



WORKING PAPERS ISSN 0781-4410

SUOMEN AKTUAARIYHDISTYS
The Actuarial Society of Finland

19

Pertti Näyskä

EKSPONENTIAALISEEN TASOITUKSEEN
PERUSTUVISTA ENNUSTEMALLEISTA (1986)

Sisällysluettelo

	Sivu
1. Johdanto	1
2. Alkuperäinen Holt-Winters-ennustemalli	3
2.1. Yksinkertainen eksponentiaalinen tasoitus	3
2.2. Lineaarisen trendin liittäminen malliin	4
2.3. Kausivaihtelun huomioonottaminen	5
3. Holt-Winters-mallin laajennus	7
4. Holt-Winters-mallien yhteyksiä ARIMA-malleihin	9
4.1. Laajennettu Holt-Winters-malli	9
4.2. Laajennetun mallin erikoistapauksia	12
5. Ekstrapolointimenetelmien osuvuutta koskeva vertailututkimus	14
5.1. Tutkimuksen yleiskuvaus	14
5.2. Huomioita tutkimuksen tuloksista	16
5.3. Laajennetun Holt-Winters-menetelmän osuvuudesta	18
6. HW-menetelmien testaus vahinkovakuutusyhtiön maksettujen vakuutusmaksujen ennustamisessa	18
6.1. Testauksen yleiskuvaus	18
6.2. Testauksen tuloksista	20
7. Loppupäätelmiä	22
Lähdekirjallisuutta	23

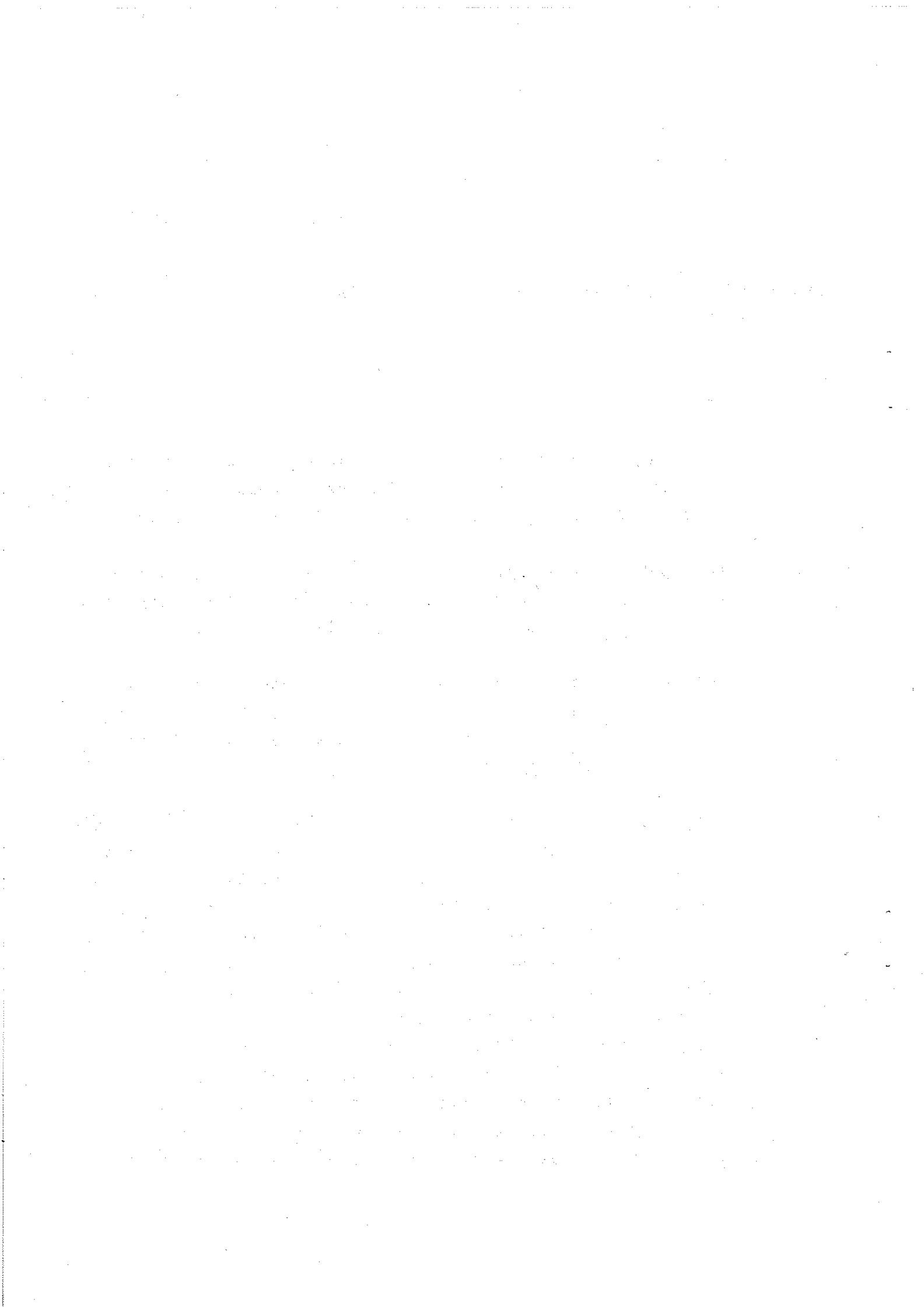
1. Johdanto

Ennustamisella on tärkeä osansa taloudelliseen toimintaan liittyvässä suunnittelussa ja päätöksenteossa. Ennustamisessa käytettävät keinot voidaan karkeasti jakaa kolmeen luokkaan:

- (a) puhtaasti harkintaan perustuvat lähestymistavat;
- (b) ilmiöiden syy-yhteyksiin perustuvat mallit (regressio);
- (c) extrapolaatio- eli aikasarjamallit.

Neljäntenä luokkana voidaan pitää eri luokkiin kuuluvien menetelmien yhdistelmiä. Luokat (b) ja (c) käsittävät nykyään melkoisen kirjon erilaisia menetelmiä, joista uusimmat ovat hyvin monimutkaisia ja sofistikoituja.

Tässä esityksessä tarkastellaan luokkaan (c) kuuluvia eksponentiaaliseen tasoitukseen perustuvia ennustemalleja, joita kehitettiin jo 1950-luvulla. Näihin malleihin pohjautuvien menetelmien etuna on paitsi yksinkertaisuus myös niiden soveltuvuus automaattiseen ennustamiseen. Tämä on erityisen toivottava ominaisuus silloin, kun ennustettavia sarjoja on paljon. Esimerkiksi suurissa varastosysteemeissä tehtävänä saattaa olla tuhansien eri tuotteiden kysynnän ennustaminen tietyllä aikavälillä. Tällaisissa tilanteissa ennustemallin harkitsemiseen yhden tuotteen osalta ei ole mahdollisuuksia, joten menetelmän on oltava automaattinen. Boxin ja Jenkinsin 1970-luvulla kehittämät aikasarjamallit, ns. ARIMA-mallit soveltuvat huonosti edellä kuvattuihin ennustetilanteisiin,



koska niissä ensiarvoisen tärkeä mallin identifiointivaihe vaatii harkintaa ja siten aikaa. Tuoreimmissa vertailuissa on todettu eksponentiaalisen tasoituksen menetelmien olevan ennustetarkkuudeltaan täysin kilpailukykyisiä hienostuneempien menetelmien kanssa.

Tunnetuimpia eksponentiaalisen tasoituksen ennustemalleista ovat Brownin [1] ja Holtin mallit sekä jälkimmäisestä edelleenkehitetty Holt-Winters-malli [2], jota kutsutaan myös kolminkertaisen eksponentiaalisen tasoituksen malliksi. Siinä tasoitusta sovelletaan aikasarjan tasoon, trendiin ja kausivaihteluun. Alkuperäisestä Holt-Winters-mallista on kehitetty uusia versioita ja nykyään voidaan puhua Holt-Winters- eli HW-tyyppisistä malleista. Teoreettisesti lupaavimmalta parannukselta näyttää mahdollisuus vaimentaa tai voimistaa trendiä, jonka alkuperäinen HW-malli olettaa lineaariseksi. Trendin lineaarisuusoletusta pidetään pahimpana ennustevirheiden aiheuttajana ja etenkin pitkillä ennusteaikaväleillä sen on todettu tuottavan vaarallisen suuria yliarvioita.

ARIMA-mallien kehittämisen jälkeen on todettu, että eksponentiaalisen tasoituksen mallit ovat ARIMA-mallien erikoistapauksia. Yhteydet näiden eri mallityyppien välillä ovat hyödyllisiä, koska niiden avulla voidaan eksponentiaalisen tasoituksen menetelmin tehdyille ennusteille laskea luottamusvälejä, mitä aikaisemmin ei ole pystytty tekemään.

Työssä tarkastellaan alkuperäistä HW-ennustemallia ja siihen liittyvää trendinvaimennusmallia ja johdetaan HW-tyyppisille malleille ekvivalentteja ARIMA-malleja. Lisäksi referoidaan viime vuosina tehtyjä eri ekstrapolaatiomenetelmien tarkkuusvertailuja ja tutkitaan HW-tyyppisten mallien soveltuvuutta vahinkovakuutusyhtiön ensivakuutuksen maksutulon lajeittaiseen ennustamiseen.

2. Alkuperäinen Holt-Winters-ennustemalli

2.1. Yksinkertainen eksponentiaalinen tasoitus

Olkoon X_t aikasarjan havainto aikajaksolla t . Aika oletetaan diskreetiksi ja havaintoja saadaan tasavälein. Merkitään symbolilla $\hat{X}_t(m)$ sarjan ennustetta jaksolla $t+m$, kun tuorein havainto on X_t (ennuste m askelta eteenpäin). Aluksi oletetaan vielä, että sarjassa ei ole trendiä eikä kausivaihtelua. Tällaisella stabiililla sarjalla on tietty taso S_t , joka on jotenkin pystyttävä arvioimaan ja jota käytetään prediktorina kaikille tulevaisuuden aikajaksoille. Ennusteet saadaan siis yksinkertaisesti kaavalla

$$(1) \quad \hat{X}_t(m) = S_t.$$

Eksponentiaalisen tasoituksen malleissa sarjan tason estimaatti aikajaksolla t saadaan seuraavasti:

$$(2) \quad S_t = \alpha X_t + (1-\alpha)S_{t-1},$$

eli tuoreimman havainnon ja edellisen estimaatin painotettuna keskiarvona. Tasoitusparametri α rajoitetaan välille $(0,1)$. Sijoittamalla kaavaan (2) $S_{t-1} = \alpha X_{t-1} + (1-\alpha)S_{t-2}$ saadaan

$$S_t = \alpha X_t + \alpha(1-\alpha)X_{t-1} + (1-\alpha)^2 S_{t-2}.$$

Jatkamalla vastaavasti edelleen, tulee kaava (2) muotoon

$$\begin{aligned} S_t &= \alpha X_t + \alpha(1-\alpha)X_{t-1} + \alpha(1-\alpha)^2 X_{t-2} \\ &\quad + \dots + \alpha(1-\alpha)^M X_{t-M} + (1-\alpha)^{M+1} S_{t-(M+1)} \\ &= \alpha \sum_{n=0}^M (1-\alpha)^n X_{t-n} + (1-\alpha)^{M+1} S_{t-(M+1)}. \end{aligned}$$

Kun M on tarpeeksi suuri, voidaan jäännöstermi jättää huomiotta. Rajallemenolla saadaan, mikäli historiassa on riittävästi havaintoja

$$(3) \quad S_t = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} (1-\alpha)^n X_{t-n} .$$

Tästä nähdään, että S_t on kaikkien aikaisempien havaintojen painotettu keskiarvo. Lisäksi painojen summa on yksi, joten menetelmä ei tuota systemaattista harhaa. Kaava (2) voidaan myös esittää muodossa

$$(4) \quad S_t = S_{t-1} + \alpha(X_t - S_{t-1}) ,$$

josta nähdään, että sarjan tasoon tuleva korjaus on sarjan tuorein ennustevirhe kerrottuna parametrilla α .

2.2. Lineaarisen trendin liittäminen malliin

Trendi voidaan lisätä malliin joko sarjan tasoon suhteutettuna tai additiivisena. Useimmiten additiivinen trenditekijä on käyttökelpoisempi. Trendin oletetaan tuovan sarjan tasoon aikajaksosta t eteenpäin yhtä suuren lisän T_t jokaisella askeleella. Trendiin sovelletaan myös eksponentiaalista tasoitusta. Tällöin malli saa muodon

$$(5) \quad S_t = \alpha X_t + (1-\alpha)(S_{t-1} + T_{t-1})$$

$$(6) \quad T_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

$$(7) \quad \hat{X}_t(m) = S_t + mT_t .$$

Sarjan tason S_t arviossa on nyt mukana myös trendin tuorein arvio T_{t-1} . Trendin uusi estimaatti on trendin uusimman havainnon $S_t - S_{t-1}$ ja trendin edellisen estimaatin T_{t-1} painotettu keskiarvo. Myös trendin tasoitusparametri β rajoitetaan välille $(0,1)$. Trendin tarkistus voidaan esittää myös muodossa

$$(8) \quad T_t = T_{t-1} + \beta[(S_t - S_{t-1}) - T_{t-1}] ,$$

missä hakasulkulauseke on trendin tuorein ennustevirhe. Korjaus trendiin on siis trendin ennustevirhe kerrottuna parametrilla β .

Luonteva jatko edellä esitetylle mallille olisi sellainen, jossa trendin muutosta yritettäisiin ottaa huomioon. Oletetaan, että trendin muutos on additiivinen ja tasasuuruinen. Merkitään "trendin trendiä" jaksolla t Y_t :llä. Eksponentiaalinen tasoitus suureelle Y_t saadaan analogisesti:

$$Y_t = \delta(T_t - T_{t-1}) + (1-\delta)Y_{t-1}$$

tai

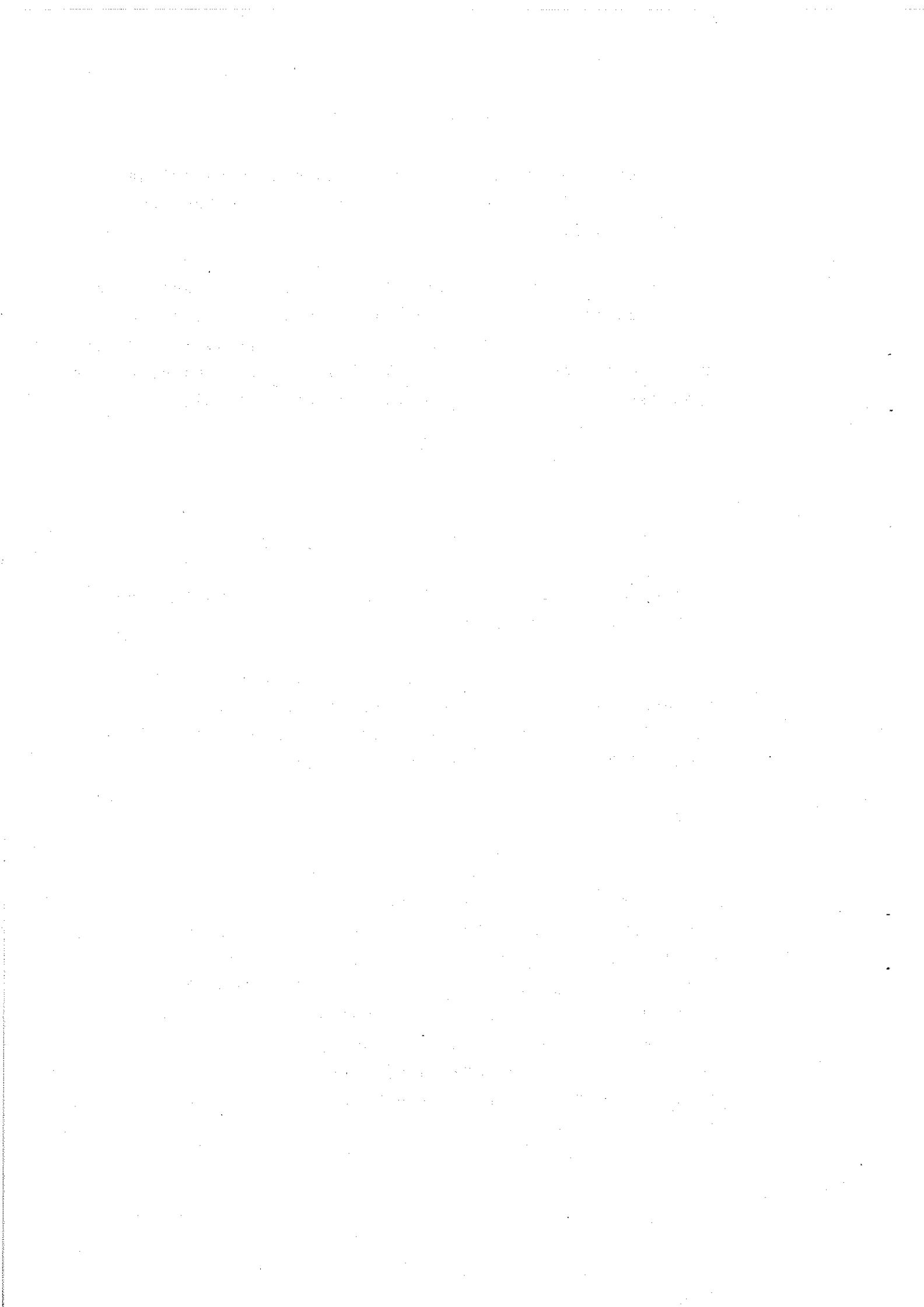
$$Y_t = Y_{t-1} + \delta[(T_t - T_{t-1}) - Y_{t-1}] ,$$

eli korjaus trendin muutokseen on havaittu ennustevirhe kertaa tasoitusparametri δ .

Alkuperäisessä H-W-mallissa ei edellä esitettyä kiihtyvyysskomponenttia ole. Jäljempänä palataan malleihin, joissa lineaarista trendiä manipuloidaan kerrointekijällä, jolla voidaan joko vaimentaa tai voimistaa trendiä.

2.3. Kausivaihtelun huomioonottaminen

Samoin kuin trendi voidaan kausivaihtelu rakentaa malliin suhteellisena tai additiivisena. Jos kausivaihtelun amplitudi on riippumaton sarjan tasosta, voidaan käyttää additiivista mallia. Useimmiten kuitenkin kausivaihtelu on verrannollinen sarjan tasoon, jolloin kannattaa käyttää suhteellista kausivaihtelumallia. Olkoon kausivaihtelun kauden eli syklin pituus L aikajaksoa. Kausikertoimeen F_t sovelletaan eksponentiaalista tasoitusta kuten sarjan tasoon ja trendiin. Kutakin kausikomponenttia tarkistetaan L kauden välein. Malli saa nyt seuraavan muodon:



$$(9) \quad S_t = \alpha \frac{X_t}{F_{t-L}} + (1-\alpha)(S_{t-1} + T_{t-1})$$

$$(10) \quad T_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$$

$$(11) \quad F_t = \gamma \frac{X_t}{S_t} + (1-\gamma)F_{t-L}$$

$$(12) \quad \hat{X}_t(m) = (S_t + m T_t) F_{t-L+(m \bmod L)}$$

Yhtälöstä (9) nähdään, että viimeisin havainto puhdistetaan kausivaihtelusta edellisen syklin vastaavassa vaiheessa saadulla kausikertoimella. Uusi havainto kausikertoimelle syklin tässä vaiheessa on X_t/S_t ja uusi estimaatti kausikertoimelle on painotettu keskiarvo tästä havainnosta ja kausikertoimen edellisestä estimaatista. Kuten edellä tasoitusparametri γ rajoitetaan välille $(0,1)$. Kausikertoimen tarkistus voidaan saattaa muotoon

$$(13) \quad F_t = F_{t-L} + \gamma \left(\frac{X_t}{S_t} - F_{t-L} \right),$$

mistä nähdään helposti kausikertoimeen tuleva korjaus. Kaavat (9) - (11) saadaan rekursiivisesti kehittämällä muotoon

$$S_t = \alpha \sum_{n=0}^M (1-\alpha)^n \frac{X_{t-n}}{F_{t-L-n}} + \sum_{n=1}^M (1-\alpha)^n T_{t-n} \\ + (1-\alpha)^{M+1} (S_{t-(M+1)} + T_{t-(M+1)})$$

$$T_t = \beta \sum_{n=0}^M (1-\beta)^n (S_{t-n} - S_{t-n-1}) + (1-\beta)^{M+1} T_{t-(M+1)}$$

$$F_t = \sum_{n=0}^R (1-\gamma)^n \frac{X_{t-nL}}{S_{t-nL}} + (1-\gamma)^{R+1} F_{t-(R+1)L},$$

missä R on suurin kokonaisluku siten että $R \leq \frac{M}{L}$.

Sarjan ennuste on näin ollen kaikkien aikaisempien havaintojen, tasoitusparametrien α , β ja γ sekä tason S , trendin T ja kausikertoimen F alkuarvojen funktio. Alkuarvojen merkitys riippuu tasoitusparametrien suuruudesta ja aikajaksoa t aikaisempien havaintojen määrästä. Tason S ja trendin T alkuarvojen merkitys vähenee nopeammin kuin kausikertoimen alkuarvojen, koska tasoa ja trendiä tarkistetaan jokaisella askeleella, mutta kutakin kausikerrointa vain kerran yhden syklin aikana.

Tavallisesti havaintosarjan alkuosa, esimerkiksi 3 kausivaihtelujaksoa käytetään tason, trendin ja kausivaihtelukertoimien alkuarvojen määrittämiseen. Tasoitusparametrien tulisi olla sitä pienempiä mitä suurempi satunnaisvaihtelu sarjassa on. Nykyaikaisissa ohjelmapaketeissa käyttäjän ei tarvitse asettaa tasoitusparametreja, joskin omien parametrien käyttäminen on mahdollista. Ohjelmistot laskevat tietyin kriteerein optimaaliset tasoitusparametrit. Yleinen optimaalisuuskriteeri on ennustevirhesarjan neliösumman minimoituminen. Virhesarjan neliöitä voi vielä painottaa niin että painot vähenevät sarjan alkupäätä kohti.

3. Holt-Winters-mallin laajennus

Edellä esitetyn alkuperäisen HW-mallin kenties pahin puute on se että siinä trendi oletetaan lineaariseksi. Tämä oletus johtaa varsinkin pitkällä ennusteväleillä usein huonoihin ennusteisiin. Esimerkiksi ennustettaessa rahallisia suureita hidastuvan inflaation oloissa mallin käyttö johtaa tulevan kehityksen yliarviointiin. Ennustetta tekevällä asiantuntijalla on monesti kuva trendin kehityksestä ainakin lyhyellä aikavälillä, mutta tätä tietoa ei alkuperäistä mallia käytet-



täessä voida hyödyntää. Tämän ongelman poistamiseksi malliin on tehty laajennus lisäämällä siihen yksi parametri ns. trendin vaimennusparametri [3]. Vaimennusparametrilla varustetussa mallissa trendin tuoman lisäyksen aikajaksolta $t+i$ aikajaksolle $t+i+1$ oletetaan olevan

$$\phi^i T_t,$$

missä ϕ on trendinvaimennusparametri ja T_t on trendin estimaatti, kun uusin havainto on aikajaksolta t . Liittämällä tämä alkuperäiseen malliin saadaan malli

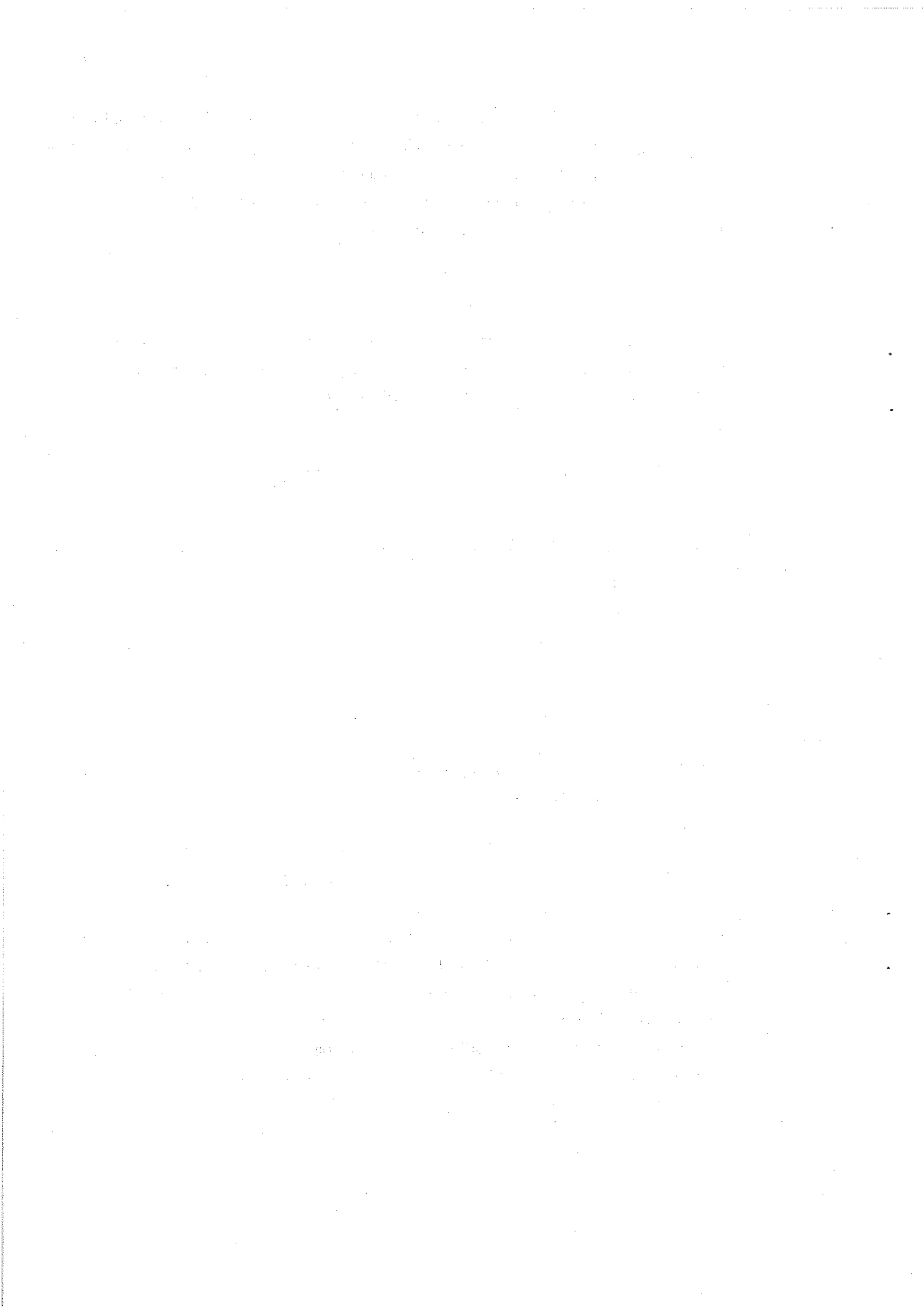
$$(14) \quad S_t = \alpha \frac{X_t}{F_{t-L}} + (1-\alpha)(S_{t-1} + \phi T_{t-1})$$

$$(15) \quad T_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1+\beta)\phi T_{t-1}$$

$$(16) \quad F_t = \gamma \frac{X_t}{S_t} + (1-\gamma)F_{t-L}$$

$$(17) \quad \hat{X}_t(m) = (S_t + \sum_{i=1}^m \phi^i T_t) F_{t-L+m \bmod(L)}.$$

Tämä yleistys tuo neljä eri mahdollisuutta trendin käyttäytymiselle parametrin ϕ arvosta riippuen. Tapauksessa $\phi = 0$ mallissa ei ole lainkaan trendiä. Kun $0 < \phi < 1$ kyseessä on vaimeneva trendi ja sarjan kausivaihtelusta puhdistetuilla ennusteilla on asymptootti $S_t + \phi(1-\phi)T_t$. Parametrin arvolla $\phi = 1$ saadaan lineaarisen trendin malli eli alkuperäinen HW-malli, kun $\phi > 1$ trendi on eksponentiaalisesti kasvava, mikä on vaarallinen oletus automaattisesti sovellettavissa ennustemalleissa. Trendin vaimennusta sovelletaan myös Lewandowskin kehittämässä FORSYS-ennustejärjestelmässä [4], jossa trendiä vaimennetaan sitä enemmän mitä suurempi aikasarjan kohina on. Ideana on se, että kohinan voimistuessa riski trendin yliarvioimiseen kasvaa.



4. Holt-Winters-mallien yhteyksiä ARIMA-malleihin

4.1. Laajennettu Holt-Winters-malli

Ekspontiaaliseen tasoitukseen perustuvilla ennustemalleilla on usein ekvivalenteja ARIMA-prosesseja. Ekvivalenteilla tarkoitetaan tässä yhteydessä sitä, että ennusteet ovat MSE-ennusteita (minimum mean squared error) vastaavalle ARIMA-prosessille [3], [5]. Löydetyt yhteydet ARIMA-prosesseihin ovat hyödyllisiä, koska niiden avulla saadaan lasketua ennustevirheiden variansseja ja edelleen ennusteille luottamusvälejä.

Tarkastellaan laajennettua HW-mallia, josta yksinkertaisuuden vuoksi jätetään kausivaihtelutermit pois, ts. oletetaan että kausivaihtelua ei ole. Tällöin mallin määrittelevät yhtälöt

$$(18) \quad S_t = \alpha X_t + (1-\alpha)(S_{t-1} + \phi T_{t-1})$$

$$(19) \quad T_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta) \phi T_{t-1}$$

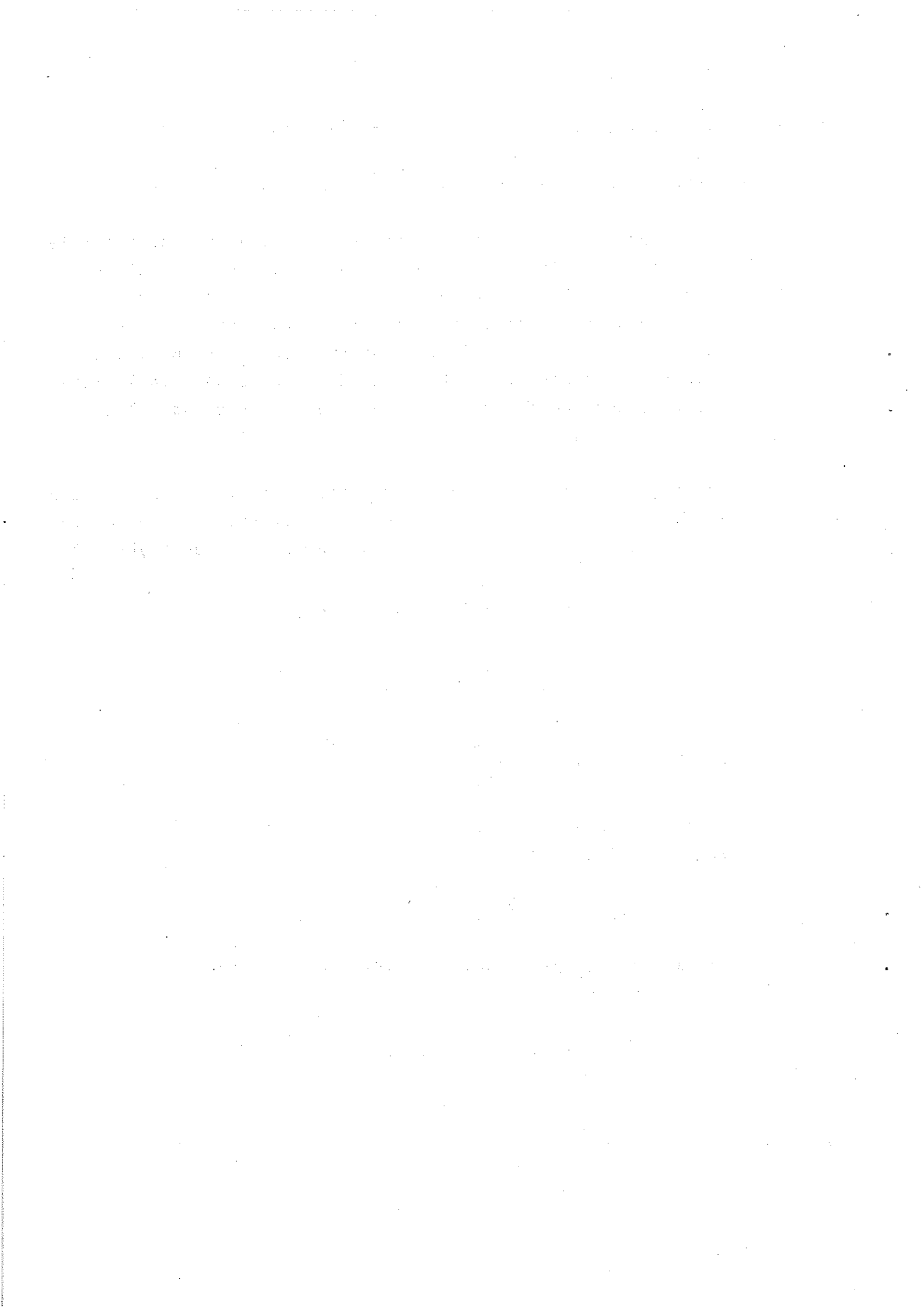
$$(20) \quad \hat{X}_t(m) = S_t + \sum_{i=1}^m \phi^i T_t$$

Merkitään yhden askeleen ennustevirhettä aikajaksolla t e_t :llä. Sille pätee

$$e_t = X_t - \hat{X}_{t-1}(1) = X_t - S_{t-1} - \phi T_{t-1}$$

Sarjan taso S_t ja trendi T_t voidaan nyt esittää ennustevirheen e_t avulla:

$$\begin{aligned} S_t &= S_{t-1} + \phi T_{t-1} + \alpha(X_t - S_{t-1} - \phi T_{t-1}) \\ &= \hat{X}_{t-1}(1) + \alpha e_t \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
T_t &= \phi T_{t-1} + \beta(S_t - S_{t-1} - \phi T_{t-1}) \\
&= \phi T_{t-1} + \beta(S_{t-1} + \phi T_{t-1} + \alpha e_t - S_{t-1} - \phi T_{t-1}) \\
&= \phi T_{t-1} + \alpha \beta e_t.
\end{aligned}$$

Laajennettu HW-malli ilman kausivaihtelua saadaan näin ollen muotoon

$$(21) \quad S_t = \hat{X}_{t-1}(1) + h_1 e_t$$

$$(22) \quad T_t = \phi T_{t-1} + h_2 e_t$$

$$(23) \quad \hat{X}_t(m) = S_t + \sum_{i=1}^m \phi^i T_t,$$

missä $h_1 = \alpha$ ja $h_2 = \alpha\beta$. Tässä uudet parametrit h_1 ja h_2 otetaan käyttöön vain jatkokäsittelyn merkintöjen yksinkertaistamiseksi. Rajoitetaan aluksi parametri ϕ välille $0 < \phi < 1$.

Pyritään esittämään malli pelkästään havaintojen X_t , X_{t-1} , ... ja ennustevirheiden e_t , e_{t-1} , ... avulla. Koska

$$\hat{X}_{t-1}(1) = X_t - e_t$$

ja

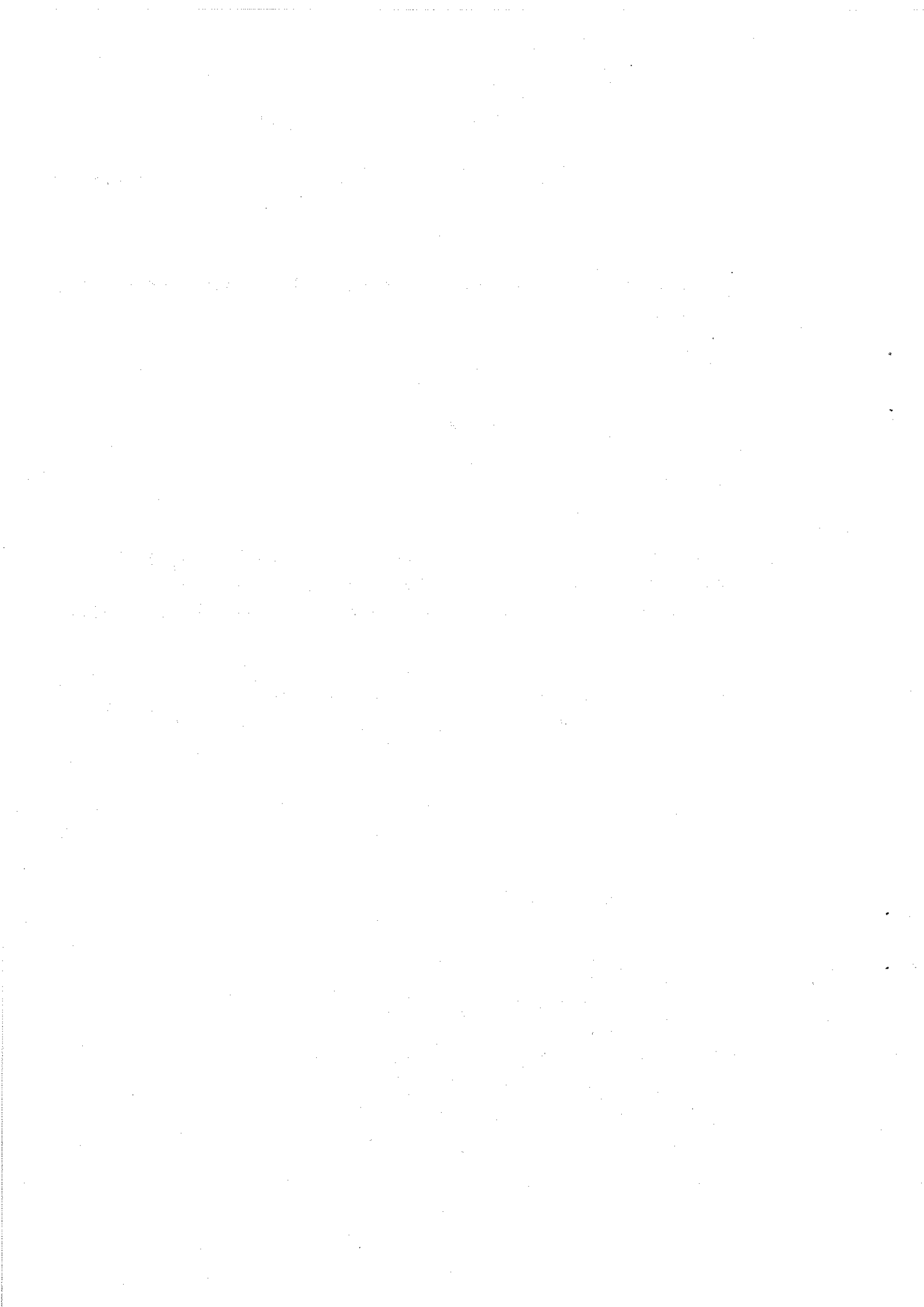
$$S_{t-1} = S_t - \phi T_{t-1} - h_1 e_t$$

on

$$X_t - e_t = S_{t-1} + \phi T_{t-1} = S_t - \phi T_{t-1} - h_1 e_t + \phi T_{t-1}$$

mistä saadaan hyödyllinen tulos

$$S_t = X_t - (1-h_1)e_t.$$



Käyttämällä relaatiota $S_t = S_{t-1} + \phi T_{t-1} + h_1 e_t$,
saadaan trendille T_t

$$\begin{aligned} T_t &= \phi T_{t-1} + h_2 e_t = S_t - S_{t-1} - h_1 e_t + h_2 e_t \\ &= X_t - (1-h_1)e_t - X_{t-1} + (1-h_1)e_{t-1} - h_1 e_t + h_2 e_t \\ &= X_t - e_t - X_{t-1} + (1-h_1)e_{t-1} + h_2 e_t \end{aligned}$$

Sijoitetaan saadut S_t :n ja T_t :n esitykset mallin tason
relaatioon:

$$\begin{aligned} X_t - (1-h_1)e_t &= X_{t-1} - (1-h_1)e_{t-1} + \phi[X_{t-1} - e_{t-1} - X_{t-2} \\ &+ (1-h_1)e_{t-2} + h_2 e_{t-1}] + h_1 e_t. \end{aligned}$$

Ryhmittelemällä havainnot X toiselle puolella ja virhetermit e
toiselle puolelle, saadaan

$$X_t - (1+\phi)X_{t-1} + \phi X_{t-2} = e_t - (1+\phi-h_1-\phi h_2)e_{t-1} + \phi(1-h_1)e_{t-2}$$

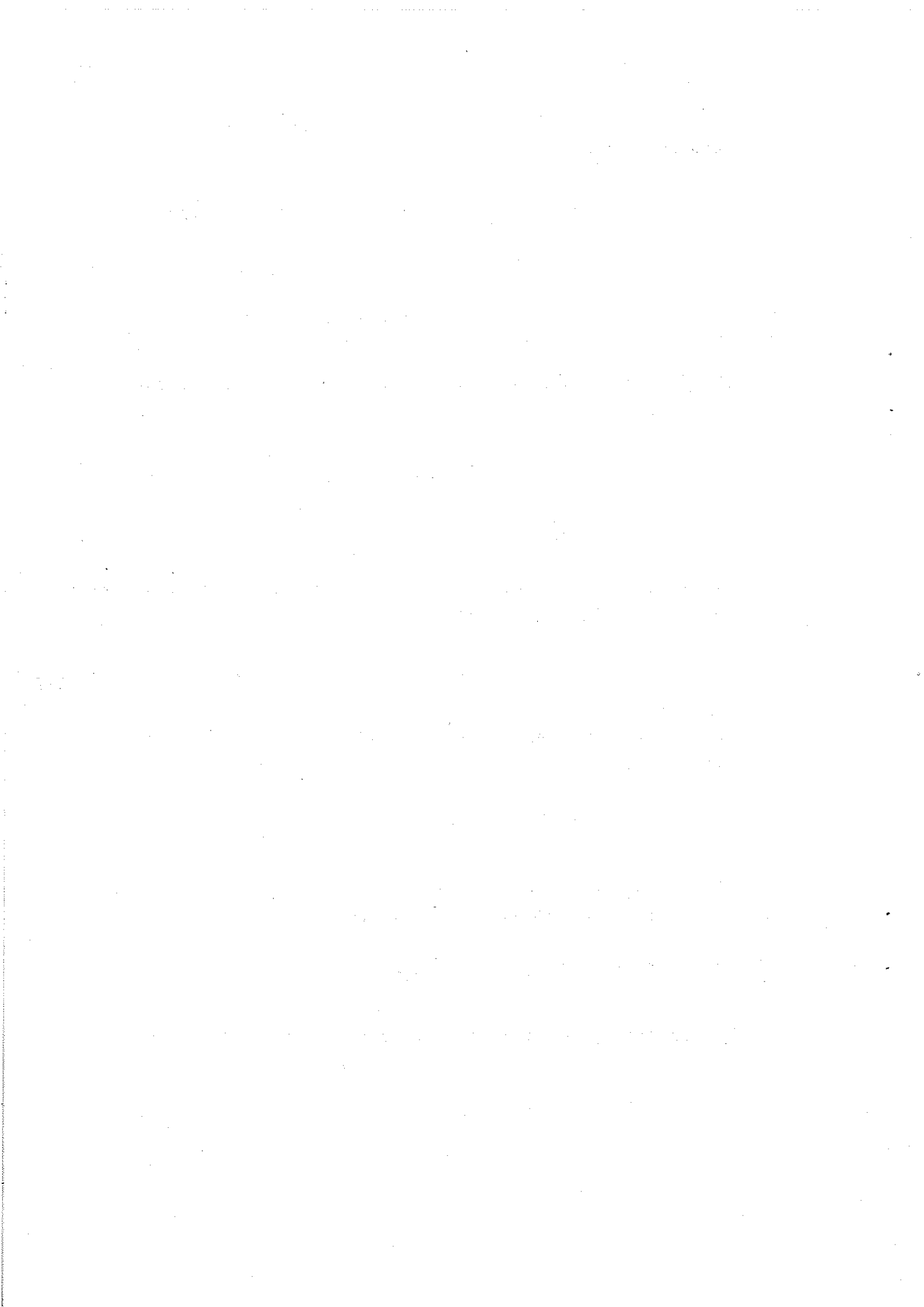
Otetaan käyttöön ARIMA-mallien esityksessä tavallinen
viiveoperaattori B , $BX_t = X_{t-1}$:

$$[1 - (1+\phi)B + \phi B^2]X_t = [1 - (1+\phi-h_1-\phi h_2)B + \phi(1-h_1)B^2]e_t.$$

Merkitsemällä vielä $\theta_1 = (1+\phi-h_1-\phi h_2)$ ja $\theta_2 = \phi(h_1-1)$, saadaan
muoto, jossa ARIMA-mallit tavallisesti esitetään:

$$(24) \quad (1-\phi B)(1-B)X_t = (1-\theta_1 B - \theta_2 B^2)e_t$$

Box-Jenkins-terminologiassa tämä on ARIMA (1, 1, 2)-malli.



4.2. Laajennetun mallin erikoistapauksia

Saadusta perusmallista ARIMA (1, 1, 2) päästään sopivilla parametrien valinnoilla yksinkertaisempiin ARIMA-malleihin. Asettamalla parametrille h_1 arvo 1, saadaan ARIMA (1, 1, 1)-malli

$$(1-\phi B)(1-B)X_t = (1-\theta_1 B)e_t,$$

missä

$$\theta_1 = \phi(1-h_2).$$

Vastaava eksponentiaalisen tasoituksen malli on

$$S_t = \hat{X}_{t-1}(1) + e_t$$

$$T_t = \phi T_{t-1} + h_2 e_t$$

$$\hat{X}_t(m) = S_t + \sum_{i=1}^m \phi^i T_t.$$

Tässä mallissa toteutunut ennustevirhe siirtyy täysimääräisenä aikasarjan tason uuteen estimaattiin. Mallin alkuperäisen esitysmuodon (18) - (20) parametreista α :lla on nyt arvo $\alpha = 1$.

Valitsemalla parametreille arvot $h_1 = h_2 = 1$, saadaan ARIMA (1, 1, 0) [tai ARI (1, 1)]:

$$(1 - \phi B)(1 - B)X_t = e_t.$$

Vastaava HW-malli on

$$S_t = \hat{X}_{t-1}(1) + e_t$$

$$T_t = \phi T_{t-1} + e_t$$

$$\hat{X}_t(m) = S_t + \sum_{i=1}^m \phi^i T_t$$

Tässä mallissa siis viimeksi havaittu ennustevirhe siirtyy täysimääräisenä sekä prosessin tason että trendin estimaattiin. Alkuperäisen esitysmuodon parametrit ovat $\alpha = \beta = 1$.

Kun $\phi = 1$, on trendi lineaarinen ja ARIMA-malli on ARIMA (0, 2, 2) [tai IMA (2, 2)]:

$$(1-B)^2 X_t = (1-\theta_1 B - \theta_2 B^2) e_t,$$

missä

$$\theta_1 = 1 - h_1 - h_2$$

$$\theta_2 = h_1 - 1.$$

Vastaava eksponentiaalisen tasoituksen malli on

$$S_t = \hat{X}_{t-1}(1) + h_1 e_t$$

$$T_t = T_{t-1} + h_2 e_t$$

$$\hat{X}_t(m) = S_t + mT,$$

eli alkuperäinen Holt-Winters-malli ilman kausivaihtelua.

Nollakasvumalli syntyy sijoittamalla $\phi = 0$. Malli on ARIMA (0, 1, 1) [tai IMA (1, 1)]:

$$(1-B)X_t = (1-\theta_1)Be_t$$

missä

$$\theta_1 = 1 - h_1$$

ja vastaava HW-malli on

$$S_t = \hat{X}_{t-1}(1) + h_1 e_t$$

$$\hat{X}_t(m) = S_t.$$

Sijoittamalla nollakasvumalliin $h_1 = 1$, saadaan satunnaiskävelymalli eli ARIMA (0, 1, 0)

$$(1-B)X_t = e_t.$$

Vastaava eksponentiaalisen tasoituksen malli on

$$S_t = X_{t-1}(1) + e_t$$

$$X_t(m) = S_t.$$

Mallin alkuperäisen esitysmuodon (18) - (20) parametreista on $\alpha = 1$.

5. Ekstrapolointimenetelmien osuvuutta koskeva vertailututkimus

5.1. Tutkimuksen yleiskuvaus

Koska erilaisia ekstrapolointi- eli aikasarjamenetelmiä on nykyään paljon, on alan tutkijoita kiinnostanut eri menetelmillä saatujen ennusteiden osuvuus. Aiheesta on julkaistu useita tutkimuksia viimeksi kuluneiden 10 vuoden aikana. Tietävästi kattavimman vertailun tuloksia on esitelty lähteessä [6], jossa on yhteenvetotietoja S. Makridakisin johdolla järjestetystä ennustamiskilpailusta. Tässä kilpailussa vertailtiin 24 eri aikasarjamenetelmällä tehtyjen ennusteiden tarkkuuksia. Yksinkertaisimpia menetelmiä vertailussa olivat sarjan viimeisestä havainnosta lähtien vakioksi oletettava menetelmä, liukuvan keskiarvon menetelmä sekä yksinkertaisen eksponentiaalisen tasoituksen menetelmä. Eksponentiaaliseen tasoitukseen perustuvia menetelmiä oli mukana kaikkiaan yksitoista. Näiden suuri lukumäärä johtuu siitä että muista paitsi Holt-Winters-menetelmästä testattiin sekä versioita, jotka eivät ota kausivaihtelua lainkaan huomioon että versioita, joissa sarja ensin kausipuhdistetaan (Deseasonlize) ja saatuun ennusteeseen otetaan kausivaihtelu mukaan (Seasonlize). Holt-Winters-menetelmästä oli mukana versio, jossa ei ollut trendinvaimennusparametria. Laajennettun H-W-menetelmän osuvuutta koskevia tuloksia on esitelty lähteessä [3]. Kehittyneimpiä menetelmiä kilpailussa edustivat Box-Jenkinsin ARIMA, Parzenin ARARMA sekä Lewandowskin FORSYS-ennustejärjestelmä.

Vertailu pyrittiin tekemään eri menetelmien välillä tasapuoliseksi siten, että kaikkiaan seitsemän eri menetelmätyypin asiantuntijaa sovelsi oman alueensa menetelmiä. Menettely tuntuu huomattavasti järkevämältä kuin se, että yksi tutkija olisi tehnyt ennusteet kaikilla menetelmillä.

Automaattisesti sovellettavilla menetelmillä laadittiin ennusteet 1001 aikasarjalle. Sarjoista 144 oli demografisia ja loput taloudellisia, joista 319 talouden makrotason sarjoja ja muut pienempiä kokonaisuuksia, esimerkiksi tiettyä teollisuudenalaa koskevia. Vuosisarjoja oli 181, neljännesvuosisarjoja 203 ja kuukausisarjoja 617. Sarjojen jakaantuminen eri tyyppisiin on esitetty liitteessä 1 [6].

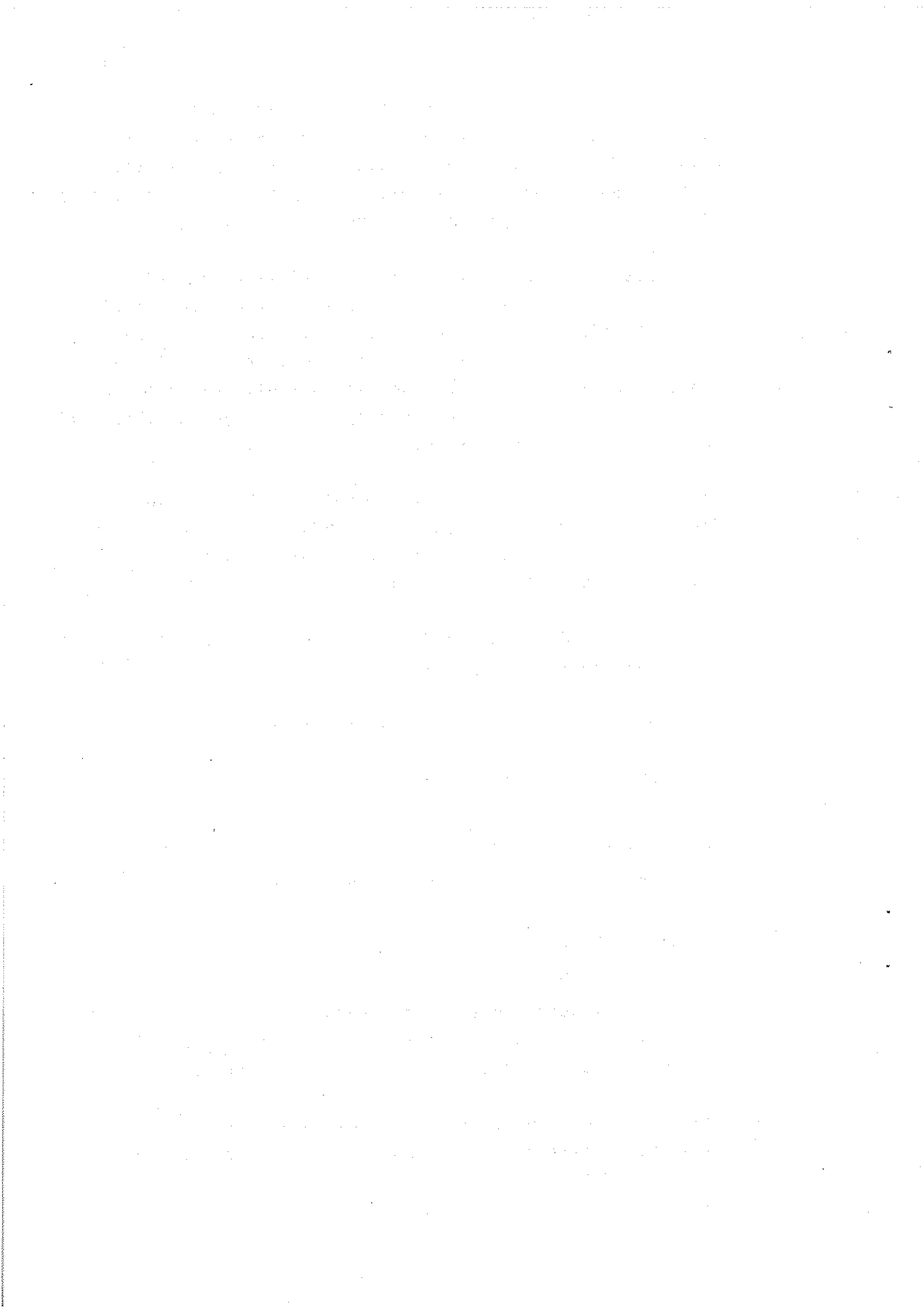
Ajan säästämiseksi laadittiin kolmella vaikeimmin sovellettavalla menetelmällä (ARIMA, ARARMA, FORSYS) ennusteet vain 111 sarjalle, jotka valittiin edellä kuvatussa sarjajoukosta systemaattisella otannalla.

Ennusteet tehtiin kymmenellä eri ennustehorisontilla, 1-6, 8, 12, 15 ja 18 aikajaksoa eteenpäin.

Ennusteiden osuvuutta mitattiin viidellä eri kriteerillä:

1. Suhteellisten virheiden keskiarvo (Mean Average Percentage Error = MAPE)
2. Virheiden neliöiden keskiarvo (Mean Square Error = MSE)
3. Keskimääräinen sijoitus menetelmien paremmuusjärjestyksessä (Average Ranking = AR)
4. Suhteellisten virheiden itseisarvojen mediaani (Median of Absolute Percentage Errors = Md)
5. Kahden menetelmän välinen paremmuus ts. miten monessa tapauksessa sadasta tietty menetelmä on parempi kuin vertailtava menetelmä. (Percentage Better = PB)

Menetelmien osuvuutta eri kriteereillä ja ennusteaikaväleillä on esitetty liitteiden 2-6 taulukoissa, jotka ovat peräisin lähteestä [6].



5.2. Huomioita tutkimuksen tuloksista

Seuraavassa esitetään joitakin tutkimustulosten perusteella tehtyjä havaintoja. Osa niistä ei ole todennettavissa tämän työn liitteenä olevista taulukoista.

Osuvuuskriteerin rooli

Monien menetelmien osuvuus vaihtelee huomattavasti riippuen siitä mitä osuvuuskriteeriä käytetään. Muita menetelmiä yhtenäisemmin tässä suhteessa käyttäytyvät Parzenin ARARMA- ja Holt-Winters-menetelmät.

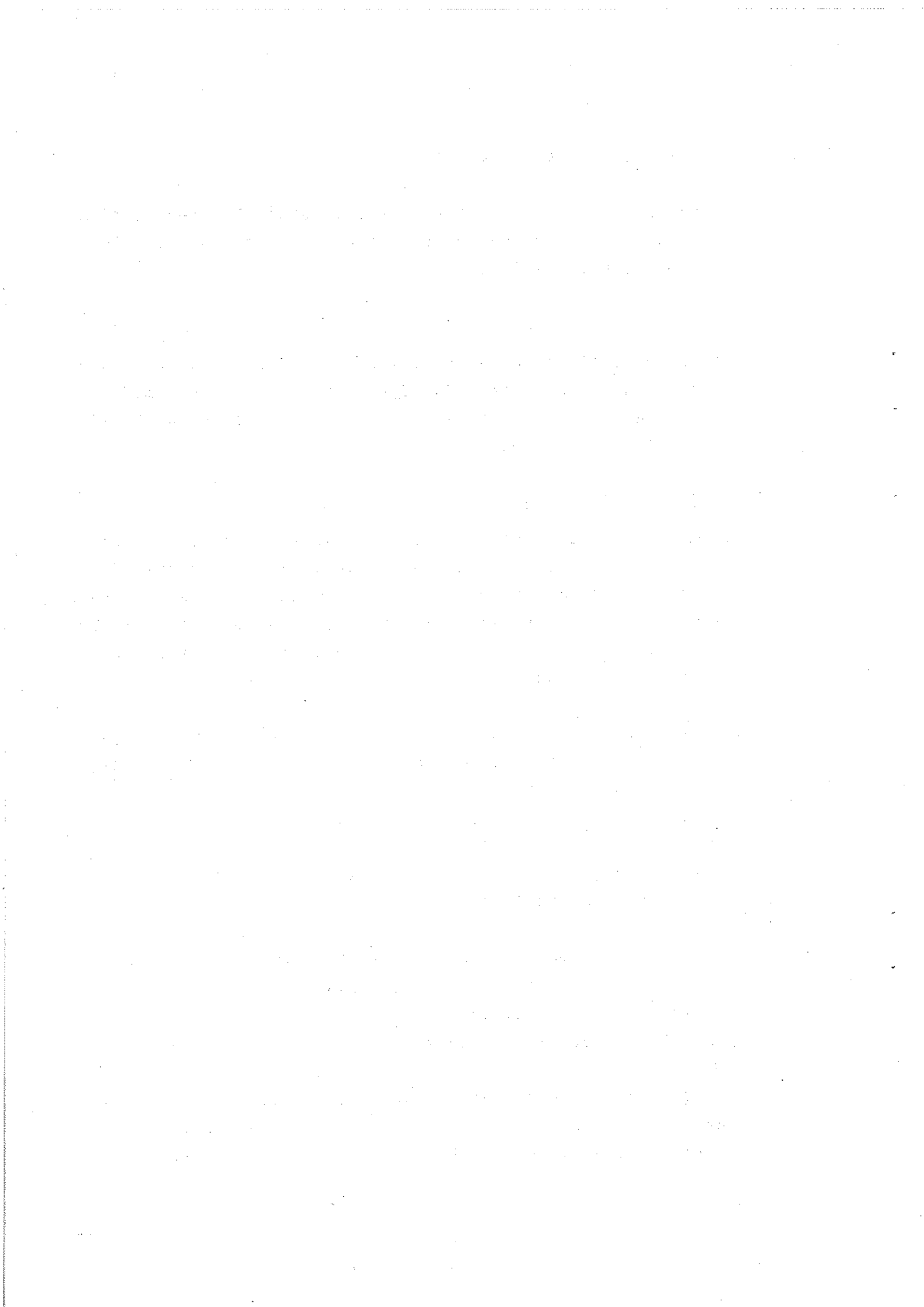
Sarjan tyyppin vaikutus

Ennusteiden osuvuuteen näytti melkoisesti vaikuttavan se oliko sarja (a) vuosi-, neljännesvuosi- vai kuukausisarja, (b) mikro- vai makrosarja ja (c) se oliko sarjassa kausivaihtelua vai ei. Esimerkiksi kausivaihtelun huomioiva yksinkertainen eksponentiaallinen tasoitus toimi hyvin kuukausisarjoilla mutta huonosti vuosisarjoilla.

Odotettu tulos oli että trendin huomioonottavat menetelmät toimivat muita paremmin sarjoilla, joissa on selvä trendi kuten yleensä vuosisarjoissa. Parhaiten vuosisarjoja ennustivat Holt, Holt-Winters ja Lewandowskin FORSYS. Yksinkertainen eksponentiaallinen tasoitus ja ARIMA soveltuvat tällaisille sarjoille huonosti ja varsinkin pitkillä ennuste-aikaväleillä erittäin huonosti.

Silmiinpistävimät erot syntyivät talouden mikro- ja makrotason sarjoilla. Mikrosarjoilla yksinkertaiset menetelmät toimivat paljon paremmin kuin hienostuneet menetelmät, jotka puolestaan ovat yksinkertaisia parempia makrosarjoilla.

Trendi, kausivaihtelu ja sarjan satunnaisvaihtelu (kohina) näyttävät olevan ne tekijät, jotka vaikuttavat ennustetarkkuuteen. Mitä suurempi kohina sarjassa on, sitä hyödyttömäm-



pää on käyttää hienostuneita menetelmiä. Kausivaihtelun huomioonttamiseen ilmeisesti riittää yksinkertainen kausipuhdistus, koska sellaisella varustetut yksinkertaiset menetelmät antavat suunnilleen yhtä hyviä ennusteita kuin monimutkaiset menetelmät. Edelleen jotkin kehittyneet menetelmät ennustavat trendin liian suureksi, mikä johtaa yliarvioihin. Tästä syystä esimerkiksi yksinkertainen eksponentiaalinen tasoitus toimii suhteellisen hyvin verrattuna hienostuneempiin menetelmiin.

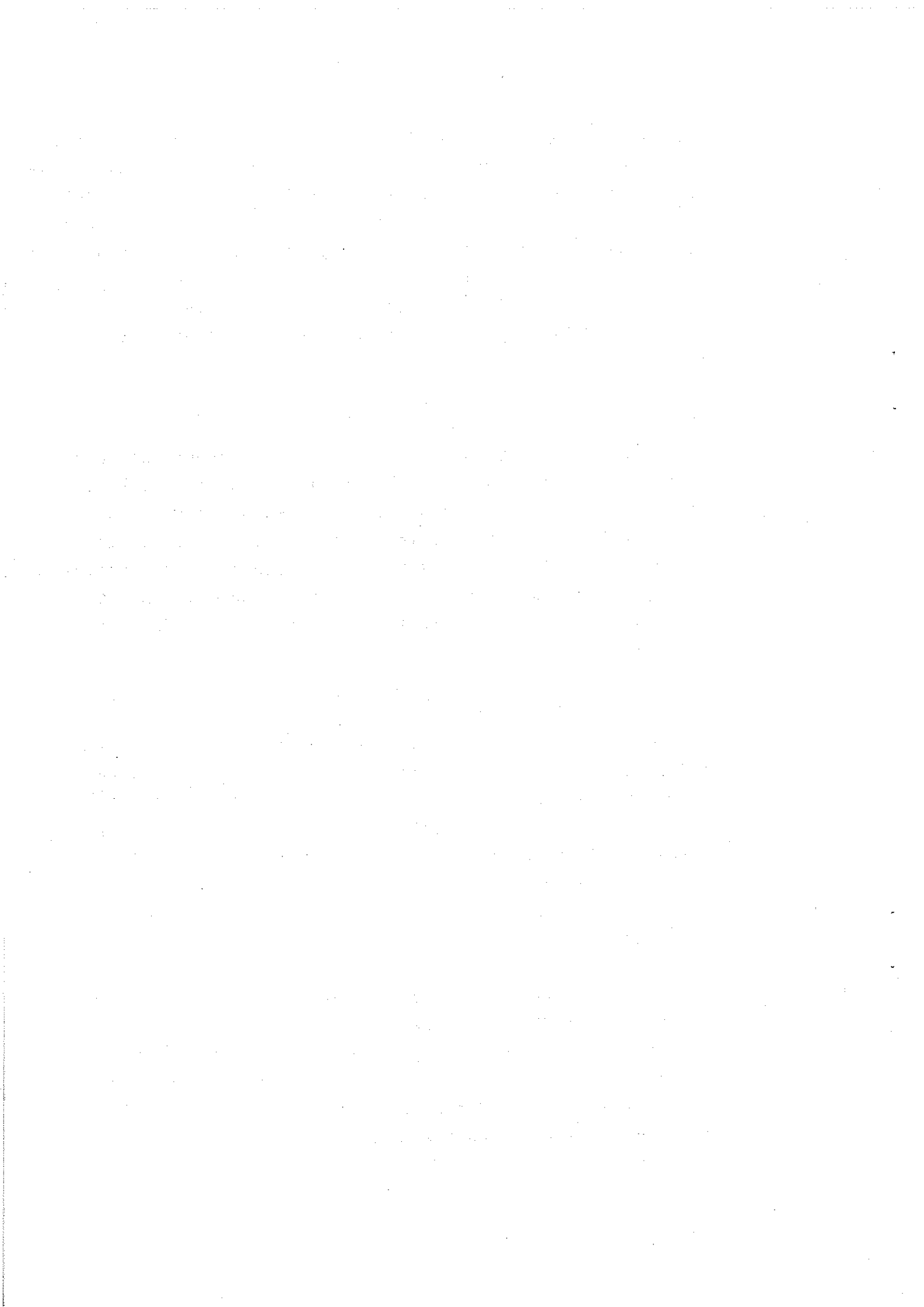
Ennusteaikavälin pituuden vaikutus

Lyhyillä ennusteaikaväleillä (1-2 askelta eteenpäin) toimivat hyvin yksinkertainen tasoitus, Holtin, Brownin sekä Holt-Winters-menetelmät. Keskipitkillä ennustehorisonteilla (3-6 askelta) antavat kausipuhdistettu Holtin menetelmä, Brownin menetelmä, Holt-Winters ja Parzenin ARARMA suhteellisen hyviä tuloksia useimmilla osuvuuskriteereillä mitattuna. Pitemmillä ennusteaikaväleillä Lewandowskin FORSYS toimii parhaiten.

Eri menetelmien yhdistäminen

Tutkimuksessa kokeiltiin myös eri menetelmien yhdistämisellä saatavia tuloksia. Yhdistelmä A muodostettiin kuuden eri menetelmän antamien ennusteiden yksinkertaisena keskiarvona. Näistä kuudesta menetelmästä neljä oli kausipuhdistuksella varustettuja eksponentiaalisen tasoituksen menetelmiä, yksi regressiomenetelmä sekä Holt-Winters-menetelmä. Yhdistelmä A toimi erittäin hyvin. Sen ennusteet olivat parempia kuin yhdenkään keskiarvon osana olleen menetelmän ennusteet.

Samoista sarjoista muodostettiin myös yhdistelmä B, jonka ennusteet saatiin perusmenetelmien ennusteiden painotettuina keskiarvoina. Painot määräytyivät yksittäisten menetelmien sovitusrvirheistä siten, että mitä suurempi sovitusrvirhe sitä pienempi paino. Myös näin saatu yhdistelmä toimi hyvin, mutta ei niin hyvin kuin yhdistelmä A.



Miksi menetelmien yhdistelmät antavat keskimäärin parempia ennusteita kuin niiden komponentteina olevat menetelmät? Selitykseksi on tarjottu sitä, että mukana on menetelmiä, jotka eivät ota trendiä huomioon ja menetelmiä, jotka ottavat. Edelliset aliarvioivat trendin ja jälkimmäiset yliarvioivat, jolloin keskimääräismenettely päättyy realistiseen trendin arvioon.

5.3. Laajennetun Holt-Winters-menetelmän osuvuudesta

Gardner ja McKenzie [3] tutkivat laajennetun HW-menetelmän tarkkuutta samoilla sarjoilla kuin Makridakis ym. [6]. Tulokset on esitetty liitteen 7 taulukoissa. Niistä havaitaan, että trendinvaimennuksella varustettu HW-menetelmä toimii varsinkin pitkillä ennusteaikaväleillä huomattavasti paremmin kuin perusversio.

6. HW-menetelmien testaus vahinkovakuutusyhtiön maksettujen vakuutusmaksujen ennustamisessa

6.1. Testauksen yleiskuvaus

Maksutuloennustetta tarvitaan paitsi vakuutusyhtiön tulosennusteen tärkeänä osana myös mm. haluttaessa ennustaa yhtiön markkinaosuuden kehitystä. Maksutulo muodostuu karkeasti ottaen kolmesta komponentista: maksetuista vakuutusmaksuista, vakuutusmaksusaamisten muutoksesta ja luottotappioista. Ekstrapolointimenetelmien kannalta kahdella jälkimmäisellä komponentilla ei ole juurikaan mielenkiintoa. Luottotappiot on suhteellisen pieni erä ja parhaiten ennustettavissa käyttämällä yhtiön tämän alan asiantuntijoita. Vakuutusmaksusaamisissa taas on huomattava osa erää, jotka lasketaan vain kerran vuodessa tilinpäätöstä varten, joten saamisten kokonaismäärästä ei ole olemassa kunnollisia sarjoja. Sen sijaan maksetut vakuutusmaksut eli maksuperusteinen vakuutusmaksutulo on otollinen aikasarjamenetelmien soveltamiskohde.

The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions. It emphasizes that every entry, no matter how small, should be recorded to ensure the integrity of the financial statements. This includes not only sales and purchases but also expenses and income. The document also mentions the need for regular audits to verify the accuracy of the records and to identify any discrepancies or errors.

Another key point is the importance of transparency and accountability. All transactions should be clearly documented and explained to the relevant stakeholders. This helps to build trust and ensures that the financial information is reliable and can be used for decision-making purposes. The document also highlights the need for proper documentation and retention of records for a specified period of time.

The second part of the document focuses on the importance of budgeting and financial planning. It explains that a well-defined budget is essential for managing resources effectively and achieving the organization's goals. The document provides a detailed breakdown of the budgeting process, including the identification of revenue sources, the estimation of expenses, and the allocation of funds to different departments or projects.

It also discusses the importance of monitoring and controlling the budget. Regularly comparing actual performance against the budget allows the organization to identify areas where it is over or under budget and take corrective action as needed. The document also mentions the need for flexibility in the budgeting process, as circumstances may change and adjustments may be required.

The final part of the document discusses the importance of financial reporting and communication. It explains that clear and concise financial reports are essential for providing stakeholders with the information they need to make informed decisions. The document outlines the key components of a financial report, including the balance sheet, income statement, and cash flow statement.

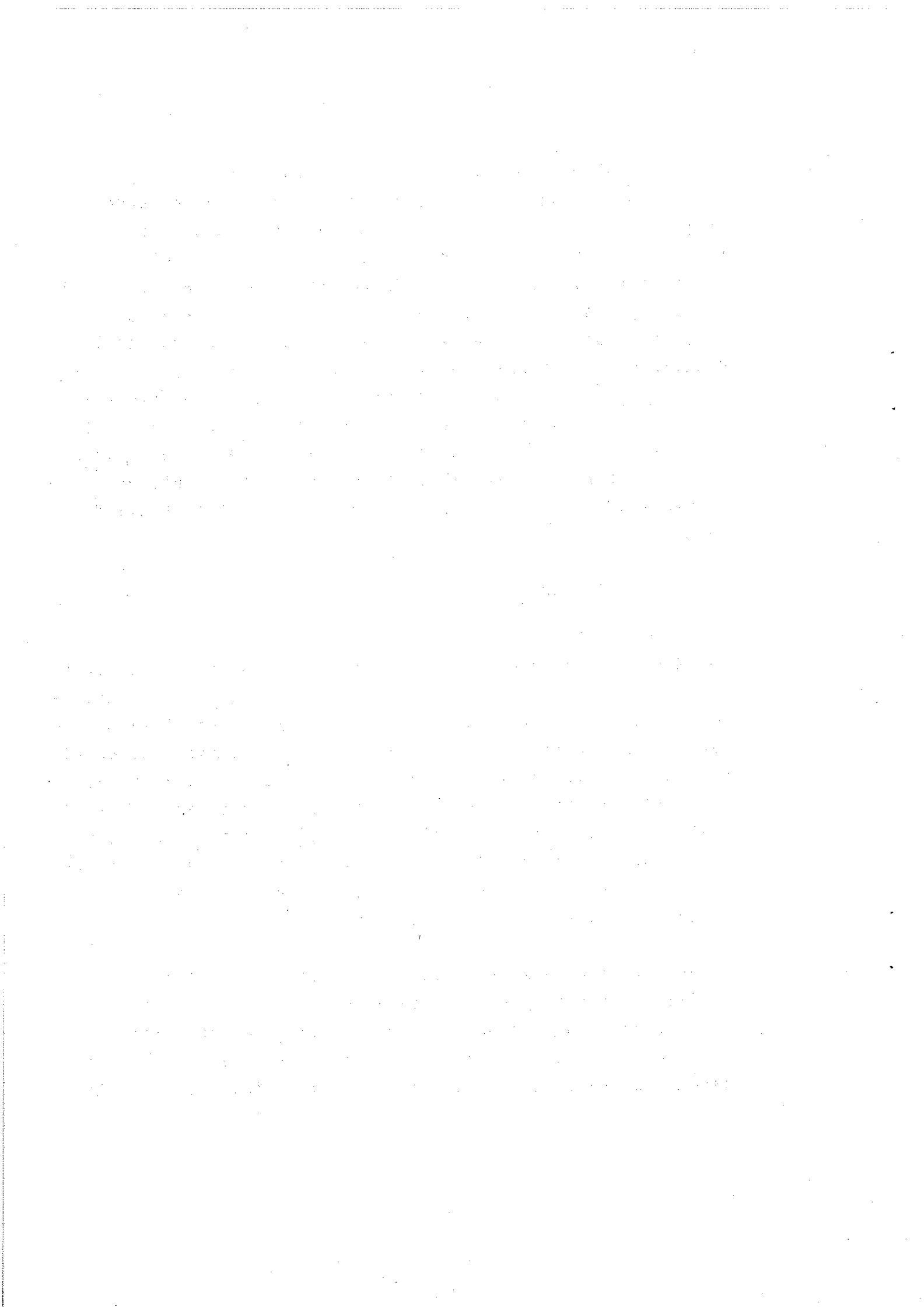
It also emphasizes the importance of transparency and honesty in financial reporting. All financial information should be accurately reported, and any potential risks or uncertainties should be clearly disclosed. The document also mentions the need for regular communication with stakeholders to provide updates on the organization's financial performance and to address any concerns or questions.

pyrittiin eliminoimaan, jotta kausikertoimiin ei syntyisi vääristymää. Kuukausittaisista kausikertoimistahan saadaan tämän pituisilla sarjoilla vain muutama havainto yhtä kausikerrointa kohti. Mallin sovitukseen sarjoista käytettiin 72 havaintoa alusta (vuoden -79 toukokuusta vuoden -85 huhtikuuhun) ja ennusteiden osuvuuden testaukseen 8 havaintoa lopusta (vuoden -85 toukokuusta joulukuuhun). Ennusteet laadittiin Holt-Winters-menetelmän perusversiolla sekä erilaisilla trendinvaimennusmenettelyillä. Vaimennuksen soveltamisessa käytettiin kahta tapaa. Ensimmäisessä parametri liitetään osaksi sovitusta, jolloin sille määrätään arvo, joka tietyn kriteerin mukaan minimoi sovituserheen. Kriteerisuurena käytettiin sovituserhesarjan diskontattua neliösummaa:

$$\sum_{j=0}^{t-1} d^j E_{t-j}^2,$$

missä t on aikajakso, jolta viimeinen sovitukseen käytettävä havainto on, E_i sovituserhe aikajaksolla i ja d diskonttauskerroin ($0 < d < 1$). Samaa menettelyä käyttäen määrättiin tasoitusparametrit α , β ja γ . Toinen trendinvaimennustapa oli vaimennuksen käyttö vasta ennustamisvaiheessa. Vaimennusta kokeiltiin viiden prosentin portain α parametrin ϕ arvoilla 0,95, 0,9, 0,85 jne. Vertailun vuoksi ennusteet laskettiin myös Brownin menetelmällä, jota sovellettiin kausipuhdistettuihin sarjoihin. Brownin menetelmässä tasoitusta kausikertoimien suhteen ei suoriteta.

Ennusteet Brownin menetelmällä ja HW-menetelmän perusversiolla on laskettu IBM:n ohjelmatuotteen "APL Advanced Statistical Library" ohjelmilla. Trendinvaimennusversioiden ennusteet on tehty näitä ohjelmia muokkaamalla, koska tähän tarkoitukseen ei ole ollut sopivia valmisohjelmia saatavissa.



6.2. Testauksen tuloksista

Tuloksia menetelmien testauksista on esitetty liitteissä 8-16, joissa suhteelliset ennustevirheet on esitetty lajeittain/lajiryhmittäin sekä ennusteaikaväleittäin. Lisäksi taulukoihin on laskettu virheprosenttien keskiarvoja sekä koko vuoden maksukertymän ennusteissa syntyvät suhteelliset virheet. Parhaiten testatuista menetelmistä ennustaa näillä sarjoilla HW-menetelmä, jossa trendinvaimennus otetaan mukaan vasta ennustevaiheessa. Sopiva vaimennus näyttäisi olevan 15 % kuukaudessa, jolla saadaan hyvin pienet arvot suhteellisten virheiden keskiarvoille ja 12 kuukauden kertymän suhteellisille virheille. Käytännön tilanteessa ratkaiseva on juuri koko vuoden kertymän virhe. Pienet suhteelliset virheet kertymäennusteissa selittyvät sillä, että 8 kuukauden kertymään syntynyttä virhettä suhteutetaan 12 kuukauden toteutumaan. Koko vuoden kertymän "ennusteessa" on siis 4 jo toteutunutta kuukautta mukana. Suhteellisten virheiden itseisarvojen keskiarvo (MAPE) vähenee vaimennusta lisättäessä, joskin hitaasti. Vaimennuksen toteuttamisessa tällä menettelyllä on ongelmana parametrin ϕ valinta. Esimerkiksi tässä yhteydessä testatuilla sarjoilla tiedetään inflaation vaikuttaneen trendiä vaimentavasti vuonna 1985. Vielä voimakkaampi tämä efekti tulee olemaan vuonna 1986. Helpotusta ongelmaan tuo se, että malli on melko robusti siinä mielessä, että ϕ :n arvoilla 0,3 - 0,85 suhteellisten virheiden itseisarvojen keskiarvo vaihteli välillä 7,89 %:sta 8,12 %:iin eli 0,23 %-yksikköä.

HW-menetelmän perusversio toimii myös hyvin. Kuten alunperin oletettiin, se antaa keskimäärin liian suuria ennusteita. Alkuperäisen menetelmän osuvuus on kuitenkin osittain jopa parempi kuin trendinvaimennusversion, jossa vaimennusparametri määrätään sovitusvirheen minimoivaksi. Yksi mahdollinen selitys tälle on, että useampiparametrinen menetelmä yrittää mallittaa ilmiöitä, jotka ovat häipyviä. Itse asiassa tällöin yritetään mallittaa kohinaa. Yksinkertaiset, vähäparametriset menetelmät sen sijaan keskittyvät sarjan oleellisiin piirtei-

siin ja sopivat näin ollen paremmin mikrosarjoille, joilla satunnaisvaihtelu on voimakasta. Kaikki testatut HW-menetelmät toimivat paremmin kuin Brownin menetelmä.

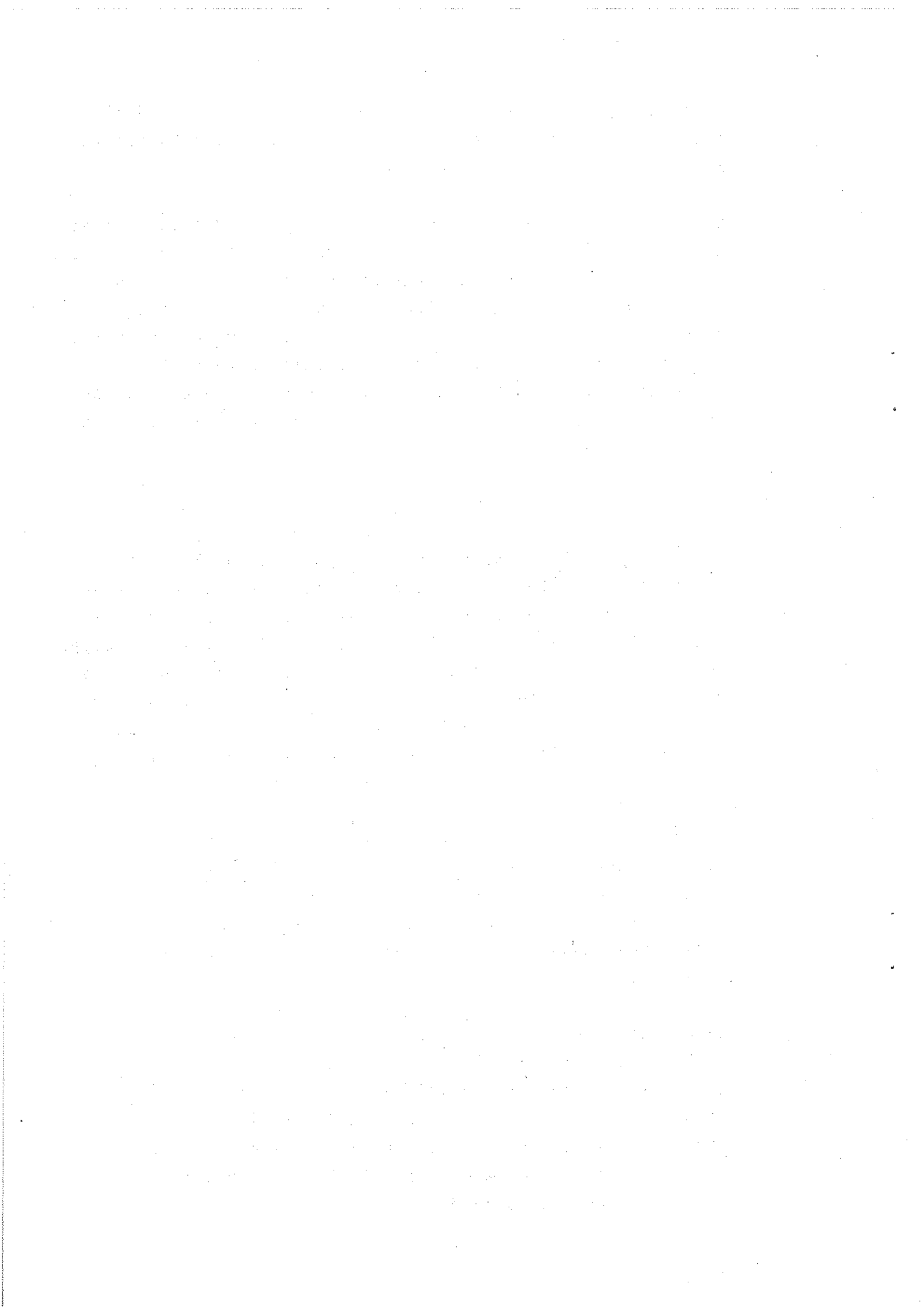
Lajeista hankalimmin ennustettavissa näyttää olevan lakisääteinen tapaturmavakuutus. Tämä on luonnollista, koska lajissa yksittäiset maksusuoritukset saattavat olla hyvinkin suuria. Yhden suuren tilityksen viivästyminen saattaa harhauttaa trendin pahasti, mikäli trendin tasoitusparametri on suuri. Parhaiten ennusteet ovat osuneet kohdalleen autovakuutuksessa, mikä tuntuu myöskin järkevältä, koska maksukertymä koostuu suuresta joukosta suunnilleen samansuuruisia suorituksia.

7. Loppupäätelmiä

Huolimatta siitä, että viime vuosikymmeninä on kehitetty lukuisia toinen toistaan hienompia ennustemenetelmiä, itse ennustaminen ei tunnu juurikaan helpottuneen. Edistymistä on ehkä tieto siitä, että mitään yleispätevää ja muita parempaa menetelmää ei ole, vaan erilaisiin tarkoituksiin sopivat eri menetelmät. Merkitystä ei ole sillä miten suuressa osassa tapauksia tietty menetelmä on parempi kuin toinen. Paljon tärkeämpää on tietää miksi jokin menetelmä toimii tietynlaisissa tilanteissa paremmin kuin toinen.

Hyvin harvoin ennusteita pystyy tekemään pelkästään aikasarjojen perusteella. Asiantuntijoiden arviot ovat monissa ennustetilanteissa välttämättömiä ja ne ovat aina arvokkaita haluttaessa testata ennusteiden järkevyyttä. Myöskin aikasarjan kuvaaman ilmiön luonteen muutoksesta paras tieto on asiantuntijoilla.

Kaiken kaikkiaan hyvien ennusteitten laatiminen vaatii paitsi hyvää tekniikoiden hallintaa myös ennustettavien ilmiöiden syvällistä tuntemusta. Pelkillä ohjelmapaketeilla - olivatpa ne miten hyviä tahansa - ei päästä juuri alkua pitemmälle. Näyttääkin siltä, että hyvin kaukana tulevaisuudessa ovat ne ajat, jolloin matemaatikot ja asiantuntijat yleensä pystytään korvaamaan asiantuntijajärjestelmillä.



Lähdekirjallisuutta:

- [1] Brown, R.G. (1963): Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series, Englewood Cliffs NJ. Prentice-Hall.
- [2] Holt, C.C., Modigliani, F., Muth, J.F., Simon, H.A. (1960): Planning Production, Inventories and Work Force, Prentice-Hall.
- [3] Gardner, E.S., McKenzie, E. (1985): Forecasting Trends in Time Series, Management Science Vol 31, No 10.
- [4] Lewandowski, R. (1982): Sales Forecasting by FORSYS, Journal of Forecasting Vol 1, No 2.
- [5] Roberts, S. (1982): A General Class of Holt-Winters Type Forecasting Models, Management Science Vol 28, No 7.
- [6] Makridakis, S. et. al. (1982): The Accuracy of Extrapolation (Time Series) Methods: Results of Forecasting Competition, Journal of Forecasting Vol 1, No 1.



Aikasarjojen jakaantuminen eri tyypeihin

Time interval between successive observations	Types of time series data							
	Micro-data			Industry	Macro-data		Demographic	Total
	Total firm	Major divisions	Below major divisions		GNP or its major components	Below GNP or its major components		
Yearly	16	29	12	35	30	29	30	181
Quarterly	5	21	16	18	45	59	39	203
Monthly	10	89	104	183	64	92	75	617
Subtotal	31	139	132	236	139	180	144	1001
TOTAL				236	319		144	1001

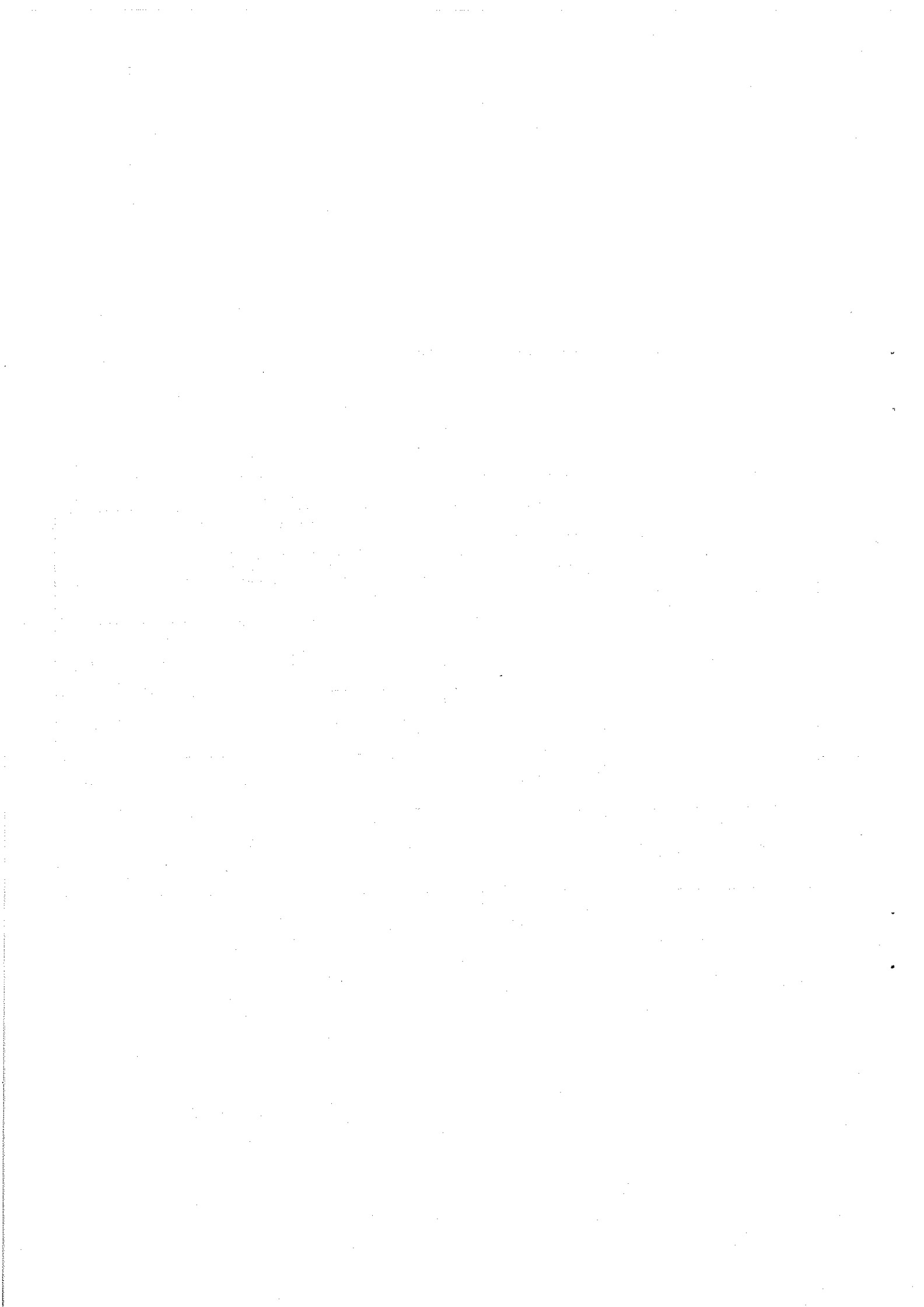


Table 2(a). Average MAPE: all data (1001)

METHODS	MDDL FITTING	Forecasting Horizons										Average of Forecasting Horizons						n(occ)
		1	2	3	4	5	6	8	12	15	18	1-4	1-6	1-8	1-12	1-15	1-18	
NAIVE 1	14.2	11.4	15.9	17.0	17.7	22.4	25.0	24.7	17.1	24.9	32.1	15.9	18.5	19.8	20.0	20.8	21.9	1001
Mov. Averag	12.5	13.0	18.1	17.6	19.4	22.8	25.0	23.2	17.8	23.3	31.3	18.8	19.1	19.8	19.8	20.4	21.4	1001
Single EXP	13.7	11.2	16.9	16.2	17.1	21.6	24.1	22.6	17.5	23.3	31.2	15.2	17.9	18.7	19.0	19.7	20.8	999
ARR EXP	15.4	12.4	18.9	17.5	19.0	21.7	24.6	21.7	18.7	24.2	30.8	16.7	18.8	19.2	19.4	20.2	21.2	1001
Holt EXP	13.2	11.4	15.9	16.6	18.6	23.7	26.8	30.1	26.5	19.5	54.7	15.4	18.8	21.0	22.8	25.2	28.3	999
Brown EXP	13.4	11.4	15.9	17.8	19.8	24.2	27.8	31.4	29.3	43.9	58.9	15.4	19.3	21.7	23.8	26.6	30.0	1001
Quad. EXP	13.3	12.8	18.0	21.1	23.1	31.9	39.3	52.8	58.0	91.3	149.4	18.7	24.2	29.3	34.3	41.5	53.4	1000
Regression	14.7	17.8	21.8	22.1	21.0	25.8	26.7	28.0	30.4	51.9	75.7	20.7	22.5	23.4	26.1	29.1	33.6	997
NAIVE2	9.6	9.1	11.3	13.3	14.6	18.4	19.9	19.1	17.1	21.9	26.3	12.1	14.4	15.2	15.7	16.4	17.4	1001
D Mov. Avrg	8.4	11.5	14.4	17.0	17.4	21.5	22.1	20.6	17.8	23.2	29.4	15.3	17.5	18.1	18.1	18.6	19.6	1001
D Sing EXP	9.5	8.6	11.6	13.2	14.1	17.7	19.5	17.9	16.9	21.1	26.1	11.9	14.1	14.8	15.3	16.0	16.9	999
D ARR EXP	10.6	9.4	13.5	14.0	15.3	18.1	20.2	18.0	17.1	21.4	26.9	13.1	15.1	15.6	15.9	16.5	17.4	1001
D Holt EXP	8.8	8.7	11.0	13.3	15.2	19.1	21.6	24.8	23.9	33.7	48.3	12.1	14.8	16.7	18.4	20.2	22.9	999
D Brown EXP	9.0	8.7	10.9	13.8	15.0	18.7	21.1	24.5	23.1	30.8	43.7	12.1	14.7	16.6	18.0	19.6	21.9	1001
D Quad. EXP	9.3	9.8	12.7	16.6	19.8	25.7	31.0	45.1	40.7	54.4	108.3	14.5	19.1	23.7	26.9	31.2	38.5	1001
D Regress	15.6	15.5	18.9	19.1	19.3	21.9	23.0	24.2	29.7	49.1	70.7	17.4	19.1	20.0	22.6	25.5	29.0	997
WINTERS	9.3	8.7	10.0	13.2	14.9	19.0	21.5	24.3	23.0	32.9	47.0	11.9	14.7	16.5	18.1	19.8	22.4	999
Autot. AEP	9.9	9.1	11.9	13.4	13.7	17.9	20.3	20.3	19.3	24.8	28.8	12.0	14.4	15.5	16.3	17.5	18.8	1001
Bayesian F	13.7	11.2	12.8	14.5	16.2	19.8	22.3	22.6	19.9	23.5	28.3	13.7	16.1	17.2	17.6	18.3	19.3	997
Combining A	8.8	8.1	10.4	12.1	13.3	16.7	19.2	19.7	18.6	24.2	30.8	11.0	13.3	14.5	15.4	16.5	17.9	1001
Combining B	9.0	8.5	11.1	12.9	13.8	17.8	19.2	18.9	19.4	23.3	30.3	11.6	13.8	14.8	15.6	16.5	17.8	1001
Average	11.8	10.9	14.4	15.8	16.9	21.2	23.4	25.4	23.7	34.1	48.1	14.5	17.2	18.7	20.0	21.7	24.3	

ARR = Adaptive Response Rate
 Mov. = Moving
 Quad. = Quadratic
 EXP. = Exponential Smoothing
 Sing. = Single
 D = Deseasonalized
 WINTERS = Holt-Winters Exponential Smoothing

Table 2(b). Average MAPE: all data (111)

METHODS	MDDL FITTING	Forecasting Horizons										Average of Forecasting Horizons						n(occ)
		1	2	3	4	5	6	8	12	15	18	1-4	1-6	1-8	1-12	1-15	1-18	
NAIVE 1	14.4	13.2	17.3	20.1	18.6	22.4	23.5	27.0	14.5	31.9	34.9	17.3	19.2	20.7	19.9	20.9	22.3	111
Mov. Averag	12.4	14.1	14.9	19.1	14.9	21.8	23.6	23.9	16.3	28.7	31.9	17.3	19.1	20.1	18.9	19.7	20.4	111
Single EXP	13.2	12.2	14.8	17.4	17.4	20.3	22.5	22.7	16.1	28.8	32.5	15.5	17.5	18.5	17.8	18.4	20.1	111
ARR EXP	15.1	13.0	17.1	18.4	19.1	20.7	22.4	22.4	16.1	29.6	32.2	16.7	18.4	19.2	19.3	19.3	20.5	111
Holt EXP	13.6	12.2	13.9	17.6	19.7	23.1	24.9	31.2	22.6	40.4	40.3	15.7	19.5	21.1	21.3	23.4	25.1	111
Brown EXP	13.6	13.0	15.1	19.4	17.5	25.2	27.1	35.0	28.0	54.0	59.6	16.5	19.7	22.8	23.6	26.8	30.3	111
Quad. EXP	13.9	13.2	16.1	21.7	23.2	30.3	34.1	51.5	49.0	103.1	1108.0	18.6	23.1	28.4	31.7	40.4	47.7	111
Regression	16.6	17.9	19.9	21.1	21.2	23.2	25.0	26.2	26.1	49.5	60.2	20.0	21.4	22.5	22.9	25.4	29.5	110
NAIVE2	9.1	8.5	11.4	13.9	15.4	18.6	17.4	17.8	14.5	31.2	30.8	12.3	13.8	14.9	14.9	16.4	17.8	111
D Mov. Avrg	8.1	10.7	13.6	17.6	19.4	22.0	23.1	22.7	15.7	28.3	34.0	15.4	17.8	19.0	18.4	19.1	20.6	111
D Sing EXP	8.6	7.8	10.8	13.1	14.5	15.7	17.2	16.5	13.6	29.3	30.1	11.6	13.2	14.1	14.0	15.3	16.8	111
D ARR EXP	9.8	8.3	12.1	14.0	16.1	18.7	19.1	16.5	13.7	28.6	29.3	12.9	14.4	15.1	14.7	15.8	17.1	111
D Holt EXP	8.4	7.9	10.5	13.2	15.1	17.3	19.0	23.1	18.5	35.6	35.2	11.7	13.8	16.1	16.4	18.0	19.7	111
D Brown EXP	8.3	8.5	10.8	13.3	14.5	17.3	19.3	23.8	19.0	43.1	45.4	11.7	13.9	16.2	17.0	19.5	22.3	111
D Quad. EXP	9.4	9.8	11.9	15.0	16.9	21.9	24.1	35.7	29.7	56.1	63.6	13.1	16.4	20.3	22.2	25.9	30.2	111
D Regress	12.0	12.5	14.9	17.2	19.4	19.7	21.0	21.0	23.4	46.5	57.3	15.7	17.3	18.2	18.9	21.3	25.6	110
WINTERS	9.3	9.2	10.5	13.1	15.5	17.5	18.7	23.3	15.9	33.4	34.5	12.1	14.1	16.3	16.4	17.8	19.5	111
Autot. AEP	13.8	9.8	11.3	13.7	15.1	15.9	19.4	23.3	16.2	30.2	33.9	12.5	14.3	16.3	16.2	17.4	19.0	111
Bayesian F	13.3	10.3	12.8	13.6	14.4	19.2	17.1	19.2	16.1	27.5	30.6	12.8	14.1	15.2	15.0	16.1	17.6	111
Combining A	8.1	7.9	9.8	11.9	13.5	16.4	16.9	19.5	14.2	32.4	33.3	12.8	12.6	14.3	14.4	15.9	17.7	111
Combining B	8.7	8.2	10.1	11.8	14.7	15.4	16.4	20.1	15.5	31.3	31.4	11.2	12.8	14.4	14.7	16.2	17.7	111
Box-Jenkins	9.4	10.3	10.7	11.1	14.5	16.1	17.1	18.9	16.4	26.2	34.2	11.7	13.4	14.8	15.1	16.3	18.0	111
Levanoski	12.3	11.6	12.4	14.5	15.3	16.6	17.6	18.9	17.0	33.0	28.6	13.5	14.7	15.5	15.6	17.2	18.6	111
Parzen	9.9	10.6	10.7	10.7	13.5	14.3	14.7	16.0	13.7	22.5	26.5	11.4	12.4	13.3	13.4	14.3	15.4	111
Average	10.7	10.8	13.7	15.5	16.8	19.3	20.8	24.0	19.7	37.5	40.7	16.1	16.1	17.8	18.0	19.9	22.1	

Table 3(a). Average MSE: all data (1001)

METHODS	NOOPL FITTING	1	2	4	6	8	12	18	1-4	1-12	1-18	n(max)
NAIVE 1	.1340E+11	.9317E+11	.1476E+12	.7093E+12	.9360E+12	.3051E+09	.1574E+10	.1576E+10	.1904E+12	.3031E+12	.1491E+12	1001
Nov. Averag	.1276E+11	.2701E+12	.3245E+12	.3344E+12	.1151E+13	.2022E+09	.1345E+10	.1372E+10	.3504E+12	.2998E+12	.2199E+12	1001
Single EXP	.1267E+11	.9553E+11	.1397E+12	.1984E+12	.9145E+12	.1251E+09	.9177E+09	.9292E+09	.1804E+12	.3955E+12	.1433E+12	999
ARR EXP	.1911E+11	.9594E+11	.1326E+12	.1949E+12	.9168E+12	.1196E+09	.8087E+09	.8209E+09	.1756E+12	.1928E+12	.1414E+12	1001
Holt EXP	.1178E+11	.5117E+11	.7670E+11	.9448E+11	.5395E+12	.3248E+09	.2005E+10	.2359E+10	.9991E+11	.1094E+12	.8067E+11	999
Brown EXP	.1394E+11	.4004E+11	.4033E+11	.9878E+11	.4698E+12	.3134E+09	.1969E+10	.2314E+10	.8106E+11	.9793E+11	.7202E+11	1001
Quad. EXP	.1431E+11	.3242E+11	.4706E+11	.1365E+12	.3029E+12	.1255E+09	.2980E+10	.6884E+10	.8645E+11	.9237E+11	.6867E+11	1000
Regression	.2144E+11	.7946E+11	.1249E+12	.1564E+12	.6928E+12	.1958E+09	.1713E+10	.2045E+10	.1515E+12	.1540E+12	.1132E+12	997
NAIVE2	.1338E+11	.9316E+11	.1476E+12	.7093E+12	.9360E+12	.3051E+09	.1574E+10	.1576E+10	.1904E+12	.3031E+12	.1491E+12	1001
D Nov. Avrg	.1224E+11	.2701E+12	.3245E+12	.3344E+12	.1151E+13	.2022E+09	.1345E+10	.1372E+10	.3504E+12	.2998E+12	.2199E+12	1001
D Sing EXP	.1264E+11	.9551E+11	.1397E+12	.1984E+12	.9145E+12	.1251E+09	.9177E+09	.9292E+09	.1804E+12	.3955E+12	.1433E+12	1001
D ARR EXP	.1909E+11	.9586E+11	.1325E+12	.1949E+12	.9167E+12	.1196E+09	.8087E+09	.8209E+09	.1756E+12	.1928E+12	.1414E+12	998
D Holt EXP	.1175E+11	.5113E+11	.7668E+11	.9464E+11	.5394E+12	.3248E+09	.2001E+10	.2359E+10	.9991E+11	.1094E+12	.8067E+11	1001
D Brown EXP	.1381E+11	.4201E+11	.4032E+11	.9876E+11	.4698E+12	.3134E+09	.1970E+10	.2309E+10	.8003E+11	.9754E+11	.7198E+11	999
D Quad. EXP	.1476E+11	.3231E+11	.4698E+11	.1344E+12	.3025E+12	.1251E+09	.2803E+10	.4409E+10	.8632E+11	.9225E+11	.6850E+11	1001
D Regress	.2145E+11	.7942E+11	.1244E+12	.1544E+12	.6927E+12	.1994E+09	.1652E+10	.1933E+10	.1533E+12	.1540E+12	.1132E+12	997
WINTERS	.1175E+11	.5113E+11	.7668E+11	.9464E+11	.5394E+12	.3248E+09	.2001E+10	.2359E+10	.9991E+11	.1094E+12	.8067E+11	999
Autoc. APP	.9105E+10	.4893E+11	.5697E+11	.7067E+11	.4544E+12	.1141E+10	.3308E+10	.4006E+10	.9998E+11	.1094E+12	.8067E+11	999
Bayesian F	.2345E+11	.2173E+11	.2894E+11	.1047E+12	.2494E+12	.3286E+09	.1708E+10	.2228E+10	.5946E+11	.6198E+11	.4593E+11	997
Combining A	.9389E+10	.5759E+11	.8462E+11	.1041E+12	.4991E+12	.4191E+09	.1655E+10	.1906E+10	.1114E+12	.1219E+12	.8967E+11	1001
Combining B	.1027E+11	.8225E+11	.1379E+12	.1977E+12	.9118E+12	.2319E+09	.8898E+09	.8693E+09	.1798E+12	.1950E+12	.1430E+12	1001
Average	.1417E+11	.9287E+11	.1190E+12	.1630E+12	.7077E+12	.4548E+09	.1695E+10	.2071E+10	.1517E+12	.1554E+12	.1144E+12	

e.g. 13401
1340

Table 3(b). Average MSE: all data (111)

METHODS	NOOPL FITTING	1	2	4	6	8	12	18	1-4	1-12	1-18	n(max)
NAIVE 1	.4510E+08	.3049E+08	.7776E+08	.4657E+09	.4657E+09	.1891E+08	.4620E+08	.2742E+08	.2044E+09	.2164E+09	.1738E+09	111
Nov. Averag	.3792E+08	.2297E+09	.1976E+09	.5622E+09	.5409E+09	.1116E+08	.4710E+08	.2492E+08	.3377E+09	.2810E+09	.2171E+09	111
Single EXP	.3921E+08	.4161E+09	.9497E+08	.5170E+09	.4993E+09	.1158E+08	.5808E+08	.2284E+08	.2327E+09	.2325E+09	.1821E+09	111
ARR EXP	.5109E+08	.5570E+08	.2011E+09	.7274E+09	.6816E+09	.1306E+08	.4610E+08	.3026E+08	.3316E+09	.2991E+09	.2312E+09	111
Holt EXP	.3116E+08	.2578E+08	.3781E+08	.2193E+09	.1000E+09	.1389E+08	.7728E+08	.2206E+08	.1011E+09	.1062E+09	.9572E+08	111
Brown EXP	.3838E+08	.2738E+08	.5240E+08	.2373E+09	.1223E+09	.1989E+08	.5073E+08	.2463E+08	.1131E+09	.1109E+09	.9773E+08	111
Quad. EXP	.4191E+08	.2635E+08	.4378E+08	.2190E+09	.1099E+09	.5749E+08	.9348E+08	.1292E+09	.1024E+09	.1215E+09	.1324E+09	111
Regression	.3253E+08	.3345E+08	.5241E+08	.2294E+09	.1641E+09	.1403E+08	.8243E+08	.2103E+09	.1127E+09	.1129E+09	.9505E+08	110
NAIVE2	.2594E+08	.2970E+08	.6000E+08	.4559E+09	.4489E+09	.2569E+08	.4620E+08	.7948E+08	.1954E+09	.1996E+09	.1637E+09	111
D Nov. Avrg	.2178E+08	.2316E+09	.1857E+09	.5691E+09	.5324E+09	.8741E+08	.6792E+08	.1171E+09	.3360E+09	.3051E+09	.2471E+09	111
D Sing EXP	.2186E+08	.3890E+08	.7564E+08	.5117E+09	.4810E+09	.1625E+08	.3250E+08	.6251E+08	.2250E+09	.2155E+09	.1714E+09	111
D ARR EXP	.2849E+08	.5199E+08	.1793E+09	.7197E+09	.6550E+09	.1090E+08	.2428E+08	.5661E+08	.3209E+09	.2776E+09	.2145E+09	111
D Holt EXP	.1501E+08	.2301E+08	.2525E+08	.2140E+09	.9188E+08	.2535E+08	.3790E+08	.8529E+08	.9464E+08	.4053E+08	.8773E+08	111
D Brown EXP	.1693E+08	.2619E+08	.3161E+08	.2360E+09	.1039E+09	.4356E+08	.8036E+08	.1143E+09	.1055E+09	.1073E+09	.1085E+09	111
D Quad. EXP	.1783E+08	.2435E+08	.2773E+08	.2123E+09	.9759E+08	.7443E+08	.9877E+08	.1551E+09	.9447E+08	.1081E+09	.1177E+09	111
D Regress	.1454E+08	.2640E+08	.3315E+08	.2238E+09	.1455E+09	.1241E+08	.4071E+08	.6628E+08	.1033E+09	.9149E+08	.8066E+08	110
WINTERS	.1567E+08	.2199E+08	.2538E+08	.7129E+09	.9347E+09	.2842E+08	.8271E+08	.1048E+09	.9443E+09	.9470E+08	.9593E+08	111
Autoc. APP	.2377E+08	.6811E+08	.4696E+08	.4011E+09	.1899E+09	.3214E+08	.8256E+08	.7469E+08	.1958E+09	.1763E+09	.1543E+09	111
Bayesian F	.6023E+08	.2641E+08	.2549E+08	.1378E+09	.9487E+08	.2626E+08	.3694E+08	.5723E+08	.6689E+08	.6401E+08	.6383E+08	111
Combining A	.1894E+08	.3431E+08	.5017E+08	.3591E+09	.2079E+09	.2286E+08	.6810E+08	.7083E+08	.1561E+09	.1409E+09	.1213E+09	111
Combining B	.2057E+08	.3107E+08	.4512E+08	.3403E+09	.1446E+09	.1409E+08	.2657E+08	.5626E+08	.1504E+09	.1250E+09	.1032E+09	111
Box-Jenkins	N.A.	.5293E+08	.3422E+08	.2491E+09	.1325E+09	.3433E+08	.7949E+08	.3172E+09	.1233E+09	.3154E+09	.1129E+09	111
Levengandani	.4079E+08	.2015E+08	.1771E+09	.8285E+08	.9147E+08	.1941E+08	.4196E+08	.5307E+08	.7456E+08	.7621E+08	.7024E+08	111
Parzen	.2231E+08	.7054E+08	.1522E+08	.1155E+09	.8625E+08	.2896E+08	.6992E+08	.1136E+09	.9494E+08	.9351E+08	.9097E+08	111
Average	.2850E+08	.5199E+08	.6793E+08	.3416E+09	.2620E+09	.2757E+08	.5814E+08	.6985E+08	.1653E+09	.1568E+09	.1345E+09	

e.g. 45101
4510

Table 5(a). Median APE: all data (1001)

METHODS	MODEL FITTING	FORECASTING HORIZONS										CUMULATIVE FORECASTING HORIZONS					NIMA	
		1	2	3	4	5	6	8	12	15	18	1-4	1-6	1-8	1-12	1-15		1-18
NAIVE 1	5.9	6.0	6.8	4.1	10.8	12.0	13.3	12.4	10.8	13.9	15.7	8.5	9.6	10.1	10.5	11.0	11.6	1001
MOV. AVERAG	5.6	6.3	8.9	9.0	10.7	11.7	13.1	11.4	11.8	13.4	15.4	8.5	9.6	9.9	10.3	10.8	11.3	1001
SINGLE EXP	5.7	6.0	8.2	8.6	10.5	11.2	12.7	11.2	11.3	13.4	16.7	8.2	9.3	9.7	10.0	10.6	11.0	1001
ARR EXP	6.5	6.7	4.7	8.5	10.2	11.2	11.1	11.1	11.3	13.4	16.9	8.2	9.3	9.7	10.0	10.6	11.0	1001
HOLT EXP	5.3	6.1	7.2	7.1	8.9	9.5	11.4	11.2	11.3	13.4	16.7	8.8	9.6	9.9	10.3	10.9	11.3	1001
BRUN EXP	5.5	5.7	6.4	7.6	8.6	10.0	11.4	11.0	11.3	14.2	17.2	7.2	8.2	8.9	9.7	10.3	10.9	1001
QUAD. EXP	5.5	6.3	7.8	8.9	9.8	12.0	11.4	11.7	11.6	13.5	16.1	7.2	8.3	9.1	10.2	11.0	11.6	1001
REGRESSION	7.6	4.0	9.9	4.6	10.8	12.0	13.3	11.7	12.6	25.8	29.9	8.2	9.6	10.7	12.0	13.3	14.6	1001
NAIVE2	3.8	4.8	6.6	6.9	8.8	9.9	11.7	11.7	12.6	13.1	14.1	9.8	10.4	10.6	11.1	11.7	11.8	1001
D MOV. AVRG	3.5	3.8	7.9	9.5	11.6	12.3	13.8	10.5	10.6	12.7	16.4	6.6	7.6	8.2	8.6	9.1	9.5	1001
D SING EXP	3.6	4.7	6.2	6.8	8.2	9.0	10.9	10.5	10.5	12.1	16.4	6.3	7.6	8.2	8.6	9.1	9.5	1001
D ARR EXP	4.1	5.3	7.3	7.1	8.6	9.6	10.9	10.0	10.3	12.1	16.4	6.3	7.3	7.4	8.3	8.8	9.2	1001
D HOLT EXP	3.3	4.3	5.3	5.1	7.3	8.1	9.2	9.8	9.9	12.2	15.9	6.9	7.8	8.3	8.8	9.2	9.6	1001
D BRUN EXP	3.4	4.4	5.1	6.2	7.3	8.3	9.6	10.0	10.1	12.7	15.9	5.3	6.4	7.0	7.7	8.3	8.8	1001
D QUAD. EXP	3.4	4.5	5.7	6.4	7.3	8.3	9.6	10.0	10.1	12.7	15.9	5.3	6.5	7.2	8.0	8.8	9.2	1001
D REGRESS	5.6	7.8	7.9	9.1	9.1	9.8	11.2	10.6	10.9	12.6	11.9	6.3	7.5	8.8	9.6	10.6	11.6	1001
WINTERS	3.7	4.4	5.4	5.5	6.6	7.4	9.7	9.7	9.6	10.5	11.4	5.5	6.4	6.9	7.5	8.0	8.5	1001
AUTOM. AEP	4.0	4.7	5.8	6.6	7.2	8.3	9.7	9.6	10.5	11.4	12.2	6.1	6.9	7.5	8.2	8.9	9.3	1001
BAYESIAN F	5.0	5.1	5.5	6.4	7.8	8.5	10.0	10.2	10.1	11.6	12.2	6.1	6.9	7.5	8.2	8.9	9.3	1001
CUMBINING A	3.3	4.2	5.4	5.9	7.1	8.0	9.7	9.4	9.5	11.8	13.1	6.1	7.0	7.6	8.2	8.7	9.1	1001
CUMBINING B	3.4	4.6	6.0	6.6	7.7	8.8	10.1	10.1	10.4	12.3	12.8	6.0	7.0	7.6	8.1	8.6	9.1	1001

Table 5(b). Median APE: all data (111)

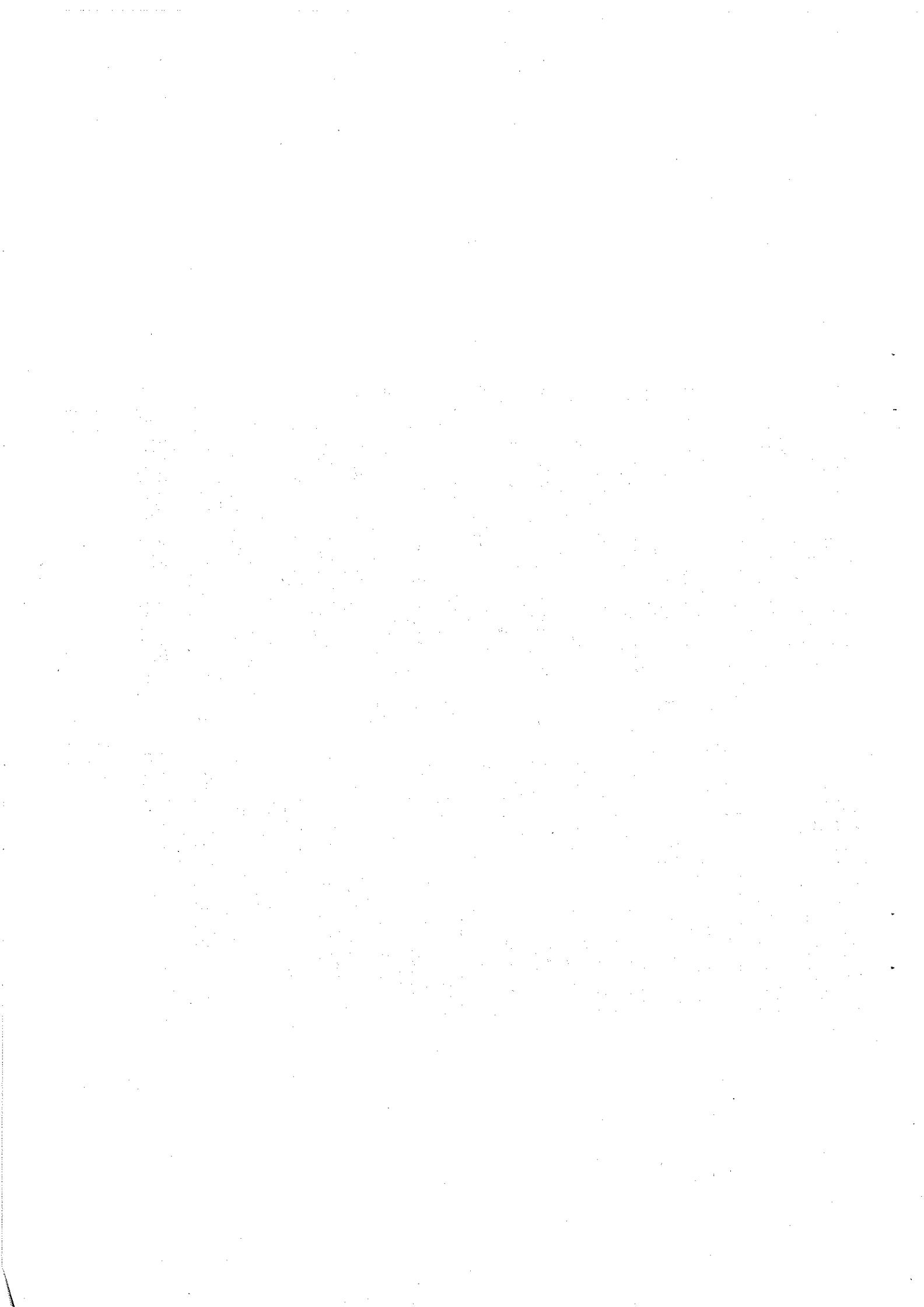
METHODS	MODEL FITTING	FORECASTING HORIZONS										CUMULATIVE FORECASTING HORIZONS					NIMA	
		1	2	3	4	5	6	8	12	15	18	1-4	1-6	1-8	1-12	1-15		1-18
NAIVE 1	5.1	3.3	4.4	10.5	13.5	13.1	14.3	14.6	7.4	10.1	16.3	9.7	10.7	11.7	11.2	12.0	12.9	111
MOV. AVERAG	5.7	5.6	8.9	10.0	12.2	12.0	13.2	10.7	11.9	18.0	17.6	9.7	10.7	10.4	10.2	10.9	11.5	111
SINGLE EXP	5.9	5.2	7.4	11.6	11.2	13.3	11.3	11.7	11.7	17.5	19.5	8.0	9.7	10.1	10.2	10.8	11.4	111
ARR EXP	7.0	4.8	9.3	9.6	11.7	11.8	13.2	11.5	11.3	15.5	19.0	8.0	9.3	10.1	10.9	11.3	11.8	111
HOLT EXP	5.5	5.1	6.3	7.9	10.3	12.5	12.2	13.8	10.9	18.9	17.2	8.0	10.1	10.9	10.9	11.7	11.8	111
BRUN EXP	5.7	4.6	7.7	8.1	11.7	13.8	12.2	12.1	12.1	21.0	20.2	7.6	9.4	10.3	10.8	11.3	12.3	111
QUAD. EXP	5.6	5.5	8.0	9.7	11.0	12.6	13.5	13.8	13.8	24.3	25.3	7.8	9.4	10.3	11.0	11.5	11.9	111
REGRESSION	7.9	4.5	9.4	10.4	12.8	15.0	15.0	15.3	12.3	27.9	25.7	9.0	10.0	11.7	12.0	12.9	13.6	111
NAIVE2	3.6	4.0	5.6	7.3	10.1	8.7	9.9	10.5	7.3	12.9	15.0	10.4	11.7	12.6	12.6	13.2	13.4	111
D MOV. AVRG	3.2	3.2	6.0	10.8	13.5	18.1	16.8	14.9	10.3	14.7	23.0	6.9	7.9	8.6	8.6	9.1	9.3	111
D SING EXP	3.4	3.3	6.4	8.0	9.0	11.1	10.2	9.9	8.6	12.9	15.0	6.8	10.7	11.9	11.9	12.4	13.2	111
D ARR EXP	3.9	4.7	7.2	7.3	9.6	9.8	9.8	9.9	10.0	14.3	17.0	6.9	7.8	8.0	9.0	9.4	10.0	111
D HOLT EXP	3.1	3.4	5.0	6.4	8.1	7.4	10.0	10.6	7.4	12.7	15.0	5.6	6.8	7.4	7.8	8.3	8.7	111
D BRUN EXP	3.1	3.3	4.3	6.9	8.0	8.6	9.2	10.3	9.7	12.7	17.7	5.2	6.4	7.4	8.1	8.4	8.7	111
D QUAD. EXP	3.1	3.7	5.1	7.9	8.8	9.0	13.3	10.9	10.8	18.2	20.1	5.5	6.9	7.8	8.3	8.4	8.9	111
D REGRESS	3.4	4.7	7.7	9.5	9.4	10.7	13.1	12.1	8.8	16.3	13.7	6.6	9.1	9.6	9.7	10.1	10.6	111
WINTERS	3.5	4.1	5.2	5.9	7.0	6.5	8.1	10.6	7.4	10.5	10.7	5.8	6.1	6.6	7.3	7.9	8.3	111
AUTOM. AEP	4.1	4.6	6.2	7.0	8.7	8.3	10.3	10.3	9.2	13.7	15.2	6.1	6.6	7.4	8.1	8.8	9.2	111
BAYESIAN F	5.0	5.0	5.3	5.9	7.0	7.5	8.7	10.3	8.8	12.9	14.0	6.1	6.7	7.6	7.9	8.5	8.9	111
CUMBINING A	3.2	3.9	5.0	6.0	7.7	6.9	8.7	9.9	6.6	12.9	14.8	6.7	6.7	7.6	7.9	8.5	8.9	111
CUMBINING B	3.1	3.3	5.8	6.1	7.8	7.1	7.3	9.9	6.6	12.4	14.8	6.5	6.1	7.0	7.4	7.8	8.4	111
BOX-JENKINS	6.0	5.3	5.0	6.2	6.6	6.0	8.8	9.3	8.8	12.8	13.7	6.8	6.4	7.0	7.6	8.1	8.7	111
LEAPANDSKI	4.7	5.4	6.8	5.5	7.5	7.9	7.9	9.3	5.8	12.4	16.4	6.9	6.2	7.0	7.6	8.2	8.7	111
PARZEN	3.7	4.8	6.1	6.3	7.8	8.5	9.0	9.1	6.8	11.8	11.6	6.0	7.0	7.8	7.6	8.4	9.0	111

Table 9(a). Percentage of time that the Winters method is better than other methods (n = 1001)

METHODS	MODEL FITTING	Forecasting Horizons																		AVERAGE OF ALL FORECASTS	n(max)
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18		
NATVF 1	90.0	61.5	65.6	61.4	60.0	62.7	60.6	56.4	51.6	52.2	51.5	51.5	47.2	50.7	56.7	53.0	55.8	53.2	53.6	57.15	
Mov. Averag	41.5	61.6	66.5	63.0	61.5	59.6	58.7	53.9	53.9	57.1	50.2	51.7	50.6	50.1	54.5	49.9	51.0	49.6	48.5	55.96	
Single LTP	81.0	67.3	63.8	61.4	60.0	60.3	58.1	52.1	52.5	48.9	48.8	50.1	49.1	49.4	53.5	50.9	52.7	51.4	50.7	55.31	
ARR EXP	97.3	64.2	70.2	64.0	63.7	65.4	59.7	51.1	52.8	49.1	51.1	52.2	53.6	53.3	56.4	53.3	51.4	52.5	49.6	57.22	
Holt EXP	77.0	56.7	59.2	57.9	54.2	55.1	55.8	57.6	54.5	55.7	58.0	57.8	52.4	56.5	61.8	58.6	55.5	54.9	58.4	56.70	
Brown EXP	43.0	56.9	58.3	56.3	55.6	55.5	57.5	58.5	55.7	55.9	57.7	59.3	59.2	61.3	64.7	60.3	62.5	59.5	63.5	58.31	
Quas. EXP	68.0	61.2	63.8	61.7	60.9	63.7	56.5	69.1	69.4	65.0	66.0	70.2	71.5	74.4	74.9	73.3	72.1	74.1	76.0	67.70	
Regression	66.5	70.9	71.6	68.7	62.5	67.1	50.3	56.5	57.4	55.8	60.3	59.2	55.6	58.5	63.5	58.9	58.0	54.6	55.9	60.86	
NATVF2	71.0	55.3	57.7	57.0	56.8	58.7	53.9	51.1	51.2	48.9	47.5	48.8	47.2	46.8	49.0	47.8	47.3	47.5	46.7	51.93	
D Mov. Avrg	50.4	60.4	64.8	63.0	62.2	61.8	57.7	56.1	53.0	51.1	50.4	51.5	50.4	48.0	50.9	51.5	53.2	50.9	50.1	55.98	
D Sing. EXP	47.3	51.4	57.5	56.0	55.1	55.8	53.6	49.0	47.8	44.4	46.0	45.2	48.0	45.4	44.7	45.1	45.5	45.5	45.5	50.23	
D ARR EXP	79.3	57.0	63.9	61.2	59.2	58.2	56.5	52.6	49.9	49.0	49.1	48.6	49.3	47.6	48.9	49.3	47.5	48.0	47.5	53.64	
D Holt EXP	28.6	49.1	49.5	50.2	50.0	50.9	49.8	51.0	50.4	49.7	50.6	49.4	51.5	53.7	52.4	52.9	50.2	51.9	51.9	50.50	
D Brown EXP	43.0	51.1	51.1	50.8	50.4	52.4	51.3	53.0	51.1	51.1	52.5	52.8	52.8	55.9	55.1	54.6	53.3	55.4	57.1	52.85	
D Quas. EXP	52.4	54.0	57.1	57.9	58.4	59.3	60.7	65.4	64.6	62.7	64.2	64.2	67.7	69.0	67.4	70.0	69.5	71.3	72.0	63.25	
D Regress	69.2	68.5	65.4	63.4	59.1	57.2	57.1	55.9	54.9	54.0	56.7	53.8	56.2	53.0	53.0	54.6	51.5	53.0	50.0	57.39	
Auto. ARR	69.0	50.4	54.5	55.1	50.5	50.7	49.2	51.6	49.1	48.6	51.4	52.4	50.4	52.5	55.9	50.2	52.7	53.2	53.0	51.74	
Bayesian F	98.7	57.9	52.4	53.2	53.7	51.1	52.4	52.4	52.0	47.8	49.6	50.1	52.8	53.8	54.8	52.5	53.8	51.8	51.5	52.59	
Combinat. 1	41.8	50.3	51.7	50.7	49.8	48.8	50.8	44.0	42.6	40.4	42.1	40.8	44.6	44.4	44.0	44.7	43.4	42.5	43.1	46.24	
Combinat. 2	41.4	51.1	55.5	53.9	52.8	52.9	52.4	47.3	46.2	43.6	43.8	44.7	46.8	45.7	44.2	46.0	43.9	46.5	46.0	48.79	
Average	59.0	57.9	60.0	58.5	55.4	56.7	50.2	54.1	53.2	51.1	52.5	52.7	52.8	53.5	55.3	53.8	53.4	53.4	53.7	55.21	

Table 9(b). Percentage of time that the Winters method is better than other methods (n = 111)

METHODS	MODEL FITTING	Forecasting Horizons																		AVERAGE OF ALL FORECASTS	n(max)
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18		
NATVF 1	91.0	58.6	65.8	70.3	60.4	67.4	64.0	59.2	56.0	58.8	41.2	50.0	44.1	51.5	64.7	66.2	52.9	54.4	55.9	58.90	
Mov. Averag	91.7	55.0	45.8	64.9	60.4	61.7	63.3	52.7	53.8	48.5	47.1	47.1	50.0	51.5	55.9	61.8	49.5	50.0	50.0	56.15	
Single LTP	46.5	57.7	61.3	63.1	63.1	63.1	62.2	53.8	51.6	48.5	47.1	45.6	47.1	52.9	52.9	60.3	50.0	61.8	51.3	56.22	
ARR EXP	98.2	56.8	64.5	69.4	64.7	60.4	62.2	49.5	50.5	54.4	51.5	45.6	54.4	60.3	51.5	60.3	50.0	63.2	52.9	57.66	
Holt EXP	73.4	51.8	61.7	59.0	57.2	60.8	60.4	61.0	55.5	58.1	55.1	56.6	49.3	49.3	64.0	64.0	47.8	35.1	58.1	57.26	
Brown EXP	67.9	56.8	42.2	60.4	61.3	60.5	64.0	60.4	57.1	61.9	58.8	52.9	57.4	61.8	64.7	69.1	57.6	61.8	61.0	61.13	
Quas. EXP	65.1	57.7	63.1	61.3	60.4	67.6	65.8	70.1	72.5	72.1	61.8	72.1	70.6	70.6	72.1	75.0	70.6	67.6	76.5	67.34	
Regression	67.4	72.1	49.4	67.6	65.8	66.7	71.2	58.2	60.4	59.8	64.7	60.3	58.8	58.8	67.6	61.8	54.4	55.9	52.9	63.60	
NATVF2	71.2	54.1	60.4	63.1	58.5	59.5	61.3	58.2	51.6	51.5	45.6	47.1	44.1	52.9	50.0	57.4	47.1	51.5	58.8	54.97	
D Mov. Avrg	54.1	56.8	64.9	64.7	65.0	65.8	65.9	59.3	54.2	52.9	55.9	55.9	50.0	57.4	51.5	55.9	50.0	60.3	60.3	59.49	
D Sing. EXP	50.5	44.1	52.9	59.5	63.1	58.8	61.3	66.2	46.2	44.1	48.5	41.2	48.5	52.9	44.1	48.5	44.1	50.0	55.9	50.85	
D ARR EXP	79.3	51.4	60.4	64.9	63.1	60.4	64.0	56.0	46.2	48.5	52.9	48.5	50.0	57.4	48.5	50.0	47.1	52.9	61.0	55.96	
D Holt EXP	26.6	37.4	47.3	50.0	40.1	48.2	50.9	57.7	53.3	52.2	47.8	49.3	50.7	41.9	48.5	50.0	47.1	52.9	61.0	48.63	
D Brown EXP	39.1	45.0	50.5	47.7	45.9	53.2	56.8	59.3	53.8	55.9	55.9	54.4	52.9	61.9	61.8	63.2	51.5	54.4	61.0	53.99	
D Quas. EXP	66.9	43.2	55.0	48.6	50.5	49.5	43.2	61.5	61.5	64.2	64.7	60.3	69.1	69.1	73.5	69.1	70.6	69.1	59.42		
D Regress	67.2	63.1	62.2	66.7	65.8	57.7	64.9	57.1	54.9	52.9	54.4	54.4	57.4	50.0	58.8	61.8	45.6	63.2	55.9	58.97	
Auto. ARR	71.2	17.2	55.0	58.6	50.5	55.9	50.5	51.6	50.5	52.9	47.1	41.2	50.0	47.1	55.9	51.5	47.1	52.9	61.0	51.77	
Bayesian F	99.1	53.2	55.0	56.8	48.6	45.9	45.0	57.1	62.6	51.5	44.1	44.1	52.9	39.7	57.4	54.4	51.5	54.4	52.9	52.36	
Combinat. 1	40.5	41.4	42.3	45.9	47.7	50.5	54.1	49.5	47.3	39.7	45.6	35.3	44.1	44.1	41.2	55.9	45.6	42.6	52.9	46.86	
Combinat. 2	45.0	42.7	43.2	49.1	54.1	53.2	57.7	49.5	47.3	39.7	45.6	35.3	44.1	44.1	41.2	55.9	45.6	42.6	52.9	50.92	
Box-Jenkins	4.4	49.4	45.9	51.4	53.0	54.1	53.2	48.4	53.8	50.0	60.3	50.0	51.5	54.4	63.2	50.0	48.5	52.9	55.9	50.92	
Lewandowski	90.1	60.4	41.3	57.3	49.5	51.4	51.4	42.9	45.1	51.5	36.8	38.7	45.6	42.6	38.7	48.5	38.2	42.6	42.6	47.84	
Parzen	64.0	40.5	51.4	53.2	47.7	55.0	43.2	49.5	47.3	51.5	55.9	42.6	50.0	51.5	57.4	48.5	45.6	52.9	54.4	50.98	
Average	71.1	57.4	56.9	58.9	56.1	59.0	49.4	55.1	53.8	53.4	51.6	49.4	52.2	53.8	58.9	58.7	50.1	53.4	57.8	53.38	



LAAJENNETUN HOLT-WINTERS-MENETELMAN OSUVUUS VERRATTUNA PERUSVERSIOON

Taulu 1, 1001 sarjaa

Ennuste- aikaväli	MAPE		Md	
	Perus- versio	Laajenn. versio	Perus- versio	Laajenn. versio
1	8,7	8,3	4,5	4,2
2	11,0	10,8	5,3	5,3
3	13,3	12,1	5,6	5,9
4	15,2	13,0	7,3	7,2
5	19,1	15,7	8,1	8,1
6	21,6	17,9	9,2	9,3
8	24,8	17,7	9,8	9,0
12	23,9	16,7	9,9	9,3
15	33,7	21,0	12,2	11,6
18	48,3	21,7	13,6	11,9
Keskiarvo	22,9	16,2	8,8	8,4

Taulu 2, 101 sarjaa

Ennuste- aikaväli	MAPE		Md	
	Perus- versio	Laajenn. versio	Perus- versio	Laajenn. versio
1	7,9	7,6	3,4	2,8
2	10,5	9,7	5,0	5,3
3	13,2	11,5	6,4	5,7
4	15,1	13,1	8,1	7,3
5	17,3	14,5	7,4	7,3
6	19,0	15,9	9,0	9,5
8	23,1	16,6	10,6	9,5
12	16,5	13,6	7,4	7,9
15	35,6	29,0	12,4	12,7
18	35,2	29,5	15,0	15,5
Keskiarvo	19,7	16,1	8,7	8,2

Liite 8

MAKSUENNUNNUTE HOLT-WINTERS-MENETELMÄLLÄ, EI TRENDIN VAIMENNUSTA

ENNUSTEVIRHEET (%):

Laji	Ennusteaikaväli											
	1	2	3	4	5	6	7	8	KA1	KA2	KERT	
Lakisääteinen tapaturma	12,26	-5,18	7,20	-24,67	-22,68	-13,45	15,26	-13,53	-5,60	14,28	-1,88	
Auto	2,11	1,62	-3,71	2,33	7,51	6,72	1,36	7,86	3,22	4,15	1,85	
Liikenne	8,31	2,27	,28	4,15	9,85	5,69	-1,85	11,66	5,04	5,51	3,01	
Palo ja yhdistelmä	-4,91	-5,78	10,39	8,77	-5,81	-12,05	-9,81	-3,06	-2,78	7,57	-1,66	
Muu ensivakuutus	3,33	2,94	10,27	4,08	13,25	8,40	3,03	33,78	9,88	9,88	5,73	
Virheiden keskiarvo	5,17	-,73	5,98	-,99	,45	-,98	1,59	9,92	2,55	8,89	1,39	
Virheiden itseisarvojen keskiarvo (MAPE)	7,13	3,66	7,47	8,88	11,85	9,30	6,27	16,56	8,89	8,89	2,83	
Ensivakuutus yhteensä	4,73	,49	5,48	,41	,14	-,20	-,02	12,91	2,99	3,05	1,58	

KA1 : Suhteellisten virheiden keskiarvo (%)

KA2 : Suhteellisten virheiden itseisarvojen keskiarvo (%)

KERT: 12 kuukauden kertymän suhteellinen virhe (%)





Liite 10

MAKSUENNUNSTE HOLT--WINTERS--MENETELMÄLLÄ, TRENDIN VAIMENNUS 10 % ASKELEELLA

ENNUSTEVIRHEET (%):

Laji	Ennusteaikaväli										
	1	2	3	4	5	6	7	8	KA1	KA2	KERT
Lakisääteinen tapaturma	12,20	-5,37	6,74	-25,21	-23,49	-14,69	13,12	-15,52	-6,53	14,54	-2,12
Auto	2,01	1,24	-4,48	,97	5,40	3,87	-2,12	3,28	1,27	2,92	,69
Liikenne	8,19	1,85	-,59	2,64	7,50	2,63	-5,51	6,52	2,90	4,43	1,76
Palo ja yhdistelmä	-4,98	-6,03	9,78	7,75	-7,12	-13,71	-12,00	-5,99	-4,04	8,42	-2,30
Muu ensivakuutus	3,20	2,44	9,15	2,32	10,42	4,73	-1,45	26,62	7,18	7,54	4,10
Virheiden keskiarvo	5,05	-1,16	5,02	-2,53	-1,88	-4,09	-2,39	4,46	,31	8,25	,42
Virheiden itseisarvojen keskiarvo (MAPE)	7,04	3,40	7,05	8,01	11,21	8,58	7,64	13,06	8,25	8,25	2,19
Ensvakuutus yhteensä	4,61	,05	4,51	-1,14	-2,13	-3,28	-3,98	7,39	,75	3,39	,46

KA1 : Suhteellisten virheiden keskiarvo (%)

KA2 : Suhteellisten virheiden itseisarvojen keskiarvo (%)

KERT: 12 kuukauden kertymän suhteellinen virhe (%)

Liite 11

MAKSUENNUSTE HOLT-WINTERS-MENETELMÄLLÄ, TRENDIN VAIMENNUS 15 % ASKELEELLA

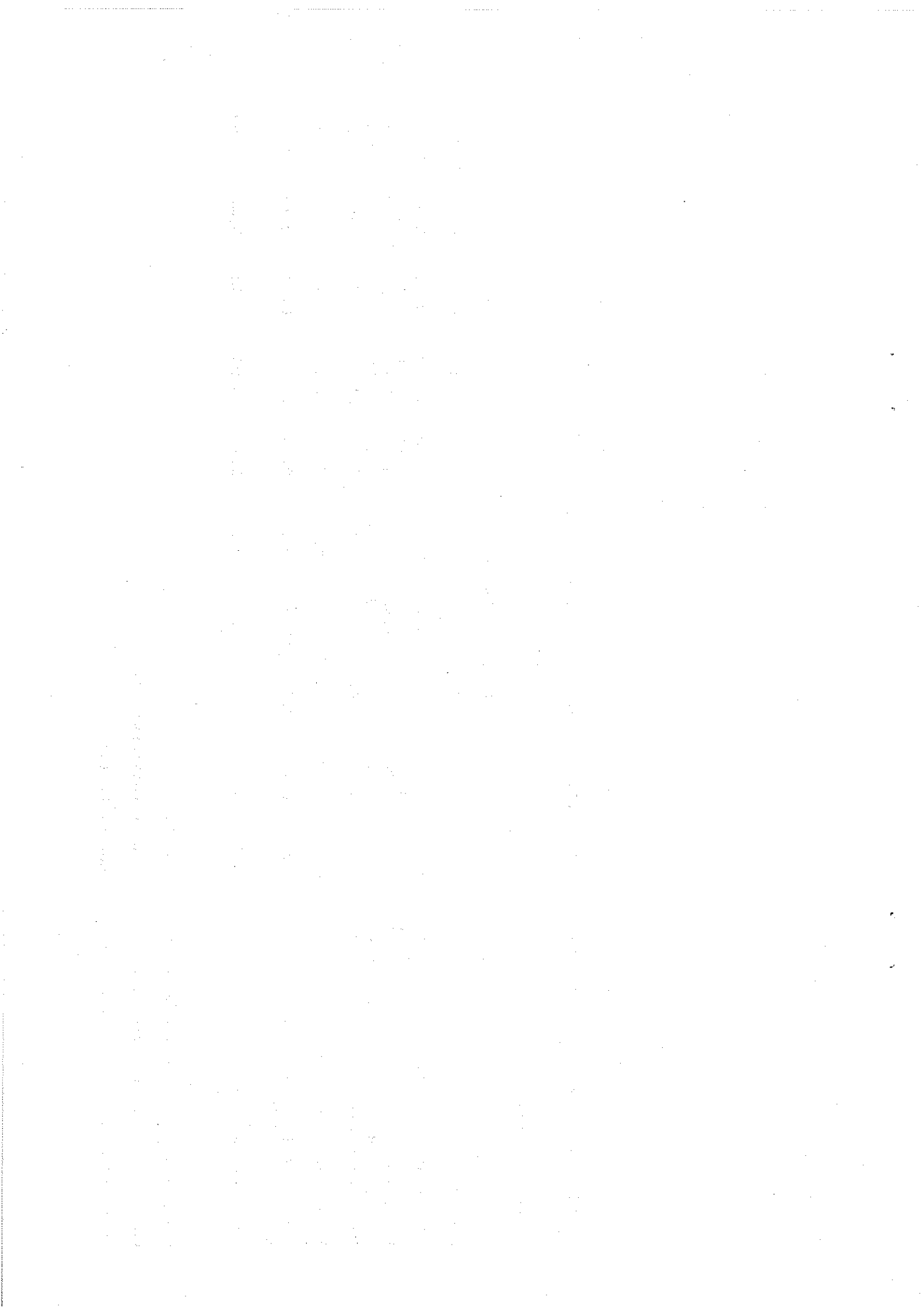
ENNUSTEVIRHEET (%):

Laji	Ennusteaikaväli											
	1	2	3	4	5	6	7	8	KA1	KA2	KERT	
Lakisääteinen tapaturma	12,18	-5,45	6,55	-25,41	-23,78	-15,10	12,48	-16,07	-6,82	14,63	-2,20	
Auto	1,96	1,07	-4,80	,44	4,64	2,94	-3,17	2,01	,64	2,63	,30	
Liikenne	8,13	1,66	-,96	2,05	6,66	1,62	-6,61	5,09	2,20	4,10	1,36	
Palo ja yhdistelmä	-5,01	-6,14	9,52	7,35	-7,58	-14,26	-12,67	-6,80	-4,45	8,67	-2,51	
Muu ensivakuutus	3,13	2,21	8,68	1,63	9,41	3,52	-2,80	24,63	6,30	7,00	3,57	
Virheiden keskiarvo	4,99	-1,36	4,62	-3,14	-2,72	-5,11	-3,59	2,94	-,42	8,12	,10	
Virheiden itseisarvojen keskiarvo (MAPE)	6,99	3,34	6,92	7,73	11,00	8,35	8,58	12,09	8,12	8,12	1,99	
Ensivakuutus yhteensä	4,55	-,15	4,10	-1,75	-2,95	-4,29	-5,18	5,86	,02	3,60	,09	

KA1 : Suhteellisten virheiden keskiarvo (%)

KA2 : Suhteellisten virheiden itseisarvojen keskiarvo (%)

KERT: 12 kuukauden kertymän suhteellinen virhe (%)



Liite 12

MAKSUENNUNNUS HOLT-WINTERS-MENETELMÄLLÄ, TRENDIN VAIMENNUS 20 % ASKELEELLA

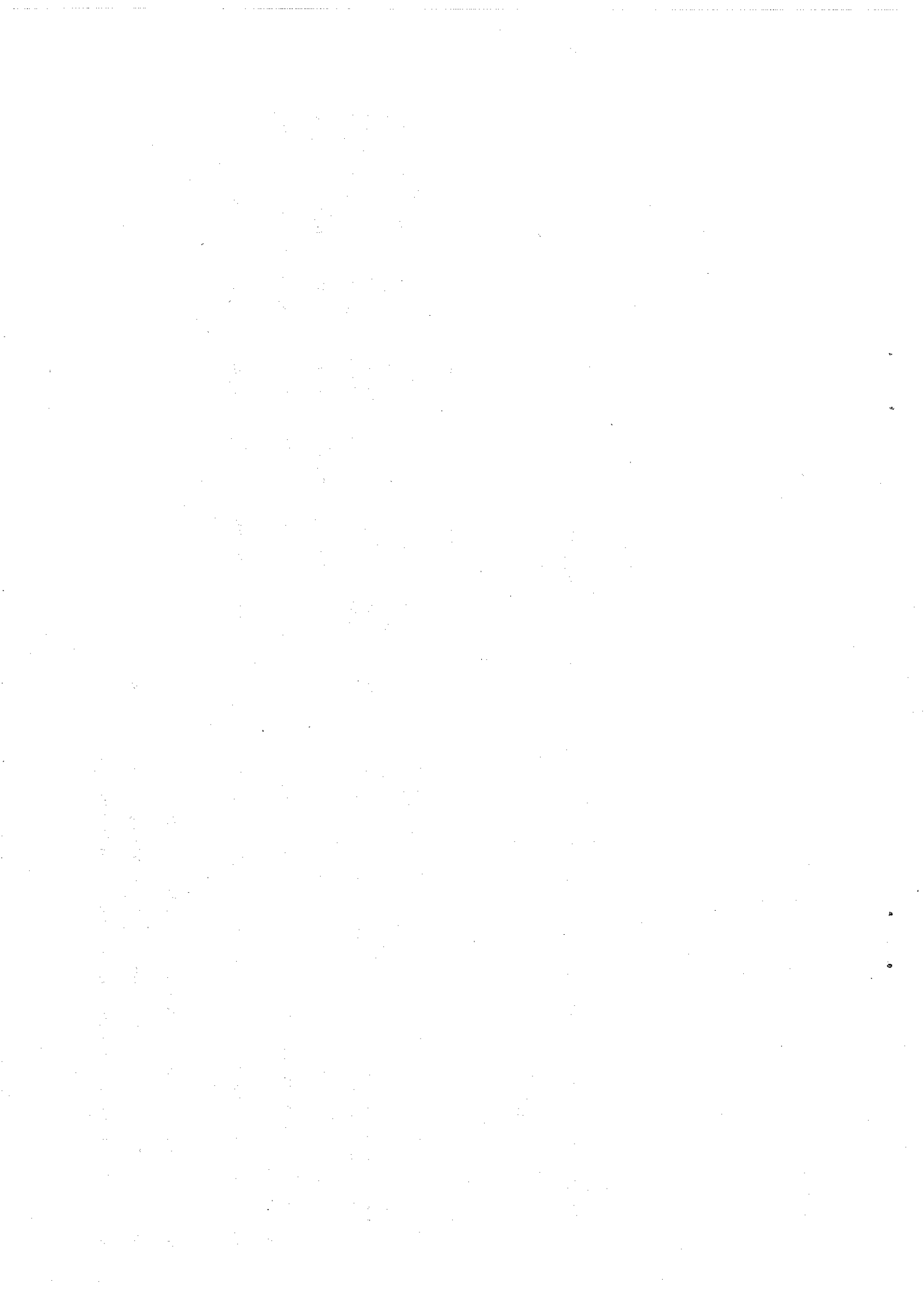
ENNUSTEVIRHEET (%):

Laji	Ennusteaikaväli											
	1	2	3	4	5	6	7	8	KA1	KA2	KERT	
Lakisääteinen tapaturma	12,15	-5,53	6,38	-25,59	-24,01	-15,41	12,02	-16,44	-7,05	14,69	-2,27	
Auto	1,91	,90	-5,09	,01	4,05	2,24	-3,91	1,17	,16	2,41	,01	
Liikenne	8,07	1,47	-1,29	1,56	6,00	,86	-7,39	4,15	1,68	3,85	1,05	
Palo ja yhdistelmä	-5,05	-6,25	9,28	7,02	-7,95	-14,67	-13,13	-7,34	-4,76	8,84	-2,67	
Muu ensivakuutus	3,07	2,00	8,26	1,05	8,61	2,62	-3,75	23,31	5,65	6,58	3,18	
Virheiden keskiarvo	4,93	-1,55	4,25	-3,64	-3,38	-5,88	-4,44	1,94	,97	8,03	,14	
Virheiden itseisarvojen keskiarvo (MAPE)	6,95	3,30	6,81	7,50	10,84	8,17	9,24	11,45	8,03	8,03	1,84	
Ensivakuutus yhteensä	4,49	,34	3,73	-2,25	-3,59	-5,05	-6,02	4,84	,52	3,79	,20	

KA1 : Suhteellisten virheiden keskiarvo (%)

KA2 : Suhteellisten virheiden itseisarvojen keskiarvo (%)

KERT: 12 kuukauden kertymän suhteellinen virhe (%)



MAKSUENNUNSTE HOLT-WINTERS-MENETELMÄLLÄ, TRENDIN VAIMENNUS 25 % ASKELEELLA

ENNUSTEVIRHEET (%):

Laji	Ennusteaikaväli											
	1	2	3	4	5	6	7	8	KA1	KA2	KERT	
Lakisääteinen tapaturma	12,12	-5,61	6,23	-25,73	-24,19	-15,63	11,71	-16,68	-7,22	14,74	-2,31	
Auto	1,86	,75	-5,34	-1,38	3,58	1,73	-4,42	,63	-1,20	2,34	,20	
Liikenne	8,01	1,30	-1,57	1,15	5,48	,31	-7,93	3,54	1,29	3,66	,82	
Palo ja yhdistelmä	-5,08	-6,35	9,08	6,74	-8,24	-14,97	-13,46	-7,69	-5,00	8,95	-2,79	
Muu ensivakuutus	3,00	1,80	7,88	,57	7,99	1,97	-4,41	22,46	5,16	6,26	2,88	
Virheiden keskiarvo	4,87	-1,73	3,94	-4,06	-3,89	-5,44	-5,02	1,29	-1,38	7,98	-1,32	
Virheiden itseisarvojen keskiarvo (MAPE)	6,90	3,27	6,70	7,45	10,71	8,04	9,71	11,04	7,98	7,98	1,80	
Ensivakuutus yhteensä	4,42	-1,52	3,41	-2,67	-4,09	-5,60	-6,60	4,19	-1,93	3,94	-1,41	

KA1 : Suhteellisten virheiden keskiarvo (%)

KA2 : Suhteellisten virheiden itseisarvojen keskiarvo (%)

KERT: 12 kuukauden kertymän suhteellinen virhe (%)

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities. It emphasizes that proper record-keeping is essential for transparency and accountability, particularly in financial matters. This section also touches upon the legal implications of failing to maintain such records, which can lead to severe consequences for individuals and organizations alike.

2. The second part of the document delves into the specific requirements for record-keeping, including the types of documents that must be retained and the duration for which they should be kept. It provides a detailed overview of the various categories of records, such as financial statements, contracts, and correspondence, and outlines the best practices for organizing and storing these documents to ensure they are easily accessible when needed.

3. The third part of the document addresses the challenges associated with record-keeping, particularly in the context of digital data. It discusses the risks of data loss, corruption, and unauthorized access, and offers strategies to mitigate these risks. This includes the use of secure storage solutions, regular backups, and access controls to protect sensitive information.

4. The fourth part of the document focuses on the role of record-keeping in legal proceedings. It explains how well-maintained records can serve as crucial evidence in court cases, helping to establish facts and support legal arguments. It also discusses the importance of preserving records in their original form or as certified copies to ensure their admissibility in court.

5. The fifth part of the document provides a summary of the key points discussed and offers final thoughts on the importance of record-keeping. It encourages individuals and organizations to take a proactive approach to record-keeping, recognizing it as a fundamental aspect of good business and legal practice. The document concludes by emphasizing that proper record-keeping is not just a legal obligation, but a smart business decision that can help protect and enhance an organization's reputation and financial health.

Liite 16

MAKSUENNUNSTE BROWNIN MENETELMÄLLÄ

ENNUSTEVIRHEET (%):

Laji	Ennusteaikaväli												KERT
	1	2	3	4	5	6	7	8	KA1	KA2			
Lakisääteinen tapaturma	18,83	-9,79	11,00	-20,85	-31,01	-24,16	5,62	-7,84	-7,27	16,14	-2,10		
Auto	6,15	3,59	-3,10	-5,02	5,59	-1,75	-14,50	-7,95	-2,22	6,06	-1,37		
Liikenne	6,02	-8,13	-18,46	-25,11	-30,71	-39,65	-54,36	-56,36	-28,34	29,85	-16,52		
Palo ja yhdistelmä	0,98	-18,77	16,98	-4,41	-14,92	-17,53	-34,42	-24,02	-12,01	16,50	-6,52		
Muu ensivakuutus	2,13	0,37	4,07	-1,19	2,83	-5,42	-11,40	12,12	0,44	4,94	0,02		
Virheiden keskiarvo	7,78	-8,21	2,32	-13,81	-16,17	-20,76	-26,47	-19,38	-11,84	16,95	-5,72		
Virheiden itseisarvojen keskiarvo (MAPE)	7,78	9,79	10,95	13,81	19,54	20,76	28,72	24,23	16,95	16,95	5,31		
Ensvakuutus yhteensä	4,79	-8,31	1,12	-11,68	-12,62	-15,31	-23,28	-12,85	-9,77	11,24	-4,97		

KA1 : Suhteellisten virheiden keskiarvo (%)

KA2 : Suhteellisten virheiden itseisarvojen keskiarvo (%)

KERT: 12 kuukauden kertymän suhteellinen virhe (%)

