Sisällysluettelo

1. Johdanto

Tarkastellaan tilannetta, jossa joukko itsenäisesti toimivia talousyksikköjä, ns. kassoja, suorittaa satunnaisesti vaihtelevia maksuja omalle vakituiselle asiakaspiirilleen. Asiakaspiiri voi koostua esimerkiksi kunnan asukkaista, tietyn vakuutuspiirin vakuutetuista tai, kuten tässä tutkimuksessa, työpaikkakassan jäsenistä. Asiakkaiden lukumäärissä tapahtuvien muutosten oletetaan olevan merkityksettömiä verrattuna kassan menoissa muista syistä tapahtuvaan satunnaisvaihteluun. Ongelmana on turvata kunkin kassan rahojen riittävyys tietyllä riskitasolla esimerkiksi kuukaudeksi tai vuodeksi eteenpäin kuitenkin siten, että kassoissa lepäävästä rahasta aiheutuva korkotappio tulee mahdollisimman pieneksi.

Yksi tapa ratkaista ongelma on laatia menoennuste kullekin kassalle erikseen lähtien esimerkiksi kassan menojen aikasarjasta. Jos kassojen lukumäärä on suuri, esimerkiksi useita satoja, voi tehtävä osoittautua työlääksi. Sitä paitsi kassojen menokehitykseen voi vaikuttaa joukko yhteisiä tekijöitä, kuten inflaatio, palkkojen reaalikasvu, sairastavuuden ja ihmisten käyttäytymisen yleiset muutokset jne. Tämän vuoksi onkin tarkoituksenmukaista erottaa toisistaan kassojen menokehitykseen vaikuttavat yhteiset tekijät ja kassakohtainen vaihtelu näiden yhteisten tekijöiden aiheuttamaan muutokseen verrattuna.

Kassojen menokehitykseen vaikuttavat yhteiset tekijät saadaan parhaiten selville tutkimalla menojen yhteissumman kehitystä ja sitä selittäviä muuttujia. Kassakohtaiset poikkeamat yleisestä kehityksestä voidaan esittää tiettyjen kertoimien, niin sanottujen tasokertoimien avulla. Näitä kertoimia voidaan tutkia toisaalta kassakohtaisesti, toisaalta kaikkien kassojen osalta yhteisesti.

Sekä menojen yhteissumma että tasokertoimet ovat ennustetilanteessa satunnaismuuttujia, joilla on tietty odotusarvo ja jakauma. Kun nämä stokastiset ominaisuudet on saatu selville, voidaan kassojen varojen loppumistodennäköisyydet ja varojen optimaalinen jako kassojen kesken esittää täsmällisesti matemaattisen mallin muodossa.

Tässä tutkielmassa tarkastellaan esimerkkitapauksena työpaikkakassoja, jotka toimivat sairausvakuutuslaissa säädettyjen etuuksien

antajina Kansaneläkelaitoksen paikallistoimistojen ohella. Kassojen menoja ennustetaan lähinnä kuukausitasolla. Tarkoituksena on kehittää malli, joka toimii mahdollisimman hyvin käytännön tilanteissa.

2. Ennustemallin periaatteet

2.1. Tasokertoimen määritelmä

Merkitään

n = kassojen lukumäärä
M = kaikkien kassojen menojen yhteismäärä tiettynä ajanjaksona
M_i = kassan i menot samana ajanjaksona
L = kaikkien kassojen asiakkaiden yhteismäärä
L_i = kassan i asiakkaiden lukumäärä

Määritelmistä seuraavat yhtälöt

$$M = \sum_{i=1}^{n} M_i \quad \text{ja} \quad L = \sum_{i=1}^{n} L_i$$

Mikäli kassojen etuusmenot ovat suorassa suhteessa asiakkaiden lukumäärään, seuraa tästä yhtälö

$$M_i = \frac{L_i}{L} M$$

Käytännössä näin ei kuitenkaan ole asianlaita, vaan eri kassojen menot asiakasta kohti saattavat olla pysyvästi eri tasoilla ja kaiken lisäksi tapahtuu satunnaisluonteista vaihtelua. Merkitään t_i:llä kerrointa, joka toteuttaa yhtälö

$$(1) \qquad M_i = t_i \frac{L_i}{L} M$$

Ratkaisemalla saadaan

$$(2) \qquad t_i = \frac{\frac{M_i}{L_i}}{\frac{M}{L}}$$

Kertoimesta t_i käytetään tässä esityksessä nimitystä tasokerroin ja se on siis kassan i menot asiakasta kohti jaettuna vastaavalla suureella kaikkien kassojen osalta. Tasokerroin liittyy aina tiettyyn ajanjaksoon. Eri kassojen tasokertoimet eivät ole toisistaan riippumattomat, sillä niiden painotetuksi keskiarvoksi tulee 1:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} t_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} \frac{M_i L}{L_i M} = 1$$

Tasokertoimien keskinäinen riippuvuus ei kuitenkaan aiheuta mitään ongelmia käytännössä, mikäli kassoja on paljon.

Kaavassa (1) on kassan menot hajotettu kolmen tekijän tuloksi. Näistä keskimmäisen eli (L_i/L):n odotetaan pysyvän vakiona tai muuttuvan hyvin hitaasti, joten sillä ei lyhyen tähtäimen ennustamisessa ole merkitystä. Kassan menoissa vaihteluja aiheuttaviksi tekijöiksi jäävät t_i ja M, jotka ovat toisistaan riippumattomat ja joista siis edellinen on kassakohtainen ja jälkimmäinen kaikille kassoille yhteinen. Kassakohtainen tarkastelu voidaan näin rajoittaa tasokertoimien muodostamaan aikasarjaan, josta inflaation ym. tekijöiden aiheuttama trendi on jo valmiiksi eliminoitu. Eri kassojen välinen vertailu käy myös kätevästi tasokertoimien avulla.

2.2. Ennustemalli, kun menojen yhteissumma on tunnettu

Mikäli kassojen menojen yhteissumma M oletetaan tunnetuksi, jää tehtäväksi pelkästään tasokertoimien t_i ennustaminen. Olkoon m_i kassan i tasokertoimen odotusarvo tiettynä ajanjaksona sekä Z_{pi} raja, jonka alapuolelle tämä tasokerroin jää p prosentin todennäköisyydellä. Merkitään $h_{pi} = Z_{pi} - m_i$, jonka oletetaan olevan positiivinen.

Jotta kassan i varat riittäisivät p prosentin todennäköisyydellä, tulee sillä jakson alussa olla käytössään varoja

$$\frac{L_i}{L} M (m_i + h_{pi})$$

Käytössä olevat varat kaikkien kassojen osalta ovat tällöin

$$M \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} m_i + \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} h_{pi}\right) = M + M \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} h_{pi},$$

koska summan $\sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} m_i$ tulee olla 1.

Oletetaan nyt, että kassan i tasokerroin on jakautunut normaalisesti odotusarvon ollessa m_i ja varianssin D_i^2. Vakio h_{pi} voidaan nyt esittää muodossa $h_{pi} = N_p D_i$, missä N_p on saatu normeeratun normaalijakauman taulukosta ($N_{90} = 1.282$, $N_{95} = 1.645$, $N_{99} = 2.326$).

Jotta kassan i varat riittäisivät P prosentin todennäköisyydellä, tulee sillä olla jakson alussa varoja määrä

$$(3) \quad \frac{L_i}{L} M (m_i + N_p D_i)$$

Käytössä olevat varat kaikkien kassojen osalta ovat tällöin

$$M \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} m_i + N_p \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} D_i\right) = (1 + N_p D) M,$$

missä

$$D = \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} D_i$$ eli tasokertoimien hajontojen painotettu keskiarvo.

Jos $D = 0.2$ ja varojen halutaan riittävän 95 prosentin todennäköisyydellä, tulee kassoille varata rahaa määrä $(1 + 1.645 \cdot 0.2) M = 1.329 M$ eli kolmannes yli todellisen määrän. Tällöinkin siis keskimäärin viisi kassaa sadasta joutuu kokemaan rahapulaa.

Olkoon nyt kassoja varten käytössä rahaa M_1 ($> M$). Kertoimen N_p arvo voidaan laskea yhtälöstä

$$M_1 = (1 + N_p D) M \text{ eli } N_p = \frac{M_1 - M}{D M}$$

Jotta rahojen loppumistodennäköisyys tulisi jokaisessa kassassa samaksi, tulee summa M_1 jakaa kassojen kesken kaavan (3) osoittamalla tavalla.

Jos esimerkiksi $M_1 = 1.5\ M$ ja $D = 0.25$, saadaan N_p:n arvoksi 2. Normaalijakauman taulukosta nähdään, että yksittäisen kassan rahat riittävät tällöin 97.7 prosentin todennäköisyydellä.

2.3. Menojen yhteissumma on satunnaismuuttuja

Olkoot nyt kassojen kokonaismenot tiettynä ajanjaksona muotoa MX, missä M on vakio ja X on satunnaismuuttuja, jonka odotusarvo on 1 ja hajonta d. Kassan i tasokertoimen t_i odotusarvo olkoon edelleen m_i ja hajonta D_i. Kassan i menot voidaan näitä merkintöjä käyttäen esittää muodossa

$$M_i = \frac{L_i}{L} M X t_i$$

Menojen odotusarvo on

$$E(M_i) = \frac{L_i}{L} M m_i,$$

koska muuttujat X ja t_i ovat toisistaan riippumattomat. Merkitään tulon $X t_i$ varianssia D_{0i}^2:lla. Sen arvoksi saadaan

$$D_{0i}^2 = E(X t_i)^2 - (E(X t_i))^2$$

$$= E X^2 \; E t_i^2 - (E X)^2 (E t_i)^2$$

$$= (d^2 + 1)(D_i^2 + m_i^2) - m_i^2$$

$$= d^2 D_i^2 + D_i^2 + d^2 m_i^2$$

Mikäli tulo $X t_i$ on normaalisesti jakaantunut, voidaan menetellä kuten edellisessä kappaleessa. Jotta kassan i varat riittäisivät p prosentin todennäköisyydellä, tulee sillä jakson alussa olla varoja määrä

$$\frac{L_i}{L} M (m_i + N_p D_{0i}),$$

missä kerroin N_p on saatu normaalijakauman taulukosta. Kassojen käytössä olevien varojen yhteismäärä on tällöin

$(1 + N_p D_0)\ M$, missä

$$D_0 = \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} D_{0i} = \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} \sqrt{d^2 D_i^2 + D_i^2 + d^2 m_i^2}$$

eli kassakohtaisten hajontojen painotettu keskiarvo.

2.4. Ennusteen tarkkuuden mittaaminen

Mallia varten joudutaan laatimaan jokaisen kassan tasokertoimelle ennuste, jota sitten käytetään mallissa esiintyvän tasokerroinjakauman odotusarvona. Eri ennustemenetelmien paremmuuden tutkimiseksi on syytä kehittää jonkinlainen mittari, joka yhden tunnusluvun avulla ilmaisee ennusteen tarkkuuden kaikkien kassojen osalta. Vakiintuneen käytännön mukaisesti tässä esityksessä sovellettava ennusteen tarkkuuden mittari perustuu suureiden ja niiden ennusteiden erotusten neliösummaan. Jotta päästäisiin vertailukelpoiseen mittariin, on neliösumma suhteutettava ennustettavan muuttujan varianssiin.

Olkoon luvun y_i ennusteena käytetty lukua x_i, missä $i = 1,2,\cdots, n$. Merkitään

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i \qquad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{y} + a$$

$$\underline{D}_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 \qquad \underline{D}_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = b^2 \underline{D}_y^2$$

$$r = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y}) (x_i - \bar{x})}{\underline{D}_x \underline{D}_y}$$

Vakio a osoittaa siis kuinka hyvin ennusteiden keskiarvo on osunut kohdalleen, b on ennusteen ja ennustettavan suureen hajontojen suhde ja r on ennusteen ja ennustettavan suureen välinen korrelaatio. Ennusteen tarkkuuden mittarina käytetään tässä esityksessä ns. ennustevirhettä, jota merkitään V_{xy}:lla tai pelkästään V:llä ja joka määritellään kaavalla

$$V_{xy} = \frac{1}{n \underline{D}_y^2} \sum_{i=1}^{n} (y_i - x_i)^2$$

Ennustevirheen lauseke voidaan muuttaa muotoon, jossa näkyy sen riippuvuus vakioista a, b ja r.

$$V_{xy} = \frac{1}{n\,\underline{D}_y^2} \sum_{i=1}^{n} ((y_i - \bar{y}) - (x_i - \bar{x}) - a)^2$$

$$= \frac{1}{n\,\underline{D}_y^2} \sum_{i=1}^{n} ((y_i - \bar{y}) - (x_i - \bar{x}))^2 + \frac{a^2}{\underline{D}_y^2}$$

$$= \frac{1}{\underline{D}_y^2} (\underline{D}_y^2 + \underline{D}_x^2 - 2\,r\,\underline{D}_x\,\underline{D}_y) + \frac{a^2}{\underline{D}_y^2}$$

$$= 1 + \left(\frac{\underline{D}_x}{\underline{D}_y}\right)^2 - 2\,r\,\frac{\underline{D}_x}{\underline{D}_y} + \frac{a^2}{\underline{D}_y^2}$$

$$= 1 + b^2 - 2\,r\,b + \frac{a^2}{\underline{D}_y^2}$$

Kaava voidaan vielä kirjoittaa muotoon

$$(4) \quad V = 1 - r^2 + (b - r)^2 + \frac{a^2}{\underline{D}_y^2}$$

Ennustevirhe on luonnollisesti sitä pienempi mitä paremmin ennusteen keskiarvo on osunut kohdalleen eli mitä pienempi vakio a on. Mikäli $a = 0$, on ennustevirheen varianssi $V\,\underline{D}_y^2$. Jos vielä $b = r$, sievenee ennustevirheen varianssi muotoon $(1 - r^2)\,\underline{D}_y^2$ (katso Mikkola s. 130).

Ennustevirhe on sitä pienempi, mitä lähempänä ennusteen ja ennustettavan suureen hajontojen suhde on korrelaatiota. Ennusteelle x_i voidaan tehdä muunnos $x_i' = A\,x_i + B$ $(A > 0)$ ilman, että korrelaatio muuttuu. Pienimmän neliösumman menetelmässä vakiot A ja B valitaan niin, että ennustevirhe V minimoituu. Tällöin saadaan vakioiden arvoiksi

$$A = r\,\frac{\underline{D}_y}{\underline{D}_x} \qquad \text{ja} \qquad B = \bar{y} - r\,\frac{\underline{D}_y}{\underline{D}_x}$$

josta seuraa, että $b = r$ sekä $a = 0$ ja ennustevirheen lauseke supistuu muotoon $V = 1 - r^2$ (katso Cramér s. 272-273).

Käytännön ennustetilanteissa vakiot r, $\underline{D}_y$ ja $\bar{y}$ eivät kuitenkaan ole tunnetut, mutta ne voidaan usein arvioida suhteellisen tarkasti. Esimerkiksi tasokertoimia ennustettaessa tiedetään, että

niiden keskiarvo on lähellä 1:tä ja myös hajonta pysyy suhteellisen vakiona vuodesta toiseen. Jos esimerkiksi peräkkäisten vuosien tasokertoimien välinen korrelaatio on ollut keskimäärin r, voidaan vuoden k tasokertoimen t_{ik} ennusteena käyttää lukua $r\ t_{i(k-1)} + (1-r)\ \bar{t}$, missä $t_{i(k-1)}$ on edellisen vuoden tasokerroin ja $\bar{t}$ on tasokertoimen keskiarvo.

3. Työpaikkakassat

Sairausvakuutuslaissa säädettyjen etuuksien antajina toimivat Kansaneläkelaitoksen paikallistoimistojen ohella työpaikkakassat, joiden toimintapiiriin kuuluvat henkilöt ovat saman työnantajan palveluksessa olevia tai heidän perheenjäseniään. Kansaneläkelaitoksen tulee sairausvakuutusasetuksen mukaan suorittaa työpaikkakassalle kunkin kuukauden alussa sellainen rahamäärä, että se yhdessä kassan aikaisemmin saamien, käyttämättä olevien varojen kanssa katsotaan riittävän saman kuukauden aikana maksettaviin etuuksiin. Lisäksi jokaista kalenterivuotta kohti määrätään kassalle vuosiennakko mm. hallintokulukorvauksen maksamista varten.

Vuoden 1978 lopussa oli toiminnassa 121 työpaikkakassaa, joiden toimintapiiriin kuului yhteensä 179 334 vakuutettua eli keskimäärin 1482 vakuutettua kassaa kohti. Pienimmässä kassassa oli 140 ja suurimmassa 9010 jäsentä. Lukumääriä laskettaessa on perheenjäseninä kassaan kuuluvien alle 16-vuotiaiden lasten lukumäärät painotettu kertoimella 0.3.

Kassat jakautuivat vuonna 1978 vakuutettujen lukumäärän mukaan seuraavasti:

Kassan vakuutettujen lukumäärä	Kassojen lukumäärä	Luokkaan kuuluvien %-osuus
140 - 299	10	8.3
300 - 499	17	14.1
500 - 999	32	26.4
1000 - 1499	27	22.3
1500 - 1999	9	7.4
2000 - 2999	11	9.1
3000 - 4999	9	7.4
5000 - 9010	6	5.0
	121	100.0

Vuonna 1978 työpaikkakassat maksoivat etuuksia 86.278 miljoonaa markkaa eli keskimäärin 481.10 markkaa vakuutettua kohti. Kassakohtaisesti tämä keskimäärä vaihteli 215.85 markasta 855.05 markkaan, joten kassojen vuositasokertoimet sijoittuivat välille 0.45-1.84.

Seuraavassa joitakin kassojen toimintaa kuvaavia tietoja vuosilta 1970-1978, johon ajanjaksoon tämä tutkielma pääasiassa kohdistuu.

Vuosi	Maksetut etuudet (M) milj. mk/v	Vakuutettujen lukumäärä (L) 1000 henkeä	Etuudet vak. kohti (M/L) mk/v	Kassoja toiminnassa kpl
1970	27.42	177.9	154.15	123
1971	32.57	181.9	179.05	123
1972	41.84	185.5	225.56	123
1973	46.93	186.7	251.34	120
1974	59.48	190.2	312.71	120
1975	73.91	193.3	382.36	121
1976	89.19	193.9	459.98	121
1977	91.10	188.2	484.06	123
1978	86.28	179.3	481.10	121

Taulukko 1. Vuosina 1970-1978 toimineiden 114 työpaikkakassan tasokertoimien jakaumat vuosittain

Tasokerroin	Vuosi 70	71	72	73	74	75	76	77	78	Vuosien 1970-1978 tasok. keskiarvo
	Kassojen lukumäärä									
-0.50	-	-	2	-	-	-	-	-	1	-
0.51-0.60	3	2	2	2	2	2	1	1	3	-
0.61-0.70	4	6	10	7	7	3	5	7	5	2
0.71-0.80	13	15	10	16	12	15	14	11	15	16
0.81-0.90	27	19	21	23	25	25	18	17	14	24
0.91-1.00	18	29	23	18	18	15	21	22	24	20
1.01-1.10	17	15	16	14	15	18	14	18	17	16
1.11-1.20	14	13	11	12	10	12	12	16	7	19
1.21-1.30	8	5	8	8	11	10	12	7	9	5
1.31-1.40	4	3	5	2	4	2	8	5	9	7
1.41-1.50	3	3	4	2	-	3	5	4	4	1
1.51-1.60	3	3	1	4	2	6	2	3	1	2
1.61-1.70	-	1	-	1	4	-	1	2	3	2
1.71-1.80	-	-	-	5	2	2	-	1	-	-
1.81-1.90	-	-	-	-	1	1	1	-	2	-
1.91-	-	-	1	-	1	-	-	-	-	-
Keskiarvo	0.987	0.983	0.983	1.016	1.026	1.031	1.042	1.037	1.035	1.016
Hajonta	0.220	0.223	0.249	0.278	0.277	0.257	0.242	0.242	0.267	0.209
Pienin tasokerroin	0.51	0.55	0.40	0.51	0.57	0.55	0.60	0.47	0.45	0.65
Suurin tasokerroin	1.59	1.62	2.02	1.78	1.92	1.81	1.82	1.82	1.84	1.69

Yhteensä 114 työpaikkakassaa on ollut toiminnassa koko ajanjakson 1970-1978 ajan. Tasokertoimien tarkempi analysointi on suoritettu näiden kassojen osalta. Taulukossa 1 on esitetty näiden 114 kassan tasokertoimien ja niiden keskiarvojen jakaumat vuosina 1970-1978. Taulukosta havaitaan, että tasokertoimien painottamaton keskiarvo on ollut jakson alkuvuosina alle 1:n ja sen jälkeen suurempi kuin 1. Tästä voidaan päätellä, että etuusmenot vakuutettua kohti ovat olleet pienissä kassoissa jakson alkupuolella keskimääräistä pienemmät, kun taas jakson loppupuolella tilanne on ollut päinvastainen. Tasokertoimien hajonta on ollut suurimmillaan jakson puolivälissä ja pienimmillään jakson alussa. Liitteessä 1 on esitetty vuositasokertoimet kassoittain.

4. Tasokerroinjakauman normaalisuus

Kuukausitasokertoimien jakauman normaalisuuden tutkimiseksi valittiin umpimähkään viisi työpaikkakassaa, joiden tasokertoimet tutkittiin kahden vuoden ajalta. Lisäksi tasokertoimet normeerattiin niin, että kunkin kassan tasokertoimien keskiarvoksi tuli 1. Seuraavassa esitetään näiden 120 tasokertoimen havaittu jakauma, teoreettinen normaalinen jakauma sekä χ^2-yhteensopivuustestin testisuure.

Tasokerroin	Havaittu frekvenssi A	Teoreettinen frekvenssi B	Testisuure $\frac{(A - B)^2}{B}$
- 0.70	4	2.484	0.925
0.71 - 0.80	5	8.504	1.444
0.81 - 0.90	21	21.006	0.000
0.91 - 1.00	32	32.068	0.000
1.01 - 1.10	38	30.271	1.973
1.11 - 1.20	12	17.667	1.818
1.21 -	8	8.000	0.000
	120	120.000	χ^2 = 6.160

Luokkia on yhdistetty siksi, että χ^2-yhteensopivuustestissä jokaisen luokan odotetun frekvenssin on oltava suurempi kuin 1 ja korkeintaan viidennes odotetuista frekvensseistä saa olla pienempiä kuin 5. (Katso Vasama-Vartia s. 537). Mikäli nollahypoteesi

on voimassa eli havaitut frekvenssit ovat lähtöisin normaalijakaumasta, noudattaa testisuure asymptoottisesti χ^2-jakaumaa vapausasteella 7 - 1 - 2 = 4, missä 7 on luokkien lukumäärä ja 2 on normaalijakaumaa varten estimoitujen parametrien lukumäärä (keskiarvo = 1, hajonta = 0.141). χ^2-jakauman taulukosta nähdään, ettei saatu testisuureen arvo johda nollahypoteesin hylkäämiseen edes 10 prosentin riskitasolla. Kassakohtaisia tasokerroinjakaumia voidaan siis hyvin approksimoida normaalijakauman avulla.

5. Vuositasokertoimet

5.1. Kassojen sisäinen ja kassojen välinen vaihtelu

Vuositasokertoimien tarkempi analysointi on syytä aloittaa tutkimalla, onko niiden vaihtelu pelkästään satunnaista vai poikkeavatko eri kassojen tasokertoimien keskiarvot merkitsevästi toisistaan. Tätä varten jaetaan tasokertoimen kokonaisvaihtelu kassojen sisäisen ja kassojen välisen vaihtelun summaksi.

Olkoon t_{ik} kassan i tasokerroin vuonna k, missä i saa arvot 1,2, ···,114 ja k saa arvot 0,1,···,8 vastaten vuosia 1970, 1971,···,1978. Merkitään

$$\bar{t}_{i.} = \frac{1}{9}\sum_{k=0}^{8} t_{ik} \qquad \bar{t}_{.k} = \frac{1}{114}\sum_{i=1}^{114} t_{ik}$$

$$\bar{t} = \frac{1}{9 \cdot 114}\sum_{k=0}^{8}\sum_{i=1}^{114} t_{ik} = \frac{1}{9}\sum_{k=0}^{8} \bar{t}_{.k} = \frac{1}{114}\sum_{i=o}^{114} \bar{t}_{i.}$$

Kassakohtaiset keskiarvot $\bar{t}_i$ ovat liitteessä 1 ja muut saadaan taulukosta 1 sivulta 12.

Tasokertoimen kokonaisvaihtelua kuvaava neliösumma (merk. SS_T) voidaan esittää muodossa

$$SS_T = \sum_{i=1}^{114}\sum_{k=0}^{8} (t_{ik} - \bar{t})^2 = \sum_{i=1}^{114}\sum_{k=0}^{8} (t_{ik} - \bar{t}_{i.} + \bar{t}_{i.} - \bar{t})^2$$

$$= \sum_{i=1}^{114}\sum_{k=0}^{8} (t_{ik} - \bar{t}_{i.})^2 + \sum_{i=1}^{114} 9\,(\bar{t}_{i.} - \bar{t})^2 = SS_W + SS_B,$$

missä SS_W tarkoittaa kassojen sisäistä vaihtelua ja SS_B kassojen välistä vaihtelua. Näiden arvoksi saadaan taulukon 1 avulla:

$$SS_B = 114 \cdot 9 \cdot 0.209^2 = 44.8$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^{114} \sum_{k=0}^{8} (t_{ik} - \bar{t})^2 = \sum_{i=1}^{114} \sum_{k=0}^{8} (t_{ik} - \bar{t}_{.k} + \bar{t}_{.k} - \bar{t})^2$$

$$= \sum_{k=0}^{8} \sum_{i=1}^{114} (t_{ik} - \bar{t}_{.k})^2 + \sum_{k=0}^{8} 114 \, (\bar{t}_{.k} - \bar{t})^2 = 64.8$$

$$SS_W = SS_T - SS_B = 64.8 - 44.8 = 20.0$$

Kokonaisvarianssista on siis 69 prosenttia kassojen välistä varianssia ja 31 prosenttia kassojen sisäistä varianssia.

Mikäli kassojen tasokertoimet olisivat normaalisesti jakautuneet keskiarvojen ja hajontojen ollessa samat, noudattaisi suure

$$\frac{\frac{1}{114-1} SS_B}{\frac{1}{9 \cdot 114 - 114} SS_W}$$

F-jakaumaa vapausastein 113, 912 (Katso Vasama-Vartia s. 666). Testisuureen arvoksi saadaan 18.1 ja voidaan todeta, että kassojen tasokertoimien keskiarvot poikkeavat toisistaan erittäin merkitsevästi.

Tasokertoimien hajonta kassojen välillä oli vuosina 1970-1978 keskimäärin 0.251. Kassakohtaisen keskiarvon hajonta oli vastaavana aikana 0.209 ja kassan sisäinen hajonta keskimäärin 0.127. Sisäinen hajonta vaihteli 0.031:n ja 0.313:n välillä ja sen hajonta oli 0.060.

Kassan sisäisen hajonnon (merkitään D_i) riippuvuutta vuositasokertoimen keskiarvosta $\bar{t}_i$, kassan vakuutettujen lukumäärästä L_i ja suureesta $1/\sqrt{L_i}$ tutkittiin regressioanalyysin avulla. Parhaiten näistä muuttujista selitti hajontaa $\bar{t}_i$ (korrelaatio 0.432) ja toiseksi parhaiten $1/\sqrt{L_i}$ (korrelaatio 0.329). Vakuutettujen luku-

määrän L_i lisääminen selittäviin muuttujiin ei enää parantanut mallia olennaisesti, vaikkakin tämän muuttujan korrelaatio hajontaan oli tilastollisesti merkitsevä, -0.282. Regressioanalyysin tuloksena saatiin seuraavat yhtälöt:

$$D_i = 0.124\ \bar{t}_i + 0.00132 \qquad \text{Korrelaatio } R = 0.432$$

$$\frac{D_i}{\bar{t}_i} = 1.63\ \frac{1}{\sqrt{L_i}} + 0.0685 \qquad R = 0.460$$

$$D_i = 1.47\ \frac{1}{\sqrt{L_i}} + 0.134\ \bar{t}_i - 0.0598 \qquad R = 0.569$$

Keskiarvon avulla saatu ennuste hajonnalle on siis likipitäen suorassa suhteessa keskiarvoon, kuten luonnollista onkin. Kun keskiarvon vaikutus on eliminoitu pois, selittää hajonnan vaihteluita parhaiten muuttuja $1/\sqrt{L_i}$ (korrelaatio 0.460). Näiden kahden muuttujan avulla voidaan vuositasokertoimien varianssista selittää kolmannes ($0.569^2 = 0.324$). Taulukossa 2 esitetään muutamia D_i:n arvoja $\bar{t}_i$:n ja $1/\sqrt{L_i}$:n funktiona jälkimmäiseen regressioyhtälöön perustuen.

Taulukko 2. Hajonnan D_i riippuvuus keskiarvosta ja kassan koosta

L_i	150	500	1500	5000	9000
$\bar{t}_i$		D_i			
0.70	0.154	0.100	0.072	0.055	0.049
0.85	0.174	0.120	0.092	0.075	0.070
1.00	0.194	0.140	0.112	0.095	0.090
1.30	0.234	0.180	0.152	0.135	0.130
1.60	0.275	0.220	0.193	0.175	0.170

5.2. Kassojen sisäiset ja kassojen väliset korrelaatiot

Taulukossa 3 esitetään vuosien 1970-1978 tasokertoimien väliset korrelaatiot 114 kassan osalta.

Taulukko 3. Tasokertoimien t_{ik} ja $t_{i(k-j)}$ väliset korrelaatiot ($i=1,2,\cdots,114$)

k \ j	1	2	3	4	5	6	7	8
78	0.799	0.771	0.659	0.626	0.553	0.565	0.529	0.476
77	0.797	0.653	0.643	0.569	0.520	0.483	0.463	
76	0.806	0.720	0.658	0.622	0.628	0.525		
75	0.853	0.723	0.656	0.673	0.575			
74	0.836	0.708	0.655	0.583				
73	0.751	0.605	0.588					
72	0.818	0.749						
71	0.791							
Keskiarvo	0.806	0.704	0.643	0.615	0.569	0.524	0.496	0.476

Taulukosta 3 havaitaan, että korrelaatio laskee tasaisesti vuosien välisen eron kasvaessa, kuten luonnollista onkin. Tästä voidaan päätellä, että peräkkäisten vuosien tasokertoimet ovat jonkin verran korreloituneita myös kassojen sisällä.

Peräkkäisten vuosien tasokertoimien välinen korrelaatio laskettiin jokaiselle kassalle erikseen vuosilta 1970-1978. Keskimääräiseksi korrelaatioksi saatiin 0.244, mutta satunnaisluonteiset vaihtelut kassojen välillä ovat huomattavat. Pienin korrelaatio oli -0.51 ja suurin 0.93 sekä korrelaation hajonta 0.34. Tutkittaessa regressioanalyysillä peräkkäiskorrelaation (merkitään r_i) riippuvuutta tasokertoimen keskiarvosta $\bar{t}_i$ ja kassan vakuutettujen lukumäärästä L_i saatiin seuraavat riippuvuudet:

$r_i = 0.423\ \bar{t}_i - 0.186$ Korrelaatio $R = 0.258$

$r_i = 4.76 \cdot 10^{-5}\ L_i + 0.174$ $R = 0.206$

$r_i = 0.447\ \bar{t}_i + 5.18 \cdot 10^{-5}\ L_i - 0.286$ $R = 0.341$

Kaikki korrelaatiot ovat tilastollisesti merkitseviä. Mitä suurempi työpaikkakassa, sitä suurempi on peräkkäisten vuositasokertoimien välinen korrelaatio ja sitä varmemmin tasokerroin voidaan ennustaa aikaisempien vuosien tasokertoimien avulla. Yllättävää on havaita,

että tasokertoimen keskiarvo selittää peräkkäiskorrelaatiota jopa paremmin kuin kassan koko. Korrelaatio on keskimäärin sitä suurempi mitä suurempi on tasokertoimien keskiarvo. Taulukossa 4 esitetään r_i:n arvoja keskiarvon ja kassan koon funktiona viimeiseen regressioyhtälöön perustuen. Taulukon luvut ovat eräänlaisia keskiarvoja ja yksittäisten kassojen peräkkäiskorrelaatiot voivat poiketa niistä huomattavasti.

Taulukko 4. Peräkkäiskorrelaatio r_i muuttujien $\bar{t}_i$ ja L_i funktiona

$\bar{t}_i$ \ L_i	150	500	1500	5000	9000
			r_i		
0.70	0.035	0.053	0.105	0.286	0.493
0.85	0.102	0.120	0.172	0.353	0.560
1.00	0.169	0.187	0.239	0.420	0.627
1.30	0.303	0.321	0.373	0.554	0.761
1.60	0.437	0.455	0.507	0.688	0.895

Tasokertoimet ovat siis korreloituneita sekä kassojen sisällä että kassojen välillä. Peräkkäisten vuosien tasokertoimien välinen korrelaatio 114 kassan osalta on taulukon 3 mukaan keskimäärin 0.806. Tämän korrelaation suuruuteen vaikuttaa osaksi se, että tasokertoimien keskiarvot ovat eri kassoissa eri suuret ja osaksi se, että peräkkäisten vuosien tasokertoimet ovat korreloituneita myös kassan sisällä. Näiden kahden korrelaation välille voidaan johtaa seuraava likimääräinen yhteys.

Kassan i peräkkäisten vuosien tasokertoimien, joita seuraavassa merkitään t_{i1}:llä ja t_{i2}:lla, voidaan ajatella olevan lähtöisin kaksiulotteisesta normaalijakaumasta, jonka parametrit olkoot $(m_i, m_i, D_i^2, D_i^2, r_i)$. Tasokertoimen odotusarvo on siis m_i, hajonta D_i ja peräkkäisten vuosien välinen korrelaatio r_i kassassa i. Peräkkäisten vuosien välinen korrelaatio r kaikkien kassojen osalta saadaan kaavasta

$$r = \frac{1}{\underline{D}_1 \, \underline{D}_2 \, n} \sum_{i=1}^{n} (t_{i1} - \bar{t}_1)(t_{i2} - \bar{t}_2)$$

missä $\bar{t}_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} t_{i1}$ $\bar{t}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} t_{i2}$

$$\underline{D}_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (t_{i1} - \bar{t}_1)^2 \qquad \underline{D}_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (t_{i2} - \bar{t}_2)^2$$

Korrelaation lauseke voidaan esittää muodossa

$$r = \frac{1}{\underline{D}_1 \underline{D}_2 n} \sum_{i=1}^{n} (t_{i1} - m_i + m_i - \bar{t}_1)(t_{i2} - m_i + m_i - \bar{t}_2)$$

$$= \frac{1}{\underline{D}_1 \underline{D}_2 n} \sum_{i=1}^{n} ((t_{i1} - m_i)(t_{i2} - m_i) + (m_i - \bar{t}_1)(m_i - \bar{t}_2))$$

$$+ \frac{1}{\underline{D}_1 \underline{D}_2 n} \sum_{i=1}^{n} ((t_{i1} - m_i)(m_i - \bar{t}_2) + (m_i - \bar{t}_1)(t_{i2} - m_i))$$

Kun jokaisesta yhteenlaskettavasta otetaan odotusarvo, havaitaan, että jälkimmäisen summalausekkeen arvoksi tulee 0 ja termin $(t_{i1} - m_i)(t_{i2} - m_i)$ odotusarvo on $D_i^2 r_i$. Koska edelleen $\bar{t}_1 \approx \bar{t}_2 \approx \bar{t}$, päästään likimääräislausekkeeseen

(5) $$r \approx \frac{1}{\underline{D}_1 \underline{D}_2 n} \sum_{i=1}^{n} (D_i^2 r_i + (m_i - \bar{t})^2)$$

$$= \frac{1}{\underline{D}_1 \underline{D}_2} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} D_i^2 r_i + \underline{D}^2\right),$$

missä $\underline{D}^2$ on tasokertoimen keskiarvon varianssi. Sijoittamalla $\underline{D}_1$:lle ja $\underline{D}_2$:lle tasokertoimen hajonnan keskiarvo 0.251 saadaan lausekkeen arvoksi laskemalla

$$r \approx \frac{1}{0.251^2} (0.00754 + 0.209^2) = 0.813$$

Likimääräiskaavan antama tulos on varsin lähellä keskimääräistä peräkkäisten vuosien välistä korrelaatiota, joka on 0.806. Mikäli peräkkäisten vuosien tasokertoimet eivät ole korreloituneita kassan sisällä, tulee r_i:n arvoksi kaavassa (5) aina 0 ja lausekkeen arvoksi

saadaan

$$r \approx \frac{\underline{D}^2}{\underline{D}_1 \, \underline{D}_2} \approx \left(\frac{0.209}{0.251}\right)^2 = 0.69$$

Voidaan siis päätellä, että peräkkäisten vuosien tasokertoimien välinen korrelaatio kaikkien kassojen osalta (r) johtuu pääosin siitä, että tasokertoimien odotusarvot ovat eri kassoissa erisuuret. Huomattavasti vähäisempi merkitys on sillä, että peräkkäisten vuosien tasokertoimet korreloivat jonkin verran myös kassan sisällä.

5.3. Vuositasokertoimen ennustaminen

Jokaisen kalenterivuoden alussa joudutaan kassoille määräämään vuosiennakot, ja tätä varten on jokaisen kassan vuositasokertoimelle laadittava ennuste. Olkoon t_{ik} kassan i tasokerroin vuonna k. Peräkkäisten vuosien tasokertoimet muodostavat tällöin aikasarjan

$$t_{ik}, \quad t_{i(k-1)}, \quad t_{i(k-2)}, \ldots, \quad t_{i(k-j)}.$$

Vuositasokertoimen odotusarvo olkoon edelleen m_i ja varianssi D_i^2. Edellä on jo todettu, että tasokerroinjakauma on likimäärin normaalinen, joten $t_{ik} \sim N\,(m_i, D_i^2)$. Parametrien oletetaan siis olevan riippumattomia kalenterivuodesta, mikä tasokertoimen määritelmän perusteella on luonnollista. Seuraavassa sovelletaan tasokerroinaikasarjaan ensimmäisen asteen autoregressiivistä mallia, jossa

(6) $$t_{ik} = b_i \, t_{i(k-1)} + e_{ik}.$$

Tasokerroin muodostuu tässä mallissa kahdesta komponentista, joista toinen riippuu suoraan edellisen vuoden tasokertoimesta ja toinen on puhdas satunnaiskomponentti, jonka tässä oletetaan olevan normaalisti jakautunut. Satunnaiskomponentin e_{ik} odotusarvo ja varianssi voidaan ratkaista, kun tiedetään, että $t_{i(k-1)}$ ja e_{ik} ovat toisistaan riippumattomat. Odotusarvolle saadaan yhtälöt

$$m_i = E\,(t_{ik}) = E\,(b_i \, t_{i(k-1)} + e_{ik}) = b_i \, E\,(t_{i(k-1)}) + E\,(e_{ik})$$

josta edelleen

$$E\,(e_{ik}) = (1 - b_i)\, m_i.$$

Varianssi $Var(e_{ik})$ saadaan yhtälöistä

$$D_i^2 = E\,(t_{ik} - m_i)^2 = E\,(b_i\, t_{i(k-1)} + e_{ik} - m_i)^2$$

$$= E\,(b_i(t_{i(k-1)} - m_i) + (e_{ik} - (1 - b_i)\, m_i))^2$$

$$= b_i^2\, D_i^2 + Var(e_{ik})$$

eli

$$Var(e_{ik}) = (1 - b_i^2)\, D_i^2$$

Peräkkäisten vuosien tasokertoimien välinen korrelaatio r_i kassassa i saadaan kaavasta

$$r_i = \frac{E\,(t_{ik}\, t_{i(k-1)}) - m_i^2}{D_i^2}$$

Siis

$$r_i\, D_i^2 + m_i^2 = E\,(t_{ik}\, t_{i(k-1)}) = E\,((b_i\, t_{i(k-1)} + e_{ik})\, t_{i(k-1)})$$

$$= b_i\, E\,(t_{i(k-1)}^2) + E\,(e_{ik})\, E\,(t_{i(k-1)})$$

$$= b_i\,(D_i^2 + m_i^2) + (1 - b_i)\, m_i^2 = b_i\, D_i^2 + m_i^2$$

josta ratkaisemalla saadaan $b_i = r_i$ (Katso Box - Jenkins s. 56-58). Kaava (6) voidaan edellisten tulosten perusteella muuttaa muotoon

$$t_{ik} = r_i\, t_{i(k-1)} + (1 - r_i)\, m_i + e'_{ik},$$

jossa satunnais- eli virhekomponentti e'_{ik} on nyt jakautunut normaalisesti parametrein $(0,\ (1 - r_i^2)\, D_i^2)$.

Tasokertoimen t_{ik} ennusteena t^*_{ik} voidaan käyttää lauseketta

(7) $$t^*_{ik} = r_i\, t_{i(k-1)} + (1 - r_i)\, m_i = m_i + r_i\, (t_{i(k-1)} - m_i)$$

joka minimoi ennustevirheen kassan sisällä (katso kappale 2.4).

Edellisessä kappaleessa todettiin, että peräkkäisten vuositasokertoimien välinen korrelaatio r_i on keskimäärin 0.244. Tämän korrelaation riippuvuudelle kassan koosta ja tasokertoimesta saatiin seuraavat regressioyhtälöt:

$$r_i = 4.76 \cdot 10^{-5} L_i + 0.174$$

$$r_i = 0.447\, \bar{t}_i + 5.18 \cdot 10^{-5}\, L_i - 0.286$$

missä L_i on kassan koko ja $\bar{t}_i$ on havaittu vuositasokertoimen keskiarvo eli m_i:n estimaatti. Sijoittamalla nämä r_i:n arvot kaavaan (7) saadaan kolme erilaista tasokertoimen ennustekaavaa:

(8) $$t^*_{ik} = 0.244\, t_{i(k-1)} + (1 - 0.244)\, \bar{t}_i$$

(9) $$t^*_{ik} = \bar{t}_i + (4.76 \cdot 10^{-5}\, L_i + 0.174)\, (t_{i(k-1)} - \bar{t}_i)$$

(10) $$t^*_{ik} = \bar{t}_i + (0.447\, \bar{t}_i + 5.18 \cdot 10^{-5}\, L_i - 0.286)\, (t_{i(k-1)} - \bar{t}_i)$$

Vuoden 1978 tasokerrointa ennustettiin näillä kolmella kaavalla, jolloin $\bar{t}_i$ oli vuosien 1970-1977 tasokertoimien keskiarvo ja $t_{i(k-1)}$ vuoden 1977 tasokerroin kyseisessä kassassa. Ennustevirhe laskettiin kaavan (4) mukaisesti sekä lisäksi ennusteen ja ennustettavan suureen välinen korrelaatio r kaikkien kassojen osalta. Tulokseksi saatiin:

Kaava	r	r^2	$1-r^2$	Ennustevirhe
8	0.794	0.630	0.370	0.374
9	0.795	0.632	0.368	0.373
10	0.796	0.634	0.366	0.371

Kolmesta ennustekaavasta osoittautui siis viimeinen parhaimmaksi, mutta erot eri kaavojen välillä ovat hyvin vähäiset. Kaikissa

tapauksissa ennustettavan tasokertoimen varianssista pystyttiin selittämään noin 63 prosenttia.

Sijoittamalla kaavassa (9) kassan koolle L_i eri arvoja nähdään ennusteen rakenne erikokoisissa kassoissa.

Kaava 9	L_i
$t^*_{ik} = 0.181 \; t_{i(k-1)} + 0.819 \; \bar{t}_i$	150
$t^*_{ik} = 0.198 \; t_{i(k-1)} + 0.802 \; \bar{t}_i$	500
$t^*_{ik} = 0.245 \; t_{i(k-1)} + 0.755 \; \bar{t}_i$	1500
$t^*_{ik} = 0.412 \; t_{i(k-1)} + 0.588 \; \bar{t}_i$	5000
$t^*_{ik} = 0.602 \; t_{i(k-1)} + 0.398 \; \bar{t}_i$	9000

Mitä suurempi kassa, sitä suuremman painon saa edellinen vuositasokerroin tässä ennustekaavassa. Pienillä kassoilla ennuste pohjautuu lähes yksinomaan tasokertoimen keskiarvoon.

6. Kuukausitasokertoimet

6.1. Kuukausi- ja vuositasokertoimien välinen yhteys

Ennen kuukausitasokertoimien tarkempaa analysointia on syytä tutkia, mikä yhteys vallitsee kassan kuukausi- ja vuositasokertoimien välillä.

Merkitään

n = kassojen lukumäärä
M = kaikkien kassojen menot koko vuoden ajalta
$M_{\cdot k}$ = kaikkien kassojen menot kuukautena k
$M_{i\cdot}$ = kassan i menot koko vuoden ajalta
M_{ik} = kassan i menot kuukautena k
L_i = kassan i vakuutettujen lukumäärä
L = kaikkien kassojen vakuutettujen yhteismäärä

Tällöin kassan i kuukausitasokerroin t_{ik} kuukautena k on kaavassa (2) ilmaistun määritelmän mukaan

$$t_{ik} = \frac{M_{ik}}{L_i} : \frac{M_{\cdot k}}{L}$$

ja vuositasokerroin t_i on vastaavasti

$$t_i = \frac{M_{i.}}{L_i} : \frac{M}{L}$$

Vuositasokerroin voidaan lausua kuukausitasokertoimien avulla seuraavasti

$$t_i = \frac{M_{i.}}{L_i} \cdot \frac{L}{M} = \frac{\sum_{k=1}^{12} M_{ik} \cdot L}{L_i \cdot M} = \sum_{k=1}^{12} \frac{M_{\cdot k} \cdot M_{ik} \cdot L}{M_{\cdot k} \cdot L_i \cdot M} =$$

$$= \sum_{k=i}^{12} \frac{M_{\cdot k}}{M} \left(\frac{M_{ik}}{L_i} : \frac{M_{\cdot k}}{L}\right) = \sum_{k=1}^{12} \frac{M_{\cdot k}}{M} t_{ik}$$

Vuositasokerroin saadaan siis kuukausitasokertoimien painotettuna keskiarvona, painoina kuukausimenot kaikkien kassojen osalta.

6.2. Kuukausitasokertoimien hajonnat

Kuukausitasokertoimien analysointi suoritettiin vuoden 1978 osalta. Kuukausitasokertoimien kassakohtaiset hajonnot laskettiin myös vuosille 1977 ja 1976.

Taulukossa 5 on eräitä kuukausitasokertoimien vaihtelua kuvaavia lukuja 114 kassan osalta. Taulukosta havaitaan heinäkuun tasokertoimien poikkeuksellinen käyttäytyminen. Heinäkuun keskiarvo on pienempi ja hajonta suurempi kuin muina kuukausina. Osasyynä tähän on se, että monet pienet kassat eivät ole lainkaan toiminnassa lomakuukautena. Kuten kappaleessa 2.1. on todettu, tulee tasokertoimien painotetuksi keskiarvoksi 1, kun painona käytetään kassan vakuutettujen lukumäärää.

Taulukossa 5 on laskettu kuukausittain tasokertoimen hajonta sekä hajonta kassan vuositasokertoimeen nähden. Näistä edellinen (keskiarvo 0.350) kuvaa kokonaisvaihtelua ja jälkimmäinen (keskiarvo

Taulukko 5. Kuukausitasokertoimien vaihtelu 114 kassassa vuonna 1978

Kuukausi	Tasokertoimen keskiarvo	Tasokertoimen hajonta	Keskimääräinen hajonta vuosi-tasokertoimeen nähden[1]	Pienin taso-kerroin	Suurin taso-kerroin	Suurin vuosi-tasok. alitus	Suurin vuosi-tasok. ylitys
1	1.028	0.356	0.257	0.39	2.03	1.17	0.74
2	1.070	0.363	0.206	0.40	2.18	0.47	0.85
3	1.048	0.366	0.201	0.49	2.97	0.47	1.13
4	1.048	0.336	0.185	0.19	2.00	0.51	0.57
5	1.038	0.334	0.159	0.32	1.93	0.47	0.34
6	1.052	0.364	0.201	0.22	2.04	0.56	0.69
7	0.922	0.428	0.357	0.00	2.62	1.09	1.02
8	1.014	0.355	0.239	0.17	2.01	0.50	0.96
9	1.021	0.330	0.222	0.25	2.13	0.69	0.74
10	1.017	0.328	0.201	0.36	1.89	0.53	0.48
11	1.036	0.313	0.202	0.49	1.90	0.52	0.58
12	1.046	0.322	0.229	0.49	1.88	0.54	0.77
Keskiarvo	1.028	0.350	0.222	0.31	2.13	0.63	0.74
Vuositaso-kerroin	1.035	0.267	-	0.45	1.84	-	-

[1] Kuukausitasokertoimen ja vuositasokertoimen erotuksen hajonta.

0.222) kassojen sisäistä vaihtelua. Kassojen välistä vaihtelua kuvaa taas vuositasokertoimen hajonta, joka vuonna 1978 oli 0.267. Näiden kolmen hajontaa kuvaavan luvun välillä vallitsee seuraava likimääräinen yhteys:

$$0.350^2 \approx 0.267^2 + 0.222^2$$

Kuukausitasokertoimien kokonaisvarianssista on 58 prosenttia kassojen välistä varianssia. Samaan tapaan kuin kappaleessa 5.1. voidaan todeta, että kassojen kuukausitasokertoimien keskiarvot poikkeavat erittäin merkitsevästi toisistaan.

Taulukko 6. Kuukausitasokertoimien kassakohtaiset hajonnat vuosina 1976-1978

Vuosi	Kassakohtaisen hajonnan Keskiarvo	Hajonta	Pienin hajonta	Suurin hajonta	Keskimääräinen painotettu hajonta (painona L_i)
1976	0.192	0.0897	0.044	0.626	0.160
1977	0.203	0.0989	0.053	0.572	0.158
1978	0.207	0.0901	0.065	0.559	0.168
Keskiarvo	0.201	0.0929	0.054	0.586	0.162

Taulukossa 6 on joitakin tietoja kuukausitasokertoimien hajonnasta kassojen sisällä. Tämä hajonta oli vuosina 1976-1978 keskimäärin 0.201 eli yli puolitoistakertainen vuositasokertoimien kassakohtaiseen hajontoon (keskiarvo 0.127) nähden. Suurimmat hajonnat ovat olleet yli kymmenkertaiset pienimpiin nähden. Keskimääräinen painotettu hajonta on noin 80 prosenttia tavallisesta hajonnosta. Tämä johtuu siitä, että suurissa kassoissa hajonta on keskimääräistä pienempi, kuten taulukon 7 korrelaatioista havaitaan.

Taulukko 7. Kassakohtaisten hajontojen korrelaatiot eräisiin muuttujiin vuosina 1976-1978

Kassa kohtainen hajonta	Kassakohtainen hajonta 1977	1978	Saman vuoden tasokerroin	Vuositasokertoimien 1970-1978 Keskiarvo	Hajonta	Vakuutettujen lukumäärä L_i	$\frac{1}{\sqrt{L_i}}$
1976	0.534	0.618	0.333	0.211	0.493	-0.357	0.588
1977		0.594	0.408	0.256	0.506	-0.462	0.516
1978			0.391	0.231	0.424	-0.433	0.562
Keskiarvo	0.534	0.606	0.377	0.233	0.474	-0.417	0.555

6.3. Kuukausitasokertoimien väliset korrelaatiot

Kuukausitasokertoimien välisiä korrelaatioita voidaan laskea kassakohtaisesti sekä kassojen välisesti aivan samoin kuin vuositasokertoimien kohdalla on kappaleessa 5.2. menetelty. Peräkkäisten kuukausitasokertoimien väliset korrelaatiot kassojen sisällä osoittautuivat kuitenkin varsin pieniksi. Myöskään kuukausitasokertoimen korrelaatio edellisen vuoden vastaavaan ei ollut yleensä merkitsevä. Sen sijaan kassojen välillä lasketut korrelaatiot osoittautuivat merkitseviksi, joskaan ei aivan yhtä suuriksi kuin vuositasokertoimien kohdalla.

Taulukossa 8 on esitetty kuukausitasokertoimien väliset korrelaatiot eri viiveilla 114 kassan osalta vuonna 1978. Tässäkin tapauksessa korrelaatio pienenee viiven kasvaessa, joskaan ei yhtä selvästi kuin vuositasokertoimien kohdalla (katso taulukko 3 sivu 15).

Taulukko 8. Kuukausitasokertoimien t_{ik} ja $t_{i(k-j)}$ väliset korrelaatiot vuonna 1978 $(i=1,2,\cdots,114)$

k \ j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	0.66										
3	0.79	0.58									
4	0.74	0.78	0.55								
5	0.80	0.76	0.73	0.60							
6	0.76	0.72	0.65	0.63	0.49						
7	0.29	0.44	0.44	0.52	0.45	0.36					
8	0.28	0.74	0.70	0.58	0.53	0.47	0.48				
9	0.62	0.32	0.67	0.62	0.48	0.59	0.49	0.42			
10	0.66	0.67	0.41	0.70	0.66	0.60	0.55	0.50	0.45		
11	0.71	0.55	0.52	0.39	0.63	0.63	0.64	0.53	0.57	0.45	
12	0.64	0.59	0.62	0.44	0.39	0.62	0.60	0.53	0.53	0.54	0.32
Keskiarvo	0.63	0.62	0.59	0.56	0.52	0.55	0.55	0.50	0.52	0.50	0.32

Taulukossa 9 on esitetty vuoden 1978 kuukausitasokertoimien korrelaatiot eräisiin muuttujiin nähden. Ennustettaessa kuukauden k tasokerrointa on viimeisin tiedossa oleva tasokerroin kuukaudelta k-2. Tämän vuoksi on laskettu kuukauden k tasokertoimen korrelaatio kuukausien $1,\cdots,k-2$ tasokertoimien keskiarvoon. Tämä korrelaatio osoittautui keskimäärin suuremmaksi kuin korrelaatio edellisen vuoden vuositasokertoimeen. Tämän vuoksi on kuukausitasokerrointa ennustettaessa syytä ottaa alkuvuoden tasokertoimien keskiarvo huomioon.

Taulukko 9. Vuoden 1978 kuukausitasokertoimien korrelaatiot eräisiin muuttujiin 114 kassassa

Kuukausi k	Kuukausien 1, ··· , k-2 keskiarvo	Vuositaso-kerroin 1978	Vuositaso-kerroin 1977	Vuositaso-kerroin 1976	Vuositaso-kertoimien 1970-1978 keskiarvo	Vakuutet-tujen lukumäärä
1	-	0.694	0.672	0.542	0.605	-0.052
2	-	0.828	0.692	0.706	0.757	-0.167
3	0.584	0.843	0.642	0.637	0.687	-0.109
4	0.732	0.835	0.670	0.675	0.705	-0.126
5	0.785	0.883	0.694	0.735	0.761	-0.092
6	0.713	0.841	0.713	0.661	0.664	-0.130
7	0.507	0.557	0.428	0.432	0.509	0.173
8	0.677	0.741	0.608	0.556	0.545	-0.033
9	0.628	0.743	0.493	0.459	0.448	-0.068
10	0.709	0.791	0.608	0.606	0.571	-0.054
11	0.690	0.767	0.567	0.617	0.617	-0.126
12	0.656	0.713	0.549	0.518	0.509	-0.124
Keskiarvo	0.668	0.770	0.611	0.615	0.615	-0.076

6.4. Kuukausitasokertoimen ennustaminen

Kuukausitasokertoimia vuodelle 1978 ennustettaessa käytettiin selittävinä muuttujina alkuvuoden tasokertoimien keskiarvoa, kahden edellisen vuoden vuositasokerrointa sekä kassan kokoa. Analyysissä oli mukana 114 kassaa. Regressioyhtälö sai tällöin muodon

(11) $$t^*_{ik} = a\,\bar{t}_{i(k-2)} + b\,t_{i77} + c\,t_{i76} + d\cdot 10^{-4}L_i + e$$

missä

t^*_{ik} = kuukauden k tasokerroinennuste kassalle i

$\bar{t}_{i(k-2)}$ = kuukausien 1,2,···,k-2 tasokertoimien keskiarvo kassassa i

t_{i77} = vuoden 1977 vuositasokerroin kassassa i

t_{i76} = vuoden 1976 vuositasokerroin kassassa i

L_i = kassan i vakuutettujen lukumäärä

Vakiot a, b, c, d ja e määrättiin regressioanalyysissä siten, että neliösumma

$$\sum_{i=1}^{114} (t_{ik} - t^*_{ik})^2$$

tuli mahdollisimman pieneksi (katso Seber s. 364).

Tammi- ja helmikuun tasokertoimia ennustettaessa ei alkuvuoden keskiarvoa luonnollisestikaan ole käytettävissä, joten näiden kuukausien ennuste perustuu kahden edellisen vuoden tasokertoimeen ja kassan vakuutettujen lukumäärään. Tammikuun tasokerrointa ennustettaessa on edellisen vuoden tasokertoimesta käytettävissä vain ennakkotieto, joka saattaa hieman poiketa lopullisesta.

Taulukossa 10 on regressioanalyysissä saadut vakiot a, b, c, d ja e kuukausille 3,4,···,12. Lisäksi on esitetty yhteiskorrelaatiokerroin R sekä ennustevirhe, joka tässä tapauksessa on muotoa $1-R^2$.

Taulukko 10. Kertoimet a, b, c, d ja e regressioyhtälössä (11) vuoden 1978 kuukausille 3,4,...,12

$$t^*_{ik} = a\,\bar{t}_{i(k-2)} + b\,t_{i77} + c\,t_{i76} + d \cdot 10^{-4}\,L_i + e$$

Kuukausi k	a	b	c	d	e	Korrelaatio R	Ennustevirhe $1-R^2$
3	0.2819	0,2852	0,5080	-0,0310	-0,0622	0.705	0,503
4	0,4810	0.1415	0.3771	-0.0218	0,0073	0,772	0.404
5	0.5426	0.0386	0,4806	0,0807	-0,0833	0,826	0.318
6	0,4274	0.4942	0,1945	-0,0394	-0,1055	0,763	0,418
7	0.5655	0,0657	0.2500	0,7317	-0,1047	0,570	0.675
8	0.6173	0.2801	-0.0152	0.1529	0.0384	0,690	0.524
9	0.7406	0.0385	-0.1012	-0.0541	0.3320	0.692	0.521
10	0,6432	0.0774	0,1728	0.0427	0,0892	0.716	0.487
11	0,6285	-0.1005	0,3107	-0.1090	0,1873	0.708	0.499
12	0.6944	0.0995	-0.0170	-0.1507	0,2703	0.661	0.563
Keskiarvo	0.5622	0,1420	0,2160	0.0602	0.0569	0.710	0.491

Vakioiden a, b, c, d ja e riippuvuus kuukaudesta k (k=3,4,···,12) esitettiin vielä regressioyhtälön muodossa. Tulokseksi saatiin

$$a = 0.0378\,k + 0.279$$
$$b = -0.0262\,k + 0.339$$
$$c = -0.0478\,k + 0.574$$
$$d = -0.0152\,k + 0.174$$
$$e = 0.0398\,k - 0.242$$

Kun näin saadut arvot sijoitetaan kaavaan (11), saadaan kuukauden k (k=3,4,···12) tasokertoimen ennuste kaavasta

$$t^*_{ik} = (0.0378\,k + 0.279)\,\bar{t}_{i(k-2)} + (0.339 - 0.0262\,k)\,t_{i77} + (0.574 - 0.0478)\,t_{i76} + (0.174 - 0.0152\,k)\cdot 10^{-4}\,L_i + 0.0398\,k - 0.242 \tag{12}$$

Kuukausitasokertoimelle konstruoidun ennusteen (12) korrelaatio ja ennustevirhe todelliseen tasokertoimeen nähden on esitetty taulukossa 11. Havaitaan, että ennustevirheet ovat lähes yhtä pieniä kuin taulukossa 10, joten kaavaa (12) voidaan hyvin käyttää kuukausitasokertoimen ennusteena.

Tammi- ja helmikuun kuukausitasokertoimille saatiin regressioyhtälöt

$$t^*_{i1} = 0.965\,t_{i77} + 0.0402\,t_{i76} + 9.767\cdot 10^{-6}\,L_i - 0.0288$$

$$R = 0.673 \qquad 1-R^2 = 0.547$$

$$t^*_{i2} = 0.531\,t_{i77} + 0.626\,t_{i76} - 1.186\cdot 10^{-4}\,L_i - 0.116$$

$$R = 0.705 \qquad 1-R^2 = 0.503$$

Taulukko 11. Ennustekaavan (12) kokeilu kuukausien 3,4,···,12 tasokertoimille vuonna 1978

Kuukausi	Korrelaatio R	$1-R^2$	Ennustevirhe
3	0.697	0.514	0.518
4	0.769	0.409	0.411
5	0.822	0.324	0.327
6	0.753	0.433	0.439
7	0.521	0.729	0.757
8	0.684	0.532	0.532
9	0.617	0.619	0.625
10	0.715	0.489	0.490
11	0.695	0.517	0.519
12	0.657	0.568	0.571
Keskiarvo	0.693	0.513	0.519

6.5. Kuukausitasokertoimien hajonnan ennustaminen

Kuukausitasokertoimien hajonnat vuosikeskiarvoon nähden laskettiin vuosille 1976, 1977 ja 1978. Vuoden 1978 kassakohtaista hajontaa ennustettaessa käytettiin selittävinä muuttujina kahden edellisen vuoden hajontaa, vuositasokertoimien keskiarvoa, vuositasokerrointa, vakuutettujen lukumäärää L_i sekä muuttujaa $1/\sqrt{L_i}$. Merkitään D_{ik}:lla kassan i hajontaa vuonna k ja $\bar{t}_{i.}$:llä edelleen kassan vuositasokertoimien keskiarvoa. Regressioanalyysin tuloksena saatiin seuraavat yhtälöt

(13) $$D_{i78} = 0.337 \cdot D_{i77} + 0.422\, D_{i76} + 0.0575$$

Yhteiskorrelaatio $R = 0.692$

$$D_{i78} = 0.0877\, \bar{t}_{i.} - 2.557 \cdot 10^{-5}\, L_i + 0.1553 \qquad R = 0.478$$

(14) $$D_{i78} = 0.123\, \bar{t}_{i.} + 3.479\, \frac{1}{\sqrt{L_i}} - 0.0394 \qquad R = 0.629$$

$$D_{i78} = 3.326 \frac{1}{\sqrt{L_i}} + 0.0908 \qquad R = 0.562$$

$$D_{i78} = 1.636 \frac{1}{\sqrt{L_i}} + 0.213\, D_{i77} + 0.274\, D_{i76} + 0.088\, t_{i78}$$

$$-0.0379 \qquad R = 0.752$$

Kuukausitasokertoimien välinen hajonta riippuu kassan koosta samaan tapaan kuin vuositasokertoimien välinen hajonta (katso kappale 5.1.). Suurissa kassoissa hajonta on keskimääräistä pienempi, samoin kassoissa joissa tasokerroin eli etuusmenot henkeä kohti on tavallista pienempi. Taulukosta 7 sivulta 25 havaitaan edelleen, että kuukausitasokertoimien välinen hajonta korreloi vuositasokertoimien välisen hajonnan kanssa (korrelaatio keskimäärin 0.474). Siis mitä enemmän tasokerroin vaihtelee vuodesta toiseen, sitä enemmän vaihtelevat kuukausitasokertoimet vuositasokertoimeen nähden. Kassakohtaisen hajonnan varianssista voidaan kahden edellisen vuoden hajonnan avulla selittää noin puolet ($0.692^2 = 0.479$).

Hajonnon riippuvuudelle muuttujasta $1/\sqrt{L_i}$ on löydettävissä luonnollinen selitys. Yksittäisille kassan jäsenille maksettavien etuusmenojen voidaan ajatella olevan toisistaan riippumattomia satunnaismuuttujia, joiden varianssi olkoon v^2. Tällöin kassan i kokonaismenojen varianssi on $L_i\, v^2$ ja hajonta $v\sqrt{L_i}$. Henkeä kohti laskettujen menojen hajonta on tällöin

$$\frac{\sqrt{L_i}}{L_i}\, v = \frac{1}{\sqrt{L_i}}\, v$$

eli hajonta on suhteessa vakuutettujen lukumäärän neliöjuuren käänteislukuun (katso Mikkola s. 68). Taulukossa 12 on esitetty vuoden 1978 kuukausitasokertoimien välisen hajonnan yhteys kassan kokoon ja vuositasokertoimien keskiarvoon regressioyhtälöön (14) perustuen.

Taulukko 12. Hajonnan D_{i78} riippuvuus kassan koosta ja tasokertoimien keskiarvosta

$\bar{t}_{i.}$ \ L_i	150	500	1500	5000	9000
		D_{i78}			
0.70	0.331	0.202	0.137	0.096	0.083
0.85	0.349	0.221	0.155	0.114	0.102
1.00	0.368	0.239	0.173	0.133	0.120
1.30	0.405	0.276	0.210	0.170	0.157
1.60	0.441	0.313	0.247	0.207	0.194

7. Mallin soveltaminen, kun kassojen kokonaismenot ovat tunnetut

7.1. Tasokertoimen odotusarvo on tunnettu

Kuten luvussa 4 on todettu, noudattaa työpaikkakassan kuukausitasokerroin likimäärin normaalijakaumaa, siis $t_{ik} \sim N(m_i, D_i^2)$. Raja, jonka alapuolelle kuukausitasokerroin jää p prosentin todennäköisyydellä, on tällöin $m_i + N_p D_i$, missä N_p on normeeratun normaalijakauman vastaava raja. Jotta kassan varat riittäisivät p prosentin todennäköisyydellä, tulee sillä kuukauden alussa olla varoja määrä

$$\frac{L_i}{L} M (m_i + N_p D_i).$$

Käytössä olevat varat kaikkien kassojen osalta ovat tällöin $(1 + N_p D) M$, missä D on kassojen hajontojen painotettu keskiarvo (katso kappale 2.2.). Kassojen kuukausimenojen kokonaissumma M oletetaan tässä vaiheessa tunnetuksi. Kassoille rahaa varattaessa on siis otettava huomioon sekä tasokertoimen odotusarvo että hajonta, mikäli varojen loppumistodennäköisyys halutaan kaikissa kassoissa yhtä pieneksi.

Edellisissä luvuissa on tutkittu kassojen tasokertoimien odotusarvon ja hajonnan määräämistä. Ennustettaessa vuoden 1978 kassakohtaista hajontaa kahden edellisen vuoden hajontojen perusteella saaatiin regressioyhtälö (13), missä ennusteen ja todellisen

Taulukko 13. Normaalijakaumaan perustuva mallin testaus, kun odotusarvo on vuositasokerroin

Malli $t_{i78} + N_p D_{i78}$ $\quad D_{i78} = 0.337\ D_{i77} + 0.422\ D_{i76} + 0.0575$

Teoreettinen raja, jonka alapuolelle kassan i tasokerroin jää p prosentin todennäköisyydellä, on $t_{i78} + N_p\ D_{i78}$

Vuoden 1978 kuukausi	p	70		80		90		95		99	
	N_p	0.524		0.842		1.28		1.64		2.33	
		Teoreettisen rajan alapuolelle jääneiden havaittu osuus (yht. 114 kassaa)									
		Lkm	%	Lkm	%	Lkm	%	Lkm	%	Lkm	%
1		81	71.1	92	80.7	101	88.6	105	92.1	109	95.6
2		72	63.2	89	78.1	101	88.6	107	93.9	112	98.2
3		86	75.4	94	82.5	104	91.2	110	96.5	113	99.1
4		82	71.9	94	82.5	101	88.6	110	96.5	113	99.1
5		83	72.8	97	85.1	109	95.6	112	98.2	114	100.0
6		85	74.6	98	86.0	105	92.1	108	94.7	111	97.4
7		84	73.7	89	78.1	99	86.8	106	93.0	110	96.5
8		87	76.3	95	83.3	103	90.4	109	95.6	113	99.1
9		87	76.3	95	83.3	103	90.4	107	93.9	112	98.2
10		83	72.8	92	80.7	101	88.6	110	96.5	114	100.0
11		80	70.2	92	80.7	102	89.5	109	95.6	114	100.0
12		81	71.1	93	81.6	101	88.6	104	91.2	108	94.7
Keskiarvo		82.5	72.4	93.4	81.9	102.5	89.9	108.1	94.8	111.9	98.2

hajonnan välinen korrelaatio oli 0.692 (katso kappale 6.5.). Pienimmän neliösumman menetelmän mukaisesti ennusteen hajonnaksi tuli 69.2 prosenttia ennustettavan suureen hajonnasta (katso kappale 2.4.). Kun todellinen kassakohtainen hajonta vaihteli välillä 0.065-0.559, niin ennusteen vaihteluväli oli 0.101-0.422. Keskiarvo oli luonnollisesti kummassakin sama, 0.207. Näin kaava (13) tavallaan karsii ääritapaukset viemällä ennustetta keskiarvon suuntaan. Mallin käytäntöön soveltamista ajatellen tämä on pelkästään hyväksi, koska sattumasta johtuvat heilahtelut eivät tällöin pääse vaikuttamaan varojen jakoon.

Normaalijakaumaan perustuvaa mallia testattaessa käytettiin kassakohtaisena hajontana D_i kaavan (13) mukaista ennustetta. Kuukausitasokertoimien odotusarvona m_i käytettiin aluksi vuositasokerrointa t_i, joka siis oletettiin tunnetuksi. Testimateriaalina käytettiin 114 kassan kuukausitasokertoimia vuodelta 1968, yhteensä 1368 kuukausitasokerrointa. Taulukossa 13 on laskettu, kuinka suuri osuus kuukausitasokertoimista jäi teoreettisten prosenttirajojen 70, 80, 90, 95 ja 99 alapuolelle eri kuukausina.

Taulukon 13 perusteella voidaan todeta, että teoreettiset ja havaitut prosenttiosuudet ovat varsin lähellä toisiaan ja oletus tasokerroinjakauman normaalisuudesta saa näin lisävahvistusta. Poikkeamat yksittäisten kuukausien kohdalla ovat suuremmat kuin koko vuotena, mikä on luonnollista. Heinäkuu ei tässä tarkastelussa poikkea olennaisesti muista, joten siihen voidaan soveltaa samaa mallia kuin muihin kuukausiin. Heinäkuun keskimääräistä suurempi hajontahan johtuu lähinnä siitä, että osa pienistä kassoista lopettaa toimintansa heinäkuun ajaksi. Tämä on tarvittaessa otettava huomioon tapauskohtaisesti.

Keskimääräinen kassan vakuutettujen lukumäärällä painotettu tasokerroinhajonta oli 0.168 vuonna 1968 (katso taulukko 6 s. 24). Sijoittamalla tämä arvo kappaleessa 2.2. esitettyyn malliin havaitaan, että kassoille on annettava ylimääräistä rahaa yhteensä määrä 0.168 N_pM, mikäli yksittäisen kassan varojen halutaan riittävän p prosentin todennäköisyydellä. Taulukossa 14 on esitetty normaalijakaumaan perustuen, miten kassan varojen loppumistodennäköisyys riippuu kassoille varatun rahan yhteismäärästä, kun

jakoperusteena käytetään kaavaa (3).

Taulukko 14. Kassan varojen loppumistodennäköisyyden riippuvuus kassoille varatun rahan yhteismäärästä
(Keskimääräinen painotettu hajonta 0.168)

Varattu rahaa % yli todellisen määrän M (= 16.8 N_p)	N_p	Kassan varojen loppumistodennäköisyys kuukauden aikana	Rahapulaa kärsivien kassojen lukumäärän odotusarvo (yht. 121 kassaa)
5	0.298	0.383	46.3
10	0.595	0.276	33.4
15	0.893	0.186	22.5
20	1.190	0.117	14.2
25	1.488	0.068	8.2
30	1.786	0.037	4.5
35	2.083	0.019	2.3
40	2.381	0.009	1.1
45	2.679	0.004	0.5
50	2.976	0.001	0.1

7.2. Tasokertoimen odotusarvo on ennustettu

Mallia käytäntöön sovellettaessa ei kyseisen vuoden vuositasokerroin luonnollisesti ole tunnettu, joten sitä ei voida käyttää kuukausitasokertoimen odotusarvona. Sen sijaan on käytettävä joko vuositasokertoimen ennustetta (katso kappale 5.3.) tai kuukausitasokertoimen ennustetta (katso kappale 6.4.).

Seuraavassa kokeilussa käytetään kuukausitasokertoimen odotusarvona kaavan (10) avulla ennustettua vuositasokerrointa. Tämän ennusteen korrelaatio todelliseen tasokertoimeen oli 0.796 ja ennustevirheen varianssi on tällöin $(1-0.796^2)\ 0.267^2 = 0.0261$, missä vakio 0.267 on vuoden 1978 vuositasokertoimen hajonta. Kuukausitasokertoimien vaihtelu ennustettuun vuositasokertoimeen nähden voidaan jakaa kahteen toisistaan riippumattomaan komponenttiin, nimittäin kuukausitasokertoimen vaihteluun todelliseen vuositasokertoimeen nähden ja todellisen vuositasokertoimen vaihteluun ennustettuun vuosi-

Taulukko 15. Normaalijakaumaan perustuvan mallin testaus, kun odotusarvo on ennustettu

Malli $t_{i78} + N_p \sqrt{D_{i78}^2 + 0.0261}$.

$$D_{i78} = 0{,}377\, D_{i77} + 0{,}422\, D_{i76} + 0{,}0575$$

$$t_{i78} = \bar{t}_i + (0.447\, \bar{t}_i + 5.18 \cdot 10^{-5} L_i - 0{,}286)\,(t_{i(k-1)} - \bar{t}_i)$$

Vuoden 1978 kuukausi	p	70		80		90		95		99	
	N_p	0.524		0.842		1.28		1.64		2.33	
		Teoreettisen rajan alapuolelle jääneiden havaittu osuus (yht. 114 kassaa)									
		Lkm	%	Lkm	%	Lkm	%	Lkm	%	Lkm	%
1		86	75.4	94	82.5	101	88.6	103	90.4	111	97.4
2		79	69.3	89	78.1	101	88.6	106	93.0	112	98.2
3		84	73.3	96	84.2	105	92.1	110	96.5	113	99.1
4		82	71.9	93	81.6	105	92.1	107	93.9	114	100.0
5		80	70.2	97	85.1	107	93.9	110	96.5	114	100.0
6		80	70.2	92	80.7	102	89.5	106	93.0	110	96.5
7		87	77.2	95	83.3	105	92.1	111	97.4	111	97.4
8		89	78.1	92	80.7	101	88.6	104	91.2	113	99.1
9		81	71.1	96	84.2	102	89.5	105	92.1	111	97.4
10		86	75.4	93	81.6	101	88.6	108	94.7	112	98.2
11		83	72.8	94	82.5	102	89.5	108	94.7	112	98.2
12		84	73.7	89	78.1	98	86.0	103	90.4	111	97.4
Keskiarvo		83.4	73.2	93.3	81.9	102.5	89.9	106.8	93.6	112	98.2

tasokertoimeen nähden. Näistä edellisen arvona voidaan käyttää edelleen kaavan (13) antaman arvon neliötä D^2_{i78}. Kassan i kuukausitasokertoimen hajonta ennustettuun vuositasokertoimeen nähden on tällöin suure

$$\sqrt{D^2_{i78} + 0.0261}$$

jonka keskiarvoksi saatiin 0.265 eli 28 prosenttia enemmän kuin D_{i78}:n keskiarvo.

Taulukossa 15 on normaalijakaumaan perustuvan mallin kokeilun tulokset tapauksessa, jossa kuukausitasokertoimen odotusarvo on ennustettu edellä kerrotulla tavalla. Havaitut prosenttiosuudet ovat tässäkin tapauksessa varsin lähellä mallin mukaisia teoreettisia prosenttiosuuksia.

8. Kassojen kokonaismenojen ennustaminen

8.1. Kokonaismenot kuukausittain 1970-luvulla

Aikaisemmissa kappaleissa on keskitytty tutkimaan kassojen tasokertoimia ja niiden ennustamista. Tämän lisäksi tarvitaan ennuste kaikkien kassojen yhteisille kuukausimenoille M, jotta kassan todennäköisesti tarvitsema rahamäärä saataisiin selville.

Kassojen kokonaismenojen ennustemenetelmää kehitettäessä oli aineistona koko 1970-luvun kuukausimenot, yhteensä 120 havaintoa. Jotta vertailu eri kuukausien välillä olisi mahdollista, on kuukauden pituuden vaikutus eliminoitava. Tämän vuoksi on kuukausimenot jaettu kuukauden päivien lukumäärällä.

Merkitään

M_k = kaikkien kassojen yhteiset menot kuukautena k

P_k = kuukauden k päivien lukumäärä

$$K_k = \frac{M_k}{P_k} : \frac{M_{k-1}}{P_{k-1}} = \frac{P_{k-1}}{P_k} \frac{M_k}{M_{k-1}}$$

Taulukko 16. Kassojen kokonaismenot päivää kohti kuukausittain 1970-luvulla (1 000 mk)

Vuosi	Kuukausi												Kokonaismenojen muutosprosentti ed. vuodesta
	Ta	He	Ma	Hu	To	Ke	He	El	Sy	Lo	Ma	Jo	
1970	62	77	75	83	71	76	61	66	76	82	80	93	23.9
1971	70	88	98	94	86	85	67	78	92	94	103	116	18.8
1972	99	116	127	115	116	120	85	104	115	124	129	123	28.5
1973	112	134	146	132	126	121	91	115	121	150	154	142	12.1
1974	138	155	171	165	163	144	125	154	168	191	195	185	26.8
1975	180	200	184	220	187	195	160	179	218	241	230	237	24.3
1976	214	225	271	266	241	248	191	215	245	261	272	277	20.7
1977	230	264	277	264	269	256	185	220	256	253	265	260	2.1
1978	241	254	253	241	245	252	180	205	234	235	259	239	-5.3
1979	224	252	263	242	259	247	188	228	234	273	292	245	3.9
Keskiarvo	157	177	187	182	176	162	133	156	176	190	198	192	15.6

Taulukko 17. Kassojen päivää kohti laskettujen kuukausimenojen muutoskertoimet (K_k) 1970-luvulla

Vuosi	Kuukausi												
	Ta	He	Ma	Hu	To	Ke	He	El	Sy	Lo	Ma	Jo	Keski-arvo
1970	0.91	1.24	0.98	1.10	0.85	1.08	0.80	1.08	1.15	1.08	0.98	1.15	1.03
1971	0.76	1.26	1.11	0.95	0.92	0.98	0.79	1.17	1.18	1.03	1.09	1.13	1.03
1972	0.85	1.17	1.10	0.90	1.00	1.04	0.71	1.23	1.11	1.08	1.04	0.96	1.02
1973	0.91	1.20	1.08	0.90	0.96	0.96	0.76	1.25	1.05	1.24	1.02	0.92	1.02
1974	0.97	1.12	1.10	0.97	0.99	0.88	0.87	1.23	1.10	1.13	1.02	0.95	1.03
1975	0.98	1.11	0.92	1.20	0.85	1.05	0.82	1.12	1.22	1.11	0.95	1.03	1.03
1976	0.90	1.05	1.20	0.98	0.91	1.03	0.77	1.12	1.14	1.07	1.04	1.02	1.02
1977	0.83	1.15	1.05	0.95	1.02	0.95	0.72	1.19	1.17	0.99	1.05	0.98	1.00
1978	0.93	1.05	1.00	0.95	1.02	1.03	0.71	1.14	1.14	1.01	1.10	0.92	1.00
1979	0.94	1.12	1.05	0.92	1.07	0.95	0.76	1.21	1.03	1.17	1.07	0.84	1.01
Keskiarvo	0.90	1.15	1.06	0.98	0.96	1.00	0.77	1.17	1.13	1.09	1.04	0.99	1.02

K_k on siis muunnoskerroin, jolla kuukauden k menot päivää kohti saadaan edellisen kuukauden vastaavasta suureesta:

$$\frac{M_k}{P_k} = K_k \frac{M_{k-1}}{P_{k-1}}$$

Kuukauden k menoja ennustettaessa on viimeinen tiedossa oleva menosumma kuukaudelta k-2. Kuukauden k menot saadaan kaavasta

$$M_k = \frac{P_k}{P_{k-2}} K_k K_{k-1} M_{k-2}$$

missä kertoimet K_k ja K_{k-1} ovat kuitenkin tuntemattomia ja ne (tai niiden tulo) on ennustettava.

Taulukossa 16 on esitetty kassojen kokonaismenot päivää kohti (M_k/P_k) kuukausittain 1970-luvulla ja taulukossa 17 on vastaavat muunnoskertoimet K_k kuukausittain. Taulukoista havaitaan kassojen menokehityksen voimakas kausivaihtelu. Menot ovat pienimmillään kesällä, erityisesti heinäkuussa, jolloin menot ovat noin neljänneksen keskimääräistä pienemmät. Myös vaihtelut eri vuosien välillä ovat huomattavat. Vuosina 1970-1976 menot kasvoivat voimakkaasti, keskimäärin yli 20 prosenttia vuodessa, kun taas vuosikymmenen lopulla kasvu lähes pysähtyi ja vuonna 1978 menot jopa laskivat.

8.2. Muunnoskertoimien ennustaminen

Kassojen kuukausimenojen muunnoskertoimien K_k ennustamiseen käytettiin aikasarjaan sovellettua regressioanalyysiä (katso Kendall s. 143-146). Selittävinä muuttujina olivat aikaisemmat muunnoskertoimet K_{k-2}, K_{k-3}, K_{k-4} ja K_{k-12}. Näiden korrelaatiot selitettävään muuttujaan K_k olivat:

	K_{k-2}	K_{k-3}	K_{k-4}	K_{k-12}
Korrelaatio	-0.157	-0.038	-0.299	0.769

Parhaiten selittää muunnoskerrointa edellisen vuoden vastaava muunnoskerroin ja toiseksi parhaiten neljän kuukauden takainen muunnoskerroin. Sen sijaan kahden ja kolmen kuukauden takaisten muunnoskertoimien korrelaatiot selitettävään muuttujaan eivät osoittautuneet merkitseviksi. Myöskään elinkustannusindeksin ja yleisen ansiotasoindeksin muutosprosentit eivät selittäneet kertoimen K_k vaihteluja riittävästi, joten ne jätettiin tarkastelun ulkopuolelle.

Regressioanalyysin tuloksena saatiin yhtälöt

$$K_k = 0.749\ K_{k-12} + 0.255 \qquad \text{Korrelaatio } R = 0.769$$

$$K_k = 0.725\ K_{k-12} - 0.207\ K_{k-4} + 0.490 \qquad R = 0.798$$

Muunnoskertoimien keskiarvo oli 1.019 ja hajonta 0.128. Muunnoskertoimet vaihtelivat välillä 0.71-1.26. Käytettäessä edellä saatuja regressioyhtälöitä muunnoskertoimien ennusteena on ennustevirheen hajonta 0.128 $\sqrt{1-R^2}$ (katso kappale 2.4.). Hajonnoiksi saadaan 0.082 ja 0.077 eli muunnoskertoimen hajonta on noin 8 prosenttia keskiarvosta.

Kuten edellisessä kappaleessa todettiin, joudutaan muunnoskertoimet tai niiden tulo ennustamaan kahdeksi kuukaudeksi eteenpäin, koska kuukauden k menoja ennustettaessa on viimeinen tilastotieto kuukaudelta k-2.

Merkitään

$$\underline{K}_k = K_k\ K_{k-1}$$

$$\underline{K}_{k-2} = K_{k-2}\ K_{k-3}$$

$$\underline{K}_{k-12} = K_{k-12}\ K_{k-13}$$

$\underline{K}_k$ on siis muunnoskerroin, jolla kuukauden k menot päivää kohti saadaan kahden kuukauden takaisesta vastaavasta suureesta. Kerrointa $\underline{K}_k$ ennustettaessa on viimeinen vastaava tiedossa oleva kerroin $\underline{K}_{k-2}$ ja vuoden takainen kerroin $\underline{K}_{k-12}$. Näitä merkintöjä käyttäen

voidaan kuukauden k menot kaikkien kassojen osalta esittää muodossa:

$$M_k = \frac{P_k}{P_{k-2}} \underline{K}_k M_{k-2}$$

Kertoimen $\underline{K}_k$ keskiarvoksi saatiin 1.039 ja hajonnaksi 0.173. Pienin kerroin oli 0.687 ja suurin 1.399. Muuttujien $\underline{K}_{k-12}$ ja $\underline{K}_{k-2}$ korrelaatiot kertoimeen $\underline{K}_k$ nähden olivat 0.873 ja -0.313, joten vuoden takainen kerroin on ennustetta ajatellen merkittävämpi kuin viimeinen tunnettu kerroin.

Regressioanalyysin avulla saatiin yhtälöt

$$\underline{K}_k = 0.878\ \underline{K}_{k-12} + 0.127 \qquad r = 0.8729$$

(15) $$\underline{K}_k = 0.868\ \underline{K}_{k-12} - 0.0295\ \underline{K}_{k-2} + 0.168 \qquad r = 0.8733$$

Käytettäessä kaavaa (15) kertoimen $\underline{K}_k$ ennusteena on ennustevirheen hajonta

$$0.173 \sqrt{1 - 0.8733^2} = 0.0843$$

Tutkitaan vielä, kuinka hyvin normaalijakaumaan perustuva malli soveltuu kertoimelle $\underline{K}_k$. Kertoimen odotusarvo (merk. $\bar{K}_k$) on kaavan (15) antama tulos ja hajonta d on 0.0843. Testimateriaalina on 105 kertoimen $\underline{K}_k$ arvoa vuosilta 1971-1979. Aineisto on supistunut 120:stä, koska yli vuoden takaisia viiveitä on mallissa mukana. Mikäli kerroin $\underline{K}_k$ noudattaa normaalijakaumaa, jää sen arvo p prosentin todennäköisyydellä rajan $\bar{K}_k + 0.0843\ N_p$ alle, missä N_p on saatu normeeratun normaalijakauman taulukosta. Seuraavassa testin tulokset viidellä p:n arvolla.

p	N_p	$0.0843\ N_p$	Teoreettisen rajan alittavien havaintojen Lukumäärä	Prosenttiosuus
70	0.52	0.044	74	70.5
80	0.84	0.071	86	81.9
90	1.28	0.108	94	89.5
95	1.64	0.138	95	95.2
99	2.33	0.196	103	98.1

Havaitaan, että normaalijakaumaan perustuva malli toimii tässäkin tapauksessa varsin hyvin.

9. Kokonaismallin kokeilu

Aikaisemmissa kappaleissa esitetyn perusteella voidaan kassan i menot kuukautena k (merkitään M_{ik}) esittää muodossa

$$M_{ik} = \frac{L_i}{L} t_{ik} M_k = \frac{L_i}{L} t_{ik} \left(\frac{P_k}{P_{k-2}} \underline{K}_k M_{k-2}\right)$$

eli

$$M_{ik} = \left(\frac{L_i}{L} \frac{P_k}{P_{k-2}} M_{k-2}\right) t_{ik} \underline{K}_k \tag{16}$$

missä siis

L_i = kassan i vakuutettujen lukumäärä

L = kaikkien kassojen vakuutettujen yhteismäärä

P_k = kuukauden k päivien lukumäärä

M_k = kaikkien kassojen yhteismenot kuukautena k

t_{ik} = kassan i tasokerroin kuukautena k

$\underline{K}_k$ = muunnoskerroin, jolla kuukauden k yhteismenot päivää kohti saadaan kahden kuukauden takaisista vastaavista menoista

Kassan i kuukausimenoja ennustettaessa ovat kaavassa (16) sulkujen sisällä olevat suureet tunnettuja. Sen sijaan tasokerroin ja muunnoskerroin ovat satunnaismuuttujia, jotka ovat toisistaan riippumattomat. Niiden tulo on likimäärin normaalisesti jakautunut.

Merkitään

$m_{ik} = E(t_{ik})$ $\qquad$ $D^2_{ik} = Var(t_{ik})$

$\bar{K}_k = E(\underline{K}_k)$

Muuttujan $\underline{K}_k$ varianssi on kappaleen 8.2. perusteella 0.0843^2 = 0.007106. Tulon $t_{ik}\ \underline{K}_k$ odotusarvo ja varianssi ovat kappaleen 2.3. perusteella

$$E(t_{ik}\,\underline{K}_k) = m_{ik}\,\bar{K}_k$$

$$Var(t_{ik}\,\underline{K}_k) = 0.007106\,D_{ik}^2 + 0.007106\,m_{ik}^2 + \bar{K}_k^2\,D_{ik}^2$$

Merkitään $D_{0ik}^2 = Var(t_{ik}\,\underline{K}_k)$

Jotta kassan i varat riittäisivät p prosentin todennäköisyydellä kuukautena k, tulee sille varata normaalijakauman perusteella rahaa määrä

$$(17) \qquad \left(\frac{L_i}{L}\,\frac{P_k}{P_{k-2}}\,M_{k-2}\right)\,(m_{ik}\,\bar{K}_k + N_p\,D_{0ik})$$

missä vakio N_p on saatu normeeratun normaalijakauman taulukosta.

Taulukosta 18 on normaalijakaumaan perustuvaa mallia kokeiltu vuoden 1978 aineistoon siten, että kuukausitasokertoimen odotusarvona m_{ik} on käytetty vuositasokerrointa ja hajontana D_{ik} kuukausitasokertoimen hajontaa vuositasokertoimeen nähden. Muunnoskertoimen $\underline{K}_k$ odotusarvona on käytetty kaavan (15) antamaa tulosta. Kuukausitasokertoimia oli kokeilussa mukana 1368, mutta muunnoskertoimia vain 12, joten näyte ei niiden osalta ole edustava.

Taulukosta 18 havaitaan, että vuonna 1978 muunnoskertoimien ennusteet ylittivät todelliset arvot keskimäärin 0.012:n verran. Suurin ylitys tapahtui maaliskuussa, jolloin kertoimen $\underline{K}_k$ ennuste ylitti todellisen määrän 13.3 prosentilla (ennuste 1.190, todellinen arvo 1.050). Tästä johtuu, että havaitut alitusprosentit ovat hieman teoreettisia suurempia. Yksittäisten kuukausien kohdalla poikkeamat teoreettisista arviosta ovat luonnollisesti vielä suuremmat. Kuukausina, jolloin kokonaismenot on arvioitu liian suuriksi, on yksittäisen kassan varojen loppumistodennäköisyys luonnollisesti pienempi kuin päinvastaisessa tilanteessa. Tämä on havaittavissa selvästi myös taulukosta 18.

Taulukko 18. Normaalijakaumaan perustuvan kokonaismallin kokeilu vuoden 1978 tilanteeseen

Odotusarvo = $t_{i78}\bar{K}_k$ Varianssi = $0{,}007106\ D^2_{i78} + 0{,}007106\ t^2_{i78} + D^2_{i78}\bar{K}^2_k$

Vuoden 1978 kuukausi k	p	70		80		90		95		99		Kertoimen $\bar{K}_k$ ennusteen ja havaitun arvon erotus
	N_p	0.524		0.842		1.28		1.64		2.33		
		Teoreettisen rajan alapuolelle jääneiden havaittu osuus (yht. 114 kassaa)										
		Lkm	%	Lkm	%	Lkm	%	Lkm	%	Lkm	%	
1		74	64.9	89	78.1	101	88.6	108	94.7	114	100.0	-0.039
2		73	64.0	88	77.2	104	91.2	108	94.7	114	100.0	-0.013
3		102	89.5	109	95.6	112	98.2	114	100.0	114	100.0	0.140
4		94	82.5	104	91.2	110	96.5	112	98.2	114	100.0	0.059
5		89	78.1	102	89.5	112	98.2	114	100.0	114	100.0	0.012
6		63	55.3	83	72.8	98	86.0	106	93.0	113	99.1	-0.063
7		86	75.4	94	82.5	111	97.4	102	98.2	114	100.0	0.002
8		102	89.5	108	94.7	110	96.5	113	99.1	114	100.0	0.067
9		91	79.8	96	84.2	104	91.2	109	95.6	112	98.2	0.048
10		83	72.8	91	79.8	104	91.2	107	93.9	114	100.0	-0.003
11		66	57.9	75	65.8	92	80.7	101	88.6	110	96.5	-0.081
12		82	71.9	93	81.6	103	90.4	106	93.0	113	99.1	0.012
Keskiarvo		83.8	73.5	94.3	82.7	105.2	92.3	109.2	95.8	113.3	99.4	0.012

Sovellettaessa kaavaa (17) käytännön tilanteessa on kuukausitasokertoimen odotusarvona m_{ik} käytettävä joko vuositasokertoimen ennustetta (10) tai kuukausitasokertoimen ennustetta (12). Muunnoskertoimen $\underline{K}_k$ odotusarvona voidaan käyttää kaavan (15) antamaa tulosta. Kokonaishajontaa D_{0ik} laskettaessa voidaan käyttää kuukausitasokertoimen hajontana D_{ik} kaavan (13) antamaa tulosta. Tällöin on kuitenkin otettava huomioon, että kuukausitasokertoimen hajonta ennustettuun vuositasokertoimeen nähden on suurempi kuin kaavan (13) antama tulos ja syntyvä virhe on korjattava kappaleessa 7.2. esitetyllä tavalla.

Jaettaessa kassoille rahaa kaavan (17) mukaisesti niin, että rahat riittävät p prosentin todennäköisyydellä, ovat käytössä olevat varat kaikkien kassojen osalta (merk M_1) kappaleessa 2.3. esitetyn mukaisesti

$$M_1 = \frac{P_k}{P_{k-2}} M_{k-2} \left(\bar{K}_k \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} m_{ik} + N_p \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} D_{0ik}\right)$$

$$= \frac{P_k}{P_{k-2}} M_{k-2} \bar{K}_k (1 + N_p D_0)$$

missä $D_0 = \frac{1}{\bar{K}_k} \sum_{i=1}^{n} \frac{L_i}{L} D_{0ik}$ eli kassakohtaisten kokonaishajontojen painotettu keskiarvo jaettuna muunnoskertoimen odotusarvolla $\bar{K}_k$. Vakion D_o keskimääräiseksi arvoksi vuonna 1978 saatiin 0.243 eli keskimääräinen kokonaishajonta oli noin neljännes keskimääräisestä odotusarvosta.

Taulukossa 19 on vielä esitetty kassan varojen loppumistodennäköisyyden riippuvuus kassoille varatun rahan yhteismäärästä, kun keskimääräisenä kokonaishajontana on käytetty vakiota 0.243, joka käytännön ennustetilannetta ajatellen on realistinen. Taulukon 20 luvut koskevat tilannetta, jossa rahat on jaettu kassoille kaavan (17) mukaisella tavalla.

Taulukko 19. Kassan varojen loppumistodennäköisyyden riippuvuus kassoille varatun rahan yhteismäärästä

(Keskimääräinen painotettu hajonta 0.243)

Varattu rahaa % yli odotusarvon E(M) (= 24.3 N_p)	N_p	Kassan varojen loppumistodennäköisyys kuukauden aikana	Rahapulaa kärsivien kassojen lukumäärän odotusarvo (yht. 121 kassaa)
5	0.206	0.418	50.6
10	0.412	0.340	41.1
15	0.617	0.269	32.5
20	0.823	0.205	24.8
25	1.029	0.152	18.4
30	1.235	0.108	13.1
35	1.440	0.075	9.1
40	1.646	0.050	6.1
45	1.852	0.032	3.9
50	2.058	0.020	2.4
55	2.263	0.012	1.5
60	2.469	0.007	0.8
65	2.675	0.004	0.5
70	2.881	0.002	0.2
75	3.086	0.001	0.1
80	3.292	0.000	0.0

Taulukosta 19 havaitaan, että yksittäisen kassan varat riittävät 98 prosentin todennäköisyydellä, jos kassoille yhteensä varataan rahaa 50 prosenttia yli odotusarvon. Tällöin 121 kassasta keskimäärin 2.4 joutuu kärsimään rahapulasta. Mikäli varattu rahamäärä on 80 prosenttia yli odotusarvon, riittävät rahat lähes varmasti kaikilla kassoilla. Kassakohtaisesti odotusarvon ylittävä rahamäärä vaihtelee luonnollisesti hajonnan mukaan. Koska pienissä kassoissa hajonta on keskimääräistä suurempi, on myös odotusarvon ylittävä osuus niissä keskimääräistä suurempi.

Lähdeluettelo:

Box-Jenkins:	Time Series Analysis: Forecasting and Control. San Francisco 1976.
Cramér:	Mathematical Methods of Statistics. Princeton 1946.
Kendall:	Time-Series. Lontoo 1973.
Mikkola:	Todennäköisyyslaskenta I. Helsinki 1971.
Seber:	Linear Regression Analysis. New York 1977.
Vasama-Vartia:	Johdatus tilastotieteeseen I-II. Helsinki 1973.

Vuosien 1970-1978 vuositasokertoimet kassoittain

Lisäksi tasokertoimien keskiarvo, hajonta, peräkkäiskorrelaatio ja kassan vakuutettujen lukumäärä.

Kassan numero	70	71	72	73	74	75	76	77	78	KA	haj.	R	lkm
02001	1.03	.96	.86	.83	.82	.88	.88	.92	.96	.90	.065	.62	4960
04701	1.16	1.13	1.33	1.78	1.69	1.81	1.28	.98	1.28	1.38	.286	.48	1090
04702	1.36	1.14	1.17	1.64	1.29	1.27	1.24	.97	.99	1.23	.191	.21	0570
06101	1.02	1.03	.98	1.12	1.22	1.19	1.27	1.55	1.29	1.19	.167	.61	1570
06102	1.39	1.48	1.48	1.72	1.82	1.58	1.50	1.28	1.33	1.51	.166	.57	0490
12501	1.01	.77	1.01	1.18	.91	.90	.88	.94	.95	.95	.106	-.11	0570
12502	1.12	1.17	.98	.84	.90	.82	.97	.85	.90	.95	.117	.52	1770
12701	.86	.83	1.02	.94	1.28	1.08	1.13	1.17	1.12	1.05	.140	.36	1120
12702	.85	.67	.94	.75	.90	.81	.72	.70	.56	.77	.113	-.08	0580
12703	.65	.90	.95	.79	.82	.60	.97	.94	.95	.84	.130	-.07	0140
12705	.75	.66	.83	.76	.83	.83	.94	.91	.93	.83	.087	.53	4240
14801	.99	.63	.65	.51	.77	.81	.68	.66	.60	.70	.132	-.07	0460
16201	.94	.99	.95	.90	.97	1.05	1.09	1.14	1.06	1.01	.075	.71	1230
16202	.93	.84	1.04	1.12	1.03	1.23	1.27	1.21	1.84	1.17	.273	.59	0540
16203	1.15	.92	1.01	.99	.90	.92	.93	.94	.95	.97	.072	-.20	2110
16204	1.29	1.41	1.29	1.07	1.28	1.18	1.40	1.28	1.34	1.28	.100	-.13	0900
16205	1.52	1.39	1.42	.93	1.25	1.41	1.22	1.37	1.33	1.32	.161	-.06	0950
16206	.64	.56	.78	.84	.93	.88	1.00	1.11	.81	.84	.160	.57	0380
17201	1.04	1.27	.97	.80	.93	.84	.88	.77	.78	.92	.151	.45	2010
22301	.90	.89	.77	.79	.89	.77	.94	.95	.98	.88	.075	.24	0740
22302	.56	.55	.63	.60	.69	.71	.70	.99	1.31	.75	.234	.92	0440
22701	.97	1.15	1.16	1.30	1.21	1.27	1.23	1.23	1.06	1.18	.099	.19	0940
26401	.85	.71	.67	.86	.74	.76	.77	.79	.92	.79	.074	-.20	1120
26402	.75	.83	.81	.96	.66	.83	.98	.78	.84	.83	.093	-.44	0810
26403	.85	.74	.40	.69	.80	.69	.68	.76	.76	.71	.121	-.02	0190
28001	.83	.88	.84	.82	.90	.80	.75	.69	.68	.80	.073	.71	5050
28002	.88	.95	.86	.76	.85	.88	.74	.73	.76	.82	.073	.42	2590
28003	1.10	.95	.68	.69	.83	.97	.79	.85	.71	.84	.135	.28	0580
30101	.79	.72	.49	.71	.71	.88	1.01	1.33	1.03	.85	.231	.63	0210
30201	.85	.74	.66	.76	.71	.55	.60	.89	.59	.71	.110	-.24	0420
30801	1.01	.96	.98	1.05	1.23	1.19	1.43	1.18	1.03	1.12	.144	.48	1490
30802	.89	1.02	1.10	1.12	1.13	1.18	1.37	1.39	1.48	1.19	.180	.93	1150
30803	1.59	1.62	2.02	1.74	1.92	1.60	1.51	1.54	1.69	1.69	.164	.14	0470
30804	.68	.85	.81	.83	.98	.92	.85	.96	.97	.87	.091	.36	0520
30805	.68	.98	.77	.70	.73	.78	.76	.74	.76	.77	.082	-.29	0600
30806	1.43	1.55	1.58	1.48	1.65	1.72	1.67	1.35	1.60	1.56	.113	-.06	1380
30807	1.32	1.16	1.15	1.26	1.39	1.38	1.40	1.38	1.47	1.32	.105	.66	1420
30808	1.18	1.33	1.25	1.60	1.74	1.51	1.50	1.24	1.39	1.42	.175	.37	0440
30809	1.02	.94	.83	.96	1.07	1.00	1.06	1.04	1.03	.99	.071	.36	1380
30810	.90	1.14	1.03	.96	1.01	1.08	1.13	1.10	1.21	1.06	.091	.10	0920
30901	.96	.97	1.09	.88	.98	.91	.95	.95	.71	.93	.096	-.18	1000
30902	.92	.78	.98	.97	.86	.80	.89	.87	.94	.89	.066	-.18	2910
32001	1.03	1.09	.79	1.05	1.11	1.17	1.03	.91	.91	1.01	.112	.06	0900
32401	.95	.99	.96	1.09	1.67	1.52	1.36	1.75	1.64	1.33	.313	.66	1420
32402	1.34	.77	.69	.93	.87	.78	.79	.93	.81	.88	.179	-.29	0340
32403	.74	.76	.70	.65	.70	.95	1.35	.97	1.11	.88	.221	.52	0180
32404	.92	.71	.93	.85	.84	1.12	.82	.88	.85	.88	.104	-.41	0180
32501	1.30	1.30	1.50	1.59	1.35	1.28	1.29	1.25	1.28	1.35	.110	.46	1250
32502	1.27	1.48	1.38	1.74	1.72	1.80	1.82	1.82	1.74	1.64	.196	.71	2500
32503	1.18	1.03	1.32	1.08	.98	.99	1.15	.90	.91	1.06	.129	.03	0600
32601	.83	.85	.76	.74	.60	.78	.81	.81	1.03	.80	.107	.30	0270
33001	.89	.90	.89	.98	.98	1.07	.92	1.04	.98	.96	.062	.12	1000
33002	.87	1.06	.98	1.02	1.06	1.21	1.30	1.18	1.23	1.10	.130	.67	1800
33003	.92	.93	1.00	1.14	1.06	.85	1.04	.92	.95	.98	.084	-.03	2140
33004	1.12	1.12	1.13	1.13	1.00	1.01	1.09	1.12	.93	1.07	.069	.09	1170

Kassan numero	70	71	72	73	74	75	76	77	78	KA	haj.	R	1km
33005	.94	.98	1.01	.95	.84	.89	.90	.88	1.13	.95	.082	.04	1180
33008	.87	.75	.84	.91	.89	.89	.85	.79	.69	.83	.069	.40	1900
33009	1.59	1.53	1.46	1.08	1.04	1.03	.96	.99	1.01	1.19	.244	.87	9010
33010	.93	.93	.81	.85	.87	.96	1.14	1.07	1.05	.96	.104	.67	1320
33011	.82	.97	.72	.94	1.05	1.06	1.15	.91	1.05	.96	.126	.11	1270
33012	.90	1.01	1.10	1.17	1.18	.94	1.07	1.12	1.02	1.06	.092	.10	0920
33101	.87	.91	1.18	1.54	1.32	1.24	1.23	1.21	1.22	1.19	.190	.56	0350
33201	.77	.98	.64	.82	.77	.97	.72	.68	.78	.79	.110	-.41	0320
33301	1.15	1.17	1.39	1.57	1.32	1.28	.99	.95	.77	1.18	.232	.71	1980
33302	1.21	1.14	1.32	1.17	.99	1.01	1.03	.99	1.06	1.10	.108	.51	3000
33401	.76	.65	.60	.86	1.04	.82	1.00	.86	.89	.83	.137	.35	0330
36101	.75	.63	.82	1.16	1.27	1.18	1.33	1.42	.95	1.06	.263	.62	0860
36601	1.17	1.07	.83	1.28	1.55	1.57	1.26	1.04	1.03	1.20	.231	.47	0470
37502	.84	.82	.73	.78	.92	.82	.89	1.06	1.21	.90	.142	.75	0840
37504	1.23	1.08	1.19	1.27	1.18	1.09	1.11	1.31	1.37	1.20	.095	.26	3500
37505	.76	.94	.86	.77	.92	1.35	1.30	.81	1.09	.98	.209	.22	0220
37509	1.05	1.02	1.20	1.24	1.17	.99	1.16	1.07	1.10	1.11	.081	.03	1340
37602	.80	.83	.65	.84	.78	.69	.73	.87	.90	.79	.079	-.05	1100
40001	1.18	1.10	1.09	1.07	1.04	1.01	.96	.90	.99	1.04	.079	.81	1340
40201	.72	.81	.71	.65	.70	.88	.90	.82	.76	.77	.081	.41	0770
40301	1.05	.83	.99	.85	.68	.85	.78	1.01	.63	.85	.137	-.41	1150
40601	1.05	.99	.78	.88	.82	.85	1.15	1.00	.81	.93	.120	.10	0440
40602	.96	.79	.81	.77	.68	.77	.88	.94	.81	.82	.084	.27	0610
42101	.96	.92	1.00	.76	1.07	1.17	.98	1.18	1.26	1.03	.145	.23	0500
42301	.82	.98	.99	1.14	.90	.93	1.24	1.40	1.06	1.05	.172	.29	0410
42302	1.01	1.02	1.01	.95	.91	1.04	1.07	1.15	1.19	1.04	.083	.75	1040
42303	.83	.97	.97	.79	.79	.78	.86	.86	.83	.85	.068	.28	0610
44101	.60	.73	.59	.77	.83	.79	.77	.91	.78	.75	.096	.24	0920
44301	1.16	1.27	1.27	1.10	1.07	.88	.95	1.06	1.11	1.10	.122	.63	1730
44302	.93	.99	1.08	1.71	1.26	1.01	.99	1.18	1.00	1.13	.228	.15	0410
44304	1.30	1.19	1.22	1.46	1.62	1.22	1.06	1.24	1.51	1.31	.169	.19	0510
44305	1.25	1.16	1.13	1.33	1.11	1.09	1.16	1.16	.97	1.15	.095	-.14	1300
44306	1.12	1.06	1.15	1.12	1.06	1.07	1.09	.99	1.03	1.08	.047	.21	3220
44307	1.18	.87	.93	.86	.93	.88	.93	1.06	1.35	1.00	.158	.24	0900
44501	1.16	1.23	1.17	1.23	1.23	1.24	1.15	1.28	1.33	1.22	.055	.03	3460
44601	1.01	1.18	1.01	1.23	1.56	1.52	1.01	1.18	.96	1.18	.210	.21	1250
46301	.93	.86	.92	1.29	1.02	1.16	1.44	1.52	1.24	1.15	.224	.54	0720
46302	.80	1.00	.92	.83	.78	.80	.89	.75	.74	.83	.081	.21	2440
46401	.85	.85	.97	1.04	.95	1.12	.92	1.04	.99	.97	.085	.01	0580
46601	1.27	.96	1.08	1.19	1.12	1.15	1.12	1.21	1.00	1.12	.093	-.51	0560
46701	1.42	1.28	1.23	1.06	1.14	1.17	1.56	1.35	1.62	1.31	.180	.31	0370
46901	.86	.91	.94	.82	.93	.87	.65	.47	.45	.77	.183	.82	2640
46902	.82	.94	.90	.97	.88	1.08	1.02	.79	.96	.93	.087	-.25	0250
47001	1.10	1.02	1.05	1.03	.83	.76	1.08	.90	1.21	1.00	.134	-.09	0250
47401	.92	1.01	.91	.88	.93	1.01	.88	.93	.91	.93	.046	-.30	1180
47402	.51	.73	.81	.64	.86	.83	.76	.66	.62	.71	.108	.04	1060
48001	1.15	1.37	1.27	.84	1.18	1.10	1.17	1.34	1.10	1.17	.148	-.17	0340
48002	1.03	.98	1.06	1.12	1.06	1.24	1.40	1.53	1.47	1.21	.196	.88	2740
48003	.83	.73	.92	1.09	.96	.65	.82	1.00	.91	.88	.129	.13	1200
48004	.62	.64	.66	.61	.57	.74	.69	.63	.72	.65	.052	-.12	5740
48006	.90	1.05	1.29	1.37	1.18	1.05	.98	1.05	1.30	1.13	.152	.41	1570
48007	1.44	1.51	1.28	.94	.84	1.44	1.41	1.45	1.35	1.30	.227	.38	0650
48010	1.08	1.23	1.17	1.11	1.28	1.46	1.31	.93	.97	1.18	.162	.32	0600
48012	.90	.90	.90	.88	.77	.87	.87	.95	.88	.88	.045	.07	5320
48013	.85	.77	.83	.81	.68	.79	.77	.79	.80	.79	.045	-.23	4080
48014	.94	.86	.88	.92	.92	.91	.92	.97	.94	.92	.031	.25	5270
48015	1.01	.97	.90	.91	1.01	.96	.97	1.03	1.06	.98	.050	.41	5800
48016	.93	.99	.90	.85	.87	.92	.88	.87	.88	.90	.040	.32	2590
48017	.73	.85	.77	.71	.73	.83	.77	.83	.87	.79	.055	.06	3870

Vuoden 1978 kuukausitasokertoimet ja niiden hajonnat kassoittain

Kassan numero	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	haj.
2001	1.08	.84	.97	.97	.90	1.03	1.16	.96	1.09	.97	.81	.71	.110
4701	1.33	1.27	1.25	1.18	1.18	1.63	1.60	1.16	.82	1.25	1.69	1.02	.243
4702	1.15	.93	.94	.81	1.20	1.06	.82	.81	1.01	1.00	1.02	1.04	.122
6101	1.79	1.28	1.45	1.29	1.16	1.39	1.63	1.27	1.05	1.00	1.18	1.04	.229
6102	1.47	2.18	1.63	1.51	1.45	1.27	1.88	1.22	.94	.89	.81	.85	.414
12501	1.07	.89	.83	.97	1.12	1.30	.29	1.05	.91	1.31	.78	.75	.264
12502	1.01	1.15	.95	.98	1.11	.68	1.24	.85	.82	.72	.84	.53	.199
12701	1.04	1.00	1.07	.96	1.27	1.03	1.14	.84	1.12	1.07	1.54	1.30	.175
12702	.81	.79	.74	.40	.32	.46	.34	.39	.57	.52	.60	.71	.169
12703	.89	.87	1.08	1.10	1.09	1.21	.00	1.64	.92	.93	.87	.66	.366
12705	.64	.88	.90	.80	1.01	.91	.97	.62	.98	1.04	1.06	1.31	.179
14801	1.15	.40	.62	.19	.79	.24	.39	.17	1.10	.52	.56	1.01	.332
16201	.76	1.34	1.16	1.25	.96	1.19	.54	.87	.77	.91	1.44	1.36	.272
16202	.67	1.84	2.97	1.96	1.72	1.67	2.62	1.34	2.13	1.86	1.53	1.88	.559
16203	.64	.86	.94	.71	.81	.92	.94	1.04	1.03	.85	.94	1.72	.258
16204	1.17	1.65	1.10	1.27	1.47	1.38	1.58	.93	1.07	1.55	1.06	1.87	.275
16205	1.71	1.91	1.50	1.58	1.47	.91	1.30	1.12	1.08	1.28	1.22	.86	.305
16206	.86	.62	.68	.69	.78	.91	.00	1.77	1.03	.96	.59	.78	.385
17201	.72	.59	.79	.75	.69	.64	.90	.68	.78	.72	1.13	.95	.144
22301	.97	1.09	.89	.74	.57	.82	.87	1.00	1.04	1.38	1.24	1.15	.211
22302	1.42	1.28	1.02	.94	1.10	1.40	1.10	1.58	1.59	1.58	1.55	1.16	.229
22701	1.02	1.16	1.08	1.13	1.14	.96	1.22	1.09	1.15	.90	1.14	.77	.125
26401	1.08	.85	.99	1.25	1.04	.82	.68	1.15	.87	.73	.67	.88	.180
26402	.68	.81	.89	1.02	.70	.83	.89	.53	.93	.89	.83	1.06	.141
26403	.47	.72	.84	.78	.63	.78	.25	.65	1.50	.97	.77	.65	.285
28001	.74	.57	.63	.62	.68	.66	.87	.68	.62	.56	.85	.72	.093
28002	.64	.77	.87	.75	.63	.85	.78	.82	.73	.69	.91	.69	.085
28003	.73	1.08	.73	.94	.73	.65	.68	.66	.47	.69	.53	.63	.157
30101	.94	.86	.88	.82	1.13	1.32	.65	1.62	1.16	1.16	.75	.79	.266
30801	.96	1.21	1.25	1.08	1.12	1.09	.80	.88	1.11	.86	.96	.97	.134
30802	1.79	1.71	1.61	1.60	1.62	1.34	1.09	1.26	1.24	1.69	1.36	1.31	.216
30803	1.64	1.80	1.98	1.55	1.93	1.74	1.66	2.01	1.62	1.48	1.49	1.40	.196
30804	1.35	1.02	.94	.98	.97	1.02	.76	.99	1.18	.64	1.02	.73	.183
30805	.54	.51	.76	.98	.88	.65	.95	.82	.89	1.00	.67	.54	.171
30806	1.46	1.72	1.64	1.53	1.51	1.62	1.54	1.55	1.89	1.61	1.55	1.58	.109
30807	1.34	1.22	1.33	1.42	1.74	1.49	1.24	1.64	1.46	1.79	1.53	1.40	.176
30808	1.21	1.68	1.78	1.79	1.58	1.38	.64	1.34	.85	1.80	1.56	.85	.389
30809	.98	.76	1.02	1.04	.99	1.09	.98	1.05	.97	1.25	1.08	1.10	.110
30810	.89	.89	.92	1.21	1.17	1.26	1.04	1.31	1.47	1.31	1.37	1.67	.230
30901	.81	.84	.67	.85	.87	.82	.43	.61	.62	.63	.55	.74	.134
30902	.89	.98	.94	1.11	1.05	.93	1.09	.87	.84	.90	.88	.83	.091
32001	.91	.91	1.09	1.48	.89	.48	.90	.82	.71	.74	.89	1.08	.232
32401	1.68	1.92	1.62	2.00	1.63	1.82	1.50	1.61	1.13	1.31	1.59	1.82	.235
32402	.47	.95	.92	1.15	1.06	1.02	.00	.98	.70	.36	.57	1.36	.368
32403	.95	.98	1.09	.84	.92	.80	2.13	1.27	1.04	1.23	1.29	1.05	.338
30201	.62	.66	.54	.66	.39	.59	.56	.29	.59	.52	.87	.73	.144
32404	.56	.75	.64	.68	.59	.93	.75	.61	.77	.96	1.43	1.44	.290
32501	1.07	1.19	1.00	1.52	1.33	1.47	1.46	1.15	1.41	1.32	1.35	1.14	.162
32502	1.64	1.92	1.74	1.88	1.83	1.87	1.28	1.71	1.41	1.89	1.90	1.69	.195
32503	.93	1.38	.76	.99	.66	.93	.53	.83	.87	1.07	.77	1.15	.218
32601	.87	1.18	1.17	.92	1.27	1.47	.59	1.26	.96	.79	.64	1.16	.261
33001	.90	.93	.87	.47	.51	.53	.42	.51	.61	.51	.63	.49	.174
33002	1.42	1.15	1.31	1.29	1.48	1.32	.68	1.71	1.07	1.17	1.12	.95	.255
33003	1.01	.91	.93	.82	.77	1.01	.89	.70	1.48	1.00	.87	1.00	.186

Kassan numero	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	haj.
33004	.88	.81	.85	.78	.73	.79	1.47	.94	.79	1.10	1.19	.95	.205
33005	1.27	1.08	1.04	1.05	1.04	1.17	.39	1.36	1.47	1.24	1.09	1.22	.254
33008	.61	.64	.92	.67	.64	.81	.59	.67	.52	.75	.69	.73	.101
33009	.94	.92	.90	.73	1.25	.77	1.34	1.46	1.12	1.02	.94	.86	.216
33010	1.07	1.00	.90	.95	.81	1.03	1.14	1.21	1.25	1.07	1.04	1.22	.129
33011	.65	.58	.69	.93	1.20	1.16	.54	1.33	1.41	1.36	1.36	1.30	.326
33012	1.21	1.14	.86	1.07	.95	.75	1.32	1.03	.92	.96	1.18	.93	.155
33101	.98	1.16	1.00	1.72	1.25	1.33	.86	1.20	1.23	1.19	1.43	1.21	.215
33201	.97	.85	.62	1.05	.76	.22	1.16	1.13	.43	.79	.94	.60	.273
33301	.61	1.04	.66	.70	.70	.80	.92	.67	.71	.69	.92	.87	.128
33302	.84	1.02	1.07	1.07	1.23	1.14	1.05	1.07	.89	1.07	1.10	1.15	.101
33401	.39	.82	.72	.83	1.04	.91	1.03	.96	.84	.88	.95	1.36	.216
36101	1.04	1.24	.99	.71	.80	1.16	1.11	.85	.92	.84	.78	.99	.159
36601	1.10	.82	1.38	1.02	1.24	.96	1.27	1.17	.85	.66	.88	1.06	.202
37502	1.12	1.09	1.34	1.25	1.20	1.44	.44	1.41	1.21	1.33	1.54	1.15	.266
37504	1.19	1.51	1.70	1.57	1.42	1.89	1.12	1.07	1.40	1.11	1.03	1.31	.261
37505	1.02	1.45	1.16	1.07	1.38	.91	.39	.85	1.06	.75	1.65	1.16	.321
37509	1.03	.90	.93	1.09	1.03	1.46	1.01	1.18	1.08	1.25	1.11	1.11	.143
37602	.95	.86	.69	.94	.80	.95	1.12	.81	.81	.85	1.06	1.01	.118
40001	1.13	1.13	1.17	1.07	.90	1.21	.53	1.11	1.12	.90	.84	.64	.214
40201	.93	.88	.76	.85	.80	.60	.77	.50	.75	.89	.65	.71	.121
40301	.47	.64	.58	.60	.53	.49	.67	.60	.49	.92	.85	.71	.136
40601	.84	.89	.69	1.22	1.08	.96	.41	.62	.69	.67	.80	.73	.206
40602	.98	1.01	.81	.69	.87	.66	.54	.71	1.00	.96	.49	.96	.177
42101	1.65	.95	1.22	1.13	.98	1.45	.76	1.36	1.26	1.74	1.29	1.21	.270
42301	1.49	1.22	1.15	1.06	.91	1.19	1.00	1.07	.75	.85	.95	1.06	.186
42302	1.07	1.17	.85	.91	1.34	1.22	1.27	1.11	1.25	1.39	1.14	1.59	.194
42303	.57	.96	1.07	.68	.80	.72	.62	.78	.92	.79	.91	1.07	.159
44101	.97	.79	.65	1.00	.80	.94	.89	.66	.71	.49	.75	.72	.143
44301	1.02	1.19	1.49	1.10	1.24	1.18	1.17	.81	.97	1.07	.93	1.10	.166
44302	1.74	1.52	1.36	.89	1.02	.72	.78	.52	.96	.47	1.06	.82	.370
44304	1.28	1.71	1.44	1.54	1.79	1.53	1.55	1.53	1.42	1.25	1.36	1.75	.167
44305	1.02	.76	1.18	1.18	1.31	1.00	1.31	.76	.50	.84	.81	.97	.236
44306	1.04	1.16	1.00	1.01	.90	.90	1.06	1.00	1.10	1.15	1.08	.99	.080
44307	1.43	1.44	1.24	1.46	1.35	1.41	.92	.96	1.31	1.32	1.55	1.66	.207
44501	2.03	1.51	1.42	1.39	1.15	1.18	1.85	1.22	1.10	1.04	.91	1.27	.315
44601	.91	.94	1.00	.93	.94	1.00	1.13	.81	1.04	.83	.91	1.09	.093
46301	1.33	1.40	1.14	1.53	1.21	1.59	.85	1.02	1.08	1.15	1.24	1.20	.201
46302	.68	.62	.73	.72	.65	.71	.72	.72	.94	.90	.82	.67	.092
46401	1.58	.64	1.32	.66	.93	.95	.93	1.01	1.07	.97	.82	.90	.248
46601	.66	.37	1.11	.74	1.09	1.11	.88	1.34	1.11	1.01	1.00	1.08	.180
46701	1.96	2.01	1.83	1.50	1.87	1.49	.75	1.35	1.94	1.32	1.49	1.70	.347
46901	.45	.51	.52	.44	.50	.44	.41	.35	.25	.47	.51	.51	.076
46902	.45	.82	.49	1.18	1.07	1.25	.96	.84	1.05	1.19	1.30	.92	.264
47001	.80	1.35	1.29	1.20	1.30	1.79	.75	1.59	1.65	.88	.81	1.06	.339
47401	.69	1.14	.88	.83	.68	.72	.58	.76	1.26	.76	1.05	1.48	.262
47402	.72	.80	.64	.69	.48	.41	.43	.39	.45	.55	.57	.55	.125
48001	1.34	.95	.78	1.08	1.11	1.20	.74	1.12	1.07	1.43	1.20	1.10	.192
48002	1.64	1.43	1.56	1.30	1.44	1.58	1.20	1.44	1.47	1.72	1.28	1.50	.145
48003	.71	1.04	1.35	.97	.67	.89	.93	.62	1.17	.78	.77	.99	.205
48004	.69	.61	.58	.68	.65	.68	.88	.85	.77	.84	.75	.72	.092
48006	1.77	1.66	1.47	1.58	1.18	1.12	1.07	.94	1.26	.83	1.45	1.16	.280
48007	1.10	1.16	1.08	1.37	1.29	2.04	.26	1.80	1.62	1.35	1.59	1.34	.426
48010	.92	1.44	1.17	1.25	.97	1.08	.43	.75	.28	.92	1.28	.93	.325
48012	.94	.86	.75	.97	.68	.78	1.14	1.00	.92	.85	.79	.99	.123
48013	.85	.74	.66	.68	.72	1.14	.57	1.02	.97	.84	.63	.75	.165
48014	.85	.93	.89	1.04	.93	.81	1.08	.93	.96	.94	.91	.94	.071
48015	1.17	.90	1.12	1.05	1.08	.96	1.01	1.07	1.05	1.19	1.11	.97	.082
48016	.95	.74	.81	.96	1.08	.78	.94	.91	.83	.94	.86	.79	.094
48017	.95	.81	.90	.97	.88	.83	.91	.94	.82	.85	.88	.73	.065