Henkivakuutukseen liittyvien suureiden määrääminen perustuu perinteisesti laskuperusteista johdettuihin apulukusarjoihin, kuten l_x, D_x, N_x, M_x.

Monissa tutkimuksissa on tärkeää nopeasti saada selville esim. vakuutusmaksu, vakuutusmaksuvastuu, elinkorko erilaisia laskuperusteita käyttäen. Seuraavassa on tutkittu menetelmiä näiden suureiden ja niiden hajonnan määräämiseksi suoraan laskuperusteista tarvitsematta lainkaan laskea ensin ko. apulukusarjoja. Menetelmä perustuu Thielen differentiaaliyhtälön numeeriseen ratkaisemiseen, mikä voidaan tehdä esim. ohjelmoitavalla laskukoneella.

I Ensimmäisen kertaluvun diff.yhtälön numeerinen ratkaiseminen

Työssä käytetyt menetelmät löytyvät esim. kirjasta: HENRICI, Elements of Numerical Analysis, kpl 14. Käytetyt merkintätavat ovat niinikään samasta kirjasta peräisin.

Olkoon $f = f(x,y)$ kahden reaalimuuttujan reaaliarvoinen funtio siten, että

(I1) $y'(x) = f(x,y(x)),\ x \in [a,b]$

Etsitään tämän diff.yhtälön ratkaisu $y(x)$, joka toteuttaa ehdon:

$$y(x_0) = s.$$

Funktiosta f oletetaan lisäksi, että sillä on riittävästi jatkuvia derivaattoja molempien muuttujien suhteen.

1. Taylor-algoritmi

Koska $y(x_0) = s$, voidaan $y(x)$:n Taylor-kehitelmä kirjoittaa muotoon:

(I 2)
$$y(x) = s + \frac{x - x_0}{1!} f(x_0, s) + \frac{(x - x_0)^2}{2!} f'(x_0, s) + \frac{(x - x_0)^3}{3!} f''(x_0, s) + \ldots$$

Kaavassa (I 2) $f^{(m)}(x_0,s)$ on kahden muuttujan funktion $f(x,y)$ m:s kokonaisderivaatta pisteessa (x_0,s) ja se saadaan määrätyksi rekursiokaavasta:

$$f^{(m)} = f_x^{(m-1)} + f_y^{(m-1)} f \ ; \ f^{(0)} = f$$

Tällöin esim.

$$f' = f_x + f_y f \quad \text{ja}$$

$$f'' = f_{xx} + 2f_{xy}f + f_{yy}f^2 + (f_x + f_y f)f_y.$$

Diff.yhtälön (I 1) ratkaiseminen perustuu $y(x)$:n Taylor-kehitelmään, josta otetaan mukaan muutama ensimmäinen termi.

Olkoon $h > o$. Merkitään:

$$x_n = x_o + nh, \; n = 0,1,2,\ldots$$

$$T_p(x,y;\, h) = \frac{1}{1\,!}\; f(x,y) + \frac{h}{2\,!}\; f'(x,y) + \ldots + \frac{h^{\,p-1}}{p\,!}\; f^{(p-1)}(x,y).$$

Määrätään jono $\{y_n\}$ seuraavasti:

$$y_o = y(x_o) = s$$

(I 3) $\quad y_{n+1} = y_n + hT_p\,(x_n,\, y_n;\, h),\; n = 0,1,2,\ldots$

Kaavaa (I 3) kutsutaan p. asteen Taylor-algoritmiksi. Tiettyjen säännöllisyysehtojen vallitessa voidaan näyttää, että on olemassa vakio K siten, että:

(I 4) $\quad |y_n - y\,(x_n)| \leq h^p \cdot K,\; x_n \in [a,b]$.

Tässä $y(x_n)$ tarkoittaa yhtälön (I 1) ratkaisua pisteessä x_n. Virhe riippuu kaavaan (I 3) otettujen termien lukumäärän lisäksi myös vakion h suuruudesta. Koska kullakin askeleella käytetään likimääräistä $y(x_n)$:n arvoa, virhe on luonteeltaan kasautuva. Se siis kasvaa n:n kasvaessa.

Jotta kaava (I 4) olisi voimassa, ovat funktiolta f vaadittavat säännöllisyysoletukset: (Henrici: Elements of Numerical Analysis, s. 270)

a) Funktiot f ja T_p toteuttavat ns. Lipschitz-ehdon:

$$|f(x,y) - f(x,z)| \leq L|y-z|$$

$$|T_p(x,y;h) - T_p(x,z;h)| \leq L|y-z|$$

kaikilla y, z, kun $x\in[a,b]$ ja $x+h\in[a,b]$

b) Derivaatta $|y^{(p+1)}(x)| = |f^{(p)}(x,(y(x))|$ on jatkuva ja siis rajoitettu, kun $x\in[a,b]$

Kaavasta (I 4) nähdään, että tulos saadaan mielivaltaisen tarkasti vakiota h pienentämällä.

2. Runge-Kutta -menetelmä

Mikäli funktion f derivaatat ovat vaikeasti johdettavissa, voidaan käyttää jotain ns. Runge-Kutta -tyyppistä menetelmää.

a) Yksinkertaistettu Runge-Kutta -menetelmä

Kaavassa (I 3) korvataan T_2 lausekkeella K_2, missä

(I 5) $\quad K_2(x,y;h) = \frac{1}{2}\,(f(x,y) + f\,(x+h,\, y+h\,f(x,y)))$.

Tällöin saadaan:

$$V(0) = 0$$

$$\text{(II 2)}\quad V((n+1)h) = V(nh)+h\cdot\left(f(nh,V(nh)) + \frac{h}{2}f'(nh,V(nh)) + \frac{h^2}{6}f''(nh,V(nh))\right),$$

missä

$$f(nh,\ V(nh)) = (\mu(x+nh) + \delta)\cdot V(nh) - (\mu(x+nh) + \varepsilon)\cdot S(x+nh) + k(1-\gamma)\cdot B$$

$$f'(nh,\ V(nh)) = \mu'(x+nh)\cdot(V(nh) - S(x+nh)) + (\mu(x+nh) + \delta)\cdot f(nh,\ V(nh)$$

$$f''(nh,\ V(nh)) = \mu''(x+nh)\cdot(V(nh) - S(x+nh)) + 2\mu'(x+nh)\cdot f(nh,\ V(nh)) + (\mu(x+nh) + \delta)\cdot f'(nh,\ V(nh))$$

Kuolevuuden oletetaan olevan muotoa:

$$\text{(II 3)}\quad \mu(x+t) = a+b^{c(x+t-d)}$$

Tällöin $\mu'(x+t) = c\cdot \ln b(\mu(x+t)-a)$

$$\mu''(x+t) = c\cdot \ln b\, \mu'(x+t)$$

Antamalla B:lle jokin maksun likiarvo, voidaan rahasto-osuus vakuutusajan lopussa määrätä. Mikäli tämä rahasto-osuus $V(w-x)$ ei ole $= S(w)$, korjataan maksua määrällä ΔB,

$$\Delta B = \frac{(S(w) - V(w-x))}{k(1-\gamma)\bar{a}_{x:\overline{m|}}}\cdot\frac{D(w)}{D(x)}$$

$$\text{(II 4)}\qquad \approx \frac{(S(w) - V(w-x))}{k(1-\gamma)\ \bar{a}_{\overline{m|}}}\cdot e^{-(w-x)\cdot\left(\delta + \frac{\mu(x) + \mu(w)}{2}\right)},$$

missä m = maksuaika
$\bar{a}_{\overline{m|}}$ = jatkuvan aikakoron pääoma-arvo
$\bar{a}_{x:\overline{m|}}$ = jatkuvan elinkoron pääoma-arvo.

Näin jatketaan, kunnes maksu saadaan halutulla tarkuudella lasketuksi.

Iterointi on tavallisimmissa tapauksissa suhteellisen nopeasti korvergoiva ja vielä melkeinpä riippumatta B:n alkuarvosta. Tämä on odotettavissakin johtuen Δ B:n lausekkeesta. Jos nimittäin Δ B:nä käytettäisiin lauseketta

$$\Delta B = \frac{(S(w) - V(w-x))}{k(1-\wp)\,\bar{a}_{x:\overline{m}|}} \cdot \frac{D(w)}{D(x)} \quad ,$$

päädyttäisiin oikeaan B arvoon heti ensimmäisen "iteraatiokierroksen" jälkeen.

Laskukoneelle Canola SX-300 tehty ohjelma laskee Y-, V- ja K-vakuutusten ja näiden yhdistelmien vuosimaksuja, vakuutusmaksuvastuun määriä ja vastuukertamaksuja. Maksuaika on valinnainen. Elinkoron pääoma-arvo lasketaan Y-vakuutuksen vastuukertamaksusta, sillä

$$\frac{1 - \bar{A}_{x:w}(Y)}{\delta - \varepsilon} = \bar{a}_{x:w} \; .$$

Vastuukertamaksut saadaan kertamaksuisen vakuutuksen vakuutusmaksuvastuuna.

Useamman henkilön vakuutus voidaan käsitellä samalla ohjelmalla kertomalla kuolevuus luvulla 2,3 jne.

III Hajonnat

Klassisen vakuutusmatematiikan kaavoja katsomalla näyttäisivät elävien ja kuolleiden määrät deterministisiltä prosesseilta, joiden piiriin odotusarvojen ja varianssien käsitteet eivät sovellu.Eräs tapa käsitellä vakuutusmatematiikkaa stokastiikan näkökulmasta on ottaa käyttöön satunnaismuuttuja T(x), joka tarkoittaa x-ikäisen henkilön jäljellä olevaa elinaikaa.

Klassisessa vakuutusmatematiikassa suure $l(x+t)/l(x)$ ilmaisee todennäköisyyden, että x-ikäinen henkilö on elossa iässä x+t. Tällöin $1-l(x+t)/l(x)$ ilmaisee todennäköisyyden, että x-ikäisen henkilön jäljellä oleva elinaika T(x) on korkeintaan t. Eli

$$P\{T(x) \leq t\} = 1 - l(x+t)/l(x) = q(x;t)$$

Edellä oleva kaava antaa siis satunnaismuuttujan T(x) kertymäfunktion F(x;t)

(III 1) $F(x,t) = q(x,t)$

T(x)-muuttujan tiheysfuntio on tällöin

(III 2) $f(x,t) = \frac{d}{dt}(q(x;t)) = \mu(x+t) \cdot l(x+t)/l(x)$
$= \mu(x+t) \cdot p(x;t)$.

Tällöin $p(x;t)$ ilmaisee todennäköisyyden, että x-vuotias henkilö on elossa t vuoden kuluttua.

Tämän jälkeen voimme määritellä vakuutusmatemattikan suureille odotusarvoja ja varianssejä.

(III 3) $E(g(t)) = \int_x^{\infty} g(t) \frac{d}{dt}(F(x,t))$

(III 4) $\sigma^2(g(t)) = E(g(t))^2 - E^2(g(t))$

1. Vastuukertamaksujen hajonnat

Y-vakuutus:

Olkoon τ jäljellä oleva elinaika (stok. muuttuja). Määritellään stokastinen muuttuja τ_n seuraavasti:

$$\tau_n = \begin{cases} \tau, & \text{kun } \tau < n \text{ (= vakuutusaika)} \\ n, & \text{kun } \tau \geq n \end{cases}$$

Muuttujan τ_n kertymä funktio on tällöin

$$F(x,t) = \begin{cases} q(x,t), & \text{kun } t < n \\ 1, & \text{kun } t \geq n \end{cases}$$

Tällöin

$$\bar{A}_{x:w}(Y) = E(e^{-\delta \tau_n})$$

kertamaksu

$$= \int_0^n e^{-\delta t} \, dq(x;t) + e^{-\delta n}(1-q(x;n))$$

$$= \int_0^n \mu(x+t) e^{-\int_0^t (\mu(x+v)+\delta) dv} dt + e^{-\int_0^n (\mu(x+v)+\delta) dv}$$

$$= \int_0^n \frac{\mu(x+t)D(x+t)}{D(x)}\,dt + \frac{D(x+n)}{D(x)} = 1-\delta\bar{a}_{x:\overline{n}|}$$

Merkitään seuraavassa varianssia σ^2:lla.

(III 5) $$\sigma^2(Y) = E(e^{-2\delta\tau_n}) - E^2(e^{-\delta\tau_n})$$

$$= \bar{A}^{(2)}_{x:\overline{n}|}(Y) - \bar{A}^{2}_{x:\overline{n}|}(Y)$$

$\bar{A}^{(2)}$ tarkoittaa vastuukertamaksua, jossa korkoutuvuus on $\bar{A}$:han nähden kaksinkertainen.

Vastaavasti saadaan K- ja V-vakuutuksille:

(III 6) $$\sigma^2(K) = \bar{A}^{(2)}_{x:\overline{n}|}(K) - \bar{A}^{2}_{x:\overline{n}|}(K)$$

(III 7) $$\sigma^2(V) = \bar{A}^{(2)}_{x:\overline{n}|}(V) - \bar{A}^{2}_{x:\overline{n}|}(V)$$

<u>Elinkoron pääoma-arvo</u>:

$$\bar{a}_x = E(\bar{a}_{\overline{\tau}|}) = E\left(\frac{1-e^{-\delta\tau}}{\delta}\right) = \frac{1-E(e^{-\delta\tau})}{\delta}$$

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = E(\bar{a}_{\overline{\tau_n}|}) = E\left(\frac{1-e^{-\delta\tau_n}}{\delta}\right) = \frac{1-E(e^{-\delta\tau_n})}{\delta}$$

$$\sigma^2(\bar{a}_{x:\overline{n}|}) = E\left(\frac{1-2e^{-\delta\tau_n}+e^{-2\delta\tau_n}}{\delta^2}\right) - \frac{1-2\bar{A}_{x:\overline{n}|}(Y)+\bar{A}^2_{x:\overline{n}|}(Y)}{\delta^2}$$

(III 8) $$= \frac{1}{\delta^2}\left(\bar{A}^{(2)}_{x:\overline{n}|}(Y) - \bar{A}^2_{x:n}(Y)\right)$$

$$= \frac{2(\bar{a}_{x:\overline{n}|} - \bar{a}^{(2)}_{x:\overline{n}|})}{\delta} - \bar{a}^2_{x:\overline{n}|}$$

Vastaavasti:

$$\sigma^2(\bar{a}_x) = \frac{2(\bar{a}_x - \bar{a}^{(2)}_x)}{\delta} - \bar{a}^2_x$$

2. VAKUUTUSMAKSUVASTUUN HAJONTA

Henkivakuutuksen prospektiivinen vakuutusmaksuvastuu ajan t kuluttua vakuutuksen myöntämisestä on

$$\text{(III 9)} \quad V(t) = S \cdot \bar{A}_{x+t:w} - \bar{P}\bar{a}_{x+t:y}$$

Seuraavassa johdetaan tavallisen henkivakuutuksen vakuutusmaksuvastuun hajonta siinä tapauksessa, että maksuaika on = vakuutusaika:

Y-vakuutuksen tapauksessa voidaan kirjoittaa

$$\bar{a}_{x+t:w} = \frac{1 - \bar{A}_{x+t:w}}{\delta}$$

Sijoitetaan tämä (III 9):ään. Saadaan:

$$V(t) = S \cdot \bar{A}_{x+k:w} \left(1 + \frac{\bar{P}}{\delta}\right) - \frac{\bar{P}}{\delta}$$

Tästä voidaan laskea varianssi, koska P/δ = vakio.

$$\text{(III 10)} \quad \sigma^2 (V(t)) = S^2 \left(1 + \frac{\bar{P}}{\delta}\right)^2 \left(\bar{A}^{(2)}_{x+t:w} - A^2_{x+t:w}\right)$$

Vastuukertamaksut $\bar{A}^{(2)}$ ja $\bar{A}$ ovat helposti laskettavissa tehdyn ohjelman avulla. Tämän jälkeen varianssit voidaan laskea kaavasta (III 10).

IV TULOKSIA

Menetelmän riippuvuus välin h (kaava I 3) pituudesta ilmenee, kun verrataan eri h:n arvoilla laskettuja vakuutusmaksuvastuun arvoja. Kyseessä on 30-vuotiaan miehen Y65 vakuutus, vakuutussumma on 10 000 mk (liite 1)

Vakuutusmaksuvastuu,kun h (vuosina) on

ikä	0,1	0,5	1,0	2,5	5	"oikea"
35	783	783	782	782	782	782
40	1723	1723	1723	1723	1721	1723
45	2843	2843	2843	2843	2839	2843
50	4168	4167	4167	4164	4156	4168
55	5735	5735	5734	5727	5707	5735
60	7643	7642	7639	7623	7575	7643
65	9999	9997	9991	9652	8970	10000

"Oikea" arvo on laskettu nykyisten laskuperusteiden apulukusarjojen avulla. Kuten huomataan, tulokset ovat suhteellisen hyviä suurillakin h:n arvoilla.

Seuraavissa tarkasteluissa on käytetty arvoa h = 1.

1. Vakuutusmaksuja eri kuolevuusvaihtoehdoilla

Alla olevassa taulukossa on K65-vakuutuksen maksuja 10 000 mk vakuutussummaa kohti. Kuolevuus μ on 1.4.73 voimaan tulleiden perusteiden miesten kuolevuus ja μ' on Tilastokeskuksen julkaisun "Kuolleisuus- ja eloonjäämislukuja 1975" perusteella estimoitu kuolleisuus, kun $15 \leq x \leq 65$.

Alku-ikä	Kuolevuus $0{,}5\,\mu$	$1{,}0\,\mu$	$2{,}0\,\mu$	μ'
15	45	68	106	72
20	51	79	127	84
25	59	94	154	99
30	69	114	190	117
35	83	140	240	140
40	101	175	308	170
45	126	224	403	208
50	161	293	539	257
55	212	396	744	325
60	308	585	1118	446

Korko- ja kuormitusperusteet ovat 1.4.73 voimaan tulleiden perusteiden mukaiset. (Liite 2)

Yhden maksun laskeminen Canola SX-300:lla vei alkuiästä riippuen aikaa puolesta minuutista n. kymmeneen minuuttiin. Iterointi lopetettiin, kun $\Delta B \leq 0{,}20$ mk.

2. Vakuutusmaksuja eri korkokannoilla

Oheiseen taulukkoon on laskettu Y- ja K-vakuutuksen vakuutusmaksuja eri korkokannoilla. Riski- ja kuormitusperusteet ovat 1.4.73 voimaan tulleet perusteet. Vakuutussumma on 10 000 mk. (Liite 3)

K65 Miehet

Alku-ikä	Laskuperustekorko (%) 3,0	4,5	6,0	10,0
30	128	114	101	78
35	154	140	127	102
40	189	175	164	138
45	236	224	214	189
50	303	293	284	263
55	403	396	389	372
60	590	584	579	565

Y65 Miehet

Alku-ikä	Laskuperustekorko (%) 3,0	4,5	6,0	10,0
30	279	223	180	109
35	350	290	241	154
40	452	387	332	228
45	608	537	475	350
50	872	794	724	572
55	1413	1323	1240	1049
60	3227	3106	2991	2712

Seuraavassa taulukossa on 30-vuotiaan miehen Y65-vakuutuksen vakuutusmaksuvastuun arvoja eri korkokannoilla, kun vakuutussumma on 10 000 mk. Zillmerausta ei ole otettu huomioon. (Liite 4)

	Laskuperustekorko			
	3,0	4,5	6,0	10,0
ikä	vakuutusmaksu			
	279	223	180	109
31	188	145	112	56
35	987	783	619	332
40	2100	1724	1408	818
45	3347	2845	2406	1523
50	4733	4170	3655	2542
55	6275	5738	5226	4025
60	8036	7646	7259	6278
62	8837	8555	8272	7538
64	9729	9594	9462	9128
65	9999	10001	10000	10002

65-vuoden iässä vakuutusmaksuvastuun tulisi tietenkin olla = 10 000 mk. Ero johtuu siitä, että iterointi on lopetettu, kun $\Delta B \leqslant 0,20$ mk.

Kun maksu on annettu, käy vakuutusmaksuvastuun arvojen laskenta Canolalla nopeasti, koska aikaa vievät iterointikierrokset jäävät pois.

3. Esimerkkejä hajonnoista

Seuraavassa on laskettu Y-, K- ja V-vakuutuksen vastuukertamaksuja ja hajontoja. Laskuperusteena käytetään 1.4.73 voimaan tulleita perusteita, paitsi $\epsilon=0$. Varianssien kaavoja johdettaessa nimittäin oletettiin, että $\epsilon=0$.

Laskelmat on tehty rahayksikön suuruista etua kohti (liite 5).

Y65 Miehet (kaava III 5)

X	$\bar{A}^{(2)}$	$\bar{A}_{x:65}$	$\sigma^2(Y)$	$\sigma(Y)$
30	0,0797	0,2605	0,0118	0,1088
35	0,1140	0,3178	0,0130	0,1140
40	0,1630	0,3866	0,0135	0,1164
45	0,2324	0,4685	0,0129	0,1136
50	0,3298	0,5651	0,0105	0,1023
55	0,4675	0,6792	0,0062	0,0787
60	0,6699	0,8175	0,0016	0,0399
62	0,7804	0,8831	0,0005	0,0231
64	0,9176	0,9579	0,0000	0,0053
65	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000

K65 Miehet (kaava III 6)

X	$\bar{A}^{(2)}_{x:65}$	$\bar{A}_{x:65}$	$\sigma^2(K)$	$\sigma(K)$
30	0,0496	0,1203	0,0351	0,1874
35	0,0669	0,1415	0,0469	0,2165
40	0,0889	0,1640	0,0620	0,2490
45	0,1148	0,1852	0,0805	0,2837
50	0,1408	0,1995	0,1010	0,3178
55	0,1559	0,1956	0,1176	0,3430
60	0,1331	0,1488	0,1110	0,3331
62	0,1002	0,1071	0,0887	0,2979
64	0,0423	0,0432	0,0404	0,2011
65	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

V65 Miehet (kaava III 7)

X	$\bar{A}^{(2)}_{x:65}$	$\bar{A}_{x:65}$	$\sigma^2(V)$	$\sigma(V)$
30	0,0301	0,1403	0,0104	0,1021
35	0,0471	0,1763	0,0160	0,1266
40	0,0741	0,2226	0,0245	0,1567
45	0,1175	0,2833	0,0372	0,1930
50	0,1890	0,3656	0,0553	0,2352
55	0,3116	0,4836	0,0777	0,2788
60	0,5368	0,6687	0,0896	0,2994
62	0,6802	0,7760	0,0780	0,2793
64	0,8754	0,9147	0,0387	0,1968
65	1,0000	1,0000	0,0000	0,0000

Elinkoron pääoma-arvo $\bar{a}_{x:65}$ (kaava III 8)

Laskuperusteena käytetään 1.4.73 voimaan tulleita miesten perusteita.

X	$\bar{a}_{x:65}$	$\sigma^2(\bar{a}_{x:65})$	$\sigma(\bar{a}_{x:65})$
30	16,80	6,11	2,47
35	15,50	6,71	2,59
40	13,94	6,99	2,64
45	12,08	6,66	2,58
50	9,88	5,40	2,32
55	7,29	3,19	1,79
60	4,15	0,82	0,91
62	2,66	0,28	0,53
64	0,96	0,01	0,12
65	0,00	0,00	0,00

Vakuutusmaksuvastuu ,kun h =

ikä	0,1	0,5	1,0
31	145	145	145
32	295	295	295
33	452	452	452
34	614	614	614
35	783	783	782
36	957	957	957
37	1139	1139	1139
38	1327	1327	1327
39	1521	1521	1521
40	1723	1723	1723
41	1932	1932	1932
42	2149	2148	2148
43	2372	2372	2372
44	2604	2604	2604
45	2843	2843	2843
46	3091	3091	3091
47	3347	3347	3347
48	3612	3611	3611
49	3885	3885	3884
50	4168	4167	4167
51	4460	4460	4459
52	4762	4762	4761
53	5075	5075	5074
54	5399	5399	5398
55	5735	5735	5734
56	6085	6084	6083
57	6448	6448	6446
58	6828	6827	6825
59	7225	7225	7222
60	7643	7642	7639
61	8084	8083	8080
62	8552	8551	8547
63	9053	9052	9047
64	9592	9591	9585
65	9999	9997	9991

ikä	2,5	5,0
35	782	782
40	1723	1721
45	2842	2839
50	4164	4156
55	5727	5707
60	7623	7575
65	9652	8970

K65 vakuutussumma 10 000 mk

alku-ikä	kuolevuus $0.5\,\mu$	$2.0\,\mu$	μ'
15	45	106	72
20	51	127	84
25	59	154	99
30	69	190	117
35	83	240	140
40	101	308	170
45	126	403	208
50	161	539	257
55	212	744	325
60	308	1118	446

μ on 1.4.-73 voimaan tulleiden perusteiden miesten kuolevuus

μ' on Tilastokeskuksen julkaisusta "Kuolleisuus-ja eloonjäämislukuja 1975" estimoitu kuolleisuus , kun $15 \leq$ ikä ≤ 65 .

$$10^3 \mu' = 0{,}5 + e^{0{,}083x - 1{,}908}$$

Korko- ja kuormitusperusteet ovat 1.4.-73 voimaan tulleet perusteet

$$0{,}0005 + 0{,}000148\, e^{0{,}083x}$$

Vakuutusmaksuja, vak.summa = 10000

K65 miehet

ikä	perustekorko = 3,0 %	4,5 %	6,0 %	10,0 %
30	128	114	101	78
35	154	140	127	102
40	189	175	164	138
45	236	224	214	189
50	303	293	284	263
55	403	396	389	372
60	590	584	579	565

Y65 miehet

ikä	perustekorko = 3,0 %	4,5 %	6,0 %	10,0 %
30	279	223	180	109
35	350	290	241	154
40	452	387	332	228
45	608	537	475	350
50	872	794	724	572
55	1413	1323	1240	1049
60	3227	3106	2991	2712

Riski- ja kuormitusperusteet nykyisten mukaiset.

Tavallisen henkivakuutuksen,Y65 miehet , vakuutusmaksuvastuun arvoja eri korkokannoilla, riski- ja kuormitusperusteet nykyiset

Alkuikä 30 vuotta, vak.summa 10000.

ikä	vakuutusmaksuvastuu ,kun laskuperustekorko on			
	3,0%	4,5%	6,0%	10,0 %
31	188	145	112	56
32	380	296	229	117
33	577	452	353	183
34	779	614	482	255
35	987	783	619	332
36	1199	958	762	415
37	1416	1139	912	504
38	1639	1327	1070	601
39	1867	1522	1235	705
40	2100	1724	1408	818
41	2339	1933	1590	939
42	2583	2150	1780	1069
43	2832	2374	1979	1210
44	3087	2605	2188	1361
45	3347	2845	2406	1523
46	3612	3093	2634	1698
47	3884	3349	2872	1886
48	4161	3614	3122	2089
49	4444	3887	3382	2307
50	4733	4170	3655	2542
51	5028	4462	3941	2795
52	5329	4765	4240	3067
53	5637	5078	4553	3362
54	5952	5402	4881	3680
55	6275	5738	5226	4025
56	6606	6088	5588	4400
57	6947	6451	5970	4807
58	7297	6831	6374	5252
59	7660	7228	6802	5741
60	8036	7646	7259	6278
61	8427	8087	7747	6874
62	8837	8555	8272	7538
63	9270	9055	8841	8284
64	9729	9594	9462	9128
65	9999	10001	10000	10002

Vastuukertamaksut ja elinkorot , kun korkoutuvuus $\delta = 0{,}0440169$ ja $2\delta = 0{,}0880338$

Vakuutussumma 10000

	Y65		K65		V65		$\bar{a}_{x:65}$	
ikä	δ	2δ	δ	2δ	δ	2δ	δ	2δ
30	2605	797	1303	496	1403	301	16.7996	10.4542
31	2711	856	1344	527	1468	329	16.5587	10.3872
32	2822	919	1385	560	1536	360	16.3084	10.3150
33	2936	988	1328	594	1608	394	16.0484	10.2374
34	3055	1061	1371	631	1684	431	15.7785	10.1540
35	3178	1140	1415	669	1763	471	15.4984	10.0644
36	3306	1225	1460	709	1846	516	15.2078	9.9681
37	3439	1316	1505	751	1934	564	14.9065	9.8647
38	3576	1413	1550	796	2026	618	14.5941	9.7538
39	3719	1518	1595	842	2124	677	14.2704	9.6348
40	3866	1630	1640	889	2226	741	13.9351	9.5072
41	4019	1751	1685	939	2334	812	13.5880	9.3705
42	4177	1880	1729	989	2448	890	13.2287	9.2241
43	4341	2018	1771	1042	2569	976	12.8570	9.0673
44	4510	2166	1813	1095	2697	1071	12.4726	8.8994
45	4685	2324	1852	1148	2833	1175	12.0752	8.7197
46	4866	2493	1889	1202	2977	1291	11.6644	8.5274
47	5052	2674	1922	1256	3130	1418	11.2399	8.3217
48	5246	2868	1952	1309	3294	1560	10.8013	8.1015
49	5445	3075	1976	1359	3469	1716	10.3482	7.8658
50	5651	3298	1995	1408	3656	1890	9.8800	7.6135
51	5864	3536	2007	1452	3857	2084	9.3961	7.3432
52	6084	3791	2011	1491	4073	2300	8.8959	7.0535
53	6312	4064	2005	1523	4307	2541	8.3784	6.7426
54	6548	4358	1987	1547	4560	2812	7.8427	6.4086
55	6792	4675	1956	1559	4836	3116	7.2874	6.0490
56	7046	5016	1908	1558	5138	3459	6.7110	5.6612
57	7310	5385	1842	1539	5468	3847	6.1115	5.2419
58	7585	5786	1752	1498	5833	4288	5.4864	4.7870
59	7873	6222	1636	1431	6237	4791	4.8327	4.2917
60	8175	6699	1488	1331	6687	5368	4.1464	3.7499
61	8493	7223	1302	1191	7191	6032	3.4227	3.1542
62	8831	7804	1071	1002	7760	6802	2.6553	2.4951
63	9191	8450	785	750	8407	7700	1.8363	1.7668
64	9579	9176	432	423	9147	8754	0.9555	0.9359
65	10000	10000	0	0	10000	10001	-0.0002	0.0007

CANOLA SX-300:lle tehty ohjelma:

0000 SP	0061 RM	0122 1	0183 02	0244 RM	0305 ×	0366 SP
0001 8a	0062 00	0123 .	0184 GS	0245 14	0306 RM	0367 04
0002 CHA	0063 +	0124 0	0185 04	0246 +	0307 16	0368 RM
0003 X	0064 RM	0125 2	0186 GS	0247 RM	0308 =	0369 14
0004	0065 07	0126 5	0187 06	0248 13	0309 SM	0370 +
0005 CHA	0066 =	0127 =	0188 RM	0249 =	0310 16	0371 RM
0006 LF	0067 ÷	0128 ÷	0189 25	0250 ×	0311 RM	0372 13
0007 FL	0068 2	0129 RM	0190 FR	0251 RM	0312 10	0373 =
0008 00	0069 =	0130 18	0191 IFN	0252 04	0313 LN	0374 ×
0009 E	0070 SM	0131 =	0192 03	0253 =	0314 ×	0375 RM
0010 SM	0071 03	0132 ×	0193 RM	0254 SM	0315 RM	0376 16
0011 00	0072 GS	0133 RM	0194 25	0255 15	0316 11	0377 =
0012 FIX5	0073 03	0134 14	0195 FIX	0256 RM	0317 =	0378 SM
0013 00	0074 RM	0135 =	0196 00	0257 14	0318 ×	0379 19
0014 COL	0075 13	0136 SM	0197 COL	0258 +	0319 RM	0380 RM
0015 02	0076 ΣM	0137 14	0198 02	0259 RM	0320 16	0381 14
0016 E	0077 14	0138 RM	0199 →	0260 17	0321 =	0382 –
0017 SM	0078 RM	0139 04	0200 10	0261 =	0322 SM	0383 RM
0018 05	0079 07	0140 –	0201 RM	0262 ×	0323 16	0384 09
0019 SM	0080 –	0141 RM	0202 04	0263 RM	0324 RM	0385 =
0020 23	0081 RM	0142 30	0203 FIX	0264 06	0325 14	0386 SM
0021 →	0082 00	0143 =	0204 00	0265 =	0326 +	0387 20
0022 10	0083 =	0144 ×	0205 COL	0266 SC	0327 RM	0388 RM
0023 FLG	0084 ×	0145 RM	0206 10	0267 ΣM	0328 13	0389 10
0024 01	0085 RM	0146 14	0207 LF	0268 15	0329 =	0390 LN
0025 GS	0086 14	0147 =	0208 FLG	0269 1	0330 ×	0391 ×
0026 05	0087 =	0148 SC	0209 03	0270 .	0331 RM	0392 RM
0027 FLG	0088 SC	0149 ΣM	0210 RM	0271 0	0332 15	0393 11
0028 10	0089 e^x	0150 05	0211 01	0272 2	0333 =	0394 =
0029 GS	0090 SM	0151 ΣM	0212 ΣM	0273 5	0334 ΣM	0395 a^2
0030 03	0091 14	0152 23	0213 03	0274 ÷	0335 16	0396 ×
0031 GS	0092 RM	0153 |a|	0214 ΣM	0275 RM	0336 EP	0397 RM
0032 01	0093 02	0154 –	0215 25	0276 50	0337 02	0398 20
0033 GS	0094 1/a	0155 .	0216 RM	0277 ×	0338 SP	0399 =
0034 02	0095 a^x	0156 2	0217 25	0278 RM	0339 03	0400 SM
0035 GS	0096 (	0157 =	0218 –	0279 18	0340 RM	0401 20
0036 04	0097 RM	0158 IF+	0219 RM	0280 =	0341 03	0402 ×
0037 GS	0098 08	0159 01	0220 07	0281 ×	0342 –	0403 2
0038 06	0099 –	0160 RM	0221 =	0282 RM	0343 RM	0404 =
0039 RM	0100 RM	0161 05	0222 –	0283 05	0344 12	0405 ×
0040 01	0101 00	0162 FIX5	0223 RM	0284 =	0345 =	0406 RM
0041 ΣM	0102)	0163 00	0224 01	0285 ΣM	0346 ×	0407 19
0042 03	0103 =	0164 COL	0225 =	0286 15	0347 RM	0408 =
0043 ΣM	0104 SC	0165 10	0226 IF–	0287 EP	0348 11	0409 ΣM
0044 25	0105 +	0166 LF	0227 02	0288 01	0349 =	0410 19
0045 RM	0106 1	0167 LF	0228 EP	0289 SP	0350 SM	0411 RM
0046 25	0107 =	0168 GT	0229 8b	0290 02	0351 14	0412 04
0047 –	0108 ÷	0169 00	0230 SP	0291 RM	0352 RM	0413 –
0048 RM	0109 RM	0170 EP	0231 01	0292 14	0353 10	0414 RM
0049 07	0110 13	0171 8a	0232 RM	0293 –	0354 a^x	0415 06
0050 =	0111 =	0172 SP	0233 08	0294 RM	0355 RM	0416 =
0051 –	0112 1/a	0173 8b	0234 –	0295 09	0356 14	0417 ×
0052 RM	0113 ×	0174 GS	0235 RM	0296 =	0357 =	0418 RM
0053 01	0114 RM	0175 05	0236 25	0297 SM	0358 +	0419 20
0054 =	0115 14	0176 FLG	0237 =	0298 16	0359 RM	0420 =
0055 IF–	0116 =	0177 02	0238 IF+	0299 RM	0360 09	0421 ΣM
0056 10	0117 SM	0178 GS	0239 04	0300 04	0361 =	0422 19
0057 RM	0118 14	0179 03	0240 CM	0301 –	0362 SM	0423 EP
0058 23	0119 RM	0180 GS	0241 05	0302 RM	0363 14	0424 04
0059 SM	0120 50	0181 01	0242 FLG	0303 06	0364 EP	0425 SP
0060 05	0121 ÷	0182 GS	0243 04	0304 =	0365 03	

```
0427 CM
0428 04
0429 RM
0430 00
0431 SM
0432 03
0433 SM
0434 25
0435 RM
0436 01
0437 ΣM
0438 25
0439 EP
0440 05
0441 SP
0442 06
0443 RM
0444 01
0445 ÷
0446 2
0447 =
0448 ×
0449 RM
0450 16
0451 =
0452 +
0453 RM
0454 15
0455 =
0456 SM
0457 20
0458 RM
0459 01
0460 a2
0461 ÷
0462 6
0463 =
0464 ×
0465 RM
0466 19
0467 =
0468 +
0469 RM
0470 20
0471 =
0472 ×
0473 RM
0474 01
0475 =
0476 ΣM
0477 04
0478 EP
0479 06
```