WORKING PAPERS ISSN 0781-4410

SUOMEN AKTUAARIYHDISTYS
The Actuarial Society of Finland

26

SIMO SARVAMAA

AR-KOTIVAKUUTUKSEN TARIFFOINNISTA
(1988)

AR-KOTIVAKUUTUKSEN TARIFFOINNISTA

SHV-harjoitustyö
Simo Sarvamaa
16.11.1988

ABSTRACT

Sarvamaa, S. (1988) Tariffing of the All Risk Householder's comprehensive Insurance.

In this work tariffing of the all risk householder's comprehensive insurance has been studied. The premium must be determined to chattels and to buildings separately. Claims have been divided to seven loss types. Six different theoretical distributions have been suggested to the single claim distribution. Decision rules for choosing one of them for all loss types have been discussed and used. For all loss types parameters of the single claim distributions and claim densities have been derived as a function of the building's area by least square method. The premium as function of deductible and the building's area is here called basic premium. Methods to determine basic risk premium and basic gross premium, including taxes, safety loading and expense loading, has been studied and used.

Simo Sarvamaa, Sampo Insurance Company Limited, Yliopistonkatu 27 PL 216, SF-20102 Turku

Sisällysluettelo

JOHDANTO

Tässä työssä tarkastellaan AR-kotivakuutuksen tariffointia. Maksu on määrättävä irtaimistolle ja rakennuksille erikseen. Lisäksi vahingot on jaettava useampaan vahinkolajiin, joille kaikille on määrättävä yksittäisen vahingon koon jakautuma ja vahinkotiheys. Edelleen on tarkasteltu sopivan jakautuman valintaan liittyviä testausmenetelmiä, omavastuualennusten määräämistä, maksun ja omavastuualennusten kohdistamista, sekä bruttomaksun määräämistä hoitokulukuormitus ja varmuuslisä huomioiden. Maksun ja omavastuualennusten kohdistamiseksi vahinkotiheydet ja vahingon koon jakautumat on määrättävä vähintään yhden tariffitekijäin funktiona.Tässä työssä em. tariffitekijäksi on valittu rakennuksen pinta-ala. Nyt olisi vahingon koon jakautuma valittava niin, että se sopisi havaintoaineistoon parhaiten kaikilla pinta-aloilla. Työssä on tarkasteltu jakautuman valintaa myös tällaisessa tilanteessa. Maksua omavastuun ja pinta-alan funktiona kutsutaan tässä perusmaksuksi.

Empiiriset laskelmat on tehty Kotisammon vahingoista ja vakuutuksista kootusta aineistosta vuosilta 1985 - 1986. Kuuden eri jakautuman sopivuutta yksittäisen vahingon koon jakautumaksi on testattu. Perusriskimaksuja ja -bruttomaksuja on johdettu eri omavastuuvaihtoehdoille.

1. VAHINKOMENO AR-KOTIVAKUUTUKSESSA

AR-kotivakuutuksessa vakuutuksen kohteena voi olla rakennus irtaimistoineen tai pelkkä irtaimisto. Vakuutukseen voi kuulua lisäksi ainakin oikeusturva- ja vastuuvakuutus.

Rakennukselle tai sen irtaimistolle voi sattua erityyppisiä vahinkoja. Näiden vahinkojen yksittäisen vahingon koon jakautumat ovat luonteeltaan erilaisia. Tämän vuoksi on tarpeen luokitella vahingot eri vahinkolajeihin. Tässä esityksessä käytettävät vahinkolajit ovat rakennusta ja irtaimistoa koskien:

1. vuotovahingot
2. palovahingot (ei sähköilmiö)
3. särkymisvahingot
4. murtovahingot
5. muut vahingot

Oikeusturva- ja vastuuvahingot käsitellään erikseen.

Merkitään

X : kokonaisvahinkomeno vuodessa

$X_{R,i}$: rakennuksille sattuneiden vahinkolajin i vahinkojen kokonaisvahinkomeno vuodessa, $i=1,\ldots,5$

$X_{I,i}$: irtaimistolle sattuneiden vahinkolajin i vahinkojen kokonaisvahinkomeno vuodessa, $i=1,\ldots,5$

X_6 : oikeusturvavahinkojen kokonaisvahinkomeno vuodessa

X_7 : vastuuvahinkojen kokonaisvahinkomeno vuodessa

Näillä merkinnöillä kokonaisvahinkomeno voidaan esittää muodossa

$$X = \sum_{i=1}^{5} X_{R,i} + \sum_{i=1}^{5} X_{I,i} + X_6 + X_7. \tag{1.1}$$

Tai jos merkitään

$$X_i = X_{R,i} + X_{I,i}, \quad i=1,\dots,5 ,$$

niin (1.1) voidaan kirjoittaa yksinkertaisesti

$$X = \sum_{i=1}^{7} X_i . \tag{1.2}$$

Tässä X_i on siis vahinkolajin i kokonaisvahinkomeno. Näin ollen riskimaksu yli koko vakuutuskannan on

$$P = E(X) = \sum_{i=1}^{7} E(X_i). \tag{1.3}$$

1.1. Vahinkolajittaiset vahinkomenot

Vahinkolajittaisen vahinkomenon X_i kohdalla ongelmia tuottaa se, että vahinkoja voi tapahtua ainoastaan irtaimistolle, ainoastaan rakennukselle tai molemmille yhtäaikaa. Tämä ei tuota ongelmia, mikäli ollaan kiinnostuneita vain vahinkomenon odotusarvosta.

Tiedetään, että satunnaismuuttujalle $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_N$, missä X_i:t ovat samoin jakautuneita sekä X_i:t ja N ovat riippumattomia, ovat voimassa tulokset

$$E(Y) = E(N)E(X) \tag{1.4}$$

$$Var(Y) = Var(N)E(X)^2 + E(N)Var(X). \tag{1.5}$$

Määritellään seuraavat satunnaismuuttujat:

$N_{R,i}$: vahinkolajin i rakennukseen kohdistuvien vahinkojen lukumäärä vuodessa

$N_{I,i}$: vahinkolajin i irtaimistoon kohdistuvien vahinkojen lukumäärä vuodessa

$N_{R\&I,i}$: vahinkolajin i irtaimistoon ja rakennukselle yhtäaikaa sattuneiden vahinkojen lukumäärä vuodessa

$Z_{R,i}$: rakennukselle sattuvan vahinkolajin i yksittäisen vahingon koko

$Z_{I,i}$: irtaimistolle sattuvan vahinkolajin i yksittäisen vahingon koko

$X_{*,i,1}$: ainoastaan omaisuusryhmälle * sattuvien vahinkolajien i kokonaisvahinkomeno vuodessa

$X_{*,i,2}$: omaisuusryhmä *:lle kohdistuva osa molemmille omaisuusryhmille yhtäaikaa sattuvien vahinkolajin i kokonaisvahinkomenosta vuodessa.

Tällöin on voimassa

(1.6) $$X_i = X_{R,i} + X_{I,i} = X_{R,i,1} + X_{R,i,2} + X_{I,i,1} + X_{I,i,2}.$$

Soveltamalla tähän tulosta (1.4) saadaan

(1.7) $$E(X_i) = E(N_{R,i})E(Z_{R,i}) + E(N_{I,i})E(Z_{I,i}).$$

1.2. Vahinkomenon varianssi

Tarkastellaan seuraavaksi vahinkomenon varianssia. Tehdään yksinkertaistava oletus, että vahinkolajittaiset vahinkomenot ovat toisistaan riippumattomia. Tämän oletuksen paikkansapitävyyden tarkastelemiseksi tarvittaisiin tilastot vahinkolajittaisesta vahinkomenosta usealta vuodelta. Ilmeisesti molemmille omaisuusryhmille yhtäaikaa sattuvat vahingot ovat suurempia kuin vain toiselle omaisuusryhmälle sattuvat vahingot. Yksittäisen vahingot koot ovat tällöin myös erilaiset. Tilastoaineisto tuskin riittää jakautumien määräämiseen erikseen, joten annetaan yksittäisen vahingon koon jakautuman pysyä samana riippumatta siitä, tapahtuuko samalla toiselle omaisuusryhmälle vahinkoa vai ei.

Vahinkolajin i, i=1,...,5, vahinkomenon varianssi on

$$(1.8)\qquad Var(X_i) = Var\ X_{R,i,1} + X_{R,i,2} + X_{I,i,1} + X_{I,i,2}$$

$$= Var(X_{R,i}) + Var(X_{I,i}) + 2Cov(X_{R,i,2}, X_{I,i,2}).$$

Koko vahinkomenon varianssiksi saadaan näin ollen

$$(1.9)\qquad Var(X) = \sum_{i=1}^{5} Var(X_{R,i}) + Var(X_{I,i}) + 2Cov(X_{R,i,2}, X_{I,i,2})$$

$$+ Var(X_6) + Var(X_7).$$

Kaavaa (1.5) soveltamalla saadaan

$$(1.10)\qquad Var(X_{R,i}) = Var(N_{R,i})E(Z_{R,i})^2 + E(N_{R,i})Var(Z_{R,i}),\ i=1,...,$$

$$(1.11)\qquad Var(X_{I,i}) = Var(N_{I,i})E(Z_{I,i})^2 + E(N_{I,i})Var(Z_{I,i}),\ i=1,...,$$

$$(1.12)\qquad Var(X_i) = Var(N_i)E(Z_i)^2 + E(N_i)Var(Z_i),\ i=6 \text{ tai } 7.$$

Selvitettäväksi jää vielä oletettavasti positiivisen kovarianssitermin määrääminen.

Tarkastellaan yleisemmin kahden satunnaismuuttujan Z_1 ja Z_2 välistä kovarianssia, kun

$$Z_1 = \sum_{i=1}^{N} X_i$$

$$Z_2 = \sum_{i=1}^{N} Y_i$$

X_i:t ovat keskenään riippumattomia ja samoin jakautuneita
Y_i:t " " " " " "
X_i:t ja Y_i:t ovat keskenään riippumattomia
X_i:t ja N " " "
Y_i:t ja N " " "

Kovarianssi voidaan esittää muodossa

$$\mathrm{Cov}(Z_1,Z_2) = E(Z_1Z_2) - E(Z_1)E(Z_2).$$

Tarkastellaan oikean puolen termejä erikseen

$$E(Z_1Z_2) = EE(\sum_{i=1}^{N} X_i \sum_{j=1}^{N} Y_j | N)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} E(\sum_{i=1}^{N} X_i \sum_{j=1}^{N} Y_j)P(N=n)$$

$$= E(N^2)E(XY)$$

ja

$$E(Z_1)E(Z_2) = E(N)^2 E(X)E(Y).$$

Yhdistämällä nämä tulokset voidaan kirjoittaa

(1.13) $$\mathrm{Cov}(Z_1,Z_2) = E(N^2)E(XY) - E(N)^2 E(X)E(Y)$$

$$= \mathrm{Var}(N)E(X)E(Y) + E(N^2)\mathrm{Cov}(X,Y).$$

Tätä tulosta soveltamalla voidaan lausekkeessa (1.9) esiintynyt kovarianssi kirjoittaa muodossa

$$(1.14)\quad \mathrm{Cov}(X_{R,i,2},X_{I,i,2}) = \mathrm{Var}(N_{R\&I,i})E(Z_{R,i})E(Z_{I,1}) + E(N^2_{R\&I,i})\mathrm{Cov}(Z_{R,i},Z_{I,i}),\quad i=1,\ldots,5.$$

Satunnaismuuttujien $X_{R,i,2}$ ja $X_{I,i,2}$ välinen riippuvuus voi olla niin heikkoa, että kaavassa (1.9) voidaan kovarianssitermi jättää pois. Tällöin vahinkomenon varianssi on yksinkertaisesti

$$(1.15)\quad \mathrm{Var}(X) = \sum_{i=1}^{7} \mathrm{Var}(X_i).$$

2. RISKIMAKSU

Vakuutuksen hinnoittelussa ei riitä kokonaisvahinkomenon odotusarvon ja varianssin tunteminen, koska vakuutuksenottajan valittavaksi halutaan tarjota erilaisia omavastuuvaihtoehtoja. Lisäksi vakuutusmaksu on kohdistettava mahdollisimman tarkoin vakuutuksenottajan riskiä vastaavaksi. Tällöin myös omavastuualennukset on kohdistettava. Omavastuun määräämiseksi on tunnettava yksittäisen vahingon koon jakautuma, vieläpä vähintään yhden tariffitekijän funktiona. Tässä työssä tariffitekijäksi on valittu rakennuksen pinta-ala. Valittavan tariffitekijän tulisi olla parhaiten riskin muuttumista selittävä kaikista tariffitekijöistä. Yksittäisen vahingon koon jakautumaan voidaan eri vahinkolajeissa sovittaa erilaisia teoreettisia jakautumia. Sovitus voitaisiin myös tehdä vain jakautuman hännälle ja käyttää alkuosana empiiristä jakautumaa. Tässä työssä on päädytty ensin mainittuun periaatteeseen.

Tarkastelemalla edellisessä luvussa esitettyä vahinkomenoa pinta-alan A funktiona, saadaan määrättyä perusriskimaksu ilman omavastuuta

$$(2.1) \qquad P(A) = \sum_{i=1}^{7} E\{(X_i(A)\}$$

Ottamalla huomioon omavastuun M vaikutus on määrätty perusriskimaksu P(A,M). Pinta-alan vaikutus vahinkomenoon otetaan huomioon yksittäisen vahingon koon - ja vahinkojen lukumäärän jakautuman parametrien kautta. Toisin sanoen parametrit ovat pinta-alan A funktioita (kts. [8]). Pinta-alan lisäksi tarvitaan muita tariffitekijöitä maksun kohdistamiseksi. Lopullinen riskimaksu voidaan ajatella määrättävän additiivisella mallilla

$$(2.2) \qquad P(A,M,B_1,\ldots,B_m) = k_1 + k_2 + \ldots + k_m + P(A,M)$$

tai multiplikatiivisella mallilla

$$(2.3) \qquad P(A,M,B_1,\ldots,B_m) = k_1 x k_2 x \ldots x k_m P(A,M),$$

missä kertoimet k_1, $k_2,\ldots,k_m$ liittyvät tariffitekijöihin B_1, $B_2,\ldots,B_m$. Tällöin on tariffitekijöiden saamat arvot luokiteltu ja kutakin tällaista luokkaa kohti saa tariffitekijää vastaava kerroin oman arvonsa.

Tässä työssä tullaan lähinnä tarkastelemaan perusriskimaksun ja omavastuualennusten määräämistä, jolloin keskeisiä ongelmia ovat teoreettisen jakautuman valinta kuvaamaan empiiristä yksittäisen vahingon koon jakautumaa ja tämän jakautuman parametrien määrääminen pinta-alan funktiona.

2.1. Vahingon koon odotusarvon ja varianssin riippuvuus rakennuksen pinta-alasta

Yksittäisen vahingon koon jakautuman oletetaan riippuvan pinta-alasta vain parametriensä välityksellä. Momenttimenetelmällä parametrejä estimoitaessa tarvitaan jakautuman odotusarvo ja toinen momentti (varianssi).

Lähteessä [8] on yksittäisen vahingon koon Z riippuvuutta tariffitekijästä kuvattu regressioyhtälöllä

$$Z(A) = f(A) + e(A), \tag{2.4}$$

missä $E\{e(A)\} = 0$ ja $Var\{e(A)\} = g(A)$. Toisin sanoen

$$E\{Z(A)\} = f(A) \tag{2.5}$$

ja

$$Var\{Z(A)\} = g(A). \tag{2.6}$$

Selvästikään ei voida olettaa e(A):n olevan normaalisti jakautuneen. Lisäksi lähdemme jo oletuksesta, että g(A) ei ole vakio. Näin ollen (2.4) on heteroskedastinen regressioyhtälö, jossa virhetermit ovat ei-normaalisia. Heteroskedastisuus edellyttäisi käytettäväksi painotettua pienimmän neliösumman menetelmää. Varianssin estimointi suhteellisen pienistä aineistoista on kuitenkin varsin epäluotettavaa, joten on epävarmaa antaako painotettu pns-menetelmä sen "oikeampia" tuloksia kuin tavallinen pns-menetelmä.

Toinen mahdollisuus on luokitella aineisto sopivasti ja määrätä luokkien sisällä odotusarvot ja varianssit. Annetaan luokkien keskipisteille kyseiset arvot ja sovitetaan funktiot f(A) ja g(A) tavallisella pns-menetelmällä. Luokkien määrääminen on harkinnanvaraista, mutta menettely tuo odotusarvon ja varianssin käyttäytymisen pääpiirteissään esille.

2.2. Yksittäisen vahingon koon jakautumia

Tässä osaluvussa esitellään kuusi jakautumaa, joita kirjallisuudessa on käytetty kuvaamaan yksittäisen vahingon koon Z jakautumaa. Kaikki esitettävät jakautumat ovat kaksiparametrisia ja useimmista on olemassa kolmi- tai useampiparametrisia yleistyksiä. Seuraavassa jakautumat on esitelty lyhyesti.

1.Paretojakautuma

1.a. $F(z) = 1-(\frac{\lambda}{z})^{\alpha}$

$f(z) = \alpha\lambda^{\alpha}z^{-\alpha-1}$, $z>\alpha$, $\alpha,\lambda>0$

$E(Z^n) = \frac{\alpha\lambda^n}{\alpha-n}$, $n<\alpha$

1.b. $F(z) = 1-(\frac{\lambda}{\lambda+z})^{\alpha}$

$f(z) = \alpha\lambda^{\alpha}(\lambda+z)^{-\alpha-1}$, $z>0$, $\alpha,\lambda>0$

$E(Z^n) = \frac{\lambda^n n!}{\prod_{i=1}^{n}(\alpha-i)}$, $n<\alpha$

2. Gammajakautuma

$F(z) = \Gamma(\alpha,\lambda z)$, $z>0$, $\alpha>0$, $\lambda>0$

$f(z) = \lambda^{\alpha}z^{\alpha-1}e^{-\lambda z}/\Gamma(\alpha)$

$$E(Z^n) = \frac{\prod_{i=0}^{n-1}(\alpha+i)}{\lambda^n}$$

3. Loggammajakautuma

$$F(z) = \Gamma(\alpha, \lambda \mathrm{Ln} z), \quad z>1, \quad \alpha>0, \quad \lambda>0$$

$$f(z) = \frac{\lambda^{\alpha}(\mathrm{Ln} z)^{\alpha-1}}{z^{\lambda+1}\Gamma(\alpha)}$$

$$E(Z^n) = (1-\frac{n}{\lambda})^{-\alpha}, \quad n<\alpha$$

4. Lognormaalijakautuma

$$F(z) = \Phi(\frac{\mathrm{Ln}(z)-\mu}{\sigma}), \quad x>0, \quad \sigma>0$$

$$f(z) = \frac{\mathrm{Exp}[-\frac{1}{2}(\frac{\mathrm{Ln}(z)-\mu}{\sigma})^2]}{z\sigma\sqrt{2\pi}}$$

$$E(Z^n) = \mathrm{Exp}(n\mu + \frac{1}{2}n^2\sigma^2)$$

Lognormaalijakautuman kertymäfunktion arvoja voidaan siis laskea standardin normaalijakautuman kertymäfunktion Φ avulla.

5. Weibulljakautuma

$$F(z) = e^{-cz^{\tau}}, \quad x,c,\tau>0$$

$$f(z) = c\tau z^{\tau-1}e^{-cz^{\tau}}$$

$$E(Z^n) = \frac{\Gamma(1+n/\tau)}{c^{n/\tau}}$$

6. Käänteinen normaalijakautuma

$$f(z) = \sqrt{\mu\phi/2\pi z^3}\ \mathrm{Exp}\{-\frac{\phi z}{2\mu} + \phi - \frac{\mu\phi}{2z}\}$$

Erikoistapaus käänteisestä normaalijakautumasta on Waldin jakautuma, jonka jakautumafunktiolle on johdettu esitys

$$(2.7) \qquad F(z) = \Phi((z-1)\sqrt{\phi/z}) + e^{2\phi}\Phi(-(z+1)\sqrt{\phi/z}),$$

missä Φ on standardin normaalijakautuman kertymäfunktio. Tätä tulosta voidaan käyttää apuna laskettaessa käänteisen normaalijakautuman kertymäfunktion arvoja, sillä jos Y on jakautunut Waldin jakautuman mukaisesti, niin $Z=\mu Y$ on tällöin jakautunut käänteisen normaalijakautuman mukaisesti. Siis

(2.8) $$F_Z(z) = P(Z \leq z) = P(Y \leq z/\mu) = F_Y(z/\mu).$$

Johdetaan seuraavaksi jatkossa tarpeellinen tulos. Tarkastellaan jakautumafunktiota

(2.9)
$$\begin{aligned} F_{Z(\mu,\phi)}(t) &= \int_0^t \sqrt{\frac{\mu\phi}{2\pi z^3}}\, \mathrm{Exp}\left\{-\frac{1}{2}\phi\left(\frac{z}{\mu} - 2 + \frac{\mu}{z}\right)\right\} dz \\ &= \int_{\frac{1}{t}}^{\infty} \frac{1}{y^2}\sqrt{\frac{\mu\phi y^3}{2\pi}}\, \mathrm{Exp}\left\{-\frac{1}{2}\phi\left(\frac{1}{\mu y} - 2 + \mu y\right)\right\} dy \\ &= \mu\int_{\frac{1}{t}}^{\infty} y\sqrt{\frac{\phi}{2\pi\mu y^3}}\, \mathrm{Exp}\left\{-\frac{1}{2}\phi\left(\frac{y}{(\frac{1}{\mu})} - 2 + \frac{\frac{1}{\mu}}{y}\right)\right\} dy \\ &= \mu\int_{\frac{1}{t}}^{\infty} z f_{Z(\frac{1}{\mu},\phi)}(z)\,dz. \end{aligned}$$

Käänteisen normaalijakautuman kumulantit generoiva funktio on muotoa

$$\Psi(t) = \phi\left\{1-\left(1 + \frac{2\mu t}{\phi}\right)^{0,5}\right\},$$

josta saadaan kumulantit $K_n = (d^n/dt^n)\Psi(t)|_{t=0}$. Kumulanteille voidaan osoittaa olevan voimassa

$$\begin{aligned} K_1 &= \mu \\ K_2 &= \mu^2\phi \\ K_3 &= 3\mu^3\phi^2 \\ &\vdots \\ K_r &= 1\cdot3\cdot5\cdots(2r-3)\mu^r\phi^{1-r}, \quad r \geq 1. \end{aligned}$$

Kumulanteista voidaan johtaa edelleen origomomentteja a_i ja keskusmomentteja μ_i. Odotusarvoksi ja varianssiksi saadaan

(2.10) $$E(Z) = \mu$$

(2.11) $$\mathrm{Var}(Z) = \mu^2/\phi .$$

2.3. Approksimaatioita

Erilaisiin tässä esityksessä mainittujen lausekkeiden laskemiseksi tarvitaan funktioiden

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{y^2}{2}} \, dy$$

ja

$$\Gamma(\alpha,z) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^z y^{\alpha-1} e^{-y} \, dy$$

arvoja. Näille saadaan approksimaatiot kaavoista

$$R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} (b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + b_4 t^4 + b_5 t^5) \tag{2.12}$$

$$t = 1/(1 + 0{,}23164191\,|z|)$$

$$\begin{aligned} b_1 &= 0{,}319381530 \\ b_2 &= -0{,}356563782 \\ b_3 &= 1{,}781477937 \\ b_4 &= -1{,}821255978 \\ b_5 &= 1{,}330274429 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi(z) &= R\,, & z \leq 0 \\ \Phi(z) &= 1-R, & z > 0 \end{aligned}$$

ja

$$\Gamma(\alpha,z) = \frac{z^{\alpha} e^{-z}}{\Gamma(\alpha)} \sum_{n=0}^{N} \frac{z^n}{\alpha(\alpha+1)\ldots(\alpha+n)}, \tag{2.13}$$

missä N on riittävän suuri luku.

2.4. Jakautumien sovituksen testaus (Goodness-of-fit-testaus)

Yksittäisten vahinkojen koon oletetaan noudattavan jotakin teoreettista jakautumaa $F(z)$. Valitaan jokin sopiva jakautumaehdokas $F_0(z)$ ja testataan hypoteesia H_0: $F(z)=F_0(z)$ vaihtoehtoista hypoteesia H_a: $F(z)\neq F_0(z)$ vastaan. Kaksi yleisimmin käytettyä testiä ovat χ^2-testi ja Kolmogorov-Smirnov-testi.

Tarkastellaan aluksi χ^2-testiä. Aineisto on aluksi luokiteltava vahinkojen koon mukaan k:hon luokkaa $[c_0,c_1]$, $(c_1,c_2]$, ..., $(c_{k-1}, c_k]$. Indeksoidaan luokat vastaavassa järjestyksessä 1,2,...,k. Seuraavaksi lasketaan havaitut vahinkojen lukumäärät n_i luokassa i, i=1,2,...,k. Lukumäärien odotusarvo hypoteesin H_0 ollessa voimassa on

$$E_i = n\{(F_0(c_i) - F_0(c_{i-1})\},$$

missä n on aineiston havaintojen kokonaislukumäärä. Määritellään testisuure

$$\hat{\chi}^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i-E_i)^2}{E_i} \tag{2.14}$$

$$= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i^2}{p_i} - n ,$$

missä on merkitty $p_i=F_0(c_i)-F_0(c_{i-1})$.

Artikkelissa [2] on käsitelty χ^2-testin oikeata käyttöä. Jos hypoteesi H_0 määrittelee myös jakautuman parametrit, niin tämän hypoteesin ollessa voimassa edellä esitetty testisuure noudattaa χ^2-jakautumaa k-1 vapausasteella. Jos taas jakautuma F_0 on määrätty kiinnittämättä parametreja, on tilanne mutkikkaampi. Mainitussa artikkelissa tarkastellaan tilannetta kun parametreille on määrätty ML-estimaatit. Tulos riippuu tällöin vielä siitä määrätäänkö estimaatit luokitellusta vai luokittelemattomasta aineistosta. Jos nämä lasketaan luokitellusta aineistosta, niin hypoteesin H_0 ollessa voimassa testisuure noudattaa χ^2-jakautumaa vapausastein k-s-1, missä s on estimoitujen parametrien lukumäärä. Jos luokittelemattomalle aineistolle lasketaan tavalliset ML-estimaatit, niin asymptoottinen jakautuma ei yleisesti ottaen ole χ^2-jakautuma.

Tarkastellaan seuraavaksi Kolmogorov-Smirnov-testiä (K-S-testi). Merkitään otoksesta muodostettua empiiristä jakautumaa $F_n(z)$. Käytettävä testisuure on

$$(2.15) \quad \hat{D}_n = \max_z \{|F_n(z) - F_0(z)|\}.$$

Koska $F_n(z)$ on porrasfunktio, niin maksimin on löydyttävä jostakin hyppypisteestä z_i(=havainto) tai lähestyttäessä sitä vasemmalta. Näin ollen maksimin sijasta pitäisi tarkkaan ottaen puhua supremumista. Siis

$$(2.16) \quad \hat{D}_n = |F_n(z_i) - F_0(z_i)| \text{ tai } |F_n(z_i-) - F_0(z_i)|$$

jollekin i:lle. Nyt $\hat{D}_n$:n löytämiseksi on määrättävä 2n arvoa. Hypoteesin H_0 ollessa voimassa $\hat{D}_n$ noudattaa tiettyä jakautumaa, merkitään D_n, jota ei kuitenkaan tunneta kovinkaan hyvin. On käytettävä valmiiksi taulukoituja arvoja. Jos valitaan kriittinen arvo c siten, että $P(D_n > c|H_0) = \alpha$, niin approksimaatio c:lle saadaan taulukosta

a	0,20	0,10	0,05	0,01
c	$1{,}07/\sqrt{n}$	$1{,}22/\sqrt{n}$	$1{,}36/\sqrt{n}$	$1{,}63/\sqrt{n}$

Kirjallisuudessa mainitaan, että χ^2-testi on herkempi havaitsemaan epäsäännöllisyydet jakautuman muodossa, kun taas K-S-testi mittaa enemmänkin sitä, onko havaitun jakautuman muoto samanlainen kuin valitun teoreettisen jakautuman. Huomionarvoista on myös se, että χ^2-testissä k ja luokkien rajat voidaan vapaasti valita. Tämä valinta voi vaikuttaa testin tulokseen. Tällaista ongelmaa ei K-S-testin yhteydessä ilmene.

Tarkastellaan vielä erästä ad hoc testiä. Määritellään funktio

$$(2.17)\qquad e(M) = E(Z-M|Z>M)$$

$$= \int_M^\infty (z-M)\,\frac{f(z)}{1-F(z)}\,dz.$$

Tämän funktion tulkinta riippuu satunnaismuuttujan Z määrittelystä. Jos Z kuvaa elinaikaa, niin e(M) on keskimääräinen jäljellä oleva elinaika iässä M. Jos taas Z on vahingon koko, niin e(M) on yhtiön keskimääräinen maksettavaksi jäävä osuus vahingosta omavastuun ollessa M.

Funktio e(M) voidaan kirjoittaa muodossa

$$(2.18)\qquad e(M) = \int_M^\infty [1 - F(z)]dz \;/\; 1- F(M),$$

jos

$$\lim_{b\to\infty} (M-b)[1 - F(b)] = 0.$$

Funktioita e(M) eri jakautumille voidaan määrätä analyyttisesti, approksimoimalla tai numeerisesti. Periaate on se, että aineistosta johdettua empiiristä $e_n(M)$:tä verrataan eri jakautumafunktioille tyypillisiin e(M) funktioihin. Näin voidaan rajata soveltuvien jakautumafunktioiden joukkoa. Menetelmä on käyttökelpoinen korkeintaan kaksiparametristen jakautumien yhteydessä.

Seuraavassa on esitetty e(M) funktiot tarkastelemillemme jakautumille.

1. Paretojakautuma (b). Oletetaan, että $\alpha > 1$.

$$e(M) = \frac{\lambda+M}{\alpha-1}\,.$$

2. Gammajakautuma

$$e(M) = \frac{\frac{\alpha}{\lambda}(1-\Gamma(\alpha+1;\lambda M)}{1-\Gamma(\alpha;\lambda M)} - M.$$

Erikoistapauksena saadaan eksponenttijakautuma, kun $\alpha=1$, jolloin $e(M)=1/\lambda$.

3. Loggammajakautuma

$$e(M) = \frac{\frac{\lambda^{\alpha}}{(\lambda-1)^{\alpha}}(1-\Gamma(\alpha;(\lambda-1)\mathrm{Ln}M))}{1-\Gamma(\alpha;\lambda \mathrm{Ln}M)} - M \quad , \quad \lambda>1$$

$$e(M) = \left(\frac{\lambda}{\lambda-1}\right)^{\alpha}\left[1-\frac{[(\lambda-1)\mathrm{Ln}z]^{\alpha}\mathrm{Exp}((1-\lambda)\mathrm{Ln}z)}{\Gamma(\alpha)}\right]$$

$$\times \sum_{i=0}^{\infty} \frac{[(\lambda-1)\mathrm{Ln}z]^{i}}{\alpha(\alpha+1)\ldots(\alpha+i)} \quad , \quad \lambda>0$$

4. Lognormaalijakautuma

$$e(M) = \frac{e^{\mu+\frac{1}{2}\delta^{2}}(1-\Phi(\frac{\mathrm{Ln}M-\mu}{\delta}-\delta))}{1-\Phi(\frac{\mathrm{Ln}M-\mu}{\delta})} - M.$$

5. Weibulljakautuma

$$e(M) = \frac{\Gamma(\frac{1}{\tau}+1)\{1-\Gamma(\frac{1}{\tau}+1;cM^{\tau})\}}{c^{1/\tau}e^{-cM^{\tau}}} - M.$$

6. Käänteinen normaalijakautuma

Soveltamalla tulosta (2.15)

$$e(M) = \frac{\mu F_{(1/\mu,\phi)}(\frac{1}{M})}{1-F_{(\mu,\phi)}(M)} - M,$$

missä $F_{(\mu,\phi)}(M) = \Phi((\frac{M}{\mu}-1)\sqrt{\phi\mu/M}) + e^{2\phi}\,\Phi(-(\frac{M}{\mu}+1)\sqrt{\phi\mu/M})$.

2.5. Tariffitekijästä riippuvan jakautuman sovituksen testaus

Aikaisemmin on jo todettu, että yksittäisen vahingon koon jakautuma riippuu tariffitekijästä parametriensa välityksellä. On oletettu, että kaikilla tariffitekijän arvoilla voidaan käyttää samaa jakautumatyyppiä. Tällaisen oletuksen ei voida käytännössä kuvitella pitävän paikkaansa. Tämä vaikeuttaa jakautuman sovituksen testaamista, sillä voimme etukäteen olla lähes varmoja siitä, että hypoteesimme ei pidä paikkaansa. Ajne on esittänyt tutkimuksessaan [1] ehdotuksen tämän ongelman ratkaisemiseksi. Tuloksena on yhdistetty testisuure, jonka avulla saadaan jakautumat asetettua paremmuusjärjestykseen huomioitaessa tariffitekijän erilaisia arvoja. Testi on yksistään käytettynä vaarallinen, sillä se ei välttämättä kerro testaajalle kuinka huonosti sen osoittama paras jakautuma saattaa aineistoon sopia. On syytä tarkastella myös eri tariffitekijäluokista saatuja tavallisen χ^2-testin antamia tuloksia.

Oletetaan, että jakautuman sovitusta testataan χ^2-testillä siten, että nollahypoteesi kiinnittää myös jakautuman parametrit. Oletetaan edelleen, että todelliset luokkatodennäköisyydet ovat π_i, $i=1,2,\ldots,k$. Merkitään hypoteettisia luokkatodennäköisyyksiä p_i, $i=1,2,\ldots,k$ ja tarkastellaan arvoja

$$(2.18) \qquad \hat{\chi}^2/n = \sum_{i=1}^{k} (F_i/n-p_i)^2/p_i .$$

Kun n lähestyy ääretöntä, niin F_i/n konvergoi stokastisesti, merkitään $\xrightarrow{p}$, kohti π_i:tä, $i=1,2,\ldots,k$. Täten myös

$$(2.19) \qquad \hat{\chi}^2/n \xrightarrow{p} B(k),$$

missä

$$B(k) = \sum_{i=1}^{k} (\pi_i-p_i)^2/p_i .$$

Tämä voidaan kirjoittaa myös muodossa

$$B(k) = \sum_{i=1}^{k} \pi_i(\pi_i/p_i-1),$$

joten B(k) on todellisten ja hypoteettisten luokkatodennäköisyyksien välisen suhteellisen heilahtelun painotettu keskiarvo. Edellä esitetyn perusteella χ^2/n, on B(k):n konsistentti estimaattori. Lähteessä [1] on esitetty tulokset

$$(2.20) \qquad E\left(\frac{\hat{\chi}^2}{n}\right) = \frac{A(k)}{n} + B(k)$$

$$\frac{\operatorname{Var}\left(\frac{\hat{\chi}^2}{n}\right)}{\frac{4C(k)}{n}} \longrightarrow 1, \quad \text{kun } n \longrightarrow \infty,$$

missä $A(k) = \sum_{i=1}^{k} \pi_i(1-\pi_i)/p_i$ ja

C(k) on termien $(\pi_i/p_i - 1)$, $i = 1, 2, \ldots, k$, varianssi painotettuna π_i:llä.

Nyt B(k) = 0 silloin ja vain silloin, kun $\pi_i = p_i$, $i = 1, 2, \ldots, k$, eli kun nollahypoteesi on täsmälleen tosi. Tällöin A(k) saa arvon k-1.

Jos π_i:t ja p_i:t on generoitu rajoitetulta väliltä I olevien positiivisten tiheyksien $\pi(x)$ ja $p(x)$ avulla

$$\pi_i \approx \pi_i(x_i)\Delta_i$$

$$p_i \approx p(x_i)\Delta_i,$$

niin voidaan kirjoittaa

$$B(k) \approx \sum_{i=1}^{k} \Delta_i(\pi(x_i) - p(x_i))^2/p(x_i)$$

$$\approx \int_I (\pi(x) - p(x))^2 dx/p(x).$$

Siis B(k) on likimäärin riippumaton k:sta, joten sitä ei tarvitse jakaa vapausasteiden lukumäärällä.

Suuretta x^2/n voidaan käyttää mitattaessa sitä, kuinka lähellä havaittu jakautuma on valittua teoreettista jakautumaa.

Lasketaan suureet x_j^2/n_j jokaisesta tariffitekijäluokasta $j=1,2,\ldots,q$. Nämä suureet pitäisi vielä jollakin tavalla saada yhdistettyä, esimerkiksi painotettuna keskiarvona. Koska $\mathrm{Var}(x_j^2/n_j)$ on asymptoottisesti kääntäen verrannollinen havaintojen lukumäärään, niin luonnollista on käyttää havaintojen lukumääriä n_j painoina. Yhdistetyksi testisuureeksi saadaan

$$(2.21)\qquad \hat{x}_T = \sum_{j=1}^{q} \frac{n_j}{n}\,\frac{\hat{x}_j^2}{n_j} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{q} \hat{x}_j^2 .$$

Määritellään K-S-testille samanlainen yhdistetty testisuure

$$(2.22)\qquad \hat{D}_T = \sum_{j=1}^{q} \frac{n_j}{n}\,\hat{D}_{n_j} .$$

Tässä painotetaan yksittäisiä arvoja havaintojen lukumäärien suhteellisilla osuuksilla, koska parempaa tietämystä ei ole.

2.6. Parametrien piste-estimointi

Seuraavassa on esitetty kaksi menetelmää jakautuman $F_{(a_1,\ldots,a_n)}(z)$ parametrien $a_1,\ldots,a_n$ estimoimiseksi luokittelemattomasta aineistosta

A. Monenttimenetelmä

Oletetaan, että havaintoaineisto koostuu arvoista $z_1, z_2, \ldots, z_k$.

Tällöin jakautumalle voidaan laskea otosmomentit kaavasta

$$\sum_{j=1}^{k} \frac{z_j^i}{n} ,$$

jolloin n:n parametrin määräämiseksi saadaan n yhtälöä

$$(2.23)\qquad \int z^i dF_{(a_1,\ldots,a_n)}(z) = \sum_{j=1}^{k} \frac{z_j^i}{n}, \quad i=1,\ldots,n.$$

Seuraavassa momenttimenetelmällä määrättävät estimaatit tarkastelemillemme jakautumille. Merkitään aluksi

$$m_i = \frac{\sum_{j=1}^{k} z_j^i}{k}$$

$$m_i' = \frac{\sum_{j=1}^{k} (Lnz_j)^i}{k}.$$

1. Pareto (b)

$$\hat{\alpha} = \frac{2(m_2-m_1^2)}{(m_2-2m_1^2)}$$

$$\hat{\lambda} = \frac{m_1 \cdot m_2}{(m_2-2m_1^2)}.$$

2. Gamma

$$\hat{\alpha} = \frac{m_1^2}{m_2-m_1^2}$$

$$\hat{\lambda} = \frac{m_1}{m_2-m_1^2}.$$

3. Loggamma

$$\hat{\alpha} = \frac{m_1'^2}{m_2' - m_1'^2}$$

$$\hat{\lambda} = \frac{m_1'}{m_2' - m_1'^2} .$$

4. Lognormaali

$$\hat{\mu} = m_1'$$

$$\hat{\delta} = (m_2' - m_1')^{\frac{1}{2}} .$$

5. Weibull

Ratkaistaan $\hat{\tau}$ yhtälöstä

$$\mathrm{Ln}\,\Gamma(1+\tfrac{2}{\hat{\tau}}) - 2\mathrm{Ln}\,\Gamma(1+\tfrac{1}{\hat{\tau}}) - \mathrm{Ln}m_2 + \mathrm{Ln}m_1 = 0$$

$$\hat{c} = \left[\frac{\Gamma(1+1/\hat{\tau})}{m_1} \right]^{\hat{\tau}}$$

6. Käänteinen normaali

$$\hat{\mu} = m_1$$

$$\hat{\phi} = \frac{m_1^2}{m_2 - m_1^2} .$$

B. ML-estimaatit

Olkoon sovitettavan jakautuman tiheysfunktio $f_{(a_1,\ldots,a_n)}(z)$.

Määritellään Likelihood-funktio

$$L(a_1,\ldots,a_n) = \prod_{i=1}^{k} f(z_k).$$

ML-estimaatit $\hat{a}_1,\ldots,\hat{a}_n$ ovat Likelihood-funktion luonnollisen logaritmin globaalinen maksimipiste, eli ovat optimointitehtävän

(2.24) $$\max_{a_1,\ldots a_n} \quad LnL(a_1,\ldots,a_n)$$

$$a_1,\ldots,a_n \in X(a_1,\ldots,a_n),$$

missä $X(a_1,\ldots,a_n)$ on parametrien sallittu alue, ratkaisu.

Momenttimenetelmä on näistä kahdesta yksinkertaisempi, mutta ML-estimaateilla on eräitä hyviä teoreettisia ominaisuuksia. Seuraavassa ML-estimaatit tarkastelemillemme jakautumille:

1. Pareto (a)

$$\hat{\lambda} = \min_i z_i$$

$$\hat{\alpha} = [Ln\left\{\frac{(\prod_{i=1}^{k} z_i)^{\frac{1}{k}}}{\hat{\lambda}}\right\}]^{-1}$$

2. Gamma

Ratkaistaan yhtälöpari

$$\hat{\lambda} = \frac{n\hat{\alpha}}{\sum_{i=1}^{k} z_i}$$

$$Ln\hat{\alpha} - \Psi(\hat{\alpha}) = Ln(\sum_{i=1}^{k} z_i/n(\prod_{i=1}^{k} z_i)^{\frac{1}{n}}),$$

missä $\Psi(\hat{\alpha}) = \Gamma'(\hat{\alpha})/\Gamma(\hat{\alpha})$ on nk. digammafunktio.

3. Loggamma

Merkitään $y_i = Lnz_i$ ja sovelletaan edellä esitettyjä gammafunktion tuloksia lukuihin y_i.

4. Lognormaali

Merkitään $y_i = Lnz_i$, ja sovelletaan näitä normaalijakautuman tuloksiin

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{k} z_i}{k}$$

$$\hat{\delta}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} (z_i - \hat{\mu})^2}{k} .$$

5. Weibull

$$\hat{c} = \frac{k}{\sum_{i=1}^{k} z_i^{\hat{\tau}}}$$

$$\hat{\tau} = \frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^{k} Lnz_i}{k} - \frac{\hat{c} \sum_{i=1}^{k} z_i^{\hat{\tau}} Lnz_i}{\sum_{i=1}^{k} z_i^{\hat{\tau}}}} .$$

6. Käänteinen normaali

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{k} z_i}{k}$$

$$\hat{\phi} = \frac{k}{\sum_{i=1}^{k} (\hat{\mu}/z_i - z_i/\hat{\mu})}$$

2.7. Vahinkojen lukumäärän jakautuma

Oletetaan, että vahinkoja sattuu vakuutuksenottajalle Poisson-prosessina. Tällöin vahinkojen lukumäärä vuodessa on Poisson-jakautunut Po(λ). Vahinkotiheys on vuoden aikana vakuutuksen-ottajalle sattuvien vahinkojen odotusarvo. Vahinkotiheys on määrättävä jokaiselle vahinkolajille kummallekin omaisuus-ryhmälle pinta-alan funktiona.

Merkitään

$n_R(A)$: rakennuksiin kohdistuvien vahinkojen vahinkotiheys pinta-alan ollessa A

$n_I(A)$: irtaimistoon kohdistuvien vahinkojen vahinkotiheys pinta-alan ollessa A

$p_{R,i}(A)$: todennäköisyys sille, että rakennukselle sattuva vahinko on vahinkolaatua i, kun pinta-ala on A

$p_{I,i}(A)$: todennäköisyys sille, että irtaimistolle sattuva vahinko on vahinkolaatua i, kun pinta-ala on A

$n_{R,i}(A)$: rakennuksiin kohdistuvien laatua i olevien vahinkojen vahinkotiheys pinta-alan ollessa A

$n_{I,i}(A)$: irtaimistoon kohdistuvien laatua i olevien vahinkojen vahinkotiheys pinta-alan ollessa A

Tällöin on voimassa

(2.25) $$n_{R,i}(A) = p_{R,i}(A)n_R(A)$$

$$n_{I,i}(A) = p_{I,i}(A)n_I(A).$$

Käytännössä vahinkotiheyttä estimoidaan sattuneiden vahinkojen lukumäärällä jaettuna vakuutusvuosien lukumäärällä. Luokitellaan aineisto sopivasti pinta-alan suhteen ja sovitetaan pns-menetelmällä funktiot $n_R(A)$ ja $n_I(A)$. Estimoidaan $p_{R,i}(A)$:ta ja $p_{I,i}(A)$:ta todennäköisyyksiä vastaavilla suhteellisilla osuuksilla.

3. OMAVASTUUALENNUKSEN LASKEMINEN RISKIMAKSUSTA

Seuraavassa on jätetty merkitsemättä kaavoihin pinta-ala A ja vahinkolaatu 1. Olkoon $n(M)$ korvattavien vahinkojen lukumäärän odotusarvo vuodessa omavastuun ollessa M. Merkitään $a_i(M)$:llä yksittäisen vahingon koon jakauman i:nnettä origomomenttia, kun omavastuu on M. Edelleen merkitään $a_i(0)=a_i$ ja $n(0)=n$. Nyt riskimaksu ilman omavastuuta on

$$P = na_1 \quad \text{ja omavastuulla M}$$

$$P(M) = n(M)a_1(M).$$

Riskimaksun omavastuuprosentti on

$$h(M) = 100 \times (1 - \frac{P(M)}{P}).$$

Koska $\frac{n(M)}{n} = P(Z \geq M) = 1 - F_Z(M)$

ja $\alpha_1(M) = E(Z-M|Z \geq M)$

$$= (1 - F_Z(M))^{-1} \int_M^{\infty} (x-M)f_Z(x)\, dx,$$

niin

$$(3.2) \qquad h(M) = 100 \times [1 - \frac{\int_M^{\infty}(x-M)f_Z(x)dx}{EZ})].$$

Omavastuualennusprosentti saadaan siis määrättyä pelkästään yksittäisen vahingon koon jakauman avulla. Kohdassa 2.4 esitetyn funktion $e(M)$ avulla lausuttuna

$$(3.3) \qquad h(M) = 100 \times [1 - \frac{e(M)(1-F_Z(M))}{EZ}] .$$

Seuraavassa on esitetty funktio a(M) tarkastelemillemme jakautumille

1. Pareto (b)

$$h(M) = 100 \times \left[1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda+M}\right)^{\alpha-1}\right].$$

2. Gamma

$$h(M) = 100 \times \left[\Gamma(\alpha+1;\lambda M) + \frac{\lambda M}{\alpha}(1 - \Gamma(\alpha;\lambda M))\right].$$

3. Loggamma

$$h(M) = 100 \times \{\Gamma(\alpha;(\lambda-1)\mathrm{Ln}(M))\}$$

$$+ M\left(\frac{\lambda-1}{\lambda}\right)^{\alpha}[1 - \Gamma(\alpha;\lambda \mathrm{Ln}(M))], \quad \text{kun } \lambda > 1.$$

4. Lognormaali

$$h(M) = 100 \left[\Phi\left(\frac{\mathrm{Ln}(M)-\mu}{\delta} - \delta\right) + \frac{M}{e^{\mu+\frac{1}{2}\delta^2}}\left(1 - \Phi\left(\frac{\mathrm{Ln}(M)-\mu}{\delta}\right)\right)\right.$$

5. Weibull

$$h(M) = 100 \times \left[\Gamma\left(\frac{1}{\tau}+1\right); cM^{\tau}) + \frac{c^{\frac{1}{\tau}}M}{\Gamma(1+1/\tau)} e^{-cM^{\tau}}\right].$$

6. Käänteinen normaali

$$h(M) = 100 \times \left[1 - F_{(1/\mu,\,\phi)}\left(\frac{1}{M}\right) + \frac{M}{\mu}\left(1 - F_{(\mu,\phi)}(M)\right)\right].$$

Nyt siis luvussa 2 määritellyille perusriskimaksuille saadaan yhteys

$$(3.4) \qquad P_i(A,M) = h_i(A,M) \times P_i(A), \quad i=1,2,\ldots,7.$$

4. PERUSBRUTTOMAKSU

Tuotteelle asetetaan vahinkosuhdetavoite f x 100 %. Perusbruttomaksu ilman vakuutusmaksuveroa ja omavastuuta on

$$B(A) = P(A) + K(A) + V(A), \tag{4.1}$$

missä

K(A) on hallintokulut
V(A) on varmuuslisä.

Asetetulle tavoitteelle voidaan kirjoittaa lauseke

$$\frac{P(A)}{B(A)} = \frac{P(A)}{P(A) + K(A) + V(A)} = f . \tag{4.2}$$

Hallintokulut K(A) ovat verrannolliset verottomaan bruttomaksuun niin, että

$$K(A) = bB(A) \quad , \quad 0 \leq b \leq 1, \tag{4.3}$$

jolloin

$$B(A) = \frac{1}{1-b}\,(P(A) + V(A))$$

ja

$$f = \frac{(1-b)P(A)}{P(A) + V(A)} . \tag{4.4}$$

Tästä edelleen riskimaksuun verrannollinen varmuuslisäkerroin on

$$\lambda(A) = \frac{V(A)}{P(A)} = \max\left\{0,\ \frac{1-b}{f} - 1\right\}. \tag{4.5}$$

Nyt tulisi päättää miten varmuuslisä määrätään eri omavastuuvaihtoehdoille. Yksinkertaisinta olisi pitää varmuuslisän ja riskimaksun suhde samana omavastuusta riippumatta.
Tällöin olisi

$$\lambda(A,M) = \lambda(A).$$

Tutkimuksessa [8] on tarkasteltu varmuuslisän määräämistä lähtien periaatteesta, että varmuuslisä suhteessa vahinkomenon hajontaan on vakio omavastuusta riippumatta. Tällöin on johdettu riskimaksuun verrannollinen varmuuslisä, joka riippuu omavastuusta. Merkitään $\lambda'(A)$:lla yksittäisen riskin vahinkomenon hajontaan verrannollista varmuuslisäkerrointa. Nyt $\lambda'(A)$ saadaan ratkaistua yhtälöstä

$$\lambda(A)EX(A) = \lambda'(A)\sqrt{VarX(A)}\ ,$$

josta

$$\lambda'(A) = \lambda(A)\frac{EX(A)}{\sqrt{VarX(A)}}\ ,$$

Omavastuun ollessa M saadaan yhtälö

$$\lambda(A,M)EX(A,M) = \lambda'(A)\sqrt{VarX(A,M)}\ ,$$

josta

$$(4.6)\qquad \lambda(A,M) = \lambda(A)\frac{EX(A)}{EX(A,M)}\sqrt{\frac{VarX(A,M)}{VarX(A)}}\ .$$

Otetaan nyt huomioon se, että vahinkojen lukumäärä on Poisson-jakautunut ja sovelletaan varianssiin kaavaa (1.15), jolloin kaava (4.6) tulee muotoon

$$(4.7)\qquad \lambda(A,M) = \lambda(A)\frac{P(A)}{P(A,M)}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{7} n_i(A,M)a_{2,i}(A,M)}{\sum_{i=1}^{7} n_i(A)a_{2,i}(A)}}\ ,$$

missä

$$n_i(A,M) = (1-F_{Z_i(A)}(M))n_i(A).$$

Seuraavassa on esitetty funktioiden

$$a_2(A,M) = (1-F_{Z(A)}(M))^{-1}\int_M (x-M)^2 f_{Z(A)}(x)dx$$

lausekkeita eri jakautumafunktioille

1. Pareto (b)

$$a_2(A,M) = \frac{2(\lambda+M)^2}{(\alpha-1)(\alpha-2)} .$$

2. Gamma

$$a_2(A,M) = \frac{\frac{\alpha(\alpha+1)}{\lambda^2}[1-\Gamma(\alpha+2;\lambda M)] - \frac{2M\alpha}{\lambda}[1-\Gamma(\alpha+1;\lambda M)]}{1-\Gamma(\alpha;\lambda M)} + M^2 .$$

3. Loggamma

$$a_2(A,M) = \frac{\left(\frac{\lambda}{\lambda-2}\right)^{\alpha}[1-\Gamma(\alpha;(\lambda-2)LnM)] - 2M\left(\frac{\lambda}{\lambda-1}\right)^{\alpha}[1-\Gamma(\alpha;(\lambda-1)LnM)]}{1-\Gamma(\alpha;\lambda LnM)} + M^2$$

4. Lognormaali

$$a_2(A,M) = \frac{e^{2\mu+2\delta^2}\left\{1-\Phi\left(\frac{LnM-\mu}{\delta}-2\delta\right)\right\} - 2Me^{\mu+\frac{1}{2}\delta^2}\left\{1-\Phi\left(\frac{LnM-\mu}{\delta}-\delta\right)\right\}}{1-\Phi\left(\frac{LnM-\mu}{\delta}\right)} + M^2 .$$

5. Weibull

$$a_2(A,M) = \frac{\frac{\Gamma(\frac{2}{\tau}+1)}{c^{\frac{2}{\tau}}}[1-\Gamma(\frac{2}{\tau}+1;cM^{\tau})] - 2M\frac{\Gamma(\frac{1}{\tau}+1)}{c^{\frac{1}{\tau}}}[1-\Gamma(\frac{1}{\tau}+1;cM^{\tau})]}{e^{-cM^{\tau}}} + M^2 .$$

Käänteiselle normaalijakautumalle lausekkeen johtaminen on vaikeampaa ja lauseke tulisi olemaan hankalasti sovellettava. Tämän jakautuman kohdalla tyydytään numeeriseen integrointiin.

Funktion $\lambda(A)$ johdossa käytettiin kertoimelle b vakioarvoa. Suuremmilla pinta-alaluokilla tämä menettely johtaisi kohtuuttoman korkeaan hallintokulukuormitukseen. Tämän vuoksi lopullista perusbruttomaksua määrättäessä sovelletaan sopivasti valittua kerroinfunktiota $b(A)$. Yksinkertaisinta on käyttää samaa kerroinfunktiota kaikissa omavastuuluokissa, eli $b(A,M) = b(A)$.

On kuitenkin mahdollista pienentää hallintokulukuormitusta suuremmilla omavastuuluokilla seuraavasti. Ajatellaan, että osa c hallintokuluista menee vahinkojen aiheuttamiin kustannuksiin ja osa 1-c muihin hallintokuluihin, jotka ovat vahinkojen lukumäärästä riippumattomia. Omavastuun nostaminen vähentää sattuvien vahinkojen lukumäärää. Olkoon $F_{Z(A)}(M)$ kaikkia vahinkoja kuvaava yksittäisen vahingon koon jakautuma, jolloin

$$(4.8) \qquad b(A,M) = \{(1-c) + c(1-F_{Z(A)}(M))\}b(A).$$

Perusbruttomaksu on nyt

$$(4.9) \qquad B_v(A,M) = \frac{(1+\lambda(A,M))P(A,M)}{(1-v)(1-b(A,M))},$$

missä $v = 16$ % on vakuutusmaksuvero. Lopullinen bruttomaksu määrätään soveltamalla samoja kertoimia $k_1, k_2, \ldots, k_m$ kuin perusriskimaksuun (kts. s. 8).

5. EMPIIRISET TULOKSET

5.1. Yleistä

Tässä luvussa on sovellettu edellä esitettyjä periaatteita perusriskimaksun ja -bruttomaksun laskemiseksi Sammon tilastoaineistosta vuosilta 1985-1986. Maksut on määrätty erikseen irtaimistolle ja rakennuksille kattaen vahinkolajit 1-5.

Vakuutusvuosia aineistossa oli yhteensä 341.707 ja vahinkoja oli 30.041 kappaletta. Irtaimiston särkymisvahingot olivat aineistossa mukana vain vuodelta 1986. Molemmille omaisuusryhmille yhtaikaa sattuneita vahinkoja oli niin vähän, että kaavassa (1.9) esiintyneiden kovarianssitermien laskeminen ei ole mielekästä. Vahinkomenon varianssi on siis laskettava eri vahinkolajien vahinkomenojen varianssien summana kaavan (1.15) mukaisesti.

5.2. Vahingon koon odotusarvo ja varianssi pinta-alan funktiona

Määrätään funktiot f(A) ja g(A), jotka on määritelty osaluvussa 2.1. Aineisto on luokiteltu siten, että kussakin luokassa on suurinpiirtein sama määrä havaintoja. Luokkien havainnoista lasketuille odotusarvoille ja variansseille on sovitettu funktiotyyppejä

1. ae^{bA}
2. $a_0 + a_1A$
3. $b_0 + b_1A + b_2A^2$
4. $c_0 + c_1A + c_2A^2 + c_3A^3$.

Sovitusten tulokset parhaiten aineistoon sopivan funktiotyypin osalta on esitetty taulukoissa 1 ja 2.

5.3. Yksittäisen vahingon koon jakautumat vahinkolajeittain

Taulukoissa 3-7 on esitetty yksittäisen vahingon koon jakautumien sovitukset osaluvussa 2.2 esitettyihin jakautumiin. Paretojakautumista on valittu versio (b). Jakautumien parametrit on estimoitu momenttimenetelmällä.

Aineisto on jaettu pinta-alan suhteen kolmeen luokkaan:

luokka 1	0 m^2 - 70 m^2
luokka 2	71 m^2 - 140 m2
luokka 3	141 m^2 -

Sekä χ^2_T-testiä että D_T-testiä sovellettiin, jolloin huomattiin näiden osoittavan kuudessa tapauksessa kymmenestä saman jakautuman parhaimmaksi. Seuraavassa valinnan tulokset:

irtaimiston	vuotovahingot	käänteinen normaali
"	palovahingot	loggamma
"	särkymisvahingot	lognormaali
"	murtovahingot	loggamma
"	muut vahingot	lognormaali
rakennusten	vuotovahingot	käänteinen normaali
"	palovahingot	loggamma
"	särkymisvahingot	loggamma
"	murtovahingot	pareto
"	muut vahingot	käänteinen normaali

Kuvassa 1 on esitetty sovitukset rakennusten vuotovahinkoihin pinta-alaluokassa 2.

5.4. Vahinkojen lukumäärän odotusarvo

Aineistosta on määrätty osaluvun 2.7 merkintöjen mukaisesti funktiot $p_{I,i}(A)$, $p_{R,i}(A)$, $n_I(A)$ ja $n_R(A)$. Seuraavassa on esitetty tulokset:

$p_{I,i}(A)$

vahinkolaji i

A	1	2	3	4	5
0 - 350	0.0172	0.0363	0.7781	0.1300	0.0384

$p_{R,i}(A)$

vahinkolaji i

A	1	2	3	4	5
10 - 19	0.0500	0.2200	0.1500	0.1300	0.4500
20 - 29	0.0500	0.1600	0.2200	0.1300	0.4400
30 - 39	0.0900	0.1300	0.2200	0.2200	0.3400
40 - 49	0.1100	0.1000	0.2500	0.2200	0.3200
50 - 59	0.2100	0.1000	0.3800	0.1300	0.1800
60 - 350	0.2750	0.0500	0.5400	0.0350	0.1000

$n_I(A) = -0.2824 + 0.0976\mathrm{Ln}(A)$, kun A on suurempi kuin 40 m^2

havaintoja 21 kpl

$R^2 = 0.913$

$n_I(A) = 0.00189A + 0.00405$, kun 10 $m^2 < A < 40$ m^2

$n_R(A) = -0.00125 + 0.00053A$, kun 10 $m^2 < A <$ 350 m^2

havaintoja 24 kpl

$R^2 = 0.933$

5.5. Riskimaksun alennusprosentit ja perusriskimaksu

Luvussa 3 esitettyjen tulosten avulla on määrätty taulukkomuodossa funktioiden h(A,M) arvoja rakennusten ja irtaimiston eri vahinkolajeille. Tulokset on esitetty taulukoissa 8-12. Taulukossa 13 on esitetty eri vahinkolajeista yhdistetty perusriskimaksu omavastuuluokittain.

Kuvissa 2 ja 3 on esitetty rakennusten ja irtaimiston perusriskimaksu ilman omavastuuta mallin antamana (= sininen yhtenäinen käyrä) ja suoraan aineistosta laskettuna.

5.6. Perusbruttomaksu

Luvussa 4 esitettyjen periaatteiden mukaisesti on määrätty perusbruttomaksu sekä irtaimistolle että rakennuksille. Keskimääräiseksi hallintokulukuormitukseksi b on valittu 30 % ja vahinkosuhdetavoitteeksi 60 %. Funktioksi b(A) on valittu

$$b(A) = \begin{cases} 0{,}30 & \text{, kun } 10\ m^2 \leq A < 150\ m^2 \\ -0{,}0005 \times A + 0{,}375, & \text{kun } 150\ m^2 \leq A \leq 350\ m^2. \end{cases}$$

Funktiot $a_2(A,M)$ on laskettu käänteiselle normaalijakautumalle Simpsonin säännöllä. Kerroin funktio b(A) on pidetty samana kaikissa omavastuuluokissa. Taulukossa 14 on esitetty funktion $\lambda(A,M)$ arvot irtaimistolle ja rakennuksille. Taulukossa 15 on esitetty perusbruttomaksut kummallekin omaisuusryhmälle.

KIRJALLISUUSVIITTEET

[1] Ajne, B. Theory and Practise of the Chi-square Criterion as applied in an Investigation of Individual Claims size Distributions.

[2] Albrecht, P. (1980) On the Correct Use of the Chi-square Goodness-of-fit Test. Scandinavian Actuarial Journal, 149-160.

[3] Beard, R. E., Pentikäinen, T. and Pesonen, E. (1984) Risk Theory. Chapman and Hall.

[4] Bühlmann, H. (1970) Mathematical Methods in Risk Theory. Springer Verlag.

[5] Hogg, R. V. and Klugman, S. A. (1984) Loss Disributions. John Wiley & Sons.

[6] Johnson, N. L. and Kotz, S. (1970) Distributions in Statistics: Continuous Univariate Distributions -1. John Wiley & Sons.

[7] Johnson, N. L. and Kotz, S. (1982-1988) Encyclopedia of Statistical Sciences I-VIII. John Wiley & Sons.

[8] Rantala, J. (1981) Palovakuutustutkimus, ei julkaistu.

[9] Sachs, L. (1984) Applied Statistics, A Handbook of Techiques. Second Edition. Springer Verlag.

[10] Van Eeghen, J., Greup, E. K. and Nijssen, J. A. (1983) Rate Making. Surveys of Actuarial Studies No. 2. Nationale-Nederlanden N.V.

RAKENNUKSIIN KOHDISTUVAT VAHINGOT

	n	l	ft	kertoimet		t	R*2	päätös	
Särkymisvahingot									
EZ	3961	19	2	0.105	3.72E-4	5.174	0.612	hyv.	-
VarZ	-''-	19	1	0.0324	6.07E-3	3.439	0.410	hyv.	-
Palovahingot									
EZ	436	9	2	1.287	0.0122	1.074	0.142	hyl.	2.246
VarZ	-''-	9	1	6.353	0.0134	2.062	0.378	hyv.	-
Vuotovahingot									
EZ	2131	17	2	-0.0238	8.78E-3	7.614	0.794	hyv.	-
VarZ	-''-	17	1	0.442	0.0153	4.234	0.544	hyv.	-
Murtovahingot									
EZ	245	10	2	0.0872	5.70E-4	4.182	0.686	hyv.	-
VarZ	-	-	-			-	-	-	0.0620
Muut vahingot									
EZ	732	5	2	0.1858	9.03E-4	17.527	0.990	hyv.	-
VarZ	-''-	5	1	0.0738	6.12E-3	10.889	0.975	hyv.	-

Selitykset:

- n — vahinkojen lukumäärä
- l — luokkien lukumäärä
- ft — sovitetun funktion tyyppi
- t — funktiotyypeille 1 ja 2 on t-testillä testattu hypoteeseja H :b=0 ja H :a =0
- R*2 — selitysaste
- päätös — hylkäystapauksissa esitetty kaikille kyseisen vahinkolaadun vahingoille estimoitu arvo

IRTAIMISTOON KOHDISTUVAT VAHINGOT

	n	l	ft	kertoimet				t	R*2	päätös	
Särkymisvahingot											
EZ	11845	26	4	0.117	-6.45E-4	4.02E-6	-5.93E-9	-	0.451	hyv.	-
VarZ	-''-	26	2	0.0100	5.13E-7			0.039	0.000	hyl.	8.35E-3
Palovahingot											
EZ	1272	13	3	1.165	-0.0102	5.13E-5		-	0.912	hyv.	-
VarZ	-''-	13	1	1.157	0.0131			4.261	0.605	hyv.	-
Vuotovahingot											
EZ	664	10	2	0.287	1.00E-3			1.249	0.163	hyl.	0.356
VarZ	-''-	10	2	0.402	2.38E-3			0.576	0.040	hyl.	0.537
Murtovahingot											
EZ	5254	18	4	0.333	-3.83E-3	2.75E-5	-4.7E-8	-	0.724	hyv.	-
VarZ	-''-	18	2	1.063	-3.85E-3			0.676	0.028	hyl.	0.477
Muut vahingot											
EZ	1499	13	2	0.117	4.41E-4			4.602	0.658	hyv.	-
VarZ	-''-	13	2	8.24E-3	4.21E-4			3.151	0.474	hyv.	-

Selitykset:

n	vahinkojen lukumäärä
l	luokkien lukumäärä
ft	sovitetun funktion tyyppi
t	funktiotyypeille 1 ja 2 on t-testillä testattu hypoteeseja $H_0: b=0$ ja $H_1: a=0$
R*2	selitysaste
päätös	hylkäystapauksissa esitetty kaikille kyseisen vahinkolaadun vahingoille estimoitu arvo

RAKENNUSTEN VUOTOVAHINGOT

PINTA-ALALUOKKA	KHI*2 1	KHI*2 2	KHI*2 3	KHI*2/n_i 1	KHI*2/n_i 2	KHI*2/n_i 3	D 1	D 2	D 3	KHI*2$_T$	D_T	
GAMMA	39.97	329.95	161.96	0.268	0.348	0.156	0.271	0.455	0.330	0.249	0.381	
LOGGAMMA	-	53.81	29.21	-	0.057	0.028	-	0.027	0.021	-	-	
LOGNORMAALI	20.89	68.25	50.07	0.140	0.072	0.048	0.058	0.041	0.124	0.065	0.082	
KÄÄNTEINEN NORMAALI	21.59	46.42	22.80	0.145	0.049	0.022	0.082	0.133	0.062	0.043	0.095	<--
WEIBULL	27.17	76.92	38.91	0.182	0.081	0.037	0.191	0.270	0.161	0.045	0.211	
PARETO	22.12	118.08	87.77	0.148	0.125	0.085	0.073	0.091	0.162	0.107	0.124	

$n_1 = 149$, $n_2 = 947$, $n_3 = 1038$, $n = 2134$

IRTAIMISTON VUOTOVAHINGOT

PINTA-ALALUOKKA	KHI*2 1	KHI*2 2	KHI*2 3	KHI*2/n_i 1	KHI*2/n_i 2	KHI*2/n_i 3	D 1	D 2	D 3	KHI*2$_T$	D_T	
GAMMA	30.07	110.56	27.51	0.120	0.276	0.411	0.106	0.374	0.267	0.234	0.271	
LOGGAMMA	-	15.06	-	-	0.038	-	-	0.057	-	-	-	
LOGNORMAALI	41.00	22.44	17.47	0.163	0.056	0.261	0.105	0.042	0.059	0.113	0.066	
KÄÄNTEINEN NORMAALI	31.97	19.17	17.48	0.127	0.048	0.261	0.080	0.091	0.093	0.096	0.087	<--
WEIBULL	27.28	30.74	21.11	0.109	0.077	0.315	0.092	0.208	0.197	0.110	0.166	
PARETO	25.00	36.77	17.82	0.100	0.092	0.266	0.068	0.071	0.083	0.111	0.071	

$n_1 = 251$, $n_2 = 400$, $n_3 = 67$, $n = 718$

RAKENNUSTEN PALOVAHINGOT

	KHI*2			$KHI*2/n_i$			D			$KHI*2_T$	D_T
PINTA-ALALUOKKA	1	2	3	1	2	3	1	2	3		
GAMMA	245.49	173.89	520.69	1.387	0.935	1.545	0.657	0.558	0.715	1.343	0.664
LOGGAMMA	55.79	93.67	15.12	0.315	0.504	0.045	0.073	0.076	0.044	0.235	0.060<--
LOGNORMAALI	47.92	82.84	15.12	0.271	0.445	0.045	0.317	0.316	0.067	0.208	0.197
KÄÄNTEINEN NORMAALI	27.10	49.21	10.00	0.153	0.265	0.030	0.147	0.178	0.170	0.123	0.168
WEIBULL	43.65	63.04	40.41	0.247	0.339	0.120	0.259	0.235	0.376	0.210	0.312
PARETO	97.21	146.03	40.32	0.549	0.785	0.120	0.494	0.434	0.252	0.405	0.364

$n_1 = 177$, $n_2 = 186$, $n_3 = 337$, $n = 532$

IRTAIMISTON PALOVAHINGOT

	KHI*2			$KHI*2/n_i$			D			$KHI*2_T$	D_T
PINTA-ALALUOKKA	1	2	3	1	2	3	1	2	3		
GAMMA	123.50	1110.59	239.78	0.317	1.467	1.859	0.395	0.672	0.711	1.156	0.592
LOGGAMMA	31.58	34.41	18.76	0.081	0.045	0.145	0.054	0.037	0.077	0.066	0.046<--
LOGNORMAALI	51.36	41.74	13.93	0.132	0.055	0.108	0.196	0.101	0.222	0.084	0.142
KÄÄNTEINEN NORMAALI	26.04	17.03	8.36	0.067	0.022	0.065	0.098	0.148	0.092	0.040	0.127
WEIBULL	38.42	106.40	23.88	0.099	0.141	0.185	0.188	0.328	0.329	0.132	0.286
PARETO	87.44	109.30	28.53	0.225	0.144	0.221	0.255	0.277	0.421	0.177	0.285

$n_1 = 389$, $n_2 = 757$, $n_3 = 129$, $n = 1275$

RAKENNUSTEN SÄRKYMISVAHINGOT

	KHI^2			KHI^2/n_i			D			KHI^2_T	D_T	
PINTA-ALALUOKKA	1	2	3	1	2	3	1	2	3			
GAMMA	50.84	253.73	488.06	0.258	0.163	0.313	0.157	0.362	0.370	0.206	0.356	
LOGGAMMA	26.29	9.97	48.80	0.133	0.006	0.031	0.088	0.037	0.029	0.022	0.035	<--
LOGNORMAALI	24.27	12.44	69.46	0.123	0.008	0.045	0.062	0.078	0.052	0.028	0.063	
KÄÄNTEINEN NORMAALI	24.12	9.51	55.36	0.122	0.006	0.035	0.066	0.152	0.123	0.023	0.132	
WEIBULL	40.38	61.21	141.34	0.205	0.039	0.091	0.123	0.260	0.250	0.063	0.248	
PARETO	29.48	27.87	125.57	0.150	0.018	0.080	0.070	0.097	0.074	0.048	0.082	

$n_1 = 197$, $n_2 = 1560$, $n_3 = 2084$, $n = 3841$

IRTAIMISTON SÄRKYMISVAHINGOT

	KHI^2			KHI^2/n_i			D			KHI^2_T	D_T	
PINTA-ALALUOKKA	1	2	3	1	2	3	1	2	3			
GAMMA	467.28	-	115.49	0.144	-	0.101	0.109	0.140	0.098	-	0.122	
LOGGAMMA	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
LOGNORMAALI	120.19	188.02	24.29	0.037	0.047	0.021	0.069	0.086	0.056	0.040	0.075	<--
KÄÄNTEINEN NORMAALI	215.13	517.44	44.35	0.067	0.129	0.011	0.092	0.109	0.078	0.093	0.098	
WEIBULL	455.60	*	116.04	0.141	2.643	0.029	0.107	0.134	0.098	1.331	0.119	
PARETO	425.56	613.86	118.47	0.132	0.153	0.030	0.104	0.119	0.099	0.138	0.110	

$n_1 = 3235$, $n_2 = 4000$, $n_3 = 1138$, $n = 8373$, (*>9999.99)

TAULUKKO 6

RAKENNUSTEN MURTOVAHINGOT

	KHI^2			KHI^2/n_i			D			KHI^2_T	D_T
PINTA-ALALUOKKA	1	2	3	1	2	3	1	2	3		
GAMMA	16.68	24.72	10.71	0.164	0.309	0.158	0.219	0.299	0.123	0.208	0.219
LOGGAMMA	12.14	6.76	17.92	0.119	0.085	0.264	0.083	0.113	0.085	0.147	0.093
LOGNORMAALI	10.55	5.09	24.99	0.103	0.064	0.368	0.106	0.115	0.169	0.163	0.126
KÄÄNTEINEN NORMAALI	9.48	10.76	19.94	0.093	0.135	0.293	0.072	0.178	0.133	0.161	0.123
WEIBULL	10.81	14.42	10.84	0.106	0.180	0.159	0.145	0.231	0.089	0.144	0.157
PARETO	9.39	4.33	14.01	0.092	0.054	0.206	0.062	0.123	0.106	0.111	0.093<--

$n_1 = 102$, $n_2 = 80$, $n_3 = 68$, $n = 250$

IRTAIMISTON MURTOVAHINGOT

	KHI^2			KHI^2/n_i			D			KHI^2_T	D_T
PINTA-ALALUOKKA	1	2	3	1	2	3	1	2	3		
GAMMA	5123.71	358.12	93.11	2.579	0.135	0.180	0.787	0.286	0.359	1.082	0.486
LOGGAMMA	6.07	22.26	15.92	0.003	0.008	0.031	0.060	0.061	0.069	0.009	0.061<--
LOGNORMAALI	22.24	29.53	20.49	0.011	0.011	0.040	0.315	0.064	0.078	0.014	0.162
KÄÄNTEINEN NORMAALI	32.29	35.42	16.95	0.016	0.013	0.033	0.507	0.125	0.154	0.010	0.276
WEIBULL	484.82	99.05	29.46	0.244	0.037	0.057	0.541	0.205	0.248	0.119	0.339
PARETO	8.11	52.13	30.67	0.004	0.020	0.059	0.103	0.082	0.078	0.019	0.090

$n_1 = 1987$, $n_2 = 2650$, $n_3 = 516$, $n = 5153$

TAULUKKO 7

RAKENNUSTEN MUUT VAHINGOT

	KHI*2			KHI*2/n_i			D			$KHI*2_T$	D_T	
PINTA-ALALUOKKA	1	2	3	1	2	3	1	2	3			
GAMMA	56.77	61.53	43.42	0.421	0.219	0.137	0.246	0.203	0.244	0.220	0.229	
LOGGAMMA	-	-	22.40	-	-	0.070	-	-	0.035	-	-	
LOGNORMAALI	22.96	25.75	34.49	0.170	0.092	0.108	0.091	0.055	0.099	0.113	0.081	
KÄÄNTEINEN NORMAALI	25.57	19.42	22.08	0.189	0.069	0.069	0.139	0.041	0.043	0.091	0.060	<--
WEIBULL	42.34	45.05	26.33	0.314	0.160	0.083	0.207	0.163	0.164	0.155	0.171	
PARETO	29.15	32.48	36.92	0.216	0.116	0.116	0.132	0.096	0.078	0.134	0.095	

$n_1 = 135$, $n_2 = 281$, $n_3 = 318$, $n = 734$

IRTAIMISTON MUUT VAHINGOT

	KHI*2			KHI*2/n_i			D			$KHI*2_T$	D_T	
PINTA-ALALUOKKA	1	2	3	1	2	3	1	2	3			
GAMMA	81.90	227.40	81.28	0.183	0.274	0.611	0.130	0.246	0.223	0.227	0.207	
LOGGAMMA	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
LOGNORMAALI	22.27	56.18	40.69	0.050	0.068	0.306	0.042	0.059	0.093	0.084	0.056	<--
KÄÄNTEINEN NORMAALI	20.22	82.53	40.60	0.045	0.100	0.305	0.036	0.110	0.119	0.102	0.087	
WEIBULL	68.89	144.65	67.65	0.154	0.174	0.509	0.117	0.195	0.193	0.199	0.170	
PARETO	50.22	75.83	53.44	0.112	0.091	0.402	0.092	0.101	0.134	0.127	0.101	

$n_1 = 448$, $n_2 = 829$, $n_3 = 133$, $n = 1410$

RAKENNUSTEN VUOTOVAHINGOT

pinta-ala \ omavastuut	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
10- 19	7.2	15.6	20.7	24.6	27.8	30.6	33.1	35.3	37.3	39.1
20- 29	6.7	16.7	22.9	27.7	31.5	34.9	37.8	40.4	42.7	44.9
30- 39	5.6	16.0	22.7	27.9	32.2	35.9	39.1	41.9	44.5	46.8
40- 49	4.5	14.5	21.5	27.0	31.5	35.3	38.7	41.7	44.5	46.9
50- 59	3.7	12.9	19.9	25.4	30.0	34.0	37.5	40.6	43.5	46.0
60- 69	3.1	11.5	18.1	23.6	28.3	32.3	35.9	39.1	41.9	44.6
70- 79	2.7	10.2	16.5	21.8	26.4	30.4	34.0	37.2	40.1	42.8
80- 89	2.4	9.1	15.0	20.1	24.6	28.5	32.1	35.3	38.2	40.9
90- 99	2.1	8.2	13.7	18.6	22.9	26.7	30.2	33.4	36.2	38.9
100-109	1.9	7.4	12.5	17.2	21.3	25.0	28.4	31.5	34.3	36.9
110-119	1.7	6.8	11.5	15.9	19.8	23.4	26.7	29.7	32.5	35.0
120-129	1.6	6.2	10.7	14.8	18.5	22.0	25.1	28.0	30.7	33.2
130-139	1.5	5.8	9.9	13.8	17.3	20.6	23.6	26.4	29.1	31.5
140-149	1.4	5.4	9.2	12.9	16.3	19.4	22.3	25.0	27.5	29.9
150-169	1.2	4.8	8.4	11.7	14.9	17.8	20.5	23.0	25.4	27.6
170-189	1.1	4.3	7.4	10.5	13.3	15.9	18.4	20.7	22.9	25.0
190-209	1.0	3.9	6.7	9.4	12.0	14.4	16.6	18.7	20.7	22.6
210-229	0.9	3.5	6.1	8.5	10.9	13.0	15.1	17.0	18.9	20.6
230-249	0.8	3.2	5.6	7.8	9.9	11.9	13.8	15.5	17.2	18.8
250-269	0.8	3.0	5.1	7.2	9.1	10.9	12.6	14.2	15.7	17.2
270-289	0.7	2.7	4.7	6.6	8.4	10.0	11.6	13.0	14.4	15.7
290-309	0.7	2.6	4.4	6.1	7.7	9.2	10.7	12.0	13.2	14.4
310-329	0.6	2.4	4.1	5.7	7.2	8.5	9.8	11.0	12.1	13.2
330-349	0.6	2.2	3.8	5.3	6.6	7.9	9.0	10.1	11.1	12.1

IRTAIMISTON VUOTOVAHINGOT

pinta-ala \ omavastuut	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
10- 19	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
20- 29	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
30- 39	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
40- 49	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
50- 59	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
60- 69	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
70- 79	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
80- 89	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
90- 99	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
100-109	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
110-119	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
120-129	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
130-139	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
140-149	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
150-169	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
170-189	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
190-209	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
210-229	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
230-249	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
250-269	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
270-289	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
290-309	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
310-329	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4
330-349	5.0	16.3	24.4	30.7	36.0	40.4	44.3	47.7	50.7	53.4

RAKENNUSTEN PALOVAHINGOT

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
					omavastuut					
10- 19	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.8	14.0	16.2	18.4	20.7
20- 29	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.8	14.0	16.2	18.4	20.6
30- 39	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.8	14.0	16.2	18.4	20.6
40- 49	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.8	14.0	16.2	18.4	20.5
50- 59	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.8	14.0	16.1	18.3	20.4
60- 69	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.7	13.9	16.1	18.3	20.4
70- 79	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.7	13.9	16.1	18.2	20.3
80- 89	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.7	13.9	16.0	18.1	20.2
90- 99	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.7	13.9	16.0	18.1	20.1
100-109	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.7	13.9	15.9	18.0	20.0
110-119	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.7	13.8	15.9	17.9	19.9
120-129	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.7	13.8	15.9	17.8	19.8
130-139	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.7	13.8	15.8	17.8	19.7
140-149	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.6	13.7	15.8	17.7	19.6
150-169	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.6	13.7	15.7	17.6	19.4
170-189	0.6	2.9	5.1	7.3	9.5	11.6	13.6	15.6	17.5	19.3
190-209	0.6	2.9	5.1	7.3	9.4	11.5	13.6	15.5	17.3	19.1
210-229	0.6	2.9	5.1	7.3	9.4	11.5	13.5	15.4	17.2	19.0
230-249	0.6	2.9	5.1	7.3	9.4	11.5	13.4	15.3	17.1	18.8
250-269	0.6	2.9	5.1	7.3	9.4	11.4	13.4	15.3	17.0	18.7
270-289	0.6	2.9	5.1	7.3	9.4	11.4	13.3	15.2	16.9	18.6
290-309	0.6	2.9	5.1	7.3	9.4	11.4	13.3	15.1	16.8	18.5
310-329	0.6	2.9	5.1	7.3	9.4	11.4	13.3	15.0	16.7	18.4
330-349	0.6	2.9	5.1	7.2	9.3	11.3	13.2	15.0	16.7	18.3

IRTAIMISTON PALOVAHINGOT

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
					omavastuut					
10- 19	1.7	6.6	11.5	16.4	21.3	26.1	31.0	35.8	40.5	45.0
20- 29	1.9	7.2	12.5	17.8	23.0	28.2	33.1	37.9	42.3	46.4
30- 39	2.1	7.8	13.5	19.2	24.7	30.0	34.8	39.4	43.5	47.3
40- 49	2.3	8.3	14.5	20.5	26.2	31.4	36.2	40.6	44.5	48.0
50- 59	2.5	8.9	15.4	21.7	27.5	32.7	37.4	41.5	45.3	48.6
60- 69	2.6	9.4	16.3	22.7	28.5	33.7	38.3	42.3	45.9	49.1
70- 79	2.6	9.8	16.9	23.5	29.3	34.5	38.9	42.9	46.4	49.5
80- 89	2.7	10.1	17.4	24.0	29.8	34.9	39.3	43.2	46.6	49.6
90- 99	2.8	10.3	17.6	24.2	30.0	35.0	39.4	43.1	46.5	49.4
100-109	2.7	10.2	17.6	24.1	29.8	34.8	39.1	42.8	46.1	49.0
110-119	2.7	10.1	17.3	23.7	29.3	34.2	38.4	42.1	45.3	48.2
120-129	2.6	9.8	16.8	23.0	28.5	33.3	37.4	41.1	44.3	47.1
130-139	2.6	9.3	16.0	22.1	27.5	32.1	36.2	39.8	42.9	45.8
140-149	2.5	8.8	15.2	21.0	26.2	30.7	34.7	38.2	41.4	44.2
150-169	2.2	8.0	13.8	19.2	24.0	28.3	32.1	35.6	38.6	41.4
170-189	1.8	6.8	11.8	16.5	20.9	24.8	28.4	31.7	34.6	37.3
190-209	1.4	5.7	10.0	14.0	17.9	21.5	24.7	27.8	30.5	33.1
210-229	1.2	4.8	8.4	11.8	15.2	18.3	21.3	24.1	26.7	29.1
230-249	1.2	4.0	7.0	10.0	12.9	15.6	18.3	20.7	23.1	25.3
250-269	1.0	3.4	5.9	8.4	10.9	13.3	15.6	17.8	20.0	22.0
270-289	0.8	2.9	5.0	7.2	9.3	11.4	13.4	15.4	17.3	19.1
290-309	0.6	2.5	4.3	6.2	8.0	9.8	11.5	13.3	15.0	16.6
310-329	0.6	2.1	3.7	5.3	6.9	8.5	10.0	11.5	13.0	14.5
330-349	0.5	1.9	3.2	4.6	6.0	7.4	8.7	10.1	11.4	12.7

RAKENNUSTEN SÄRKYMISVAHINGOT

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
					omavastuut					
10- 19	16.0	53.1	70.7	79.5	84.7	88.0	90.3	92.0	93.2	94.1
20- 29	15.5	51.9	69.7	78.8	84.1	87.5	89.9	91.6	92.9	93.9
30- 39	15.0	50.8	68.7	78.0	83.5	87.0	89.5	91.3	92.6	93.6
40- 49	14.5	49.6	67.7	77.2	82.8	86.5	89.0	90.9	92.3	93.3
50- 59	14.1	48.5	66.7	76.3	82.1	85.9	88.6	90.5	91.9	93.0
60- 69	13.7	47.4	65.7	75.5	81.5	85.4	88.1	90.1	91.6	92.7
70- 79	13.3	46.4	64.7	74.7	80.8	84.8	87.6	89.6	91.2	92.4
80- 89	13.0	45.4	63.7	73.8	80.1	84.2	87.1	89.2	90.8	92.0
90- 99	12.6	44.4	62.7	73.0	79.3	83.5	86.5	88.7	90.4	91.7
100-109	12.3	43.5	61.7	72.1	78.6	82.9	86.0	88.2	89.9	91.3
110-119	12.0	42.5	60.8	71.3	77.9	82.3	85.4	87.7	89.5	90.9
120-129	11.7	41.7	59.9	70.4	77.1	81.6	84.8	87.2	89.0	90.5
130-139	11.4	40.8	58.9	69.6	76.3	80.9	84.2	86.7	88.6	90.0
140-149	11.1	40.0	58.0	68.7	75.6	80.3	83.6	86.1	88.1	89.6
150-169	10.8	38.8	56.7	67.5	74.4	79.2	82.7	85.3	87.3	88.9
170-189	10.3	37.3	55.0	65.8	72.9	77.8	81.4	84.2	86.3	88.0
190-209	9.9	35.9	53.3	64.2	71.4	76.4	80.2	83.0	85.2	87.0
210-229	9.5	34.6	51.7	62.6	69.9	75.0	78.8	81.8	84.1	85.9
230-249	9.1	33.3	50.2	61.0	68.4	73.6	77.5	80.5	82.9	84.9
250-269	8.8	32.2	48.7	59.5	66.9	72.2	76.2	79.3	81.8	83.8
270-289	8.5	31.1	47.3	58.0	65.4	70.8	74.9	78.1	80.6	82.7
290-309	8.2	30.1	45.9	56.6	64.0	69.5	73.6	76.8	79.4	81.5
310-329	7.9	29.1	44.7	55.2	62.6	68.1	72.3	75.6	78.2	80.4
330-349	7.6	28.2	43.4	53.9	61.3	66.8	71.0	74.4	77.1	79.3

IRTAIMISTON SÄRKYMISVAHINGOT

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
					omavastuut					
10- 19	0.0	38.9	46.9	60.4	71.8	80.1	85.8	89.8	92.6	94.5
20- 29	0.0	40.1	48.2	61.4	72.4	80.3	85.8	89.7	92.4	94.3
30- 39	0.0	41.1	49.3	62.3	72.8	80.4	85.8	89.5	92.2	94.1
40- 49	0.0	42.0	50.3	62.9	73.1	80.5	85.7	89.4	92.0	93.9
50- 59	0.0	42.7	51.0	63.4	73.3	80.5	85.6	89.2	91.8	93.7
60- 69	0.0	43.2	51.5	63.7	73.5	80.5	85.5	89.1	91.7	93.6
70- 79	0.0	43.6	51.9	64.0	73.6	80.6	85.5	89.0	91.6	93.4
80- 89	0.0	43.9	52.2	64.2	73.7	80.5	85.4	88.9	91.5	93.4
90- 99	0.0	44.1	52.4	64.3	73.7	80.5	85.4	88.9	91.4	93.3
100-109	0.0	44.1	52.4	64.3	73.7	80.5	85.4	88.9	91.4	93.3
110-119	0.0	44.1	52.4	64.2	73.7	80.5	85.4	88.9	91.4	93.3
120-129	0.0	43.9	52.2	64.2	73.7	80.5	85.4	89.0	91.5	93.4
130-139	0.0	43.7	52.0	64.0	73.6	80.6	85.5	89.0	91.6	93.4
140-149	0.0	43.4	51.7	63.8	73.5	80.5	85.5	89.1	91.6	93.5
150-169	0.0	42.8	51.0	63.4	73.4	80.5	85.6	89.2	91.8	93.7
170-189	0.0	41.7	50.0	62.7	73.0	80.5	85.7	89.4	92.0	93.9
190-209	0.0	40.6	48.7	61.8	72.6	80.4	85.8	89.6	92.3	94.2
210-229	0.0	39.3	47.3	60.8	72.0	80.2	85.8	89.8	92.5	94.4
230-249	0.0	38.0	45.8	59.6	71.4	79.9	85.8	89.9	92.7	94.7
250-269	0.0	36.8	44.4	58.4	70.7	79.6	85.8	90.0	92.8	94.8
270-289	0.0	35.7	43.0	57.3	70.0	79.3	85.7	90.0	93.0	95.0
290-309	0.0	34.9	41.9	56.3	69.3	78.9	85.6	90.0	93.0	95.1
310-329	0.0	34.2	41.1	55.5	68.8	78.7	85.5	90.0	93.1	95.2
330-349	0.0	33.9	40.7	55.1	68.6	78.5	85.4	90.0	93.1	95.2

RAKENNUSTEN MURTOVAHINGOT

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
					omavastuut					
10- 19	13.9	42.4	57.7	67.1	73.3	77.8	81.1	83.6	85.6	87.2
20- 29	13.3	41.1	56.4	66.0	72.5	77.1	80.5	83.2	85.2	86.9
30- 39	12.7	39.9	55.3	65.0	71.7	76.4	80.0	82.7	84.9	86.6
40- 49	12.1	38.7	54.2	64.1	70.9	75.8	79.5	82.3	84.6	86.4
50- 59	11.6	37.6	53.1	63.2	70.2	75.2	79.0	81.9	84.3	86.1
60- 69	11.1	36.6	52.1	62.4	69.5	74.7	78.6	81.6	84.0	85.9
70- 79	10.7	35.7	51.2	61.5	68.8	74.1	78.2	81.3	83.8	85.7
80- 89	10.3	34.8	50.3	60.7	68.2	73.6	77.8	81.0	83.5	85.6
90- 99	9.9	33.9	49.4	60.0	67.5	73.1	77.4	80.7	83.3	85.5
100-109	9.6	33.1	48.5	59.2	66.9	72.7	77.0	80.4	83.2	85.3
110-119	9.3	32.3	47.7	58.5	66.4	72.2	76.7	80.2	83.0	85.2
120-129	9.0	31.6	46.9	57.8	65.8	71.8	76.4	80.0	82.8	85.2
130-139	8.7	30.9	46.2	57.2	65.2	71.4	76.1	79.8	82.7	85.1
140-149	8.4	30.2	45.4	56.5	64.7	70.9	75.8	79.6	82.6	85.0
150-169	8.1	29.2	44.4	55.5	63.9	70.3	75.3	79.3	82.4	84.9
170-189	7.6	28.0	43.0	54.3	62.9	69.5	74.7	78.9	82.2	84.9
190-209	7.2	26.9	41.8	53.1	61.9	68.8	74.2	78.5	82.0	84.8
210-229	6.9	25.9	40.6	52.0	60.9	68.0	73.6	78.2	81.8	84.8
230-249	6.5	24.9	39.4	50.8	60.0	67.2	73.1	77.8	81.6	84.7
250-269	6.2	24.0	38.3	49.8	59.0	66.5	72.5	77.4	81.4	84.7
270-289	6.0	23.2	37.2	48.7	58.0	65.7	71.9	77.0	81.2	84.6
290-309	5.7	22.4	36.2	47.7	57.1	64.9	71.3	76.6	80.9	84.5
310-329	5.5	21.7	35.3	46.6	56.2	64.1	70.7	76.1	80.7	84.4
330-349	5.3	21.0	34.3	45.7	55.2	63.3	70.0	75.7	80.3	84.2

IRTAIMISTON MURTOVAHINGOT

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
					omavastuut					
10- 19	6.4	23.5	37.0	46.8	54.1	59.7	64.1	67.7	70.7	73.1
20- 29	7.1	25.8	39.6	49.3	56.3	61.6	65.8	69.2	72.0	74.3
30- 39	7.8	27.9	42.0	51.5	58.3	63.5	67.4	70.6	73.3	75.4
40- 49	8.4	29.9	44.2	53.6	60.2	65.1	68.9	71.9	74.4	76.5
50- 59	9.1	31.7	46.0	55.3	61.7	66.5	70.1	73.0	75.4	77.4
60- 69	9.6	33.0	47.5	56.6	62.9	67.5	71.1	73.9	76.2	78.1
70- 79	9.9	34.0	48.4	57.5	63.7	68.3	71.7	74.5	76.8	78.6
80- 89	10.1	34.5	48.9	57.9	64.1	68.6	72.1	74.8	77.0	78.9
90- 99	10.1	34.5	49.0	58.0	64.1	68.7	72.1	74.8	77.1	78.9
100-109	10.0	34.1	48.6	57.6	63.8	68.4	71.8	74.6	76.8	78.7
110-119	9.7	33.4	47.8	56.9	63.2	67.8	71.3	74.1	76.4	78.3
120-129	9.3	32.4	46.8	56.0	62.3	67.0	70.6	73.5	75.8	77.8
130-139	8.9	31.2	45.5	54.8	61.3	66.1	69.8	72.7	75.2	77.2
140-149	8.4	29.9	44.1	53.5	60.1	65.0	68.8	71.9	74.4	76.5
150-169	7.7	27.8	41.9	51.4	58.2	63.4	67.4	70.6	73.2	75.4
170-189	6.9	25.2	38.9	48.6	55.7	61.1	65.4	68.8	71.6	74.0
190-209	6.2	22.8	36.2	46.0	53.4	59.1	63.6	67.2	70.2	72.8
210-229	5.6	20.9	33.8	43.7	51.3	57.3	62.0	65.9	69.1	71.8
230-249	5.1	19.4	31.9	41.8	49.6	55.8	60.8	64.8	68.2	71.1
250-269	4.8	18.3	30.4	40.4	48.3	54.6	59.8	64.1	67.6	70.6
270-289	4.7	17.6	29.5	39.4	47.4	53.9	59.2	63.6	67.3	70.4
290-309	4.6	17.4	29.2	39.1	47.2	53.7	59.0	63.4	67.1	70.3
310-329	4.7	17.6	29.6	39.5	47.5	54.0	59.3	63.6	67.3	70.4
330-349	4.9	18.6	30.9	40.8	48.7	55.0	60.1	64.3	67.8	70.8

RAKENNUSTEN MUUT VAHINGOT

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500 omavastuut	3000	3500	4000	4500	5000
10- 19	8.4	28.6	42.2	51.9	59.4	65.3	70.0	73.9	77.2	80.0
20- 29	8.0	27.8	41.2	51.0	58.5	64.4	69.2	73.2	76.5	79.3
30- 39	7.7	27.0	40.3	50.1	57.6	63.6	68.4	72.5	75.8	78.7
40- 49	7.4	26.2	39.4	49.2	56.7	62.7	67.6	71.7	75.1	78.0
50- 59	7.1	25.4	38.5	48.3	55.8	61.8	66.8	70.9	74.3	77.3
60- 69	6.9	24.7	37.7	47.3	54.9	60.9	65.9	70.0	73.5	76.5
70- 79	6.6	24.0	36.8	46.4	54.0	60.0	65.0	69.2	72.7	75.8
80- 89	6.4	23.4	36.0	45.5	53.1	59.1	64.2	68.4	71.9	75.0
90- 99	6.2	22.7	35.2	44.7	52.2	58.2	63.3	67.5	71.1	74.2
100-109	6.0	22.1	34.4	43.8	51.3	57.3	62.4	66.6	70.2	73.4
110-119	5.8	21.5	33.6	42.9	50.4	56.4	61.5	65.7	69.4	72.5
120-129	5.6	21.0	32.9	42.1	49.5	55.5	60.6	64.9	68.5	71.7
130-139	5.5	20.4	32.1	41.3	48.6	54.6	59.7	64.0	67.7	70.8
140-149	5.3	19.9	31.4	40.5	47.7	53.7	58.8	63.1	66.8	70.0
150-169	5.1	19.2	30.4	39.3	46.5	52.4	57.4	61.7	65.4	68.7
170-189	4.8	18.3	29.1	37.8	44.8	50.7	55.7	60.0	63.7	66.9
190-209	4.6	17.4	27.9	36.3	43.2	49.0	53.9	58.2	61.9	65.2
210-229	4.4	16.7	26.8	34.9	41.7	47.4	52.2	56.4	60.1	63.4
230-249	4.2	16.0	25.7	33.6	40.2	45.8	50.6	54.7	58.4	61.6
250-269	4.0	15.3	24.7	32.4	38.8	44.2	48.9	53.0	56.7	59.9
270-289	3.8	14.7	23.7	31.2	37.4	42.7	47.3	51.4	55.0	58.1
290-309	3.7	14.1	22.8	30.0	36.1	41.3	45.8	49.7	53.3	56.4
310-329	3.5	13.6	22.0	28.9	34.8	39.9	44.3	48.2	51.6	54.7
330-349	3.4	13.1	21.2	27.9	33.6	38.5	42.8	46.6	50.0	53.1

IRTAIMISTON MUUT VAHINGOT

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500 omavastuut	3000	3500	4000	4500	5000
10- 19	14.9	22.2	37.6	52.0	63.3	71.8	78.2	82.9	86.5	89.2
20- 29	14.3	21.3	35.2	48.4	59.1	67.4	73.8	78.8	82.6	85.7
30- 39	13.8	20.4	33.3	45.6	55.8	63.9	70.3	75.4	79.4	82.7
40- 49	13.3	19.6	31.6	43.3	53.1	61.0	67.4	72.5	76.7	80.1
50- 59	12.9	18.8	30.2	41.3	50.8	58.6	64.9	70.1	74.3	77.8
60- 69	12.5	18.1	29.0	39.6	48.8	56.5	62.7	67.9	72.2	75.8
70- 79	12.1	17.5	27.9	38.1	47.1	54.6	60.8	66.0	70.4	74.0
80- 89	11.8	16.9	26.8	36.8	45.5	52.9	59.1	64.3	68.7	72.4
90- 99	11.4	16.3	25.9	35.6	44.1	51.4	57.6	62.7	67.1	70.9
100-109	11.1	15.8	25.1	34.5	42.8	50.0	56.1	61.3	65.7	69.5
110-119	10.8	15.3	24.3	33.4	41.6	48.7	54.8	60.0	64.4	68.2
120-129	10.6	14.9	23.5	32.5	40.5	47.6	53.6	58.8	63.2	67.0
130-139	10.3	14.5	22.8	31.6	39.5	46.4	52.4	57.6	62.0	65.9
140-149	10.0	14.1	22.2	30.7	38.5	45.4	51.4	56.5	61.0	64.8
150-169	9.7	13.5	21.3	29.5	37.2	43.9	49.9	55.0	59.4	63.3
170-189	9.3	12.8	20.1	28.1	35.5	42.2	48.0	53.1	57.6	61.5
190-209	8.9	12.1	19.1	26.8	34.0	40.6	46.3	51.4	55.9	59.8
210-229	8.5	11.6	18.2	25.6	32.6	39.1	44.8	49.9	54.3	58.3
230-249	8.2	11.0	17.3	24.5	31.4	37.7	43.3	48.4	52.9	56.9
250-269	7.9	10.5	16.5	23.4	30.2	36.4	42.0	47.0	51.5	55.5
270-289	7.6	10.1	15.8	22.5	29.0	35.2	40.7	45.7	50.2	54.2
290-309	7.4	9.6	15.1	21.6	28.0	34.0	39.5	44.5	49.0	53.0
310-329	7.1	9.2	14.5	20.7	27.0	32.9	38.4	43.3	47.8	51.8
330-349	6.9	8.9	13.9	19.9	26.1	31.9	37.3	42.2	46.7	50.7

RAKENNUSTEN PERUSRISKIMAKSU

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
					omavastuut					
10- 19	1.00	0.95	0.90	0.85	0.83	0.80	0.78	0.75	0.72	0.70
20- 29	1.45	1.33	1.25	1.17	1.13	1.08	1.05	1.00	0.97	0.95
30- 39	1.85	1.67	1.55	1.47	1.40	1.35	1.28	1.25	1.20	1.15
40- 49	2.13	1.90	1.75	1.65	1.55	1.47	1.42	1.35	1.30	1.25
50- 59	2.85	2.58	2.38	2.22	2.10	2.00	1.92	1.85	1.78	1.72
60- 69	2.85	2.50	2.25	2.08	1.95	1.85	1.75	1.67	1.60	1.53
70- 79	3.58	3.15	2.85	2.65	2.47	2.33	2.22	2.13	2.03	1.95
80- 89	4.38	3.88	3.53	3.28	3.08	2.90	2.75	2.63	2.53	2.40
90- 99	5.22	4.67	4.28	3.97	3.72	3.53	3.35	3.20	3.08	2.95
100-109	6.17	5.53	5.08	4.72	4.45	4.22	4.03	3.85	3.70	3.55
110-119	7.17	6.47	5.97	5.58	5.28	5.00	4.78	4.58	4.38	4.20
120-129	8.25	7.50	6.92	6.50	6.15	5.85	5.58	5.35	5.15	4.95
130-139	9.40	8.58	7.95	7.47	7.10	6.75	6.47	6.20	5.97	5.75
140-149	10.63	9.75	9.05	8.53	8.10	7.75	7.42	7.13	6.88	6.63
150-169	12.60	11.63	10.85	10.25	9.78	9.35	8.97	8.65	8.35	8.08
170-189	15.47	14.38	13.50	12.80	12.22	11.75	11.33	10.92	10.58	10.25
190-209	18.65	17.40	16.42	15.63	14.97	14.42	13.92	13.50	13.10	12.72
210-229	22.10	20.72	19.63	18.75	18.03	17.40	16.85	16.35	15.90	15.47
230-249	25.85	24.35	23.13	22.15	21.35	20.65	20.05	19.50	19.00	18.55
250-269	29.90	28.25	26.92	25.85	24.97	24.22	23.55	22.95	22.40	21.90
270-289	34.22	32.45	31.00	29.85	28.88	28.05	27.35	26.70	26.10	25.58
290-309	38.83	36.92	35.38	34.13	33.10	32.20	31.42	30.72	30.10	29.53
310-329	43.72	41.70	40.05	38.70	37.60	36.65	35.83	35.08	34.42	33.80
330-349	48.92	46.78	45.00	43.58	42.40	41.40	40.53	39.72	39.03	38.40

IRTAIMISTON PERUSRISKIMAKSU

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
					omavastuut					
10- 19	1.00	0.75	0.66	0.55	0.45	0.40	0.34	0.30	0.26	0.23
20- 29	1.49	1.09	0.96	0.79	0.66	0.57	0.49	0.43	0.38	0.34
30- 39	1.92	1.40	1.21	1.00	0.85	0.72	0.60	0.53	0.47	0.43
40- 49	2.34	1.66	1.43	1.19	1.00	0.85	0.72	0.64	0.57	0.51
50- 59	2.74	1.92	1.66	1.38	1.15	0.96	0.83	0.74	0.64	0.58
60- 69	3.04	2.11	1.83	1.51	1.25	1.06	0.92	0.81	0.72	0.64
70- 79	3.28	2.28	1.96	1.62	1.34	1.15	0.98	0.87	0.77	0.70
80- 89	3.53	2.43	2.09	1.74	1.43	1.23	1.06	0.92	0.83	0.74
90- 99	3.75	2.58	2.23	1.83	1.53	1.30	1.13	0.98	0.89	0.79
100-109	4.00	2.75	2.38	1.96	1.64	1.40	1.21	1.06	0.94	0.85
110-119	4.25	2.94	2.53	2.09	1.75	1.49	1.30	1.15	1.02	0.92
120-129	4.53	3.15	2.72	2.26	1.89	1.62	1.40	1.25	1.11	1.02
130-139	4.83	3.40	2.94	2.45	2.06	1.75	1.53	1.36	1.23	1.11
140-149	5.15	3.66	3.17	2.66	2.23	1.92	1.68	1.49	1.34	1.23
150-169	5.72	4.11	3.60	3.02	2.55	2.21	1.92	1.72	1.57	1.42
170-189	6.55	4.85	4.26	3.60	3.08	2.66	2.36	2.11	1.92	1.77
190-209	7.51	5.68	5.06	4.30	3.70	3.23	2.87	2.58	2.38	2.19
210-229	8.57	6.64	5.96	5.13	4.43	3.89	3.49	3.17	2.91	2.70
230-249	9.70	7.70	6.96	6.04	5.26	4.66	4.19	3.83	3.55	3.32
250-269	10.91	8.81	8.04	7.04	6.17	5.51	4.98	4.58	4.26	4.02
270-289	12.13	9.98	9.19	8.11	7.17	6.43	5.87	5.43	5.08	4.79
290-309	13.40	11.15	10.34	9.21	8.21	7.42	6.81	6.34	5.96	5.68
310-329	14.60	12.32	11.49	10.32	9.26	8.43	7.79	7.32	6.92	6.62
330-349	15.77	13.43	12.60	11.42	10.32	9.47	8.83	8.34	7.96	7.64

FUNKTIO $\lambda(A,M)$ RAKENNUKSILLE

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
					omavastuut					
10- 19	0.075	0.128	0.168	0.175	0.181	0.189	0.198	0.207	0.218	0.229
20- 29	0.083	0.126	0.133	0.143	0.151	0.161	0.167	0.178	0.186	0.194
30- 39	0.105	0.135	0.146	0.154	0.164	0.171	0.183	0.189	0.199	0.210
40- 49	0.120	0.144	0.156	0.166	0.177	0.187	0.195	0.207	0.217	0.227
50- 59	0.135	0.158	0.171	0.183	0.194	0.204	0.212	0.221	0.231	0.239
60- 69	0.179	0.213	0.235	0.254	0.270	0.284	0.300	0.313	0.328	0.344
70- 79	0.167	0.197	0.217	0.232	0.248	0.263	0.275	0.287	0.301	0.312
80- 89	0.159	0.186	0.203	0.218	0.231	0.244	0.257	0.268	0.278	0.292
90- 99	0.153	0.177	0.193	0.206	0.219	0.231	0.242	0.252	0.262	0.272
100-109	0.147	0.172	0.186	0.198	0.210	0.220	0.230	0.239	0.248	0.258
110-119	0.143	0.167	0.180	0.191	0.201	0.211	0.220	0.229	0.238	0.247
120-129	0.140	0.163	0.176	0.186	0.196	0.205	0.214	0.222	0.229	0.238
130-139	0.137	0.161	0.173	0.183	0.191	0.200	0.208	0.216	0.223	0.231
140-149	0.134	0.160	0.171	0.180	0.189	0.196	0.204	0.212	0.218	0.226
150-169	0.130	0.159	0.169	0.178	0.186	0.193	0.201	0.207	0.214	0.220
170-189	0.129	0.160	0.169	0.178	0.185	0.192	0.198	0.205	0.211	0.217
190-209	0.130	0.163	0.172	0.180	0.187	0.193	0.200	0.205	0.211	0.217
210-229	0.131	0.166	0.176	0.183	0.190	0.197	0.202	0.208	0.213	0.219
230-249	0.131	0.165	0.181	0.189	0.195	0.201	0.207	0.213	0.218	0.223
250-269	0.130	0.167	0.179	0.195	0.202	0.208	0.213	0.218	0.223	0.228
270-289	0.132	0.167	0.176	0.201	0.208	0.215	0.220	0.226	0.230	0.235
290-309	0.132	0.166	0.180	0.203	0.211	0.221	0.226	0.231	0.235	0.240
310-329	0.131	0.163	0.184	0.206	0.213	0.225	0.229	0.237	0.241	0.244
330-349	0.131	0.159	0.183	0.205	0.216	0.229	0.234	0.243	0.246	0.251

FUNKTIO $\lambda(A,M)$ IRTAIMISTOLLE

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
					omavastuut					
10- 19	0.172	0.223	0.252	0.299	0.355	0.400	0.460	0.510	0.575	0.663
20- 29	0.173	0.232	0.260	0.310	0.367	0.421	0.479	0.534	0.607	0.666
30- 39	0.177	0.240	0.274	0.326	0.379	0.443	0.519	0.586	0.650	0.699
40- 49	0.179	0.251	0.287	0.341	0.400	0.465	0.545	0.603	0.676	0.744
50- 59	0.181	0.256	0.294	0.350	0.413	0.489	0.560	0.626	0.712	0.774
60- 69	0.182	0.261	0.299	0.358	0.429	0.500	0.566	0.639	0.717	0.795
70- 79	0.183	0.263	0.303	0.362	0.434	0.500	0.581	0.651	0.725	0.797
80- 89	0.182	0.265	0.306	0.365	0.437	0.506	0.582	0.660	0.729	0.817
90- 99	0.181	0.265	0.306	0.368	0.436	0.508	0.579	0.662	0.728	0.809
100-109	0.180	0.264	0.304	0.365	0.432	0.503	0.577	0.655	0.728	0.804
110-119	0.179	0.260	0.302	0.361	0.427	0.499	0.566	0.636	0.714	0.782
120-129	0.177	0.257	0.298	0.354	0.421	0.486	0.561	0.624	0.694	0.754
130-139	0.175	0.252	0.291	0.346	0.410	0.476	0.543	0.607	0.668	0.732
140-149	0.173	0.247	0.285	0.338	0.401	0.460	0.524	0.586	0.648	0.704
150-169	0.171	0.239	0.274	0.326	0.384	0.440	0.502	0.559	0.609	0.671
170-189	0.168	0.228	0.260	0.307	0.358	0.412	0.462	0.512	0.560	0.605
190-209	0.165	0.218	0.247	0.290	0.336	0.383	0.429	0.474	0.513	0.555
210-229	0.163	0.210	0.235	0.272	0.315	0.358	0.397	0.435	0.473	0.507
230-249	0.161	0.202	0.224	0.259	0.296	0.334	0.370	0.403	0.434	0.462
250-269	0.160	0.197	0.216	0.247	0.281	0.314	0.347	0.376	0.403	0.426
270-289	0.159	0.192	0.209	0.236	0.267	0.297	0.325	0.350	0.374	0.395
290-309	0.158	0.189	0.204	0.229	0.256	0.283	0.308	0.330	0.350	0.367
310-329	0.158	0.186	0.199	0.222	0.247	0.271	0.292	0.311	0.328	0.342
330-349	0.157	0.184	0.196	0.216	0.239	0.260	0.278	0.294	0.308	0.320

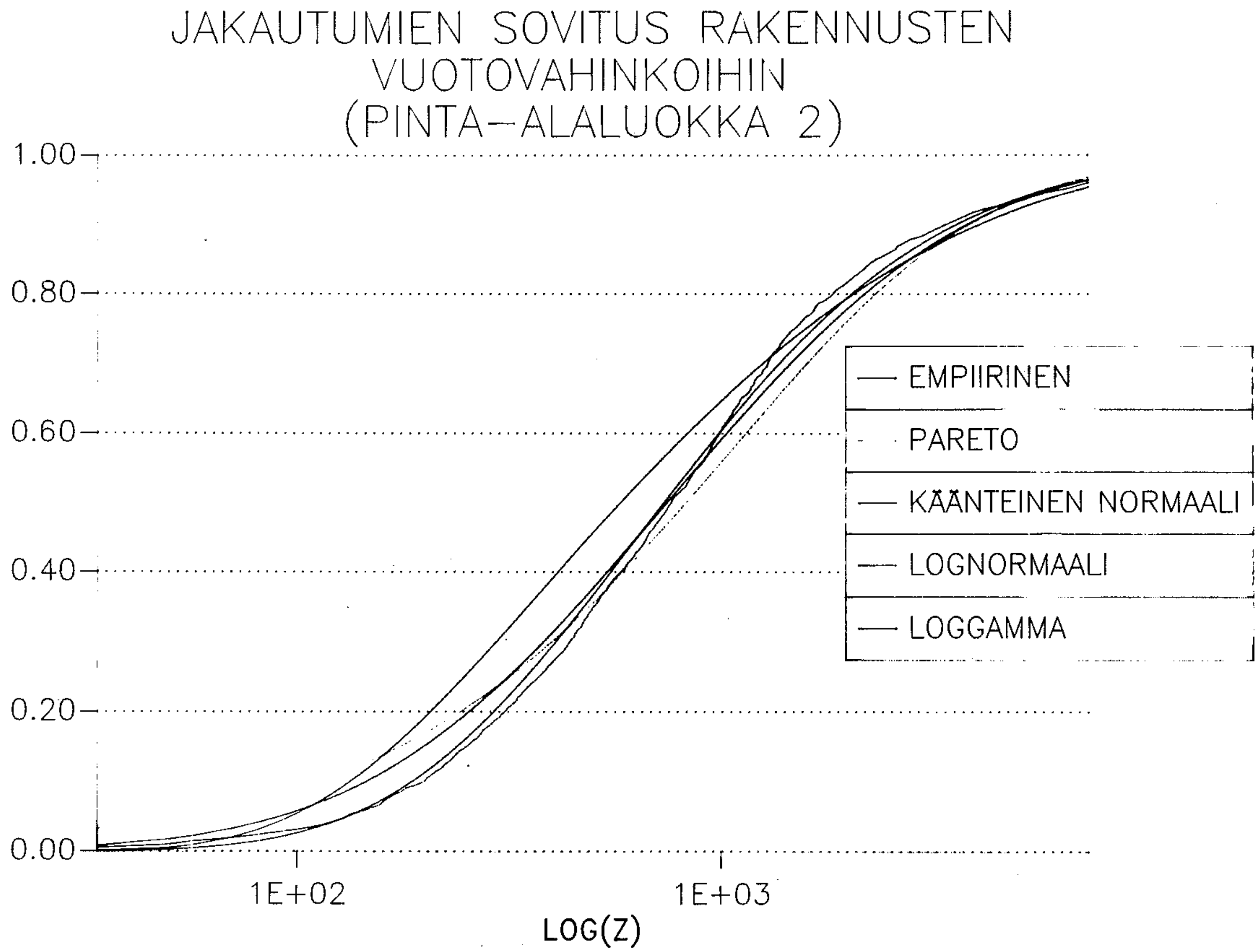
RAKENNUSTEN PERUSBRUTTOMAKSU

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
					omavastuut					
10- 19	1.83	1.82	1.79	1.70	1.66	1.62	1.58	1.54	1.50	1.46
20- 29	2.67	2.54	2.41	2.28	2.20	2.12	2.08	2.00	1.97	1.93
30- 39	3.48	3.23	3.02	2.90	2.77	2.69	2.57	2.53	2.45	2.37
40- 49	4.05	3.70	3.44	3.27	3.10	2.98	2.90	2.77	2.69	2.61
50- 59	5.50	5.07	4.73	4.47	4.26	4.09	3.97	3.84	3.72	3.63
60- 69	5.71	5.16	4.73	4.43	4.21	4.04	3.87	3.74	3.61	3.48
70- 79	7.10	6.41	5.90	5.55	5.25	5.00	4.82	4.65	4.48	4.35
80- 89	8.62	7.82	7.21	6.78	6.44	6.14	5.88	5.66	5.49	5.27
90- 99	10.24	9.36	8.67	8.15	7.72	7.38	7.07	6.81	6.60	6.38
100-109	12.05	11.01	10.24	9.63	9.15	8.76	8.42	8.11	7.85	7.59
110-119	13.95	12.85	11.99	11.30	10.78	10.30	9.91	9.56	9.21	8.91
120-129	15.99	14.84	13.85	13.11	12.50	11.98	11.51	11.12	10.77	10.42
130-139	18.17	16.94	15.86	15.04	14.39	13.78	13.30	12.82	12.43	12.04
140-149	20.49	19.23	18.02	17.11	16.38	15.77	15.20	14.68	14.25	13.81
150-169	24.05	22.75	21.42	20.39	19.57	18.84	18.20	17.63	17.11	16.64
170-189	29.08	27.76	26.28	25.10	24.13	23.32	22.60	21.92	21.32	20.77
190-209	34.61	33.22	31.60	30.27	29.19	28.27	27.43	26.72	26.05	25.42
210-229	40.48	39.13	37.38	35.94	34.75	33.72	32.82	31.99	31.25	30.55
230-249	46.71	45.33	43.65	42.08	40.78	39.65	38.67	37.78	36.97	36.24
250-269	53.28	51.99	50.04	48.72	47.32	46.12	45.05	44.09	43.21	42.41
270-289	60.30	58.96	56.73	55.79	54.30	53.05	51.94	50.92	49.98	49.15
290-309	67.54	66.12	64.12	63.07	61.58	60.38	59.18	58.09	57.12	56.23
310-329	75.00	73.55	71.90	70.77	69.15	68.08	66.76	65.81	64.81	63.77
330-349	82.89	81.22	79.72	78.61	77.23	76.17	74.87	73.92	72.79	71.96

IRTAIMISTON PERUSBRUTTOMAKSU

pinta-ala	500	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500	5000
					omavastuut					
10- 19	1.99	1.57	1.41	1.21	1.04	0.94	0.84	0.78	0.71	0.64
20- 29	2.97	2.29	2.06	1.77	1.53	1.37	1.23	1.13	1.03	0.96
30- 39	3.85	2.95	2.62	2.26	1.99	1.76	1.56	1.43	1.32	1.25
40- 49	4.69	3.53	3.14	2.71	2.38	2.12	1.88	1.75	1.61	1.51
50- 59	5.50	4.11	3.65	3.16	2.77	2.44	2.20	2.03	1.87	1.76
60- 69	6.11	4.53	4.04	3.49	3.03	2.70	2.46	2.26	2.09	1.96
70- 79	6.60	4.90	4.35	3.76	3.27	2.94	2.64	2.44	2.27	2.13
80- 89	7.09	5.24	4.65	4.03	3.50	3.14	2.84	2.61	2.44	2.27
90- 99	7.54	5.56	4.94	4.26	3.73	3.34	3.04	2.77	2.61	2.44
100-109	8.03	5.92	5.27	4.56	4.00	3.57	3.24	2.97	2.77	2.61
110-119	8.51	6.31	5.60	4.85	4.26	3.80	3.47	3.20	2.97	2.80
120-129	9.06	6.74	6.00	5.21	4.56	4.10	3.71	3.44	3.21	3.04
130-139	9.65	7.23	6.46	5.62	4.93	4.41	4.01	3.71	3.48	3.28
140-149	10.28	7.76	6.93	6.05	5.30	4.78	4.35	4.02	3.76	3.55
150-169	11.30	8.61	7.75	6.76	5.95	5.37	4.88	4.52	4.26	3.99
170-189	12.73	9.91	8.95	7.84	6.95	6.25	5.74	5.32	5.00	4.74
190-209	14.37	11.36	10.35	9.11	8.11	7.33	6.73	6.26	5.91	5.59
210-229	16.14	13.01	11.92	10.58	9.44	8.55	7.90	7.37	6.93	6.59
230-249	18.00	14.79	13.62	12.14	10.90	9.93	9.17	8.59	8.13	7.76
250-269	19.95	16.63	15.41	13.84	12.46	11.42	10.58	9.94	9.43	9.04
270-289	21.88	18.52	17.28	15.61	14.14	12.99	12.10	11.42	10.85	10.41
290-309	23.83	20.37	19.12	17.38	15.84	14.62	13.68	12.95	12.37	11.93
310-329	25.64	22.16	20.90	19.12	17.51	16.25	15.27	14.55	13.95	13.48
330-349	27.33	23.82	22.57	20.79	19.14	17.87	16.90	16.17	15.59	15.11

Kuva 1.

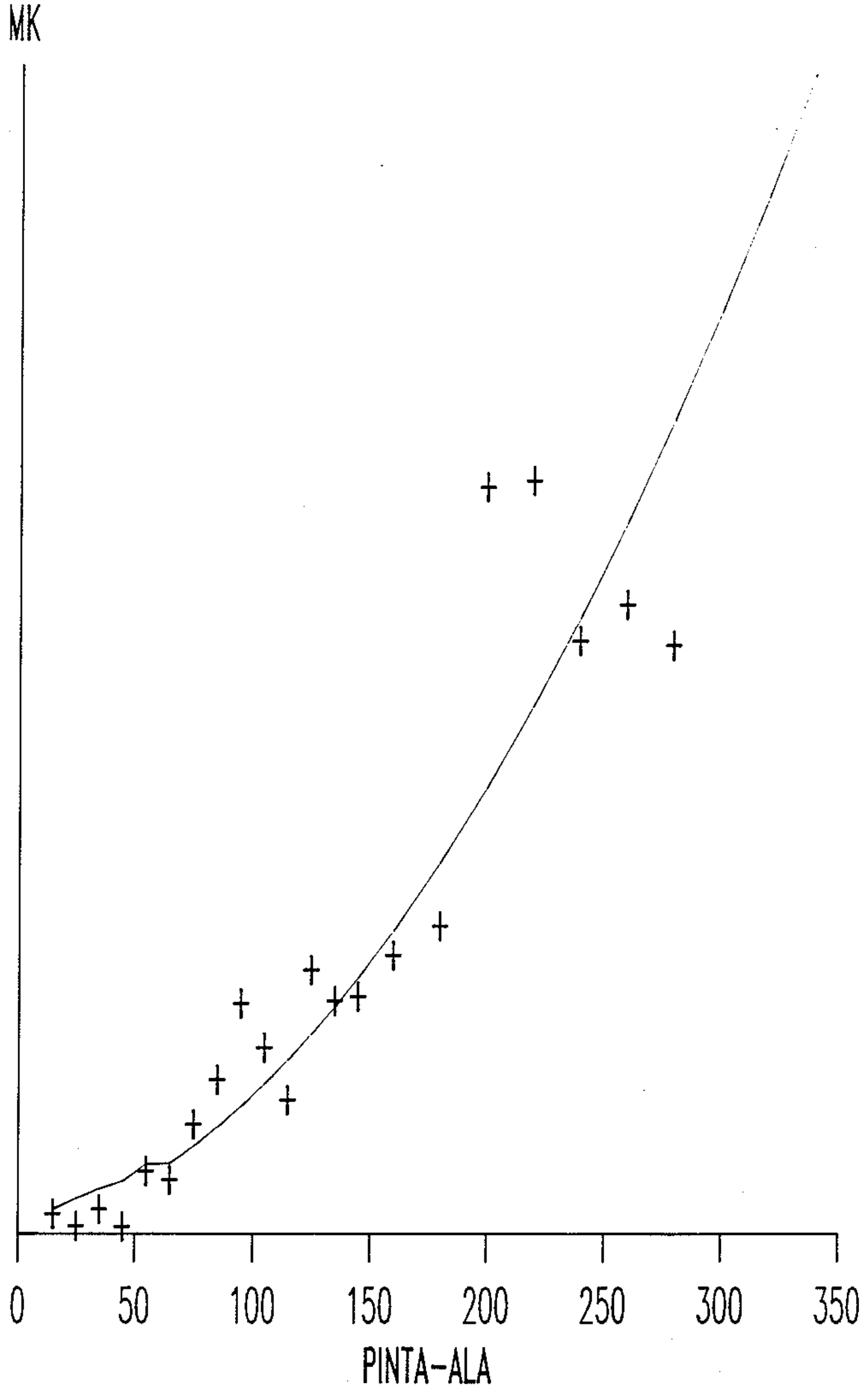


23 JUN 1988 2:38 PM BY SAPLIDSH

Tulostettu MDP/JSX liitännällä PAPER75

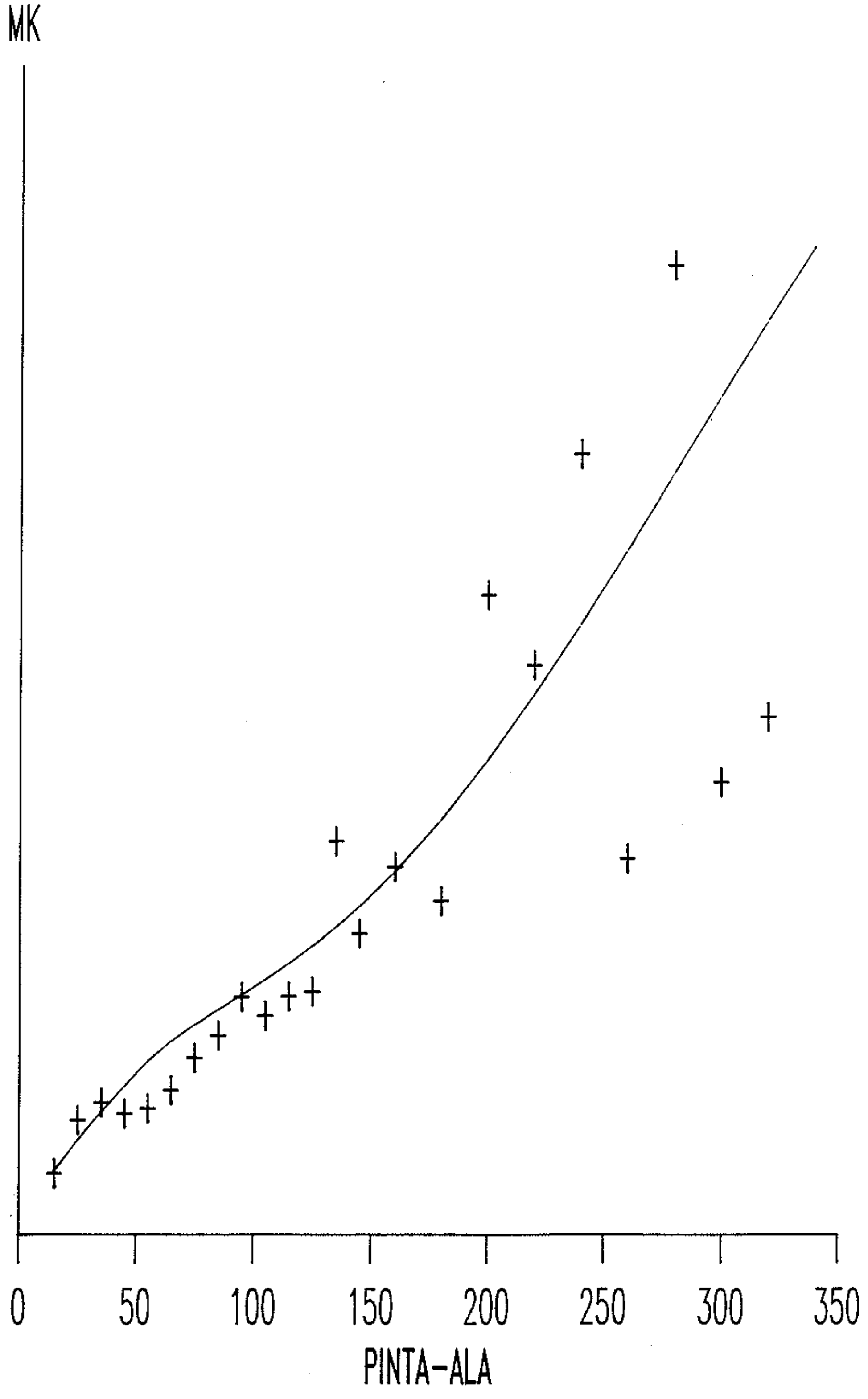
RAKENNUSTEN PERUSRISKIMAKSU ILMAN OMAVASTUUALENNUSTA

KUVA2



KUVA3

IRTAIMISTON PERUSRISKIMAKSU ILMAN OMAVASTUUALENNUSTA



21 NOV 1988 1:32 PM BY SAPLIDSH

PRODUCED BY MD-PLOT REL. 5.1.0