

**YLEINEN OSA**

**TEHTÄVÄ Y1** (10 pistettä, a) 5 pistettä, b) 5 pistettä)

Olkoon Bonus-Malus-järjestelmässä 3 eri tilaa, missä

- siirtymämatriisi on 
$$\begin{pmatrix} p & q & 0 \\ p & 0 & q \\ p & 0 & q \end{pmatrix}$$
 muotoa

- asiakas maksaa vakuutusmaksuja eri tiloissa vastaavasti (c,c,a).
- a) Miten 1000 asiakkaan vakuutuskanta jakaantuu eri Bonus-Malus-luokkiin ajan kuluessa, jos vahinkojen oletetaan noudattavan Poisson-prosessia Poisson-intensiteetin ollessa 10 %?
- b) Laske ko. Bonus-Malus-järjestelmän *Loimaranta Tehokkuus* (*Loimaranta Efficiency*), kun kohdan a-oletusten lisäksi (c,c,a)=(10,10,5).

**Vastaus:**

”Modern Actuarial Risk Theory”, Kaas: Luku 6.3 (Markov Analyses), b-kohta Loimaranta Tehokkuus 13,9 %

**TEHTÄVÄ Y2** (10 pistettä)

Kysymyksiä aikasarjamallinnuksesta (ARIMA ja ARCH):

- (a) Mitä tarkoitetaan aikasarjan vahvalla stationaarisuudella (strict stationarity)?
- (b) Entä aikasarjan kovarianssistationaarisuudella (covariance stationarity)?
- (c) Esitä AR(1)-aikasarjamallin yhtälö, kerro mitä sen termit ovat, ja kerro lyhyesti yhtälön perusteella, miten tällainen aikasarja käyttäytyy.
- (d) Johda (c)-kohdan yhtälöstä AR(1)-mallin mukaisen aikasarjan odotusarvo.
- (e) Millä ehdolla AR(1)-malli on kovarianssistationaarinen?
- (f) Osoita, että (e)-kohdan tilanteessa AR(1)-malli voidaan esittää MA(q)-mallina, jossa q on ääretön.
- (g) Mitä tarkoitetaan aikasarjan heteroskedastisuudella (heteroscedasticity)?
- (h) Esitä ARCH(1)-mallin yhtälö, kerro mitä sen termit ovat ja kerro, miten se liittyy (g)-kohdan heteroskedastisuuteen.

**Vastaus:**

Sweeting luvut 13.4.1, 13.4.4 ja 13.4.7.

**TEHTÄVÄ Y3** (10 pistettä)

Tenttimateriaalina oli "Kuolevuustarkasteluja SHV-tutkintoa varten, artikkelikokoelma". Käsittele seuraavia näkökulmia artikkelin pohjalta:

1. Mitkä ovat kuolevuuden alenemisen keskeiset syyt artikkelin mukaan?
2. Miten kuolevuuden aleneminen vaikuttaa vakuutusmatemaattisiin laskelmiin?
3. Mitä tarkoitetaan periodikuolevuudella ja kohorttikuolevuudella, ja miten ne eroavat toisistaan?
4. Miksi kohortti- ja periodikuolevuuden erottelu on tärkeää vakuutusmatematiikan soveltamisessa?

Perustele näkemyksesi artikkelin sisältöön pohjautuen.

### **Vastaus:**

Kauppi, Mika Mäkinen ja Martti Pesonen: Kuolevuustarkasteluja SHV-tutkintoa varten, artikkelikokoelma.

**ERIKOISTUMISOSA – HENKIVAKUUTUS****TEHTÄVÄ H1** (10 pistettä)

Henkivakuutusyhtiö UusiAlku myy riskihenkivakuutuksia, jotka asiakas ostaa toistaiseksi voimassa olevina ja vuosimaksullisina. Vakuutussumma on aina kiinteä 200 000 euroa. Kannan havaittu kuolevuus on ollut 1,5 promillea vuodessa. Vakuutusten myyntikulut ovat olleet 30 euroa / vakuutus-kappale, hoitokulut 10 euroa / kappale / vuosi ja kuolemantapauskorvauskäsittelyn kulut 100 euroa / korvauskappale. Kanta raukeaa 8 % vuosivauhdilla.

Yhtiö noudattaa hinnoittelussaan henkivakuutuksen turvaavuusperiaatetta ja katsoo, että sekä riskiliikkeen että kustannusliikkeen pitää olla itsessään turvaavasti hinnoiteltuja (ts. riskiliike ei subventoi kustannusliikettä tai toisinpäin). Hallitus on linjannut, että hinnoittelussa on käytettävä vähintään 20 % turvaavuutta.

- a) Muodosta riskihenkivakuutukselle vuosimaksu, joka on muotoa

$$B = \frac{(1 + \varphi) \cdot r + \varepsilon}{1 - \kappa}$$

ja joka noudattaa edellä esitettyjä periaatteita ja perustuu historiahavaintoihin.

Ensimmäisenä vakuutusvuonna myydään 2 500 kappaletta vakuutuksia. Ihmisiä kuolee normaalia enemmän ja havaittu kuolevuus on 25 % historiallista keskiarvoa korkeammalla. Markkinointikampanjan takia yhtiön myynnin kulut ovat kohonneet 50 % normaalia korkeammiksi, mutta yhtiö saa supistettua hoitokuluja 10 % normaalitasoa matalammalle. Tehostusten ansiosta korvauskäsittelyn kulut eivät muutu. Vakuutuskannasta raukeaa 12 % eli normaalia enemmän vakuutuksia.

- b) Tee tulosanalyysi kannan ensimmäiseltä vakuutusvuodelta riski- ja kustannusliikkeen osalta.
- c) Mitä johtopäätöksiä teet hinnoittelusta tulosanalyysin perusteella?

**Vastaus:**

**Maksun osien tulkitseminen ja maksun muodostaminen: Yksilöllisen henkivakuutuksen laskuperusteet SHV-tutkintoa varten (1988)**

**Tulosanalyysi ja johtopäätökset: Jussilan materiaalin hyödyntäminen**

**TEHTÄVÄ H2** (10 pistettä)

Henkivakuutusyhtiön sijoitussidonnaisten vakuutusten maksutulo kasvoi tilikaudella ja oli 1000 milj. euroa.

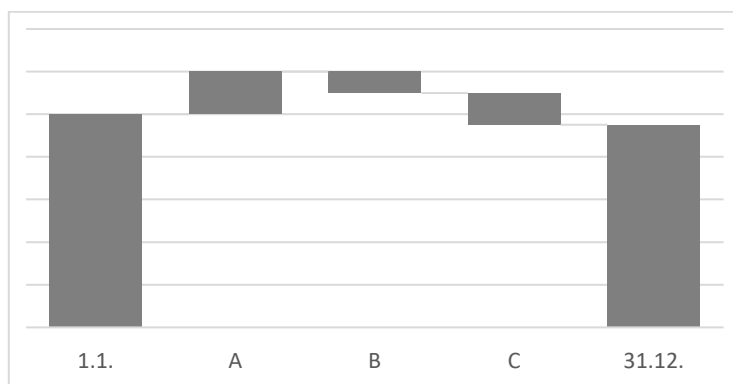
Korvausten määrä oli 505 milj. euroa, josta 5 milj. euroa oli säästöt ylittäviä riskikorvauksia. Riskiliikkeen tulos oli 12 milj.

Markkinat olivat hyvin epävakaut ja sijoitussidonnaisten vakuutusten katteena olevat varat laskivat 600 milj. euroa heikosta kurssikehityksestä johtuen. Sijoitustoimintaan liittyvät kulut olivat 80 milj. euroa. Korkoliikkeen tulosta ei syntynyt.

Yhtiön liikekulut olivat 150 milj. euroa ja näitä se kattaa vakuutusmaksuista ja säästöistä perittävillä kuormituksilla. Kustannusliikkeen tulos oli ennätyskorkea eli 60 milj. euroa.

Piirrä tietojen perusteella vesiputouskuva tilikauden vastuuvelan muutoksesta sekä tuloksesta. Tulos tulee esittää tuloslaskelman mukaisesti (ei siis riski-, kustannus- ja korkoliikkeen kautta). Mikä oli vastuuvelka tilikauden lopussa, kun se oli kauden alussa 5 000 milj. euroa? Mikä oli tilikauden tulos? Esitä kuvat mahdollisimman yksityiskohtaisesti. Esitä myös mahdollisesti tekemäsi oletukset ja laskelmat perusteluineen.

(vinkki: vesiputouskuvasta käy ilmi (mahdolliset) alku- ja loppusaldot sekä niiden erotuksen selittävät erät)



### Vastaus:

Jussila 7.6, 11

Vastuuvelka tilikauden lopussa 4 539

Tulos 72 (tämän voisi päätellä jo tehtävän annosta riski-, kustannus- ja korkoliikkeen avulla)

## ERIKOISTUMISOSA – ELÄKEVAKUUTUS

## TEHTÄVÄ E1 (10 pistettä)

- a) Kerro vuoden 2025 työeläkkeiden kustannustenjaon käytännön vaiheet. Eli mikä taho tekee mitään ja milloin. Pidä vastaukset lyhyinä ja ylätasolla.
- b) Kerro lyhyesti, miten eläkejärjestelyjä voidaan luokitella kattavuuden, rahoituksen ja kiinnitetyn perusteen osalta? Minkälainen Suomen yksityisten alojen työeläkejärjestelmä on näiden luokitteluiden perusteella?

## Vastaus:

- a) Työeläkkeiden kustannustenjako, luku 4
- b) Modern Actuarial Theory and Practice luku, 17.1.1

## TEHTÄVÄ E2 (10 pistettä)

Olet töissä työeläkevakuutusyhtiö Kullervossa matemaattikkona. Asiakasyrityksenne Yritys Hyvä 10 Oy:n uusi talousjohtaja haluaa tietää, paljonko työkyvyttömyyseläkevastuita kaiken kaikkiaan heidän vakuutuksellaan on Kullervossa. Hän tietää, että heillä on aiemmin tapahtunut kolme työkyvyttömyyseläketapausta, ja arvelee ainakin näihin tapauksiin liittyen jotain vastuuvalkaa olevan, mutta ihmettelee, että onko mahdollisiin tuleviin työkyvyttömyystapauksiin varattu yhtään mitään, ja jos on, niin millä perusteella, kun eihän tulevia tapauksia voi tietää etukäteen. Vastaa alla olevien tietojen perusteella talousjohtajan kysymyksiin, eli

- (a) laske euroina kaikki Yritys Hyvä 10 Oy:n työkyvyttömyyseläkevastuut Kullervossa;
- (b) kerro sanallisesti, minkä tietojen perusteella ja millä periaatteella työkyvyttömyyseläkevastuut on laskettu, ja miksi näin.

|                                      | 2025         | 2024        | 2023        | 2022        |
|--------------------------------------|--------------|-------------|-------------|-------------|
| Yrityksen työkyvyttömyystariffimaksu | 120 000 €    | 133 148 €   | 145 429 €   | 172 570 €   |
| Yrityksen palkkasumma                | 10 000 000 € | 9 708 738 € | 9 425 959 € | 9 151 417 € |
| Yrityksen tk-tariffi                 | 1,2 %        | 1,4 %       | 1,5 %       | 1,9 %       |
| keskimääräinen tk-tariffi            | 0,7 %        | 0,8 %       | 0,9 %       | 1,1 %       |

| Yrityksen työkyvyttömyyseläkkeet |              |                    |
|----------------------------------|--------------|--------------------|
| rahastoitu eläke                 | syntymävuosi | pääoma-arvokerroin |
| 1 000 €                          | 1973         | 10,39880           |
| 500 €                            | 1984         | 12,34505           |
| 750 €                            | 1990         | 9,03153            |

$$k_1^I = 0,456$$

$$k_2^I = 0,496$$

$$k_3^I = 0,076$$

$${}^1k_{2025}^{VI} = 1,143$$

$${}^2k_{2025}^{VI} = 0,519$$

**Vastaus:**

Lakisääteisen työeläkevakuutuksen vakuutustekniikkaa, luku 4.3 työkyvyttömyyseläkeliikeen vastuuvastuun osiltaan.

**ERIKOISTUMISOSA – VAHINKOVAKUUTUS****TEHTÄVÄ V1** (10 pistettä)

Määrittele lyhyesti seuraavat lakisääteiseen tapaturmavakuuttamiseen liittyvät asiat

- a) Ohimenevät ja pysyvät korvaukset
- b) jakojärjestelmäkorkaukset
- c) Arvio- ja lopulliset varaukset
- d) Riskilisä
- e) Kohtuusperiaate
- f) Ammattitaudin sattumishetki
- g) Vakuutuksen pohjamaksu
- h) Tasoitusvakuutusmaksu
- i) Maksujärjestelmien yksilöllisyyden aste
- j) Puoli- ja täysyksilöllisen maksujärjestelmän oleellinen ero

**Vastaus:**

Kauppi, Lakisääteisen tapaturmavakuutuksen maksujen määräytymisestä

a) ja b) s. 7–9, c) s. 9–10 d) ja e) s. 14, f) s. 16 g) s. 11 ja 18, h) s. 19, i) s. 20, j) s. 20 ja 21

**TEHTÄVÄ V2** (10 pistettä)

Kuvaa kollektiivisen korvausvastuun laskentamenetelmä "Poisson-malli ylihajonnalla. Mitkä ovat ko. laskentamallin olennaiset rajoitteet mallia sovellettaessa käytäntöön?

**Vastaus:**

"Kollektiivinen korvausvastuu", Ropponen: Luku 3.2.4

## Palaute koskien tenttiä

Palauteen voi kirjoittaa tentin päätyttyä, eli sitä ei tarvitse sisällyttää tenttiaikaan.

| Tehtävän numero | Palaute |
|-----------------|---------|
|                 |         |
|                 |         |
|                 |         |
|                 |         |
|                 |         |

**SHV-TUTKINTO****Vakuutusmatematiikan sovelluk-****set**

19.11.2025

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|