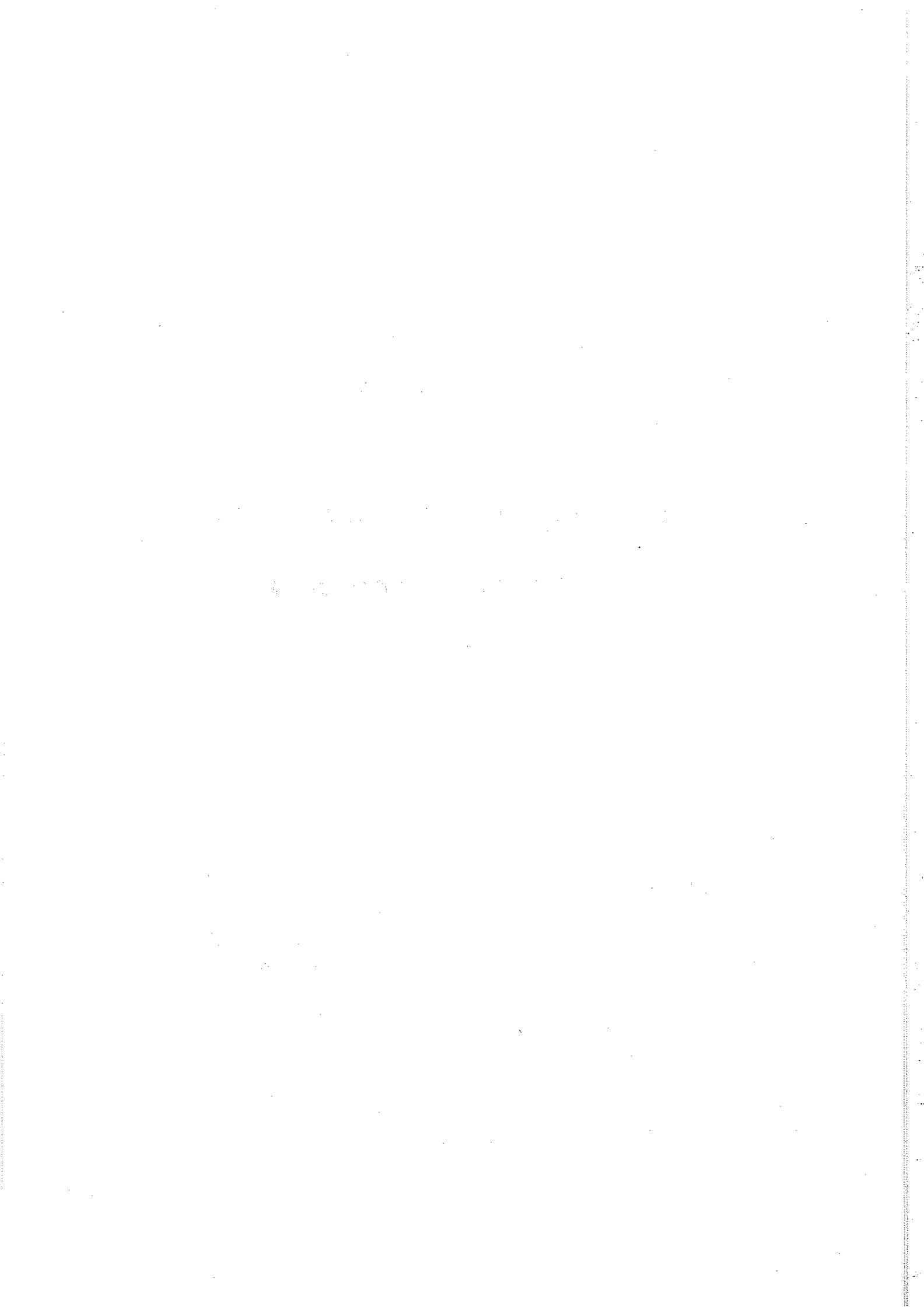


**Avkastningskrav på investeringar
inom ett livförsäkringsbolag**

SGF-avhandling
Olof Eriksson
Verdandi
22.1.1997

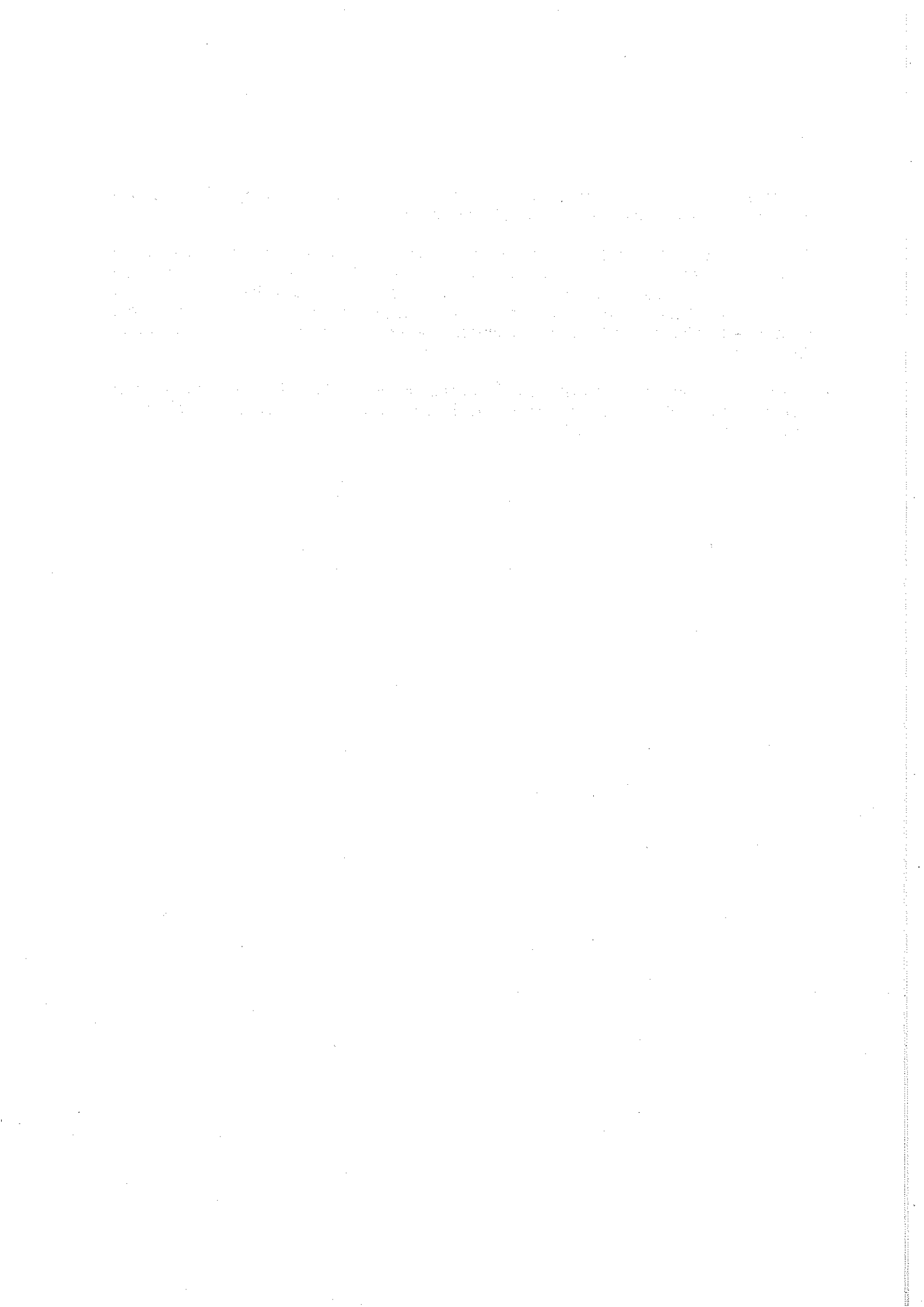


Summary

A method to determine the demand of yield on the investments made by a life insurance company is, with an example, presented in this paper.

The method is used to go through the existing portfolio, insurance by insurance, and significant events, that affect the insurance, are simulated. After that a calculation is made to determine how these particular events, for instance, death and cancellation, affect the insurance. The level of the effective rate of interest on the premium income, in order to make a positive result after paying the compensations, is determined. The sale of new insurances is not considered.

The result answers questions like how different bonuses and intensities of cancellation affect the demand of yield on the investments. Furthermore it gives guide lines to those responsible for the investments policy.



Innehållsförteckning

1. Inledning	1
2. Presentation av produkterna	2
2.1. Junior	2
2.2. Senior	2
2.3. 3 års placeringsförsäkring	3
3. Om simulering	4
3.1. Varför simulering	4
3.2. Simuleringsmetod.....	4
3.2.1. Allmänt.....	4
3.2.1.1. Slumptal.....	5
3.2.1.2. Dödsfall.....	5
3.2.1.3. Invaliditet.....	6
3.2.1.4. Sjukkostnader	6
3.2.1.5. Annullering.....	7
3.2.1.6. Premieflexibilitet	8
3.2.2. Junior.....	8
3.2.3. Senior	8
3.2.4. 3 års placeringsförsäkring.....	9
3.2.5. Övrigt.....	9
3.2.6. Exempel på en simulering av en försäkring	10
4. Driftskostnaderna	11
5. Junior	12
5.1. Ersättningssannolikheter.....	12
5.1.1. Dödsfallssannolikheter.....	12
5.1.2. Invaliditetssannolikheter.....	12
5.1.3. Sjukkostnadsersättningar.....	12
5.2. Planering av simuleringen	15
5.3. Resultat med tolkning.....	16
5.3.1. Olika index	16
5.3.2. Olika annulleringsintensiteter	16
5.3.3. Olika invaliditetsantaganden.....	17
5.3.4. Olika driftskostnader	17
5.3.5. Olika annullations- och invaliditetsintensiteter	18
5.3.6. Olika index och invaliditetsintensiteter	18
5.3.7. Sammandrag	19
5.3.8. Sjukkostnadsdelens ersättningar.....	19
5.4. Kommentarer.....	19

6. Senior	21
6.1. Dödsfallssannolikheter	21
6.2. Premiebetalningssannolikheter	21
6.3. Planering av simuleringarna	21
6.4. Resultat med tolkning	21
6.4.1. Olika indexantaganden	21
6.4.2. Olika dödlighetsantaganden	22
6.4.3. Olika premiebetalningar	23
6.4.4. Premiernas utveckling	23
6.4.5. Pensionernas utveckling	24
6.5. Kommentarer	25
7. 3 års placeringsförsäkring	26
7.1. Dödsfallssannolikheter	26
7.2. Planering av simuleringen	26
7.3. Resultat med tolkning	26
7.4. Investeringar som utgör täckning för denna försäkrings ansvarsskuld	28
7.5. Kommentar	28
8. Slutord	29

1. Inledning

En av aktuariens viktigaste uppgifter i ett försäkringsbolag är att kontinuerligt övervaka bolagets ekonomiska ställning och se till att bolaget uppfyller alla solvenskrav. De faktorer som påverkar ett livförsäkringsbolags ekonomiska ställning kan grovt indelas i följande sex grupper:

1. Inkomna försäkringspremier
2. Utbetalda ersättningar
3. Utlovade index och kundgottgörelser
4. Driftskostnader
5. Placeringsverksamhet
6. Vinstutdelning

I detta övningsarbete undersöks vilka krav de fyra första grupperna ställer på placeringsverksamheten. Detta görs genom att simulering. Simuleringen sker genom att gå genom hela beståndet försäkring för försäkring, simulera fram relevanta händelser, t.ex. dödsfall och annulation, och göra de beräkningar som händelsen medför för just den försäkringen. På kassaflödet beräknas en ränta så att slutsaldot i bolagets kassa blir positivt. Nyförsäljningen beaktas inte.

Simuleringen sker på ett existerande bestånd, tre av Livförsäkringsaktiebolaget Verdandis försäkringsprodukter:

- Junior, barnförsäkring
- Senior, individuell pensionsförsäkring
- 3 års placeringsförsäkring med fast kundgottgörelse

Dessa tre produkter representerar en stor del av alla livförsäkringstyper, dvs sjukkostnads-, dödsrisk-, spar- och pensionsförsäkring.

Beträffande 3 års placeringsförsäkringen görs en jämförelse med de placeringar som täcker dess ansvarsskuld.

Resultaten från detta arbete är riktlinjer för de personer som ansvarar för bolagets placeringsverksamhet. Om avkastningen är given, vad kan bolaget ge för gottgörelser? Hur påverkar ändringen i dödligheten avkastningskravet?

Detta arbete undersöker inte bolagets solvens. Sådana undersökningar har gjorts på många håll, t.ex. "Henkivakuutusken solvenssityöryhmän muistio" [2] från år 1992 redogör för en sådan.

2. Presentation av produkterna

2.1. Junior

Junior är en barnförsäkring som kan beviljas från och med det barnet är 2 månader. Försäkringen är i kraft tills barnet fyllt 20 år. Den består av

- Dödsriskskydd, beloppet är 22.900 mk och är i kraft från 4 års ålder.
- Invaliditetsskydd, beloppet är 229.000 mk, utbetalas som engångsersättning vid bestående invaliditet. Skyddet är i kraft från 4 års ålder.
- Sjukkostnadsdel, täcker sjukkostnader upp till 156.000 mk med en självrisk om 156 mk.
- Spardel, sparbeloppet kan väljas fritt. Om sparbeloppet understiger 19.636 mk börjar spardelen vid 4 års ålder. En eventuell överstigande del börjar genast.

Ovanstående belopp och gränser gäller år 1996 beviljade försäkringar. Gränser och belopp har ändrats under årens lopp, men idén har varit densamma. De tre första komponenterna går under benämningen LN och spardelen går under benämningen W. I LN-delens premie ingår en omkostnadsdel på 40 % och i spardelens premie är omkostnadsdelen 20 %.

Ifall premiebetalningen avbryts, upphör LN-delen, medan spardelen kan antingen sättas på fribrev eller återköpas. Fribrev är dock mycket sällsynt bland Junior-försäkringar. Vid fribrev och återköp avdras från fonden en så kallad zillmering ifall försäkringen avbryts under de tio första åren.

2.2. Senior

Senior är en individuell pensionsförsäkring, bestående av en pensionsdel och en livförsäkringsdel. Pensionsutbetalningstiden kan vara tidsbestämd eller fortsätta så länge den försäkrade lever. En försäkring kan innehålla flera olika pensionstabeller, t.ex. en tabell med pensionsutbetalningstiden 58 - 65 år, samt en annan med pensionstiden 58 - 75 år. Då försäkringen beviljas görs det upp en betalningsplan, men premierna kan betalas flexibelt. Flexibiliteten omfattar såväl tidpunkt som premiens storlek.

Pensionsdelen kan sättas på fribrev och den uppkomna pensionen beräknas på basen av de dittills betalda premierna. Någon zillmering förekommer ej vid fribrev. Återköpsrätten är starkt begränsad.

Livförsäkringens dödsfallsbelopp motsvarar summan av betalda pensionspremier enligt betalningsplanen. Livförsäkringen betalas separat och kan ej betalas flexibelt. Livdelen har utjämnade premier vilket leder till att den har en egen fond. Ifall kunden avslutar premiebetalningen kan livförsäkringen sättas på fribrev eller så hålls försäkringen i kraft normalt så länge fonden räcker. Återköp är även möjligt. Fondens zillmeras vid fribrev och återköp.

En omkostnadsbelastning ingår i premierna. Den är 9 % för pensionsdelen och 10 % för livdelen. Vid stora försäkringar fås rabatt. Någon årlig skötselavgift förekommer ej.

2.3. 3 års placeringsförsäkring

3 års placeringsförsäkring är som namnet säger en placeringsförsäkring på tre år. Försäkringen består av en spardel och dödsriskdel. Dödsfallsbeloppet är 105 % av placeringen. Försäkringen har en fast kundgottgörelse. Varje månad fastställs en kundgottgörelse och de försäkringar som beviljas den månaden får denna gottgörelse under de tre åren. Produkten är ny hos Verdandi, som började bevilja dessa försäkringar från 1.1.1996. De fastslagna kundgottgörelserna har under 1996 års 11 första månader varit:

Januari	2,7 %
Februari	2,1 %
Mars	1,9 %
April - September	1,1 %
Oktober - November	1,0 %

Försäkringen beviljas endast åt privatpersoner. Kundgottgörelsen tillskrivs fonden på försäkringens årsdag. Ifall försäkringen återköps fås ingen gottgörelse för tiden mellan föregående årsdag och återköpsdagen. Vid återköp utbetalas hela fonden, någon zillmering eller andra avgifter förekommer ej.

3. Om simulering

3.1. Varför simulering

När man vill göra en undersökning som denna av ett försäkringsbestånd finns det olika metoder att välja bland. En metod är att beräkna väntevärdet för varje inbetalning och utbetalning, med beaktande av de olika risk- och annullationssannolikheterna. Ett annan metod är simulering.

Nackdelen med den första metoden är att den inte lämpar sig för små bestånd. Om vi har n stycken dödsriskförsäkringar på beloppet s mk och där sannolikheten är p att den försäkrade dör under året är väntevärdet för den totala ersättningen S

$$E(S) = n \cdot p \cdot s \quad \text{Formel 1}$$

om vi väljer denna enkla väntevärdesmodell. Mer generellt gäller att

$$E(S) = E(k) \cdot E(s) \quad \text{Formel 2}$$

där $E(k)$ är väntevärdet för antalet dödsfall och $E(s)$ väntevärdet för ett enskilt dödsfallsbelopp. Sanningen är dock att bolaget antingen betalar ut 0 mk ifall ingen dör, s mk om en dör osv. Utöver detta problem kan det också bli mycket problematiskt om det finns många olika risker som påverkar, t.ex. dödsrisk, sjukrisk, invaliditetsrisk osv. Hur skall man beakta korrelationer? Modellen kan bli mycket komplicerad. Därför har simulering valts.

3.2. Simuleringsmetod

3.2.1. Allmänt

Simuleringsmetoden som här används går i korthet ut på att varje försäkring behandlas var för sig. De händelser som påverkar försäkringens öde simuleras fram eller anses vara konstanta. Nedanstående tabell innehåller en förteckning över dessa centrala händelser, samt visar vad som simuleras. I fortsättningen kallas 3 års placeringsförsäkringen för Placer.

Händelse	Junior	Senior	Placer
Dödsfall	Simuleras	Simuleras	Simuleras
Invaliditet	Simuleras	Ingår ej	Ingår ej
Sjukkostnad	Simuleras	Ingår ej	Ingår ej
Premieflexibilitet	Ingår ej	Simuleras	Ingår ej
Slutdatum	Får ej ändras	Antas ej ändra	Får ej ändras
Annullering	Simuleras	Beaktas ej	Simuleras
Övriga ändringar	Beaktas ej	Beaktas ej	Får ej ändras

I de kapitel som berör ifrågavarande försäkringstyp finns motiveringar till varför vissa händelser ej beaktas. Med slutdatum avses försäkringens avtalade slutdatum.

3.2.1.1. Slumptal

Den slumpalsgenerator som används kan generera slumpal som är likformigt fördelade i intervallet $[0, n]$. Dessa kan lätt normaliseras till slumpal i intervallet $[0, 1]$ genom att dividera med n . I följande formler betecknas detta normaliserade slumpal med r . Ett nytt r genereras varje gång det används.

3.2.1.2. Dödsfall

Enligt traditionell livförsäkringsmatematik betecknas överlevnadsfunktionen med

$$l(x) = e^{-\int_0^x \mu(s) ds} \quad \text{Formel 3}$$

där $\mu(x)$ är dödsintensiteten vid åldern x . Sannolikheten p att en person som är x år gammal lever vid åldern $x + t$ är

$$p = \frac{l(x+t)}{l(x)} \quad \text{Formel 4}$$

Genom att sätta $p = r$ och lösa ekvationen i formel 4 med avseende på t får man fram den återstående livslängden.

Ifall dödsintensiteten μ är konstant, vilket den är i Junior, kan formel 4 lösas explicit och vi får att

$$t = \frac{\ln(r)}{-\mu} \quad \text{Formel 5}$$

Här antas att kundernas dödsdatum är oberoende av varandra, vilket torde stämma med verkligheten. Allvarliga epidemier har lyckligtvis med framgång eliminerats från vårt land. Olyckor med flera kunder inblandade kan naturligtvis ske, men det har en mycket ringa betydelse.

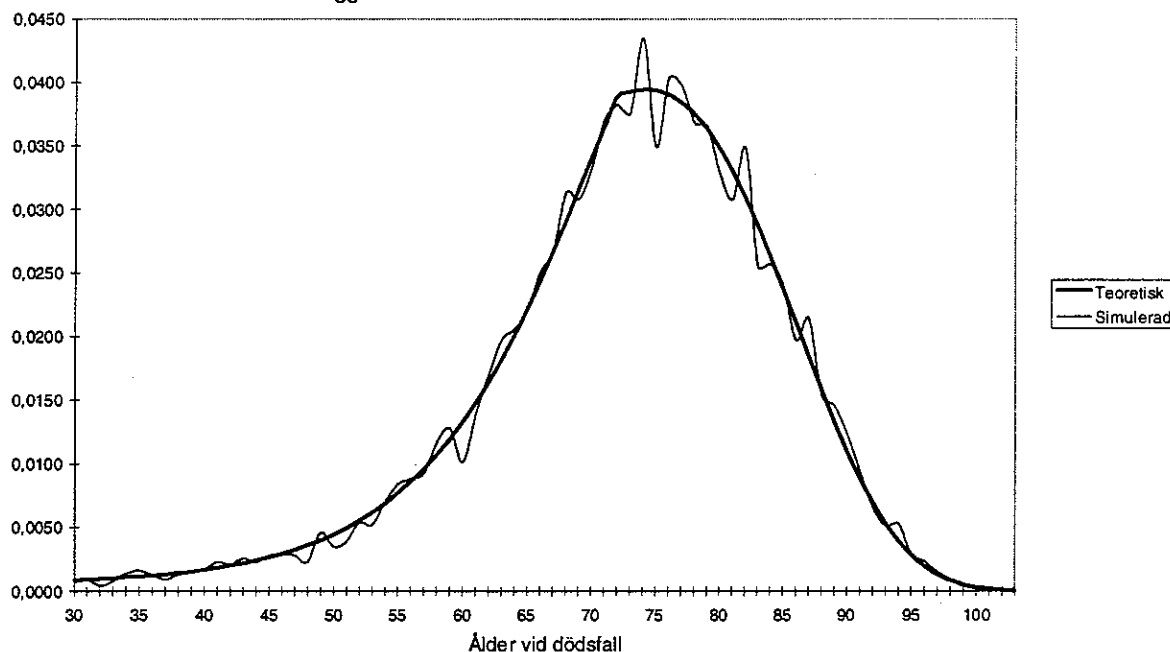
För att kontrollera att formel 4 ger rätt resultat har en testsimulering gjorts. Frekvensfunktionen för den återstående livslängden t för en person som x år gammal är

$$f(t) = \frac{l(x+t) \cdot \mu(x+t)}{l(x)}$$

Formel 6

För en 30-årig man har den återstående livslängden simulerats fram enligt formel 4. I Diagram 1 jämförs den simulerade frekvensfunktionen med den teoretiska (formel 6). Trots att antalet simuleringar är endast 10.000 följer den simulerade frekvensfunktionen mycket bra den teoretiska.

Diagram 1: Frekvensfunktionen för den återstående livslängden för en 30-åring, ett års noggrannhet



3.2.1.3. Invaliditet

Eftersom även invaliditetsintensiteten τ är konstant i Junior, fås på motsvarande sätt för tiden t fram till invalidisering

$$t = \frac{\ln(r)}{-\tau}$$

Formel 7

Datum för invaliditet fås genom att addera t till dagens datum.

3.2.1.4. Sjukkostnader

Den enskilda försäkringens årliga sjukkostnadsersättning fås genom

$$X = n \cdot S$$

Formel 8

där n antar värdet 1 med sannolikheten p och 0 med sannolikheten $1-p$. n anger om försäkringen får ersättning eller ej. S står för den totala ersättningen per år för de försäkringar som får ersättning. Fördelningsfunktionen för S bestäms genom den Tabellmetod (Tabular method) som finns beskriven i kapitel 3.3.3 i Practical Risk Theory for Actuaries[1]. Metoden går i korthet ut på att på basen av observerad data bildas fördelningsfunktionen

$$F(s) = \frac{k_s}{k}$$

Formel 9

där k_s står för antalet skador mindre än s och k för det totala antalet skador. Då skadorna är många kan de med fördel grupperas.

Ifall stora skador är möjliga och det finns få sådana observationer borde man också bilda en svansfördelningsfunktion för dessa stora skador.

Ifall $p > r$ blir det ett skadefall, annars inte. Ett nytt värde på r simuleras och genom att lösa ekvationen $F(s) = r$ med avseende på s fås skadans storlek. Den stokastiska variabeln r är definierad i kapitel 3.2.1.1.

Mer riktigt skulle vara den klassiska modellen där n står för antalet skador och S står för ersättning per skada. Men kunden kan ha flera utgifter för samma skada och söka ersättning skilt för varje utgift, eller så kan kunden söka ersättning för olika skador på samma gång. Dessutom borde man följande år beakta det ersättningsansvar som uppstår då kunden kommer att ha ytterligare anspråk på en redan uppkommen skada. Frågor som dyker upp är

- När är det fråga om samma skada?
- Råkar en person som redan råkat ut för en skada, lättare ut för en till, än en frisk person?

Då kommer vi in på medicinska frågor. All nödvändig information finns ej heller registrerad.

3.2.1.5. Annullering

Annulleringsintensiteten antas vara konstant och annulleringsdatum beräknas på motsvarande sätt som invaliditetsdatum. I verkligheten är den beroende av bl.a. tiden försäkringen varit i kraft. Men att få fram pålitliga uppgifter om vad som allt påverkar annulleringsintensiteten är inte det lättaste.

3.2.1.6. Premieflexibilitet

Trots att premieflexibilitet innebär att kunden kan betala vad som helst när som helst har vissa begränsningar gjorts i modellen. Tidpunkt för premiebetaling anses följa betalningsplanen. Kunden betalar hela premien med sannolikheten p_1 , halva premien med sannolikheten p_2 och ingenting med sannolikheten $p_3 = 1 - p_1 - p_2$.

Ifall $r > (1-p_1)$ betalar kunden hela premien, annars om $r > p_3$ betalar kunden halva premien, i övriga fall ingenting.

Den allmänna konjunkturen inverkar på kundens betalningsförmåga så det innebär att p_1 och p_2 kan variera från år till år. Skattemyndigheternas beslut har också en stor betydelse.

3.2.2. Junior

De ovannämnda händelserna har följande konsekvenser i Junior försäkringen

Dödsfall	Försäkringen upphör och ett eventuellt dödsfallsbelopp utbetalas.
Invaliditet	Ett eventuellt invaliditetsbelopp utbetalas.
Sjukkostnad	Ersättning utbetalas
Annullering	Försäkringen upphör och ett eventuellt återköpsvärde utbetalas.
Slutdatum	Ett eventuellt sparbelopp betalas ut.

Den enda ändringen kunden kan göra är att ändra på sparbeloppets storlek. Denna företeelse har dock en mycket marginell inverkan.

Dessa händelser beaktas naturligtvis som en helhet per försäkring, dvs om t.ex. dödsfall har inträffat kan ej längre invaliditetsfall eller annullering inträffa.

Fram till dess, att försäkringen upphör på grund av någon orsak, fortlöper försäkringen normalt, dvs premier betalas enligt betalningsplanen.

3.2.3. Senior

För Senior gäller följande

Dödsfall	Försäkringen upphör och ett eventuellt dödsfallsbelopp utbetalas.
Premieflexibilitet	Kunden betalar en simulerad andel av planerad premie
Slutdatum	Pensionsutbetalningen upphör

Annulleringsdatum eller övriga ändringar simuleras ej i detta fall. Motiveringen är att det i Senior finns så många olika möjligheter att ändra på försäkringen och att beakta dem alla skulle göra modellen mycket komplicerad. Kunden kan sätta försäkringen på fribrev, ändra

pensionstider och premieplaner. I vissa fall är även återköp möjlig. Det enda som beaktas är variationer i premiens storlek.

3.2.4. 3 års placeringsförsäkring

För 3 års placeringsförsäkring gäller att

Dödsfall	Försäkringen upphör och dödsfallsbeloppet utbetalas
Annulation	Försäkringens återköp utbetalas
Slutdatum	Sparbeloppet utbetalas

Från beviljningsdatumet då kunden betalar sin engångspremie fram till annulation, dödsfallsdatum eller slutdatum händer det ingenting med försäkringen.

3.2.5. Övrigt

Varje försäkring har ett konto där varje in- och utbetalning registreras. Dessutom debiteras detta konto med driftskostnader per försäkring. Det totala beståndet fås sedan genom att addera dessa konton.

Avkastningskravet räknas ut så att på detta summakonto fås en ränta som bestäms så att slutsaldot då den sista försäkringen upphör är noll. Räntan räknas ut enligt traditionell bankränteteknik.

Simuleringarna delas upp i två huvudgrupper. I den ena beaktas endast nettopremierna, dvs betald premie minus omkostnadsdelen. Driftskostnaderna beaktas ej. Som ingående saldo fungerar de uppkomna fonderna.

I den andra huvudgruppen beaktas bruttopremierna. I gengäld avdras varje år försäkringens driftskostnader. Som ingående saldo fungerar de uppkomna fonderna som är zillmerade. Denna zillmering avkortas under den återstående zillmeringstiden och denna avbetalning beaktas som extra driftskostnad.

För pensionsförsäkringar är zillmeringen vid tidpunkten t

$$Z = 0,4 \cdot \left(1 - \frac{t}{\min(m,5)}\right)^+ \cdot B \quad \text{Formel 10}$$

För övriga försäkringar (inklusive livdelen i pensionsförsäkringen) är zillmeringen

$$Z = z \cdot \left(1 - \frac{t}{\min(m,8)}\right)^+ \cdot B \quad \text{Formel 11}$$

För försäkringar där ett företag är försäkringstagare är $z = 0,45$. Om försäkringstagaren är en privat person är $z = 0,9$. Premiebetalingstiden är m och B är den ursprungliga årspremien.

Problemet är här att dessa formler för zillmering gäller vid bokslut. Vid återköp och fribrev används formler som ger lite större värde på Z . I dessa simuleringar används ovanstående formler. Den extra förmån som bolaget härmed erhåller vid återköp och fribrev kan ses som en extra expeditonsavgift.

Genom denna simuleringsmetod blir det ej problem med korrelationer mellan t.ex. premieinkomster och ersättningar.

3.2.6. Exempel på en simulering av en försäkring

Som exempel tas en Junior-försäkring. Försäkringen är beviljad 1.3.1994 och upphör 1.3.2012. Den ozillmerade fonden per 1.12.1996 är 2.789 mk och zillmeringen är 1.429 mk. Premierna betalas en gång i året i mars. Kundgottgörelsen antas vara 2 %.

Simuleringen ger att 1.10.1997 får kunden en sjukersättning på 223 mk och att försäkringen annulleras 1.6.2001.

Återköpsvärdet 1.6.2001 är 12.533 mk. Försäkringens konto blir då följande:

Datum	Inkomster		Utgifter	
	LN-premie	W-premie	Kostnader	Ersättningar
1.12.1996		2.789 mk	1.429 mk	
1.3.1997	772 mk	1.867 mk	127 mk	
1.10.1997				223 mk
1.3.1998	787 mk	1.905 mk	513 mk	
1.3.1999	803 mk	1.943 mk	517 mk	
1.3.2000	819 mk	1.982 mk	522 mk	
1.3.2001	835 mk	2.021 mk	527 mk	
1.6.2001			132 mk	12.533 mk

Kostnader innehåller både driftskostnader och avbetalning på zillmeringen.

4. Driftskostnaderna

För Verdandis driftskostnader för räkenskapsåret 1995 finns följande statistik tillgänglig:

	Skötsel	Ersättning	Placering
Livförsäkring	6.089.752 mk	4.044.678 mk	351.642 mk
Senior	1.278.171 mk	68.725 mk	293.209 mk

Med livförsäkring avses här alla individuella livförsäkringar förutom pensionsförsäkringar.

Medelbeståndet av livförsäkringar var under det året 56.063 st varav Juniorer 22.023 st. Bland de försäkringar som fick ersättning fanns 7.589 Juniorer av totalt 12.006 försäkringar. Om skötsel- och placeringskostnaderna delas i förhållande enligt antal, och ersättningskostnaderna delas i förhållande enligt antalet ersättningar kommer man fram till att driftskostnaden per Junior-försäkring är 231 mk.

Antalet pensionsförsäkringar var 5.884. Av dessa var 190 sådan att den försäkrade erhöll pension. Om man antar att alla försäkringar delar på placeringskostnaderna, pensionärerna på ersättningskostnaderna och övriga på skötselkostnaderna kommer man fram till att, under tiden fram till det att pensionsutbetalningen inleds är driftskostnaderna 274 mk per försäkring och därefter 412 mk per försäkring.

Detta gällde år 1995. Hur kommer utvecklingen att vara i framtiden? Det är det naturligtvis svårt att säga något säkert om. I takt med ökad automatisering av försäkringsskötseln hoppas man kunna uppnå ökad effektivitet. En titt bakåt på Seniors driftskostnader visar att så är fallet. I detta arbete används dock dessa siffror, som justeras varje år med det antagna indexet i varje simulering.

När ingen nyförsäljning beaktas betyder det att beståndet minskar varefter försäkringarna upphör. Den totala driftskostnaderna minskar inte i samma takt, på grund av de fasta kostnaderna, t.ex. löner, kontorsutgifter. I detta fall görs antagandet att de befriade resurserna används till att sköta om nyförsäljningen och därför kan driftskostnaden per försäkring hållas konstant.

Den största utgiften per försäkring är försäljningskostnaderna och provisionerna. När ingen nyförsäljning beaktas, beaktas ej heller dessa kostnader. Zillmeringen antas räcka till för att täcka de kostnaderna. Om den verkligen gör det kan säkert diskuteras men det faller utanför detta arbete.

3 års placeringsförsäkringen är ny och ingen statistik över driftskostnaderna finns tillgänglig. Då det är fråga om en engångsbetald försäkring är de årliga skötselkostnaderna låga. Här görs antagandet att belastningsdelen i premien räcker till att täcka försäljningskostnaderna. Därefter är kostnaden 100 mk per år samt en avslutningskostnad på 500 mk.

5. Junior

5.1. Ersättningssannolikheter

Här följer en redogörelse för de ersättningssannolikheter som används i simuleringen.

5.1.1. Dödsfallssannolikheter

De drygt 26.000 Junior-försäkringar som är beviljade efter 1.1.1988 har totalt varit i kraft ca 100.000 år. Under denna tid har det inträffat 32 dödsfall. Varje dödsfall registreras, om försäkringen varit i kraft, så hänsyn behöver ej tas till om dödsriskdelen var i kraft eller ej. Detta ger en dödssannolikhet på 0,0003. I beräkningsgrunderna används 0,0006. Eftersom dödsfallen är så få är de känsliga för fluktuation och det är helt på sin plats med denna säkerhetsmarginal. I simuleringen används dock 0,0003. Skillnaden mellan annullation och dödsfall är liten, ekonomiskt sett, ur bolagets synvinkel.

5.1.2. Invaliditetssannolikheter

Invaliditetssfallen registreras endast om ersättning utbetalas. Sådana fall har det endast funnits 2 stycken av under de sammanlagt ca 40.000 åren invaliditetsdelen varit i kraft. Det ger en invaliditetssannolikhet på 0,00005. Observationer på vuxnas försäkringar ger motsvarande siffror. I beräkningsgrunderna används 0,0002. I simuleringen används olika intensiteter från 0,0002 uppåt.

5.1.3. Sjukkostnadsersättningar

För hela Juniors försäkringsbestånd har följande statistik uppgjorts där de ikraftvarande försäkringarna jämförs med utbetalda ersättningar under år 1995.

K1 = Antal ikraftvarande försäkringar, medeltal av beståndet i början och i slutet av året.

K2 = Ersättningar totalt

K3 = Antal försäkringar som erhållit ersättning under 1995

K4 = Ersättning per försäkring som fått ersättning (K2/K3)

K5 = Försäkringar som fått ersättning dividerat med totala antalet försäkringar (K3/K1)

Tabell 1. Juniorförsäkringens ersättningsstatistik för 1995

Ålder	K1	K2	K3	K4	K5
0	957	303.104	485	625	0,51
1	2.096	1.884.265	1.187	1.587	0,57
2	1.888	1.378.061	848	1.625	0,45
3	2.463	1.178.549	1.013	1.163	0,41
4	3.115	1.456.504	1.340	1.087	0,43
5	1.724	549.479	543	1.012	0,31
6	1.170	281.529	273	1.031	0,23
7	1.044	195.290	232	842	0,22
8	971	192.338	233	825	0,24
9	885	148.338	184	806	0,21
10	838	142.591	171	834	0,20
11	780	133.781	153	874	0,20
12	759	137.008	175	783	0,23
13	647	102.675	132	778	0,20
14	571	102.167	122	837	0,21
15	538	92.304	117	789	0,22
16	440	59.431	95	626	0,22
17	399	109.721	93	1.180	0,23
18	333	86.177	84	1.026	0,25
19	286	61.011	68	897	0,24
20	119	37.503	39	962	0,33
Totalt:	22.023	8.631.826	7.587	1.138	0,34

Statistik från tidigare år visar motsvarande siffror per försäkring.

Beståndet delas upp i två grupper enligt den försäkrades ålder, 0 - 3 år respektive 4 - 20 år. För att bestämma fördelningsfunktionen för skadans storlek med tabellmetoden används skadestatistiken från åren 1994 och 1995. Resultatet presenteras i Tabell 2. Skadorna är justerade med levnadskostnadsindex till 1996-års indexnivå.

Tabell 2. Fördelningsfunktionen för storleken på ersättningen

Gräns = Övre gränsen i gruppen.

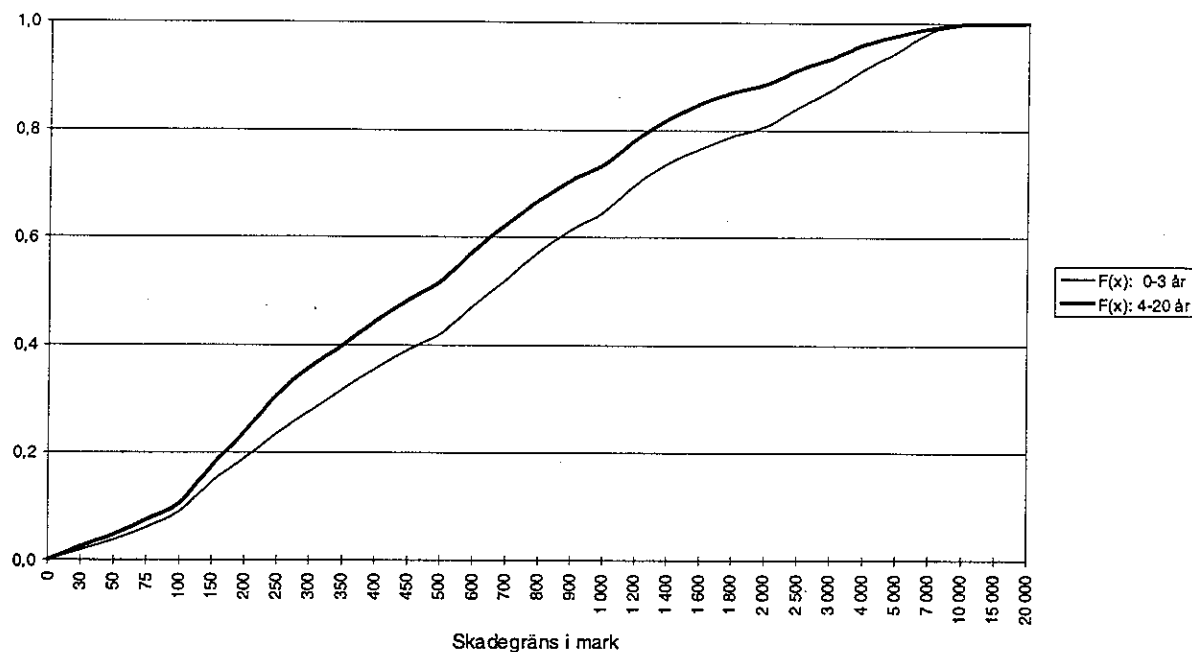
Antal = Antalet skador i gruppen.

Medeltal = Medeltalet på de skador som tillhör ifrågavarande grupp.

Gräns	Åldersgrupp 0 - 3 år			Åldersgrupp 4 - 20 år		
	Antal	Medeltal	F(x)	Antal	Medeltal	F(x)
30	140	17	0,01857	175	16	0,02526
50	142	41	0,03740	152	40	0,04719
75	170	62	0,05995	190	62	0,07461
100	229	89	0,09032	211	88	0,10507
150	404	122	0,14390	476	124	0,17376
200	341	174	0,18912	447	174	0,23827
250	346	225	0,23501	470	223	0,30610
300	306	274	0,27560	357	274	0,35763
350	314	324	0,31724	296	325	0,40035
400	293	375	0,35610	308	375	0,44480
450	267	426	0,39151	270	425	0,48376
500	229	474	0,42188	240	475	0,51840
600	397	547	0,47454	392	549	0,57497
700	360	648	0,52228	339	648	0,62390
800	389	743	0,57387	312	748	0,66893
900	310	849	0,61499	264	850	0,70703
1 000	247	951	0,64775	199	948	0,73575
1 200	392	1 095	0,69973	333	1 089	0,78381
1 400	294	1 296	0,73873	264	1 295	0,82191
1 600	207	1 494	0,76618	201	1 504	0,85092
1 800	175	1 692	0,78939	143	1 691	0,87155
2 000	140	1 896	0,80796	106	1 894	0,88685
2 500	273	2 232	0,84416	190	2 216	0,91427
3 000	237	2 745	0,87560	141	2 723	0,93462
4 000	298	3 491	0,91512	187	3 464	0,96161
5 000	249	4 472	0,94814	107	4 455	0,97705
7 000	269	5 852	0,98382	97	5 916	0,99105
10 000	96	8 112	0,99655	50	8 275	0,99827
15 000	24	11 756	0,99973	9	11 105	0,99957
20 000	2	17 340	1,00000	3	17 682	1,00000
Totalt	7 540	9 745 771	1,00000	6 929	6 419 465	1,00000

Diagram 2 visar fördelningsfunktionerna i grafisk form.

Diagram 2: Fördelningsfunktionerna för skadans storlek



Skador över 20.000 mk har inte inträffat, men sådana kan naturligtvis förekomma. En stor skada kan jämföras med ett invaliditetsfall. Genom att höja på invaliditetsintensiteten fås motsvarande effekt som den svansfunktion, som tabellmetoden kräver, ger.

Sannolikheten för skada bestäms till 0,5 för första åldersgruppen och 0,25 i den andra. En försäkring får högst en ersättning per år. Månaden då utbetalningen sker simuleras och varje månad har samma sannolikhet.

5.2. Planering av simuleringen

Som indata har tagits med alla Juniorer som beviljats under tiden 1.1.1988 - 31.7.1996 och som var i kraft 1.12.1996. Sammanlagt är det 21.106 försäkringar. De uppkomna fonderna är 34 miljoner och zillmeringen 3,5 miljoner.

De frågor som skall undersökas är hur följande faktorer inverkar på räntekravet

- Index
- Annulleringsintensiteten
- Invaliditetsintensiteten
- Driftskostnaderna

Driftskostnaderna testas enligt två alternativ. I alternativ ett höjs den årliga driftskostnaden endast med det antagna indexet. I alternativ två höjs driftskostnaden år 2004 med 100 mk (1996-års indexnivå) utöver de årliga indexhöjningar.

Varje simulering görs 50 gånger. Ett medeltal, minimum och maximum på räntekravet räknas ut. Räntekrav räknas ut för

- Spardelen (W) och dess nettopremier
- Spardelen (W) och sjukkostnadsdelen (LN) med nettopremier
- Hela försäkringen med bruttopremier samt driftskostnaderna (D)

5.3. Resultat med tolkning

5.3.1. Olika index

I indextestet har de övriga faktorerna haft dessa värden

- Annulleringsintensitet = 0,05
- Invaliditetsintensitet = 0,0006
- Driftskostnadsalternativ ett

Resultaten i tabellerna är angivna i procent

Index	W	LN+W	LN+W+D	
0 %	5,5190	4,9334	1,2872	Med
	5,5016	4,4411	0,8827	Min
	5,5367	5,8876	1,9737	Max
2 %	7,5860	7,0015	3,3548	Med
	7,5676	6,3560	2,9259	Min
	7,6027	8,1627	4,1710	Max
5 %	10,6815	10,0587	6,4405	Med
	10,6621	9,4154	5,9578	Min
	10,7063	11,0268	7,1800	Max

Räntekravet ökar i takt med index vilket är helt naturligt. Utöver beräkningsgrundsräntan om 4,5 % får W-delen också livränta, därav 5,5 %. Att räntekravet för LN+W är lägre än för endast W visar att LN-delens riskdel går med vinst med dessa antaganden. När driftskostnaderna tas med i bilden sjunker räntekravet betydligt. Det visar att omkostnadsdelen ger överskott. Men speciellt för Junior är zillmeringen för låg och täcker inte försäljningskostnaderna, så en högre driftskostnad borde användas.

5.3.2. Olika annulleringsintensiteter

- Index = 2 %
- Invaliditetsintensitet = 0,0006
- Driftskostnadsalternativ ett

Annullering	W	LN+W	LN+W+D	
0,00	7,2303	6,7944	3,6797	Med
	7,2212	6,1424	3,1487	Min
	7,2395	7,2823	4,0398	Max
0,05	7,5860	7,0015	3,3548	Med
	7,5676	6,3560	2,9259	Min
	7,6027	8,1627	4,1710	Max
0,10	8,0459	7,3376	3,0635	Med
	8,0116	6,3850	2,3994	Min
	8,0757	8,0772	3,6278	Max

Att räntekravet minskar med ökad annullering då driftskostnader beaktas trots att räntekravet ökar då de ej beaktas beror på att LN-premien sjunker vid fyra års ålder. Detta medför lägre omkostnadsintäkter i mark. När annulleringsintensiteten ökar stiger andelen försäkrade under 4 år.

5.3.3. Olika invaliditetsantaganden

- Index = 2 %
- Annulleringsintensitet = 0,05
- Driftskostnadsalternativ ett

Invaliditet	W	LN+W	LN+W+D	
0,0002	7,5836	5,0077	1,7889	Med
	7,5661	4,7371	1,5724	Min
	7,5981	5,2849	2,0103	Max
0,0006	7,5860	7,0015	3,3548	Med
	7,5676	6,3560	2,9259	Min
	7,6027	8,1627	4,1710	Max
0,0012	7,5871	10,3407	5,9159	Med
	7,5661	9,2476	5,0636	Min
	7,6057	11,3930	6,6002	Max

W-delen hålls konstant eftersom den ej påverkas av invaliditetsantagandet. Med ökade invaliditetsersättningar ökar naturligtvis räntekravet för LN-delen.

5.3.4. Olika driftskostnader

- Index = 2 %
- Annulleringsintensitet = 0,05
- Invaliditetsintensitet = 0,0006

Driftskostnader	W	LN+W	LN+W+D	
1	7,5860	7,0015	3,3548	Med
	7,5676	6,3560	2,9259	Min
	7,6027	8,1627	4,1710	Max
2	7,5864	7,0013	4,1139	Med
	7,5645	6,3713	3,6385	Min
	7,6042	7,6073	4,5433	Max

W och LN+W berörs ej av detta. Ökade driftskostnader medför ökat räntekrav.

5.3.5. Olika annullations- och invaliditetsintensiteter

Hur påverkas räntekravet om två variabler varierar? Här testas annullations- och invaliditetsintensiteten. Indexet har varit 2 % och driftskostnadsalternativ 1 har använts. Endast medeltalet av räntekravet för hela försäkringen (LN+W+D) presenteras.

		Invaliditetsintensitet		
		0,0002	0,0006	0,0012
Annullationsintensitet	0,00	2,2318	3,6797	6,0027
	0,05	1,7889	3,3548	5,9159
	0,10	1,3876	3,0635	5,9888

Annullationsintensitetens betydelse minskar i takt med ökad invaliditetsintensitet.

5.3.6. Olika index och invaliditetsintensiteter

Här testas index och invaliditetsintensiteten. Annullationsintensiteten har varit 0,05 och driftskostnadsalternativ 1 har använts. Endast medeltalet av räntekravet för hela försäkringen (LN+W+D) presenteras.

		Invaliditetsintensitet		
		0,0002	0,0006	0,0012
Index	0 %	-	1,2872	3,7855
	2 %	1,7889	3,3548	5,9159
	5 %	4,8728	6,4405	9,1069

Indexets betydelse är den samma, oberoende av invaliditetsintensiteten.

5.3.7. Sammandrag

Räntekravet ökar då

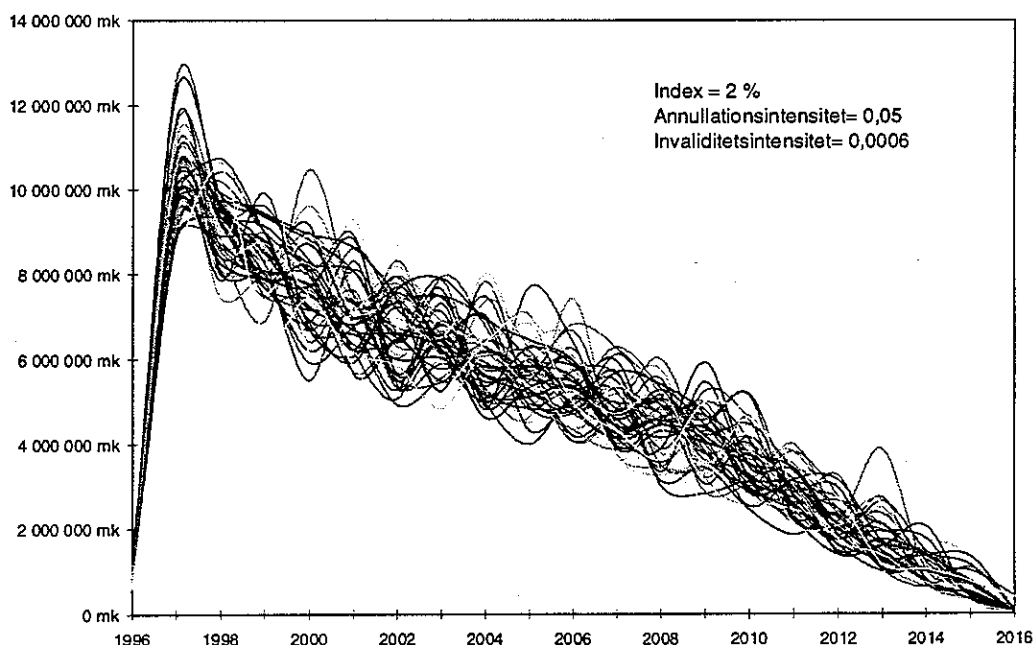
- indexjusteringarna ökar
- annulleringsintensiteten minskar
- invaliditetsantagandet ökar
- driftkostnaderna ökar

Dessa är självklara saker förutom punkt två. Punkt två skall naturligtvis inte tolkas så att bolaget bör sträva efter en hög annulleringsintensitet. Den rätta tolkningen är att, finns det ej pengar att förvalta, finns det ej heller något avkastningskrav.

5.3.8. Sjukkostnadsdelens ersättningar

Avslutningsvis presenteras i diagram 3 den totala LN-ersättningens utvecklingen de kommande åren.

Diagram 3: LN-ersättningar per år, 50 simuleringar



5.4. Kommentarer

Junior-försäkringarna utgör åtminstone antalsmässigt sett en ansevärd mängd av Verdandis livförsäkringsbestånd. Det är därför viktigt att hela tiden ha situationen under kontroll. Sjukförsäkringar är riskfyllda för försäkringsbolagen då det är så mycket som påverkar skadekostnaderna, bl.a. utvecklingen av läkartaxorna och FPA:s ersättningspraxis.

Trots att ovanstående uträkningar visar att läget är under kontroll, är det ändå skäl att hela tiden vara på sin vakt och följa med utvecklingen av skadekvoten. Sker det ändringar bör man snabbt kunna svara med åtgärder som förbättrar läget, dock inom ramen för god försäkringssed.

6. Senior

6.1. Dödsfallssannolikheter

Som dödlighetsintensitet används den från år 1988 varande köns- och åldersberoende dödlighetsintensitet, som Verdandi och många andra bolag fortfarande använder. Som alternativ testas vad det innebär ifall den försäkrade lever 2, 5 eller 10 år längre än vad det simulerade dödsfallsdatumet anger.

6.2. Premiebetalningssannolikheter

Alternativ ett är att $p_1=1$, $p_2=0$ och $p_3=0$. Dvs kunden följer betalningsplanen. Alternativ två är att $p_1=0,5$; $p_2=0,2$ och $p_3=0,3$.

Alternativ tre är samma som alternativ två, förutom att under åren 2000 - 2002 antas en depression som innebär att $p_1=0,1$; $p_2=0,1$ och $p_3=0,8$. Dvs kunderna betalar i medeltal endast 15 % av premierna.

6.3. Planering av simuleringarna

Som indata har medtagits alla Seniorer som beviljats under tiden 1.3.1988 - 31.7.1996 och som var i kraft 1.12.1996. Sammanlagt är det 7.841 försäkringar. De uppkomna fonderna är 379 miljoner och zillmeringen 14 miljoner.

De frågor som skall undersökas är hur följande faktorer inverkar på räntekravet

- Index
- Dödligheten
- Premiebetalningen

Varje simulering görs 25 gånger. Ett medeltal, minimum och maximum på räntekravet räknas ut. Räntekrav räknas ut för

- Nettopremier och utan driftskostnader
- Bruttopremier och med driftskostnader

6.4. Resultat med tolkning

6.4.1. Olika indexantaganden

I indextestet har de övriga faktorerna haft dessa värden

- Dödlighetstillägg = 0 år

- Premiebetalningsalternativ = 1

Index	Netto	Brutto	
0 %	4,3447	4,2923	Med
	4,3083	4,2549	Min
	4,3755	4,3251	Max
2 %	6,3504	6,3073	Med
	6,3179	6,2737	Min
	6,3728	6,3301	Max
5 %	9,3764	9,3478	Med
	9,3513	9,3224	Min
	9,4200	9,3910	Max

Räntekravet ökar i takt med index. Att räntekravet blir lägre än beräkningsgrundsrentan har sin förklaring att i pensionen ingår en så kallad ersättningsbelastning om 1 %. Dessutom följer inte livförsäkringsbeloppet fondens storlek. Speciellt om kunden har betalat sparsamt fram till dagens datum kan dödsfallsbeloppet vara betydligt högre än fonden. När driftkostnaderna tas med i bilden sjunker räntekravet. Det visar att omkostnadsdelen ger överskott.

6.4.2. Olika dödlighetsantaganden

Här antar man att kunden får olika antal tilläggsår att leva. De övriga faktorerna är

- Index = 2 %
- Premiebetalningsalternativ = 1

Tilläggsår	Netto	Brutto	
0 år	6,3504	6,3073	Med
	6,3179	6,2737	Min
	6,3728	6,3301	Max
2 år	6,3991	6,3568	Med
	6,3667	6,3240	Min
	6,4278	6,3850	Max
5 år	6,4576	6,4166	Med
	6,4354	6,3942	Min
	6,4781	6,4369	Max
10 år	6,5288	6,4894	Med
	6,5163	6,4766	Min
	6,5498	6,5117	Max

Räntekravet ökar med ökad levnadslängd. Faktorer som dämpar ökningen är att de flesta pensionstider är tidsbestämda, ca 300 pensioner utbetalas så länge den försäkrade lever. Kunden skulle också utan tilläggstid överleva hela pensionstiden. Om livförsäkringsbeloppet är mycket större än fonden är det också dyrare för bolaget med ett dödsfall.

6.4.3. Olika premiebetalningar

- Index = 2 %
- Dödlighetstillägg = 0 år

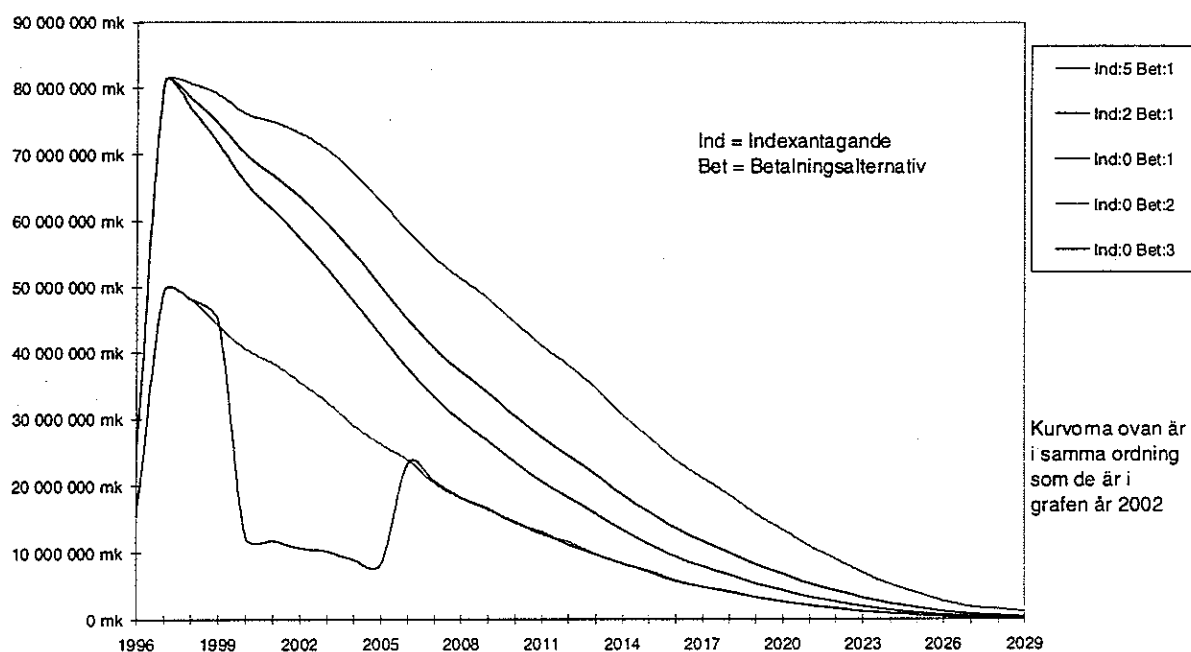
Premiealternativ	Netto	Brutto	
1	4,3447	4,2923	Med
	4,3083	4,2549	Min
	4,3755	4,3251	Max
2	4,3215	4,4876	Med
	4,2900	4,4548	Min
	4,3617	4,5296	Max
3	4,3084	4,6223	Med
	4,2625	4,5738	Min
	4,3526	4,6669	Max

Att räntekravet för netto minskar beror på det tidigare förklarade fenomenet med livförsäkringsbeloppen. Att räntekravet för brutto ökar trots att räntekravet för netto minskar förklaras av att driftkostnaderna bibehålls oförändrade, men belastningsinkomsten minskar i takt med minskade premier.

6.4.4. Premiernas utveckling

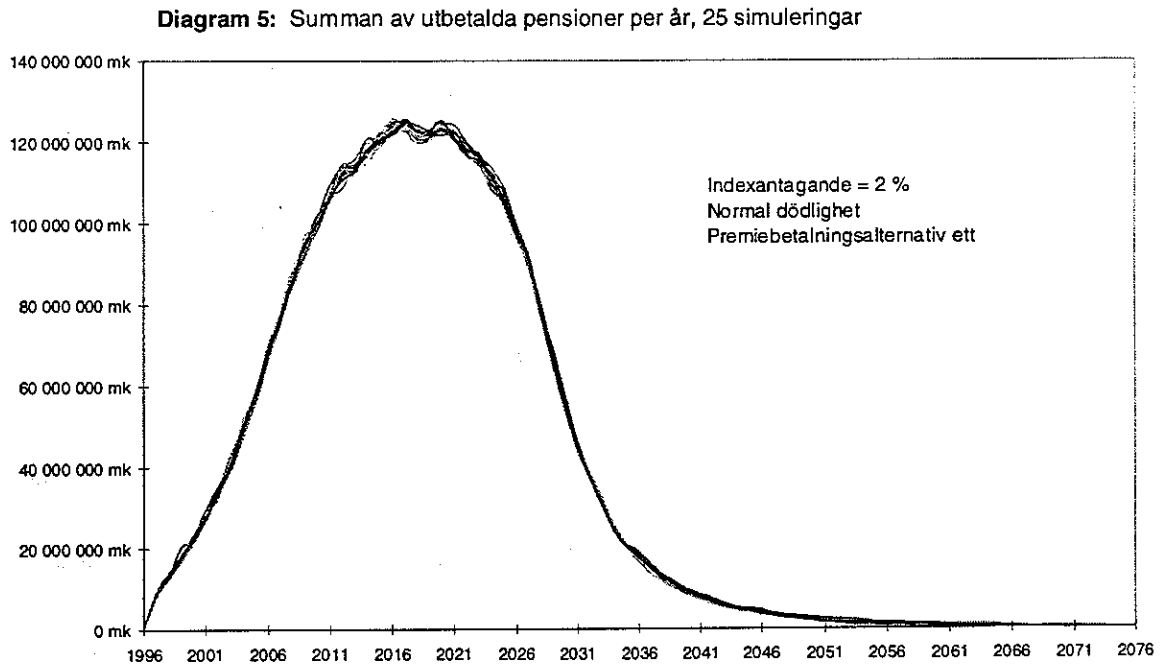
Diagram 4 visar summan av betalda premier per år. Varje kurva representerar en godtyckligt vald simulering med olika värden på de antagna variablerna.

Diagram 4: Summan av betalda premier per år för olika antaganden

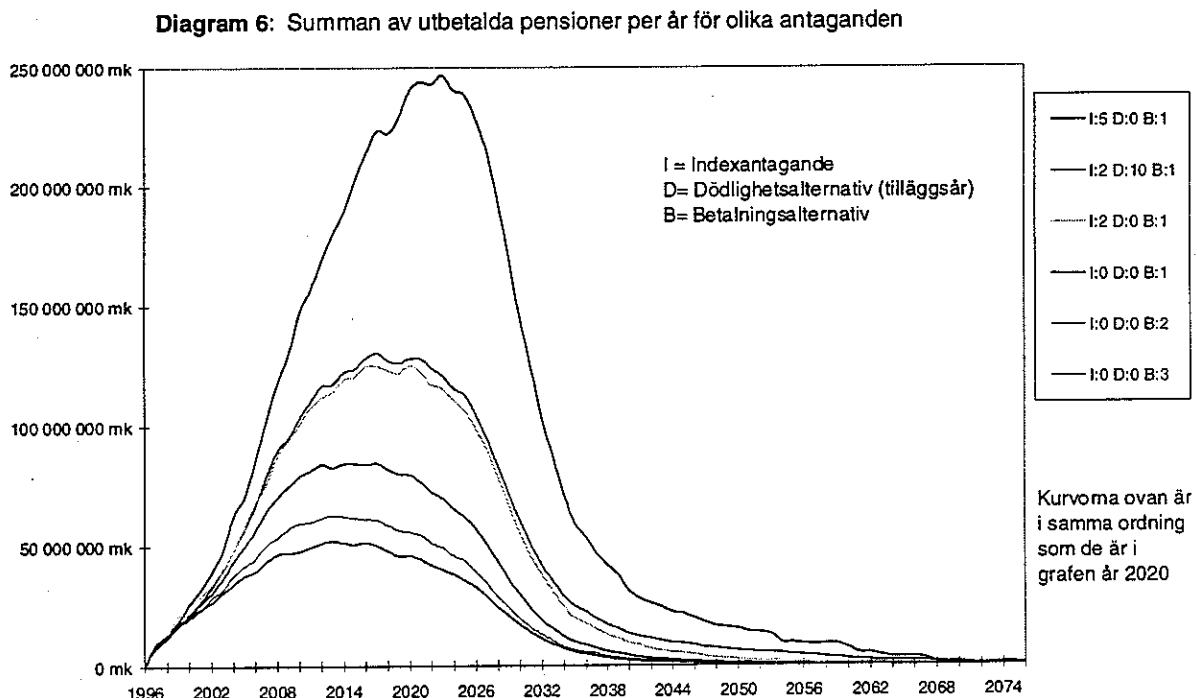


6.4.5. Pensionernas utveckling

Diagram 5 visar summan av utbetalda pensioner per år.



Variationen är minimal. Diagram 6 visar en godtyckligt vald simulering från varje körning med olika värden på de antagna variablerna.



Indexet har den största inverkan. Olika dödligheter ger utslag först cirka år 2040.

6.5. Kommentarer

Seniorfonderna är den klart största enskilda posten i Verdandis totala ansvarsskuld. Dessutom är dessa försäkringar mycket långvariga. Av nuvarande kunder förväntas några få pension ännu år 2078. Möjligheten att höja på premierna är starkt begränsad. Så även här bör man hela tiden vara på sin vakt och följa med läget och inte ge för höga gottgörelser trots att det kan vara lockande i marknadsföringssyfte.

7. 3 års placeringsförsäkring

7.1. Dödsfallssannolikheter

Här används samma dödlighetsintensitetsfunktion som i Senior.

7.2. Planering av simuleringen

Som indata fungerar alla 3 års placeringsförsäkringar som beviljats före 1.12.1996. I detta fall betraktas tiden från januari 1996 då Verdandi införde denna produkt fram till november 1999 då den sista nuvarande försäkringen upphör. Återköp (3 st) och dödsfall (2 st) som fram till 1.12.1996 har inträffat registreras. Den 1.12.1996 inleds simuleringen. Totalt har 358 försäkringar beviljats. Premieinkomsten har varit totalt 23,6 miljoner mk. I januari var premieinkomsten 9,6 miljoner mk och i februari 6,0 miljoner mk. Försäljningen har sjunkit drastiskt i takt med att den fasta kundgottgörelsen har sjunkit. De uppkomna fonderna är totalt 22 miljoner mk 1.11.1996.

Det enda som här undersöks är räntekravet och hur det påverkas av återköpen.

Varje simulering görs 100 gånger. Ett medeltal, minimum och maximum på räntekravet räknas ut. Räntekrav räknas ut för

- Nettopremier och utan driftskostnader
- Bruttopremier och med driftskostnader

Den enda skillnaden på dessa två fall är årsavgiften på 100 mk och avslutningsavgiften på 500 mk, eftersom hela omkostnadsdelen i premien antas gå till att täcka försäljningskostnaderna. (Se kapitel 4).

7.3. Resultat med tolkning

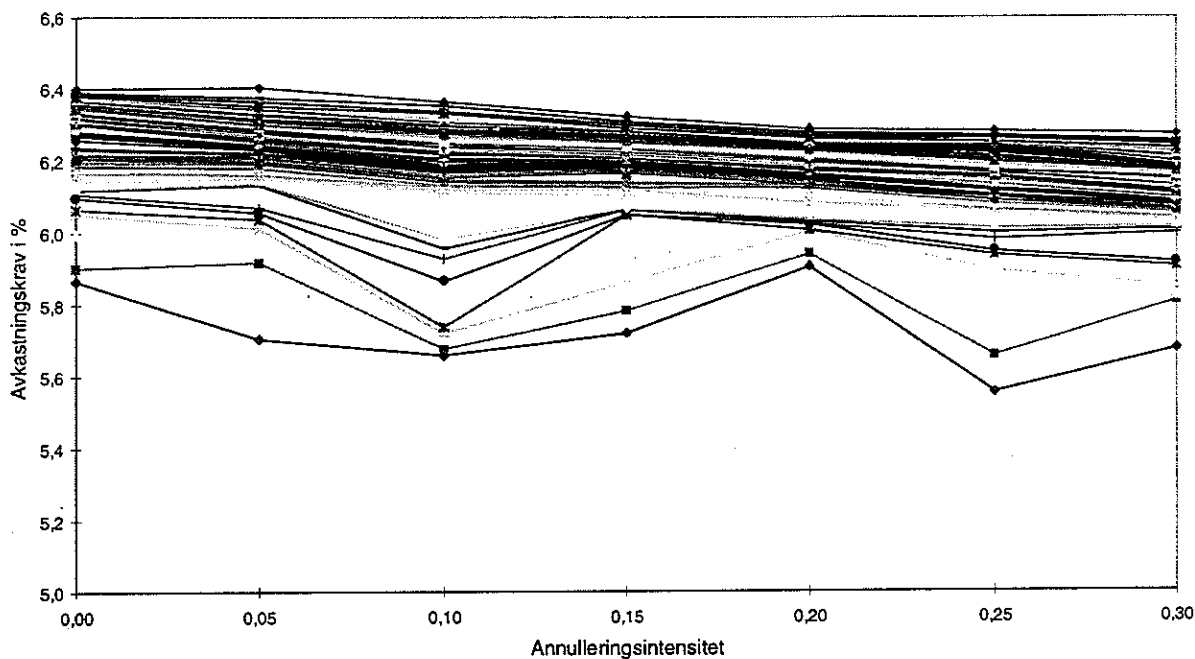
Resultatet av simuleringen med olika annulleringsintensiteter. Antal anger antalet försäkringar som annulleras, dvs återköps. Per antagen intensitet har det gjorts 100 simuleringar, dvs totalt 700 simuleringar.

Intensitet	Antal	Netto	Brutto	
0,00	0	6,2809	6,4662	Med
	0	5,8647	6,0493	Min
	0	6,4003	6,5865	Max
0,05	37	6,2484	6,4402	Med
	24	5,7045	5,9013	Min
	57	6,4034	6,5971	Max
0,10	68	6,1945	6,3922	Med
	49	5,6587	5,8586	Min
	88	6,3652	6,5697	Max
0,15	100	6,1978	6,4037	Med
	81	5,7213	5,9273	Min
	126	6,3240	6,5407	Max
0,20	125	6,1764	6,3876	Med
	106	5,9059	6,1134	Min
	155	6,2889	6,4980	Max
0,25	149	6,1413	6,3589	Med
	129	5,5550	5,7640	Min
	174	6,2828	6,4995	Max
0,30	171	6,1139	6,3400	Med
	148	5,6755	5,9013	Min
	191	6,2752	6,4995	Max

Att avkastningskravet hålls så här stabilt trots ökade återköp beror på att fonden växer med jämn ränta. Att räntekravet minskar en aning beror på att kundgottgörelsen tillskrivs fonden på försäkringens årsdag. Om försäkringen avbryts t.ex. två månader före årsdagen fås ingen kundgottgörelse för de tio månader som försäkringen varit i kraft sedan senaste årsdag.

Diagram 7 visar avkastningskravet i netto-fallet. Kurva *k* visar det *k*te största avkastningskravet för varje antagen annulleringsintensitet.

Diagram 7: Avkastningskrav för olika annulleringsintensiteter
100 simuleringar per markerad annulleringsintensitet



7.4. Investeringar som utgör täckning för denna försäkrings ansvarsskuld

3 års placeringsförsäkringens ansvarsskuld täcks med obligationer. För varje obligation beräknas en effektiv ränta där alla räntor och säljkurser beaktas. Det vägda medeltalet för denna effektiva ränta blir 8,20 %.

7.5. Kommentar

Jämför man räntekravet på ca 6,4 % med effektiva räntan på 8,2 % ser det ljust ut. Men då är det inte beaktat att Verdandi teoretiskt sett kan råka ut för en likviditetskris och tvingas sälja några obligationer. Säljkursen kan då av någon anledning vara låg vilket medför sänkt effektiv ränta.

Allmänt gäller att trots att räntekravet minskar med ökad annullation kräver det dock att ett större belopp är disponibelt hela tiden vilket gör placeringsverksamheten mycket svårare. Om det på marknaden plötsligt dyker upp ett annat intressant placeringsobjekt för kunderna kan det ge anledning till en mycket stor återköpsintensitet.

8. Slutord

Att utföra en simulering enligt den metod som beskrivs här kräver ett mycket digert programmeringsarbete. Beräkningsprocedurer för fonder, zillmeringar, uppkomna pensioner, betalningsplaner, premietransporter, osv, måste skapas, om man inte kan utnyttja redan existerande programmoduler eller -objekt.

Om försäkringsbeståndet är stort kan programexekveringstiden bli lång. Datortekniken utvecklas dock snabbare än vad försäkringsbeståndet växer. En simulering för Juniorförsäkringen tog ca 3 minuter på en persondator med en Pentium/90-processor.

Fördelarna med denna metod övervinner dock klart nackdelarna. Målet med denna metod har varit att ur hela försäkringsbolagsprocessen skala bort sådana faktorer som endast kan uppskattas grovt. Det räcker med en sådan grovt uppskattad faktor för att hela resultatet skall vara fyllt med opålitlighet. Att räkna ut det som går exakt, ger naturligtvis det bästa resultatet.

Trots att avkastningskravet inte säger allt om bolagets solvens har det ändå en mycket central roll vid bl.a. investeringsbeslut, fastställande av kundgottgörelser och lönsamhetskalkyler.

- Referenser:**
- [1] C.D. Daykin, T. Pentikäinen, M. Pesonen: Practical Risk Theory for Actuaries, First edition 1994, Chapman & Hall, London
 - [2] Henkivakuutuksen solvenssityöryhmän muistio 1992:3, Social- och hälsovårdsministeriet, Helsingfors