frac{(Np)^k}{k\,!} S^{k*}(X).$$

Kyseessä olevassa tapauksessa on riskien lukumäärä vain 88 kappaletta. Tämän vuoksi kaavaa (2.4) ei käytetä. Jos riskisummat ovat kovin heterogeenisia, ei riippumattomuusoletus täyty, minkä takia S_k:ta ei voida korvata S^{k*}:lla. Näin on tässä tapauksessa.

3. Riskiparametrin p määrääminen

Kaavan (2.3) hyödyntämiseksi käytetään tavallisesti sitä, että luku p on vahinkofrekvenssin odotusarvo. Tässä tapauksessa kuitenkin vahinkofrekvenssi on 0, joka johtaisi siis kaikilla X:n arvoilla kaavaan

$$(3.1) \quad F(X) = 1,$$

mikä ei liene järkevä tulos.

Toinen vaihtoehto on lähteä kaavan (2.2) mukaisesta vahingottoman kauden todennäköisyydestä $(1-p)^N$. Kun Oletetaan, että sattuman osuus on korkeintaan puolet vahingottoman kauden sattumiseen, saadaan kaava

$$(3.2) \quad (1-p)^L = 0{,}5 \text{ eli } p = 1- \sqrt[L]{0{,}5}$$

Mikäli kaikki havaitut vakuutusvuodet, yhteensä 914, olisivat toisistaan riippumattomia, voitaisiin ratkaista kaava L:n arvolla 914. Tämä antaa p:lle arvon 0,000758. Kun kuitenkin kyseessä ovat samat vakuutettavat vuodesta toiseen, voidaan laskea p:lle estimaatti keskimääräisen riskin lukumäärän 61 avulla:

$$(3.3) \quad (1-15\ p)^{61} = 0{,}5,$$

tämä johtaa arvoon 0,000753.

Edellä on saatu laskettua vahinkofrekvenssin p odotusarvo 0,00075[illegible] ja sen avulla vahinkojen lukumäärän odotusarvo $N_p = 88 \cdot 0{,}000753 =$ 0,06626. Tälle luvulle pätee kuitenkin vain, että

$$(3.4) \quad P\{E\,(\text{vahinkojen lukumäärä}) \leq 0{,}06626\} = 0{,}5.$$

Jos halutaan laskelmiin suurempi varmuus, ei tämä luku riitä. Vakuutustarkastuksessa kerrotaan luottovakuutuksen odotusarvo 1,5:11 rahastojen riittävyyslaskelmissa. Tässä tapauksessa kuitenkin $\bar{n} = 0{,}09939$ on vahinkojen lukumäärän yläraja vain 65 %:n todennäköisyydellä. Esimerkiksi H.Bühlman artikkelissaan "The Mincing Machine Revisited" käyttää luottamusrajoina 80,90 ja 95 %:ia.

Jos annetaan sattumalle vain 1 % osuus, saadaan vakuutustarkastusta varten varmasti riittävä arvo.

Sijoittamalla yhtälöön (3.3) oikealle puolelle luvut 0,2, 0,1, 0,05 ja 0,01 saadaan vastaavat Np:n arvot: 0,15276, 0,21732, 0,28115 ja 0,42660.

Sopivan varmuustason löytämiseksi tutkitaan seuraavaksi, miten tilanne muuttuu, jos vahinkoja olisi sattunut useampia.

4. Yksi vahinko sattunut

Oletetaan, että havaintojen joukossa olisi ollut yksi vahinko. Tästä saadaan frekvenssiin perustuva estimaatti välittömästi

$$(4.1)\quad \bar{n} = \frac{88}{914} = 0{,}09628.$$

Kaavojen (2.2) ja (3.3) mukaan saadaan toinen estimaatti kaavasta

$$(4.2)\quad (1-S)^{61} + \binom{61}{1} S\,(1-S)^{60} = 0{,}5,$$

missä S = 15 p. Yhtälö ratkeaa iterointikaavalla

$$(4.3)\quad S_{k+1} = 1 - \sqrt[60]{\frac{0{,}5}{1+60\,S_k}}\,,$$

ratkaisu S = 0,02736 johtaa arvoon $\bar{n}$ = 0,16052. Yhtälö (4.2), kun oikealle puolella on luvut 0,2, 0,1, 0,05 ja 0,01 antaa tulokset $\bar{n}$ = 0,28331, 0,36534, 044248 ja 0,60972 vastaavasti.

5. Kaksi vahinkoa sattunut

Jos kaksi vahinkoa olisi sattunut, saadaan kuten edellä harhaton estimaatti vahinkofrekvenssistä

$$(5.1)\quad \bar{n} \doteq \frac{88\cdot 2}{914} = 0{,}19256.$$

Kaavaa (4.2) vastaava yhtälö on muotoa

$$(5.2)\quad (1-S)^{61} + \binom{61}{1} S\,(1-S)^{60} + \binom{61}{2} S^2 (1-S)^{59} = 0{,}5.$$

Yhtälö ratkeaa iterointikaavalla

$$(5.3)\quad S_{k+1} = 1 - \sqrt[59]{\frac{0{,}5}{1+59S_k+1770\cdot S_k^2}}\,.$$

Arvoja 0,5, 0,2, 0,1, 0,05 ja 0,01 vastaavat $\bar{n}$:n arvot ovat 0,25578, 0,40390, 0,49810, 0,58452 ja 0,76714.

6. Vahingon suuruuden jakauma

Edellä on tutkittu vahinkojen lukumäärän jakaumaa, nyt olisi tehtävänä tutkia vahingon suuruuden jakaumien vaikutusta kertymäfunktioon. Koska mitään tietoa ei ole käytettävissä todella sattuneista vahingoista, turvallisin tapa lienee olettaa, että vahingon sattuessa vahinkomäärä = riskisumma.

Edellä on laskettu $\bar{n}$:n arvoja erilaisin varmuustaso-oletuksin. Seuraavien laskelmien pohjaksi valitaan 95 % varmuudella laskettu arvo. Tällöin on $p = 0,003195$ ja $\bar{n} = 0,28115$. Kun $N = 88$ saadaan F:lle kaavan(2.2) mukainen kehitelmä

(6.1) $F(X)=0,7546 + 0,2128\ S_1(X)+0,0297\ S_2(X)+0,0027\ S_3(X)+R_1,$

missä R_1 on jäännöstermi, jonka suuruus on alle 0,0002. Kaava (2.3) puolestaan antaa tulokseksi kehitelmän

(6.2) $F(X)=0,7549+0,2122\ S_1(X)+0,0298\ S_2(X)+0,0028\ S_3(X)+R_2,$

missä R_2 on korkeintaan suuruusluokkaa 0,0003.

Kaavoista (6.1) ja (6.2) nähdään, että jälkimmäinen eroaa ensimmäisestä kaikilla arvoilla vähemmän kuin 0,001. Seuraavissa laskelmissa käytetään hyväksi kaavaa (6.1) siten muutettuna, että R_1 jätetään pois.

Tasoitusvarauksen riittävyyslaskelmissa on tarpeen tietää, mikä on korvausmenon yläraja 99 % todennäköisyydellä. Kokeillaan kahta eri vahingon suuruuden jakaumafunktiota. Luottovakuutuskanta on n. 86 milj.mk. Oletetaan esim., että kaikki vahingot olisivat samansuuruisia eli 1 milj.mk. Tällöin olisivat S-funktiot seuraavanlaisia:

$S_1(X)=0,\ X < 1$ milj., $S_1(X)=1,\ X \geq 1$ milj.

$S_2(X)=0,\ X < 2$ milj., $S_2(X)=1,\ X \geq 2$ milj.

yleisesti

$S_n(X)=0, \quad X < n$ milj., $\quad S_n(X)=1, \quad X \geq n$ milj.

vastaavasti F:

$F(X)=0$	0	$\leq$	$X <$	1 milj.
$=0{,}7546$	1 milj.	$\leq$	$X <$	2 milj.
$=0{,}9674$	2 milj	$\leq$	$X <$	3 milj.
$=0{,}9972$	3 milj.	$\leq$	$X <$	4 milj.

Voidaan siis sanoa, että 99 % todennäköisyydellä korvausmeno on korkeintaan 3.000.000.

Toisena vaihtoehtona tarkastellaan sitä tapausta, että luottovakuutussummat ovat kovasti heterogeeniset, esim. oheisen liitteen mukaiset. Oletetaan edelleen, että jos vahinko sattuu, sen suuruus on = riskisumma. S-funktiot voidaan tällöin kirjoittaa muotoon

$$S_1(X) = \sum_{(R_i \leq X)} i \,/\, 88$$

$$S_2(X) = \sum_{i} \sum_{i \neq j} i \,/\, \binom{88}{2} \quad (R_i + R_j \leq X)$$

$$S_3(X) = \sum_{i} \sum_{i \neq j} \sum_{i \neq k \neq j} i \,/\, \binom{88}{3} \quad (R_i + R_j + R_k \leq X)$$

yleisesti

$$S_k(X) = \frac{\text{niiden k:ttain otettujen riskisummien erilaisten kombinaatioiden lukumäärä, joissa riskisummien summa} \leq X}{\binom{N}{k}}$$

Näin saadaan

$$S_1(5.000.000) = \frac{87}{88} = 0{,}9886$$

$$S_2(5.000.000) = \frac{249}{3828} = 0{,}9350$$

$$S_3(5.000.000) = \frac{44730}{109736} = 0{,}5435$$

ja

$F(5.000.000) \geq 0{,}7549+0{,}2104+0{,}0278+0{,}0015 = 0{,}9946.$

Voidaan todeta, että 5 milj.mk täyttää 99 % rajaehdon. Kovin paljon sitä pienempään lukuun ei päästä, sillä jo 4.300.000 ei täytä vaatimuksia. Tämä havaitaan S_1 funktiota tarkastelemalla.

7. Erilaisen riskiparametrin vaikutus

Lasketaan seuraavaksi, miten tilanne muuttuu jos käytettäisiin p:n laskemisessa hyväksi sattuman todennäköisyyttä 0,5. Luku p olisi tällöin 0,000753 ja kaava (6.1) voitaisiin kirjoittaa muotoon

$$(7.1) \quad F(X) = 0{,}93586 + 0{,}06206 \cdot S_1(X) + R$$

missä jäännöstermi R on korkeintaan 0,002.

Todetaan siis heti, että F:n jakauman määrää hyvin suurelta osin S_1:n jakauma.

$$S_1(3.105.000) = \frac{77}{88} = 0{,}875, \text{ mikä}$$

antaa tuloksen

$$F(3.105.000) \geq 0{,}9902.$$

8. Päätelmät

Edellä on tutkittu eri oletusten vaikutusta luottovakuutuksen korvausmenon jakaumafunktioon. Ainakin esimerkkitapauksessa voitiin todeta, että poisson approksimaation käyttäminen binomijakauman sijasta ei vaikuta tuloksiin. Sen sijaan, ainakin kun tarkastellaan ääripisteitä, erittäin huomattava merkitys on sillä, minkä laista oletusta käyttää vahingon suuruuden jakaumalle. Aivan yhtä suuri merkitys on sillä, kuinka varovasti arvioi riskiparametrin tai vaihtoehtoisesti vakuutustapahtumien lukumäärän odotusarvon.

Käsitelty tilanne, jossa yhtään vahinkoa ei ole sattunut, on aivan ääritapaus. Sen vuoksi vain tämän tiedon nojalla tehtävät päätelmät toisesta ääritapauksesta, korvausmenon ylärajasta, on syytä tehdä varsin varovaisin oletuksin. Näin sattuman osuus las

kelmissa jää pieneksi ja vakuutusyhtiölain turvaavuusnäkökohdat tulevat huomioon otetuiksi.

Liite

Luottovakuutuskanta

1.	7.000.000
2.	4.777.500
3.	4.332.500
4.	3.742.500
5.	3.694.241
6.	3.605.000
7.	3.487.500
8.	3.258.400
9.	3.225.500
10.	3.120.625
11.	3.116.750
12.	3.104.080
13.	2.387.500
14.	2.265.000
15.	2.020.000
16.	1.845.000
17.	1.657.500
18.	1.615.750
19.	1.480.634
20.	1.318.680
21.	1.250.000
22.	1.240.000
23.	1.159.800
24.	1.115.360
25.	1.036.500
26.	1.030.000
27.	909.500
28.	905.500
29.	860.000
30.	857.625
31.	850.000
32.	848.345
33.	729.800
34.	672.250
Siirto	74.519.340

Siirto	74.519.340
35.	638.000
36.	600.000
37.	593.750
38.	532.500
39.	496.250
40.	424.750
41.	419.000
42.	409.000
43.	394.500
44.	393.250
45.	375.000
46.	370.000
47.	369.500
48.	339.000
49.	326.500
50.	283.800
51.	282.500
52.	260.000
53.	237.500
54.	218.500
55.	203.750
56.	200.000
57.	195.000
58.	175.000
59.	170.000
60.	160.000
61.	155.000
62.	140.000
63.	140.000
64.	127.500
65.	119.500
66.	108.125
67.	100.000
68.	100.000
69.	95.000
70.	82.500
71.-88. yhteensä	699.450 (kukin alle 75.000)
Yhteensä	85.453.465

18.4.1977 H Simberg

Hannu Parviaiselle: Riskiteorian harjoitustyö

Laske Tmax ja Tmin suoraan määritelmäyhtälöistä

$$P\left\{1{,}05\ T_{min} + (1{,}05)^{\frac{1}{2}}\ (P-x) \geqq 0\right\} = 0{,}99 \text{ ja}$$

$$P\left\{(1{,}05)^{5}\ T_{max} + \sum_{t=1}^{5} (1{,}05)^{5\frac{1}{2}-t} \cdot (P^{t}-x^{t}) \geqq 0\right\} = 0{,}99$$

käyttäen kokonaisvahinkomenon jakaumafunktion "compound Poisson Process"-määritelmää (kaava (10.3) sivulla 115 BPP-kirjassa)

a) siten että S(z) -funktiona käytetään hyppäysfunktiota

zi (mk)	10.000	50.000	100.000	200.000
pi	0.25	0.25	0.25	0.25

ja $S^{k*}(x)$-funktiot lasketaan konvoluutioina niin pitkälle kuin niitä tarvitaan.

b) käyttäen NP-menetelmää ja muita oppikirjassa selostettuja menetelmiä mikäli tämä on mahdollista.

Vahinkojen vuotuisen lukumäärän odotusarvon keskiarvona käytetään n=0,02 ja U(q) -funktiona.

qi	0,25	0,375	0,5	0,75	1	1,5	2	3	4
pi	10%	20%	17%	16%	13%	9%	6%	5%	4%

1. Tasoitusvarauksen minimi, tarkka lasku

Kokonaisvahinkomenon jakaumafunktiolle saadaan "compound Poisson Process" tapauksessa kaava

$$(1.1)\quad F = \int_0^{\infty} F_{nq}\,dU(q) = \sum_{j=1}^{9} F_{nqi}\,p_i ,$$

missä jokainen $F_{nq} = e^{-nq} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(nq)^k}{k!} S^{k*}(X)$.

Kyseessä olevassa tapauksessa tarvitaan kunkin F_{nq}:n kolme ensimmäistä termiä, pienimmillä q:n arvoilla riittää jopa kaksi.

S^{k*} -funktiot ovat seuraavat

$S^o = 1$

$S^1 =$

X	10.000	50.000	100.000	200.000
S(X)	0,25	0,5	0,75	1

$S^{2*} =$

X	20.000	60.000	100.000	110.000	150.000	200.000	210.000
$S^{2*}(X)$	0,0625	0,1875	0,25	0,375	0,5	0,5625	0,6875
X	250.000	300.000	400.000				
$S^{2*}(X)$	0,8125	0,9375	1				

Edellä oleviea S-funktioita käyttäen saadaan laskettua F-funktiolle arvot seuraavasti:

$F_{0,005}(X) = 0,995012 + 0,004975\ S(X) + R, \quad R \leq 0,000013$
$\geq 0,996256 \quad , 10.000 \leq X$
$\geq 0,997500 \quad , 50.000 \leq X$

$F_{0,0075}(X) = 0,992528 + 0,007444\ S(X) + R , \quad R \leq 0,000028$
$\geq 0,994389 \quad 10.000 \leq X$
$\geq 0,996250 \quad 50.000 \leq X$

$F_{0,1}(X) = 0,990050 + 0,009900\ S(X) + R, \quad R \leq 0,000050$
0,01 $\geq 0,992525 \quad 10.000 \leq X$
$\geq 0,995000 \quad 50.000 \leq X$

$$
\begin{aligned}
F_{0,015}(X) &= 0{,}985112 + 0{,}014777\ S(X) + R\,, && R \leq 0{,}000111 \\
&\geq 0{,}988806 && 10.000 \leq X \\
&\geq 0{,}992501 && 50.000 \leq X
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F_{0,02}(X) &= 0{,}980199 + 0{,}019604\ S(X) + 0{,}000196\ S^{2*}(X) + R\,, && R \leq 0{,}000001 \\
&\geq 0{,}985112 && 20.000 \leq X \\
&\geq 0{,}990013 && 50.000 \leq X
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F_{0,03}(X) &= 0{,}970446 + 0{,}029113\ S(X) + 0{,}000437\ S^{2*}(X) + R\,, && R \leq 0{,}000004 \\
&\geq 0{,}977751 && 20.000 \leq X \\
&\geq 0{,}985030 && 50.000 \leq X
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F_{0,04}(X) &= 0{,}960789 + 0{,}038432\ S(X) + 0{,}000769\ S^{2*}(X) + R\,, && R \leq 0{,}000010 \\
&\geq 0{,}970445 && 20.000 \leq X \\
&\geq 0{,}980053 && 50.000 \leq X
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F_{0,06}(X) &= 0{,}941765 + \overset{056\ 506}{0{,}05606}\ S(X) + 0{,}001695\ S^{2*}(X) + R\,, && R \leq 0{,}000034 \\
&\geq 0{,}9\overset{5}{\cancel{9}}5998 && 20.000 \leq X \\
&\geq 0{,}970124 && 50.000 \leq X
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
F_{0,08}(X) &= 0{,}923116 + 0{,}073849\ S(X) + 0{,}002954\ S^{2*}(X) + R\,, && R \leq 0{,}000081 \\
&\geq 0{,}941763 && 20.000 \leq X \\
&\geq 0{,}960226 && 50.000 \leq X.
\end{aligned}
$$

Edellä olevia arvoja käyttäen saadaan lasketuksi, että

$F(20.000) \geq 0{,}985201$ ja $F(50.000) \geq 0{,}990023$

Toisaalta on

$$(1.3)\quad P\left\{1{,}05\ T_{min} + \sqrt{1{,}05}(P-X) \geq 0\right\} = P\left\{\sqrt{1{,}05}\ T_{min} + P \geq x\right\} = F(\sqrt{1{,}05}\ T_{min} + P)$$

Edellä olevasta sekä määritelmäyhtälöistä saadaan

$$(1.4)\quad \sqrt{1{,}05}\ T_{min} + P \approx 50.000.$$

Kun otetaan huomioon, että $P = n \cdot m$ ja $m = 90.000$, saadaan ratkaisu

$T_{min} = 48.200/\sqrt{1{,}05} = 47.039$ (pyöristys ylöspäin).

2. Tasoitusvarauksen minimi NP-menetelmällä

NP -menetelmän kaava on

$$(2.1)\quad U = \left\{ y_\varepsilon + \frac{\gamma_1}{6}(y_\varepsilon^2 - 1)\right\} \alpha \sqrt{n\alpha_2 + n^2m^2V_q}$$

Kun kaavaa 1.2 sovelletaan tasoitusvarauksen minimiin, saadaan yhtälö

$$(2.2)\quad 1{,}0247\ T_{min} = \{2{,}3+0{,}715\,\gamma_1\}\sqrt{n\alpha_2 + n^2m^2V_q}.$$

Edellä on $y_{0,99} = 2{,}3$, $V_q = 0{,}753$ (0,829) struktuurifunktion varianssi ja γ_1 vinous, joka voidaan laskea kaavasta

$$(2.3)\quad \gamma_1 = \frac{n\alpha_2 + 3n^2m\,\alpha_2V_q + n^3m^3\int_0^\infty (q-1)^3dU(q)}{(n\alpha_2 + n^2m^2V_q)^{1,5}}$$

Kun $\alpha_2 = 1{,}315\cdot 10^{10}$, $\int_0^\infty (q-1)^3dU(q) = 1{,}436$ ja $\alpha_3 = 2.281{,}5\cdot 10^{12}$, saadaan vinoudelle arvo 10,8. Vinous ylittää selvästi tasoitusvarausohjeiden edellyttämän 2,5. Yhtälö 2.2 saadaan kuitenkin muotoon

$$(2.4)\quad T_{min} = 10{,}022\cdot 16.292{,}3/1.0247 = 159.350.$$

Kun jakauman vinous on liian suuri, antaa Np-menetelmä odotetusti liian suuren arvon.

3. Tasoitusvarauksen maksimi, tarkka lasku

Tasoitusvarauksen maksimi lasketaan kaavasta

$$(3.1)\quad P\left\{1{,}05^5\,T_{max} + \sum_{t=1}^{5} 1{,}05^{5,5-t}(P^t - X^t) \geq 0\right\} = 0{,}99.$$

Laskemalla numeroarvot päästään kaavaan

$$(3.2)\quad P\left\{1.2763\,T_{max} + 10.191{,}76 - X_r \geq 0\right\} = 0{,}99, \text{ missä}$$

$$X_r = 1.2455\,X_1 + 1{,}1862X_2 + 1{,}1297X_3 + 1.0759X_4 + 1.0247X_5.$$

Muuttujalla X_r on poisson-jakauma, missä n = 0,1 ja S-funktiot ovat seuraavat:

$S^o = 1$

$S^1 = X$	10.247	10.759	11.297	11.862	12.455	51.235	53.795	56.485	59.310	62.27
S(X)	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
X	102.470	107.590	112.970	118.620	124.550	204.940	215.180	225.940	237.240	249.10
S(X)	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1

$S^{2*} = X$	24.910	74.730	124.550	186.825	225.940	236.699	237.240
S(X)	0,0025	0,0075	0,25	0,5	0,5625	0,6075	0,6150

Funktiosta S^{2*} on otettu mukaan vain muutama askel; kaikkiaan niitä on noin 200.

Seuraavaksi lasketaan F_{nq}- funktiot ja niiden arvoja yhtälön F(X) = 0,99 ratkaisemiseksi.

$F_{0,025}(X) = 0,97531 + 0,02438\ S(X) + 0,0003\ S^{2*}(X) + R, \quad R \leq 0,00001$
$\leq 0,99743 \qquad 236.699 \leq X$
$\leq 0,99866 \qquad 237.240 \leq X$

$F_{0,0375}(X) = 0,96319 + 0,03612\ S(X) + 0,00068\ S^{2*}(X) + R, \quad R \leq 0,00001$
$\leq 0,99612 \qquad 236.699 \leq X$
$\leq 0,99793 \qquad 237.240 \leq X$

$F_{0,05}(X) = 0,95123 + 0,04756\ S(X) + 0,00119\ S^{2*}(X) + R, \quad R \leq 0,00002$
$\leq 0,99477 \qquad 236.699 \leq X$
$\leq 0,99716 \qquad 237.240 \leq X$

$F_{0,075}(X) = 0,92774 + 0,06958\ S(X) + 0,00261\ S^{2*}(X) + R, \quad R \leq 0,00007$
$\leq 0,99202 \qquad 236.699 \leq X$
$\leq 0,99552 \qquad 237.240 \leq X$

$F_{0,1}(X) = 0,90484 + 0,09048\ S(X) + 0,00452\ S^{2*}(X) + R, \quad R \leq 0,00015$
$\leq 0.98916 \qquad 236.699 \leq X$
$\leq 0,99373 \qquad 237.240 \leq X$

$F_{0,15}(X) = 0.86071 + 0,12911\ S(X) + 0,00968\ S^{2*}(X) + R, \quad R \leq 0,00050$
$\leq 0,98329 \qquad 236.699 \leq X$
$\leq 0,98982 \qquad 237.240 \leq X$

$$F_{0,2}(X) = 0,81873 + 0,16375\ S(X) + 0,01637\ S^{2*}(X) + R, \qquad R \leq 0,00115$$
$$\leq 0,97720 \qquad 236.699 \leq X$$
$$\leq 0,98551 \qquad 237.240 \leq X$$

$$F_{0,3}(X) = 0,74082 + 0,22225\ S(X) + 0,03334\ S^{2*}(X) + R, \qquad R \leq 0,00359$$
$$\leq 0,96469 \qquad 236.699 \leq X$$
$$\leq 0,97605 \qquad 237.240 \leq X$$

$$F_{0,4}(X) = 0,67032 + 0,26813\ S(X) + 0,05363\ S^{2*}(X) + R, \qquad R \leq 0,00793$$
$$\leq 0,95214 \qquad 236.699 \leq X$$
$$\leq 0,96596 \qquad 237.240 \leq X.$$

Edellä olevista arvoista saadaan kokonaisvahinkomenolle arviot

$$F(236.699) \leq 0,98884 \text{ ja}$$
$$F(237.240) \leq 0,99309.$$

Toisaalta saadaan, asetamalla R=0, arvio $0,99245 \leq F(237.240)$. Tämän perusteella saadaan T_{max} lasketuksi.

$$1,2763\ T_{max} + 10.192 = 237.000 \text{ eli}$$
$$T_{max} \approx 177.700.$$

4. Tasoitusvarauksen maksimi NP-menetelmällä

Tasoitusvarauksen maksimi NP-menetelmällä lasketaan samoin kuin edellä minimi kaavalla

$$(4.1) \quad 1.2763\ T_{max} = \left\{ y + (y^2-1)\frac{\gamma_1}{6} \right\} \sqrt{n\alpha_2 + n^2m^2V_q}, \quad \text{missä}$$

$$(4.2) \quad \gamma_1 = \frac{n\alpha_3 + 3n^2m\alpha_2V_q + n^3m^3\int_0^\infty (q-1)^3dU(q)}{(n\alpha_2 + n^2m^2V_q)^{1,5}}$$

Numeroarvot ovat

$n = 0,1$

$m = 101.916$

$V_q = 0,753$

$\int_0^\infty (q-1)^3dU(q) = 1,437$

$\alpha_2 = 16.938,07 \cdot 10^6$

$$n\alpha_2 = 1.693,807 \cdot 10^6$$

$$n^2m^2V_q = 78,213 \cdot 10^6$$

$$\sqrt{n\alpha_2 + n^2m^2V_q} = 42.095$$

$$y = 2,3$$

$$\alpha_3 = 3.377,262 \cdot 10^{12}$$

$$\gamma_1 = \frac{378.242 \cdot 10^9}{74.594 \cdot 10^9} = 5,071.$$

Sijoittamalla arvot kaavaan saadaan yhtälö

$$1.2763 \cdot T_{max} = 249.436 \quad \text{eli} \quad T_{max} = 195.437.$$

Tällä kertaa vinous on pienempi kuin minimiä laskettaessa ja samaten tulokset sopivat paremmin yhteen.