WORKING PAPERS ISSN 0781-4410

SUOMEN AKTUAARIYHDISTYS
The Actuarial Society of Finland

6

Heikki Bonsdorff

LAKISÄÄTEISEN TAPATURMAVAKUUTUKSEN TÄYSYKSILÖLLISESTÄ ERIKOISTARIFFISTA (1982)

Sisällys

1. Johdanto

Työn tarkoituksena on tutkia lakisääteisen tapaturmavakuutuksen täysyksilöllistä erikoistariffia. Osoittautuu, että tariffi ei toimi korrektisti. Se johtaa useassa tapauksessa liian alhaisiin vakuutusmaksuihin ja saattaa aiheuttaa vakuutusyhtiöille huomattavia tappioita. Lisäksi malliin liittyy eräitä muita epätyydyttäviä piirteitä.

Lakisääteisessä tapaturmavakuutuksessa noudatetaan pienehköillä vastuilla pääsääntöisesti ns. *taulustomaksuja*, joiden maksupromillet johdetaan työnlaaduttain valtakunnallisesta vahinkotilastosta. Vastuu on pakollisesti *erikoistariffoitava*, jos kolmen edellisen vuoden vakuutusmaksut ylittävät tietyt vuosittain vahvistettavat rajat(Vrt. [4]). Erikoistariffoinnissa otetaan maksua määrättäessä huomioon vakuutuksenottajan oma vahinkotilasto. Erikoistariffimuotoja on viisi ja ne ovat osittain vakuutuksenottajan vapaasti valittavissa. Erityisesti *täysyksilöllisen tariffin* voivat periaatteessa valita kaikki sellaiset erikoistariffoitavat vastuut, joissa työ on vuodesta toiseen jatkuvaa.

Täysyksilöllisessä erikoistariffissa vakuutusmaksu määräytyy vakuutuksenottajan oman vahinkotilaston ja maksaman palkkasumman perusteella. Tariffointitavan tarkoituksena on paljolti se, että kukin vakuutuksenottaja pitkällä tähtäimellä maksaa itse omat vahinkonsa vakuutuksen tasoittaessa vahinkojen vaikutusta eri vuosille. Tällaisen tariffointitavan voidaan arvella edistävän ennalta ehkäisevää tapaturman torjuntatyötä.

Työn toisessa luvussa selvitetään täysyksilöllisen tariffin rakenne. Kolmannessa luvussa käsitellään tariffia analyyttisesti. Aluksi osoitetaan esimerkin avulla, että eräällä vahinkomenon jakaumalla *maksupromille* (s.o. vakuutusmaksu promilleina vakuutuksenottajan maksamasta palkkasummasta) lähenee nollaa todennäköisyydellä yksi. Tämän jälkeen tarkastellaan lyhyesti minkä tyyppisillä vahinkomenon jakaumilla vakuutusmaksut jäävät liian pieniksi. Lisäksi osoitetaan, että suuren vahingon sattuessa saattaa syntyä tilanne, jossa lisävahingot eivät missään tapauksessa korota vakuutusmaksuja, mutta saattavat niitä alentaa. Lopuksi huomautetaan eräistä muista tariffiin liittyvistä epäkohdista.

Neljännessä luvussa tarkastellaan tariffia simuloimalla satunnaislukugeneraattorilla erilaisia vahinkomenon jakaumia. Osoittautuu, että useilla jakaumilla tariffi johtaa oikeaan maksutasoon. Sen sijaan maksutaso jää liian alhaiseksi sellaisissa tapauksissa, joissa esiintyy merkittävä mahdollisuus keskimääräistä huomattavasti suurempiin vahinkoihin.

Viidennessä luvussa tutkitaan Pohjolan täysyksilöllisen tariffin vakuutuskantaa vuosilta 1970-1979. Pyrkimyksenä on selvittää, onko tariffimalli aiheuttanut tappiota vakuutusyhtiölle. Tarkastelussa on kiinnitettävä huomiota vahinkokehityksessä esiintyvän suhdannevaihtelun merkitykseen ja malliin v. 1973 tehtyjen muutosten vaikutukseen. Osoittautuu, että v. 1973 tehdyillä muutoksilla on ilmeisesti korkeintaan vähäinen maksutasoa korottava vaikutus. Koska tariffin kannattavuus on parempi laskevan kuin nousevan vahinkokehityksen aikana, on vahinkokehityksen suhdannevaihtelu otettava huomioon kannattavuutta arvioitaessa. Tarkastelusta käy ilmi, että tariffi on aineiston osalta ollut kyseiseltä ajalta keskimäärin tappiollinen, vaikka sen vallinneiden suhdanteiden takia olisi pitänyt olla voitollinen.

Lopuksi suositellaan nykyisen täysyksilöllisen tariffimallin korjaamista. Työ rajautuu nykyiseen mallin arviointiin, eikä sisällä ehdotusta uudeksi.

2. Maksun määräytyminen täysyksilöllisessä tariffissa

Seuraavassa esitetään maksun määräytymisen olennaiset piirteet nykyisessä täysyksilöllisessä tariffissa. Tarkempien yksityiskohtien osalta viitataan Tapaturmavakuutusyhtiön muistioon [4]. *Ellei erikseen mainita tai asiayhteydestä käy ilmi, tarkoitetaan tässä työssä täysyksilöllisellä tariffilla aina nykyistä mallia.*

Vakuutusmaksu ilman *valtion lisää* saadaan kertomalla yrityksen palkkasumma kyseisen vastuun maksupromillen tuhannesosalla. (Jos siis promilleluku on esimerkiksi 12, palkkasumma kerrotaan luvulla 0,012.) Valtion lisä vahvistetaan vuodeksi kerrallaan ja se on aina jokin prosenttiosuus kokonaismaksusta. *Nettovakuutusmaksuksi* sanotaan maksua, jossa ei ole mukana vakuutusyhtiön *hoitokuluja* eikä valtion lisää. Hoitokulujen osuus riippuu

vakuutusmaksun suuruudesta. Vuonna 1981 ne ovat vähintään 12,5 % ja enintään 24 % vakuutusmaksusta, jossa ei ole valtion lisää.

Maksupromille määräytyy seuraavasti: Asetetaan ensin *maksupromillen alkuarvo*, jota sovelletaan pääsääntöisesti kolme ensimmäistä vuotta. Tämän jälkeen maksupromillea tarkistetaan vuosittain ensin kolmen, sitten neljän ja tästä eteenpäin aina viiden edellisen vuoden nettovakuutusmaksujen ja korvausmenojen vertailun perusteella. Viideltä (kolmelta, neljältä) edelliseltä vuodelta muodostetaan kultakin *vahinkosuhde*, s.o. korvausmenon suhde nettovakuutusmaksuun. Näistä vahinkosuhteista otetaan punnittu keskiarvo, jota sadalla kerrottuna sanotaan *menoprosentiksi*. Punnukset ovat

	viideltä	vuodelta	-0,2	0	0,2	0,4	0,6 ,
(1)	neljältä	"		-0,1	0,133	0,367	0,6 ,
	kolmelta	"			0,034	0,333	0,633.

Maksupromillen vuosittainen tarkistus tapahtuu siten, että maksupromillea korotetaan, jos menoprosentti on yli sadan ja alennetaan, jos se on alle sadan ns. *muutosprosentin* mukaisesti. Vakuutusmaksun suuruusluokasta riippuen muutosprosentti saadaan taulukosta 1 (s. 4) menoprosentin funktiona. Jos esimerkiksi pienimmässä maksuluokassa menoprosentti on 60, on muutosprosentti -4 ja promillelukua alennetaan 4 %. Jos siis promilleluku on ollut esimerkiksi 10, se muuttuu 9,6:ksi.

Huomattakoon, että menoprosentti voi tietysti olla negatiivinenkin. Muutosprosentti saadaan tällöin taulukon 1 ensimmäiseltä riviltä. Taulukon vasemman puoleisen sarakkeen ensimmäiselle riville on tehty tähän liittyvä korjaus. Sivulla 5 on esimerkki vakuutusmaksun laskemisesta.

Huom! Koska täysyksilöllisessä tariffissa työt ovat vuodesta toiseen jatkuvia, on vakuutuksenottajan maksama palkkasumma joka vuodelta nollasta eriävä. Maksupromillen alkuarvokin on luonnollisesti aina positiivinen, joten myös vakuutusmaksut ovat kaikilta vuosilta nollasta eriäviä ja vahinkosuhteet siis määriteltyjä.

TAPATURMAVAKUUTUSYHDISTYS

TAULUKKO 1

TÄYSYKSILÖLLISEN MAKSUJÄRJESTELMÄN MENOPROSENTTITAULUKKO

		Tilastokauden vakuutusmaksujen summa 1000 mk									
yli		105	210	315	420	525	630	735	840	945	1 050
enintään	105	210	315	420	525	630	735	840	945	1 050	
meno-%	MUUTOS-PROSENTTI %-luku,	jonka mukaan maksuerä alennetaan tai korotetaan									
≤5	- 9,5	10,9	12,4	13,8	15,2	16,6	18,1	19,5	20,9	22,3	23,8
6- 10	- 9,0	10,4	11.7	13,1	14,4	15,8	17,1	18,5	19,8	21,2	22,5
11- 15	- 8,5	9,8	11,1	12,3	13,6	14,9	16,2	17,4	18,7	20,0	21,3
16- 20	- 8,0	9,2	10,4	11,6	12,8	14,0	15,2	16,4	17,6	18,8	20,0
21- 25	- 7,5	8,6	9,8	10,9	12,0	13,1	14,3	15,4	16,5	17,6	18,8
26- 30	- 7,0	8,1	9,1	10,2	11,2	12,3	13,3	14,4	15,4	16,5	17,5
31- 35	- 6,5	7,5	8,5	9,4	10,4	11,4	12,4	13,3	14,3	15,3	16,3
36- 40	- 6,0	6,9	7,8	8,7	9,6	10,5	11,4	12,3	13,2	14,1	15,0
41- 45	- 5,5	6,3	7,2	8,0	8,8	9,6	10,5	11,3	12,1	12,9	13,8
46- 50	- 5,0	5,8	6,5	7,3	8,0	8,8	9,5	10,3	11,0	11,8	12,5
51- 55	- 4,5	5,2	5,9	6,5	7,2	7,9	8,6	9,2	9,9	10,6	11,3
56- 60	- 4,0	4,6	5,2	5,8	6,4	7,0	7,6	8,2	8,8	9,4	10,0
61- 65	- 3,5	4,0	4,6	5,1	5,6	6,1	6,7	7,2	7,7	8,2	8,8
66- 70	- 3,0	3,5	3,9	4,4	4,8	5,3	5,7	6,2	6,6	7,1	7,5
71- 75	- 2,5	2,9	3,3	3,6	4,0	4,4	4,8	5,1	5,5	5,9	6,3
76- 80	- 2,0	2,3	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,4	4,7	5,0
81- 85	- 1,5	1,7	2,0	2,2	2,4	2,6	2,9	3,1	3,3	3,5	3,8
86- 90	- 1,0	1,2	1,3	1,5	1,6	1,8	1,9	2,1	2,2	2,4	2,5
91- 95	- 0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,2	1,3
96-100	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
101-105	+ 0,5	0,6	0,7	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,2	1,3
106-110	+ 1,0	1,2	1,3	1,5	1,6	1,8	1,9	2,1	2,2	2,4	2,5
111-115	+ 1,5	1,7	2,0	2,2	2,4	2,6	2,9	3,1	3,3	3,5	3,8
116-120	+ 2,0	2,3	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,4	4,7	5,0
121-125	+ 2,5	2,9	3,3	3,6	4,0	4,4	4,8	5,1	5,5	5,9	6,3
126-130	+ 3,0	3,5	3,9	4,4	4,8	5,3	5,7	6,2	6,6	7,1	7,5
131-135	+ 3,5	4,0	4,6	5,1	5,6	6,1	6,7	7,2	7,7	8,2	8,8
136-140	+ 4,0	4,6	5,2	5,8	6,4	7,0	7,6	8,2	8,8	9,4	10,0
141-145	+ 4,5	5,2	5,9	6,5	7,2	7,9	8,6	9,2	9,9	10,6	11,3
146-150	+ 5,0	5,8	6,5	7,3	8,0	8,8	9,5	10,3	11,0	11,8	12,5
151-155	+ 5,5	6,3	7,2	8,0	8,8	9,6	10,5	11,3	12,1	12,9	13,8
156-160	+ 6,0	6,9	7,8	8,7	9,6	10,5	11,4	12,3	13,2	14,1	15,0
161-165	+ 6,5	7,5	8,5	9,4	10,4	11,4	12,4	13,3	14,3	15,3	16,3
166-170	+ 7,0	8,1	9,1	10,2	11,2	12,3	13,3	14,4	15,4	16,5	17,5
171-175	+ 7,5	8,6	9,8	10,9	12,0	13,1	14,3	15,4	16,5	17,6	18,8
176-180	+ 8,0	9,2	10,4	11,6	12,8	14,0	15,2	16,4	17,6	18,8	20,0
181-185	+ 8,5	9,8	11,1	12,3	13,6	14,9	16,2	17,4	18,7	20,0	21,3
186-190	+ 9,0	10,4	11,7	13,1	14,4	15,8	17,1	18,5	19,8	21,2	22,5
191-195	+ 9,5	10,9	12,4	13,8	15,2	16,6	18,1	19,5	20,9	22,3	23,8
196-200	+10,0	11,5	13,0	14,5	16,0	17,5	19,0	20,5	22,0	23,5	25,0
201-205	+10,5	12,1	13,7	15,2	16,8	18,4	20,0	21,5	23,1	24,7	26,3
206-210	+11,0	12,7	14,3	16,0	17,6	19,3	20,9	22,6	24,2	25,9	27,5
211-215	+11,5	13,2	15,0	16,7	18,4	20,1	21,9	23,6	25,3	27,0	28,8
216-220	+12,0	13,8	15,6	17,4	19,2	21,0	22,8	24,6	26,4	28,2	30,0
221-225	+12,5	14,4	16,3	18,1	20,0	21,9	23,8	25,6	27,5	29,4	31,3
226-230	+13,0	15,0	16,9	18,9	20,8	22,8	24,7	26,7	28,6	30,6	32,5
231-235	+13,5	15,5	17,6	19,6	21,6	23,6	25,7	27,7	29,7	31,7	33,8
236-240	+14,0	16,1	18,2	20,3	22,4	24,5	26,6	28,7	30,8	32,9	35,0
241-245	+14,5	16,7	18,9	21,0	23,2	25,4	27,6	29,7	31,9	34,1	36,3
246-	+15,0	17,3	19,5	21,8	24,0	26,3	28,5	30,8	33,0	35,3	37,5

ESIMERKKI VAKUUTUSMAKSUN LASKEMISESTA

Laskelma menoprosentista ja lopullisesta vakuutusmaksuerästä vuodelle 1975 sosiaali- ja terveysministeriön 29.12.1973 vahvistamien täysyksilöllisen erikoismaksujärjestelmän vakuutusmaksun laskuperusteiden mukaisesti:

Vuosi t	1970	1971	1972	1973	1974
Vakuutusmaksu					
kannettu mk	91273	105.870	133.584	169.771	217.839
valtionlisä % [1]	12,25	12,75	14,25	14,80	13,90
varsin. vak. maksu P'_t mk	80.092	92.372	114806	144.645	187.559
hoitokustannus %	15	15	15	15	15
nettomaksu T_t mk	68.078	78.516	97.585	122.948	159.425
Korvausmeno mk					
selvitetyt korv.	143216	124.984	43878	110.856	89.562
varaukset tunnetuista	—	—	—	50.916	4.509
" tuntemattom. [2]					33.761
yhteensä	143.216	124.984	43.878	161.772	127.832
Vahinkosuhde %	210	159	45	132	80
punnus	- 0,2	0	+ 0,2	+ 0,4	+ 0,6

Menoprosentti 68 Viiden vuoden vak.maksusumma 1.000 mk 619

Vakuutusmaksun muutos taulukon mukaan = MUUTOSPROSENTTI -7,5 %

Vuoden 1974 lopullinen maksuerä ilman valtionlisää = MAKSUPROMILLE 22,41 o/oo

" 1975 " " " " — " — 20,73 o/oo

" 1975 lopullinen maksuerä lisättynä v:lle 1975 vahvistetulla valtionlisällä 15,9 % bruttovakuutusmaksusta 24,65 o/oo

[1] vuodeksi kerrallaan vahvistettava, tapaturmavakuutusmaksuihin sisällytettävä lisä valtiolle tapaturmavakuutuslain 58 §:n mukaisesti suoritettavaa maksua varten ynnä tapaturmakorvausten palkkatasoon sitomisesta johtuvaa maksua ja tapaturmavakuutuslain 35 §:n mukaisesti kannettavaa työturvallisuusmaksua varten.

[2] $0{,}18 \cdot P'_{1974}$

HUOM! TAULUKON 1 SARAKKEIDEN RAJOIHIN TEHDÄÄN VUOSITTAIN INFLAATIOTARKISTUS!

3. Eräitä täysyksilöllisen tariffin heikkouksia

Seuraavan esimerkin tarkoituksena on valaista tariffimallin käyttäytymistä, kun vahinkomenon jakauma on vino. Käytetty jakauma ei sellaisenaan esiinny tapaturmavakuutuksessa.

Esimerkki 1. Tarkastellaan tilannetta, jossa vuotuiset vahinkomenot ovat riippumattomia ja noudattavat jakaumaa:

Todennäköisyydellä 0,95 vahinkoa ei tapahdu,

" 0,05 tapahtuu a mk:n suuruinen vahinko.

Näytämme, että vuodelta n määräytyvä maksupromille V_n lähenee nollaa todennäköisyydellä 1 riippumatta alkuarvosta v_o. Oletamme yksinkertaisuuden vuoksi, että vuonna 0 on kulunut vähintään kolme vuotta vakuutuksen voimaan astumisesta. Olkoon Y_n = niiden vuosien lukumäärä, joina on sattunut vahinko aikavälillä vuoden 1 alusta vuoden n loppuun. Tavasta, jolla maksupromille lasketaan, seuraa, että aina kun kolme edellistä vuotta ovat olleet vahingottomia, maksupromille alenee ainakin 9,5 %, s.o. tulee kerrotuksi luvulla, joka on korkeintaan 0,905. Muina vuosina maksupromille voi nousta kullakin kerralla korkeintaan 1,375-kertaiseksi. Näitä muita vuosia voi olla korkeintaan 3Yn + 2 kappaletta. (Vrt. kuva 1 s. 20). Siis

$$(2) \qquad V_n \le v_o(1{,}375)^{3Y_n+2} \times (0{,}905)^{n-3Y_n-2} =$$

$$v_o(1{,}375)^2 \times (0{,}905)^{-2} \times (1{,}375)^{3Y_n} \times (0{,}905)^{n-3Y_n} <$$

$$3v_o(1{,}375)^{3Y_n} \times (0{,}905)^{n-3Y_n} = 3v_o\left[(1{,}375)^{3\frac{Y_n}{n}} \times (0{,}905)^{1-3\frac{Y_n}{n}}\right]^n .$$

Suurten lukujen lain vahvan muodon perusteella $\frac{Y_n}{n}$ suppenee todennäköisyydellä yksi kohti lukua 0,05. Valitaan mielivaltainen prosessin (Y_n) realisaatio, jolla suppeneminen toteutuu. Tällöin kun n on kyllin suuri,

$$\frac{Y_n}{n} \le 0{,}055 ,$$

joten

$$(3) \qquad 3\,\frac{Y_n}{n} \leq 0{,}165 < \frac{1}{6}\,.$$

Siis epäyhtälöistä (2) ja (3) seuraa, että

$$V_n \leq 3v_o\left[(1{,}375)^{\frac{1}{6}} \times (0{,}905)^{\frac{5}{6}}\right]^n = 3v_o\left[(1{,}375) \times (0{,}905)^5\right]^{\frac{n}{6}} <$$

$$3v_o\,(0{,}84)^{\frac{n}{6}} < 3v_o\,(0{,}98)^n \to 0, \text{ kun } n \to \infty.$$

Huom! Yksinkertaisilla laskuilla voidaan todeta, että jos edellisessä esimerkissä vuotuisilla palkkasummilla on kiinteä alaraja $L > 0$, ovat V_n:t tasaisesti rajoitettuja. Koska edellisen perusteella $\lim_n V_n = 0$ m.v., pätee tällöin myös $EV_n \to 0$, kun $n \to \infty$.

Edellisestä esimerkistä näemme, että jos vuotuisen vahinkomenon jakauma on sellainen, että huomattavasti keskiarvoa suuremman vahinkomenon todennäköisyys on merkittävä, vakuutusmaksut jäävät liian pieneksi. Tämä johtuu taulukossa 1 esiintyvästä katkaisusta 246:n kohdalla. Katkaisusta seuraa, että muutosprosentti on rajoitettu olipa menoprosentti kuinka suuri hyvänsä. Tämän vuoksi suurvahinkojen vaikutus jää tariffissa liian vähäiseksi.

Tarkastelemme seuraavaksi menoprosentin laskemisessa käytettäviä punuksia (1). Siirtymävaiheen jälkeen käytetään kertoimia

-0,2 0 0,2 0,4 0,6.

Kiinnitämme huomiota eräisiin piirteisiin, jotka negatiivinen kerroin -0,2 tuo malliin verrattuna tilanteeseen, jossa kaikki kertoimet olisivat positiivisia, esimerkiksi kaikki olisivat 0,2. Käytämme nykymallista nimitystä M1 ja viimeksi mainitusta M2.

Teemme seuraavat havainnot:

1° Mallissa M1 kestää suuren vahingon vaikutus maksua korottavana korkeintaan kolme vuotta, jonka jälkeen vaikutus viidentenä vuonna on maksua alentava. Jos vahinko on riittävän suuri, ei maksua korottava vaikutus mallissa M1 kolmen ensimmäisen vuoden aikanakaan ylitä mallissa M2 esiintyvää vaikutusta.

2° Mallissa M2 esiintyy muutosprosentin laskemisessa katkaisu myös alhaalta päin 0:n kohdalla, joka vaimentaa 246:n kohdalla tapahtuvan yläkatkaisun vaikutusta maksun kehitykseen. Eräissä tapauksissa saattaa alakatkaisun maksua korottava vaikutus olla jopa suurempi kuin yläkatkaisun maksua alentava vaikutus.

3° Negatiivinen kerroin tuo mukanaan mahdollisuuden, että eräissä tilanteissa lisävahingot eivät missään tapauksessa korota vakuutusmaksuja, mutta saattavat niitä myöhemmin alentaa. Tarkastelemme tätä esimerkin valossa.

Esimerkki 2. Oletetaan, että vuosien -4, -3, -2 ja -1 nettovakuutusmaksut ja vahinkomenot ovat kunakin vuonna olleet a mk ja että vuonna 0 tapahtuu 13,5 a mk:n suuruinen vahinko. Merkitään S_k:lla vuodelta k määräytyvän menoprosentin sadasosaa ja R_k:lla vuoden k vahinkosuhdetta. Tarkastellaan S_k:n kehitystä. Saadaan

$$S_o = 0,6 \cdot 13,5 + 0,4 + 0,2 - 0,2 = 8,5$$

$$S_1 \geq 0,4 \cdot 13,5 + 0,2 - 0,2 = 5,4$$

$$S_2 \geq 0,2 \cdot 13,5 - 0,2 = 2,5.$$

Oletetaan, että vakuutuksenottajalle tapahtuu vuonna 0 lisävahinko ah mk, $h \geq 0$. Koska $S_i \geq 2,5$, kun $i = 0, 1, 2$, vakuutusmaksut vuosille 1, 2 ja 3 kasvavat maksimaalisesti ilman lisävahinkoakin. Näin ollen ovat mainittujen vuosien vakuutusmaksut samat lisävahingoista riippumatta. Täten myös vahinkosuhteet R_1, R_2 ja R_3 ovat riippumattomia h:sta. Siis

$$S_3 = 0,6\ R_3 + 0,4\ R_2 + 0,2\ R_1 - 0,2$$

on riippumaton h:sta, joten myös maksut vuodelle 4 ovat samat lisävahingosta riippumatta. Täten myös R_4 on riippumaton h:sta. Saadaan

$$S_4 = 0,6\ R_4 + 0,4\ R_3 + 0,2\ R_2 - 0,2 \times (13,5 + h) =$$

$$0,6\ R_4 + 0,4\ R_3 + 0,2\ R_2 - 2,7 - 0,2h.$$

Muuttuja S_4 on siis sitä pienempi mitä suurempi lisävahinko h on. Jos

a) $$0{,}6\ R_4 + 0{,}4\ R_3 + 0{,}2\ R_2 - 2{,}7 > 0,$$

lisävahinko alentaa vakuutusmaksua vuodelle 5. Jos sen sijaan

b) $$0{,}6\ R_4 + 0{,}4\ R_3 + 0{,}2\ R_2 - 2{,}7 \leq 0,$$

lisävahingolla ei ole vaikutusta vakuutusmaksuun vuodelle 5.

Myöhempien vuosien menoprosenttiin ei vuoden 0 tapahtumilla ole suoranaista vaikutusta. Vaihtoehdossa b) ei siis lisävahingolla ole vaikutusta vakuutusmaksuihin. Sen sijaan vaihtoehdossa a) lisävahinko aiheuttaa vuodelle 5 alennuksen maksuun, joka vaikuttaa, tosin vaimentuen, jatkuessakin maksuja alentavana.

Todettakoon, että ylläkuvatunlaisia tilanteita esiintyy käytännössä. Hyvin stabiilin vahinkokehityksen jälkeen on ilmennyt jopa yli 3000 %:n vahinkosuhteita.

Täysyksilöllisen erikoistariffin laskentatapa johtaa näennäisestä yksinkertaisuudestaan huolimatta komplisoituun malliin, jonka analyyttinen hallitseminen on vaikeaa. Tämän vuoksi tutkimme mallia seuraavassa luvussa simuloinnin avulla. Todettakoon, ettei nykyistä laskentamallia saa korrektiksi poistamalla esimerkiksi muutosprosentin laskemisessa käytetyt katkaisut tai menoprosentin laskemisessa esiintyvä negatiivinen kerroin. Jos esimerkiksi poistetaan katkaisut säilyttäen kertoimet ennallaan, malli käyttäytyy esimerkissä 1 kuvatun vahinkoprosessin tapauksessa seuraavasti: Ensimmäistä vahinkoa saadaan usein odottaa pitkään, minkä johdosta maksu painuu alas. Kun vahinko sitten sattuu, on vahinkosuhde erittäin suuri. Kun tämän vahinkosuhde neljän vuoden kuluttua kerrotaan -0,2:llä ja kun tällöin muut menoprosentin laskemisessa käytettävät kertoimet ovat suurella todennäköisyydellä nollia, saadaan menoprosentiksi luku, joka on huomattavasti alle nollan. Kyseinen menoprosentti voi olla niin pieni, että kun sen perusteella määrätään muutosprosentti, saadaan tulokseksi luku, joka on <-100. Tämä johtaa luonnollisesti mahdottomuuteen. Jos taas poistetaan sekä katkaisu että negatiivinen kerroin, tapahtuu aluksi kuten edellä ja saadaan eräälle vuodelle suuri vahinkosuhde. Tämän jälkeen on suuren vahinkosuhteen johdosta useana vuonna peräkkäin niin suuri muutosprosentti, että päädytään ylisuuriin vakuutusmaksuihin.

Huomattakoon, että Simberg [3] on viitannut taulukossa 1 esiintyvän

kaltaisen (ylä)katkaisun maksuja alentavaan vaikutukseen ns. *eksponentiaalisen tasoituksen* mallissa. Eksponentiaalisessa tasoituksessa saadaan nettovakuutusmaksu vuodelle n P_n kaavasta

$$P_n = \alpha X_{n-1} + (1 - \alpha)P_{n-1} ,$$

missä P_{n-1} on nettovakuutusmaksu vuodelle n-1, X_{n-1} on vuoden n-1 vahinkomeno ja α vakio, $0 < \alpha < 1$. Eksponentiaalinen tasoitus on huomattavasti helpommin hallittavissa kuin täysyksilöllinen tariffi. Eksponentiaalista tasoitusta ja sen erilaisia variantteja käsitellään esimerkiksi lähteessä Brown [1].

Huomautamme vielä lopuksi kahdesta tariffiin liittyvästä epäkohdasta. Viittaamme säännösten osalta Tapaturmavakuutusyhdistyksen muistioon [4] (s. 9, kohta 3 ja s. 1, kohta 5).

1° Vakuutuksenottajalla on mahdollisuus vaikuttaa vakuutusmaksuun siten, että suuren vahingon sattuessa vaihtaa yhtiötä. Uudessa yhtiössä maksu määräytyy ensin samoin kuin se olisi määräytynyt vanhassa ja säilyy tämän jälkeen kaksi vuotta muuttumattomana. Näin ollen suurvahinko nostaa vakuutusmaksua kolmen kerran asemasta vain kerran.

2° Erikoistariffoinnin periaatteisiin kuuluu, että "jos vastuun, joka ei ole pakollisesti erikoistariffoitava, erikoismaksu ylittää taulustomaksun, sovelletaan taulustomaksua ellei erikoismaksun vahvistamispäätöksessä ole nimenomaan toisin määrätty".

Erikoistariffointi johtaa oikein toimiessaan nettovakuutusmaksuihin, jotka vastaavat pitkällä tähtäimellä korvausmenoja. Mikäli vakuutuksenottaja saa toisinaan näistä maksuista alennuksia, on luonnollista, että maksutulo jää liian alhaiseksi. Näin ollen yhtiön ei pidä erikoistariffoida vastuuta, joka ei ole pakollisesti erikoistariffoitava, jos maksu voi poiketa kyseisestä erikoismaksusta.

4. Simulointi

Tässä luvussa esitettävän simuloinnin päätarkoitus on tutkia vakuutusmaksun odotusarvoa eri vahinkomenon jakaumilla. Maksua on tarkasteltu kiinteältä vuodelta järjestelmän tietyn aikaa toimittua. Niissä tapauksissa, joissa maksutulo näyttää olevan oikea, on tutkittu myös vakuutusmaksun

varianssia (kiinteänä vuonna), erityisesti tämän suhdetta vahinkomenon varianssiin. Lisäksi vakuutusmaksujen kehitystä on esitetty piirturin avulla.

4.1. Simuloinnin järjestely

Laskenta on suoritettu Pohjolan Hewlett Packard 9845 B pienoistietokoneella.

Simulointi on suoritettu siten, että vuotuiset vahinkomenot ovat olleet aina riippumattomia ja samoin jakautuneita. Käytetyt jakaumat esittelemme myöhemmin. Palkkamenot on oletettu vakioksi ja hoitokustannusten suhteellinen osuus riippumattomaksi vakuutusmaksun suuruudesta. Kustakin vahinkomenon jakaumasta on generoitu 55:n peräkkäisen vuoden 1, ..., 55 vahinkomeno. Laskentaa varten tämä on toistettu 200 kertaa ja lisäksi graafista esitystä varten 10 kertaa. Laskennassa on tarkasteltu nettovakuutusmaksua vuonna 55 ja piirturilla esitetty maksun kehitystä vuodesta 1 vuoteen 55.

Kunkin vahinkojakauman tapauksessa nettovakuutusmaksu on laskettu siten, että maksun on annettu olla ensin kolme vuotta vakiona, minkä jälkeen maksu on laskettu ensin kolmen, sitten neljän ja siitä eteenpäin viiden edellisen vahinkosuhteen perusteella. Alkumaksu on valittu eräissä tapauksissa satunnaisesti ja eräissä kiinteäksi.

Kaikissa tapauksissa sekä vahinkomenon odotusarvo että nettomaksun alkujakauman odotusarvo on ollut 100 000 mk, jota käytämme tässä luvussa yksinkertaisuuden vuoksi rahayksikkönä.

Merkitsemme vuotuisia vahinkomenoja kuvaavia satunnaismuuttujia yleensä Z:lla, nettomaksun alkujakaumaa esittäviä Y:llä ja vuoden 55 nettovakuutusmaksua X:llä.

Kaikki käytetyt vahinkomenon jakaumat ovat joko gamma- tai Bernoulli-jakaumia tai niiden sekoituksia. Sanomme, että satunnaismuuttuja Z on gamma (r,a)-jakautunut, ($r > 0$, $a > 0$), jos sillä on tiheysfunktio

$$f(x) = \frac{a^r}{\Gamma(r)} x^{r-1} e^{-ax}, \quad x > 0,$$

missä

$$\Gamma(r) = \int_0^\infty x^{r-1} e^{-dx}, \quad r > 0,$$

Sanomme, että satunnaismuuttuja Z' on Bernoulli (a,p) -jakautunut ($a > 0$, $0 < p < 1$), jos

$$\begin{cases} P(Z' = a) = p, \\ P(Z' = 0) = 1-p. \end{cases}$$

Käytetyt vahinkomenon jakaumat ja niihin liittyvät alkumaksujen jakaumat käyvät ilmi seuraavasta taulukosta.

Taulukko 2

Simuloinnissa käytetyt jakaumat

Vahinkomenon Z jakauma	Alkumaksun Y jakauma
a) Gamma (1,1)	Gamma (3,3)
b) Gamma (2,2)	Gamma (6,6)
c) Gamma (4,4)	Gamma (12,12)
d) Gamma (10,10)	Gamma (30,30)
e) Bernoulli (20; 0.05)	Kiinteä = 1
f) Bernoulli (10; 0.1)	Kiinteä = 1
g) "Gamma+Bernoulli"	Kiinteä = 1,

missä "Gamma+Bernoulli" on satunnaismuuttujan $Z = \frac{1}{2}(Z_1 + Z_2)$ jakauma muuttujien Z_1 ja Z_2 ollessa riippumattomia ja Z_1 gamma (4,4)- ja Z_2 Bernoulli (20; 0.05) -jakautunut. Kuten mainittu, kaikkien yllä esiintyvien jakaumien odotusarvo = 1.

Gamma (n,n) -jakautuneiden satunnaismuuttujien generointi on suoritettu siten, että ensin on tuotettu satunnaislukugeneraattorilla n kpl riippumattomia tasaisesti välille [0,1] jakautuneita satunnaislukuja $Y_1, \ldots, Y_n$. Näiden avulla on laskettu gamma (n,n) -jakautunut muuttuja

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} -\ln Y_i.$$

4.2. Simuloinnin tulokset

Tarkastelemme aluksi vuoden 55 nettovakuutusmaksua X. Kaikissa tapauksissa on pyritty arvioimaan odotusarvoa EX. Lisäksi niissä tapauksissa, missä EX näyttää olevan lähellä yhtä, on arvioitu myös suhdetta D^2X/D^2Z. Tutkimme 200:n suuruista otosta X:stä. Merkitsemme otoskeskiarvoa $\bar{x}$:llä, otosvarianssia s^2:lla ja otoksen neljättä keskusmomenttia m_4:llä. Viitaten Cramériin [3] s. 453-454 voimme 99 %:n luottamustasolla arvioida EX:n olevan välillä

$$\bar{x} \pm 2.58 \times \frac{s}{\sqrt{200}}$$

ja suhteen D^2X/D^2Z välillä

Taulukosta voidaan todeta ensinnäkin, että tariffimallit käyttäytyvät samantapaisesti. Lisäksi havaitaan, että vanhassa tariffissa lähes symmetrisellä jakaumalla gamma (10,10) maksutaso on lähellä yhtä; vinouden kasvaessa maksutaso näyttää ensin kasvavan ja sitten erityisen vinoilla jakaumilla jyrkästi vähenevän. Maksutason nousemisella yli yhden "kohtuullisen vinoilla" jakaumilla on luonnollinen selitys. Vanhassa menoprosenttitaulukossa s. 27 on suurehko alue, jossa muutosprosentti on nolla. Symmetrisillä jakaumilla maksun muutokset tapahtuvat tasapainoisesti kumpaankin suuntaan. Sen sijaan "kohtuullisen vinoilla" jakaumilla keskiarvoa suuremmat menoprosentit osuvat suhteellisesti useammin alueeseen, jossa muutosprosentti on nollasta eriävä kuin keskiarvoa pienemmät menoprosentit.

Taulukon 4 perusteella näyttää siltä, että vanhan tariffimallin edellä mainittu ominaisuus saattaa ainakin vähentää uuden kollektiivivarauksen arviolta 4 % maksutasoa korottavaa vaikutusta. Näin ollen voidaan otaksua, ettei nykyinen tariffi johda kuin korkeintaan hiukan korkeampaan maksutasoon kuin vanha.

Tarkastelemme seuraavaksi vahinkokehityksessä esiintyvän suhdannevaihtelun vaikutusta kannattavuuden arviointiin. Tariffi on sellainen, että maksutaso seuraa vahinkotasossa esiintyviä muutoksia jonkin verran jäljessä. Tätä seikkaa selventää kuva 9. Kuvassa on esitetty nettovakuutusmaksun kehitys, kun maksu ja vahingot ovat ensin viitenä vuonna 80.000 mk, jonka jälkeen vahinkojen suuruus vuosittain lineaaristi ensin kasvaa ja sen jälkeen laskee takaisin 80.000 mk:n tasolle. Vuotuiset palkkasummat on oletettu vakioksi ja hoitokulujen suhteellinen osuus maksun suuruudesta riippumattomaksi. Kuten kuvasta käy ilmi, kasvavan vahinkokehityksen aika on yhtiölle tappiollinen ja vähenevän vahinkokehityksen aika voitollinen. Tariffin kannattavuudesta saa siis väärän kuvan, jos tarkasteltava ajanjakso rajoittuu esimerkiksi pelkästään kasvavan vahinkokehityksen vaiheeseen.

Vahinkojen hidas selviäminen vaikeuttaa kannattavuusanalyysiä. Korvausmenot on tässä tarkastelussa pyritty arvioimaan varovasti. Niinpä vuosilta n, n = 1970,...1976, on arviona käytetty vuoden n+4 lopun tilanteen mukaista korvausmenon määrää ilman kollektiivivarauksia. Vuosilta 1977-1979 arvio on vastaavasti tehty vuoden 1980 lopun tilanteen pohjalta. Vuodelle 1979 on lisäksi tehty yleiskirjeen mukainen 18 %:n kollektiivivaraus. Voidaan pitää ilmeisenä, ettei korvausmenoja ole arvioitu liian suuriksi.

Siirrymme varsinaisen aineiston käsittelyyn. Edellä mainitulla tavalla saatuja korvausmenoja käyttäen saadaan taulukon 5 mukaiset aikasarjat.

Taulukko 5

Pohjolan täysyksilöllisessä tariffissa vuodet 1970-1979 yhtäjaksoisesti ollut kanta

Vuosi	Korvausmeno milj.mk	Nettovakuutusmaksut milj.mk	Vahinkosuhde %
1970	3.703	2.641	140.2
71	3.561	3.047	116.9
72	4.864	3.823	127.2
73	5.887	5.050	116.6
74	7.664	6.729	113.9
75	7.043	7.302	96.5
76	7.465	7.601	98.2
77	5.581	7.770	71.8
78	6.868	7.573	90.7
79	7.329	7.715	95.0

Keskimääräinen vahinkosuhde on 106.7. Huomio kiinnittyy paitsi tähän myös vahinkosuhteen laskevaan kehitykseen. Jälkimmäinen ilmiö saa selityksensä suhdannevaihtelusta. (Palautettakoon mieleen, että malliin v. 1973 tehdyt muutokset eivät selitä vahinkosuhteiden selvää alenemista.) Tarkastelemme vahinkokehityksessä tapahtunutta kehitystä Pohjolan lakisääteisen tapaturmavakuutuksen kannan ja Pohjolan (koko) täysyksilöllisen kannan osalta. Mallimme kannalta vahinkokehityksen muuttumista kuvaa parhaiten indeksi korvausmeno/palkat. Kehitys vuosilta 1958-1979 käy ilmi taulukosta 6.

Kuvaliite

KUVA 1

Seuraavassa kuvassa on merkitty niitä vuosia 1:llä, joina on tapahtunut vahinko ja 0:lla niitä vuosia, joina ei ole tapahtunut vahinkoa. Vuodet k, k $\geq$ 1, joiden perusteella promilleluvun korotus on mahdollinen, on merkitty rastilla. Pystyviiva on vuodenvaihteen 0/1 kohdalla.

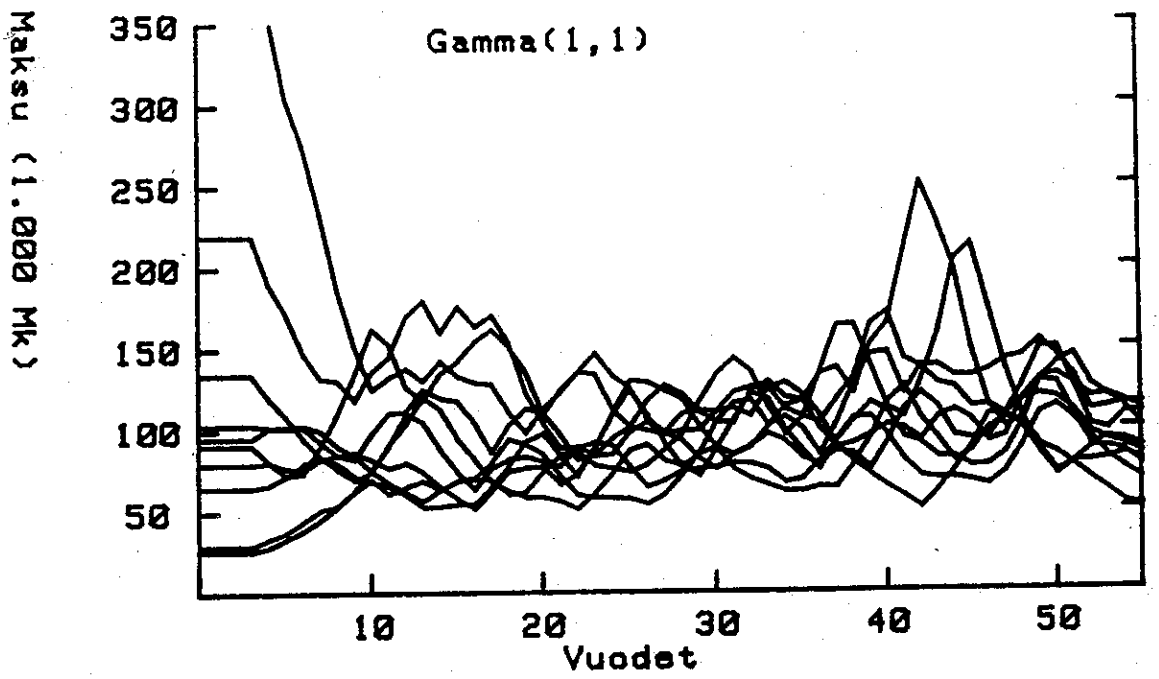
```
0 0 0 1|0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
       |x x     x x x   x x x x x x           x x x x   x x x x x
```

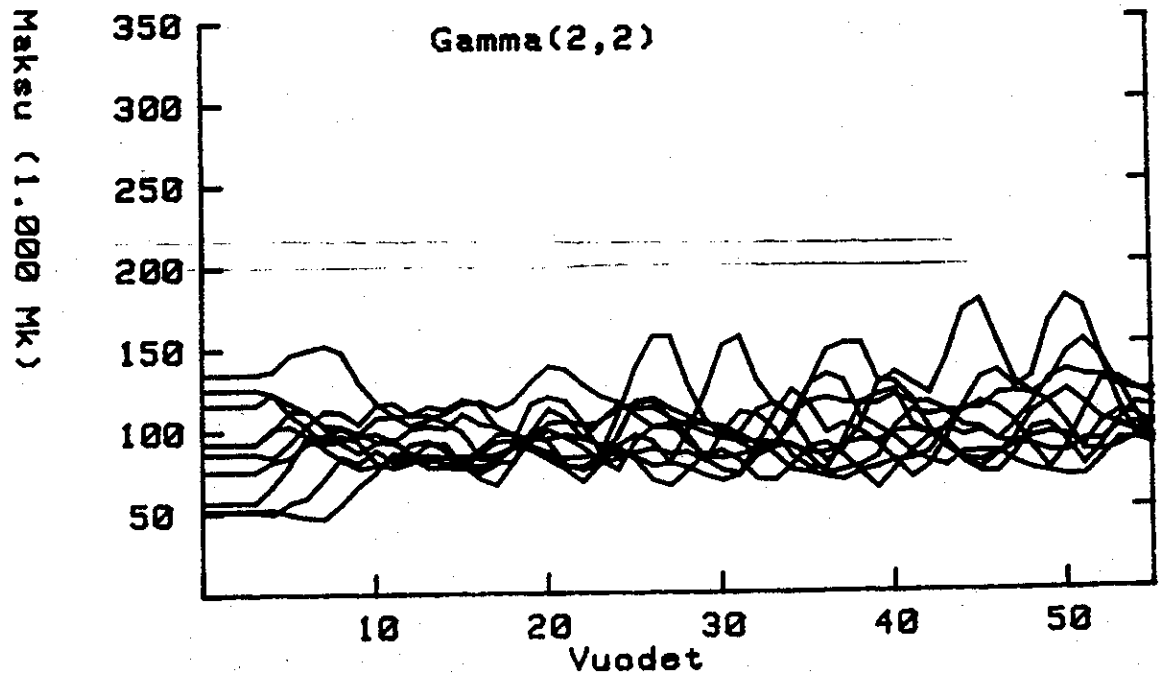
KUVAT 2-8

POHJOLA-yhtiöt

Lakisääteinen tapaturmavakuutus

Täysyksilöllinen tariffi



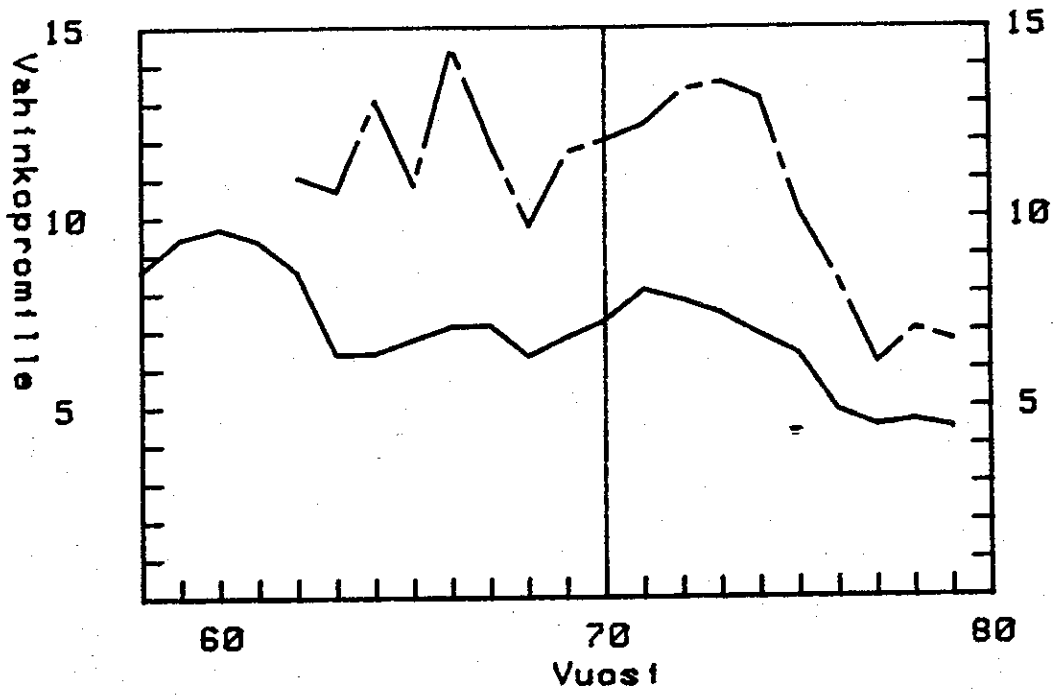


KUVA 10

POHJOLA-yhtiöt

Lakisääteinen tapaturmavakuutus, Pohjolan aineisto

Korvausmeno/palkat (promilleina)



Koko tapaturmavakuutuksen kanta

Koko täysyksilöllinen kanta

ABSTRACT

A tariff system used for workers' compensation insurance by some Finnish companies is studied. Premiums are determined according to the policy holders own claims history. The working of the system turns out to be unsatisfactory in some ways. Especially this concerns the way in which the system takes into account big claims. As a consequence, the premium level of the insurance company may descend too low.

The working of the system is studied, analytically and by simulation, for different distributions of policy holders annual total claims. Also empirical data is considered.