

YLEINEN OSA

TEHTÄVÄ Y1 (10 pistettä)

- a) Mitä jakauma- ja linkkifunktiota olisi mielekästä soveltaa mallinnettaessa jonkin ilmiön todennäköisyyttä, kun sovelletaan yleistettyjä lineaarisia malleja?
- b) Oletetaan, että olet yhtiön aktuaarina rakentanut uuden sairaskuutuksen hinnoittelumallin. Hinnoittelutekijöiksi olet valinnut vakuutetun iän ja tiedon siitä asuuko vakuutettu kaupungissa vai ei. Sovitettua vahinkoaineistoon multiplikatiivisen yleistetyn lineaarisen mallin gamma-jakaumalla saat seuraavat mallin parametrit (vakio, vakuutetun ikä, asuuko kaupungissa) = (5, 0.02, 0.05). Jos vakuutettu on 10-vuotias ja asuu Helsingissä, niin kuinka suurta korvausmenoa hinnoittelumallisi ennustaa?

Vastaus:

(a): Esimerkiksi Poisson-jakauma ja probit-linkki.

(b): $e^5 * e^{(0.02*10)} * e^{(0.05 * 1)} = 190.11$.

TEHTÄVÄ Y2 (10 pistettä)

- (a) Mitä eroa on *periodikuolevuudella* ja *kohorttikuoolevuudella*?
- (b) Mihin vakuutusyhtiöt tarvitsevat kuolevuusmalleja?
- (c) Tulisiko mielestäsi vakuutusyhtiön kuolevuusmallin perustua periodi- vai kohorttikuoolevuuden mallinnukseen? Perustele.
- (d) Millainen on työntekijän eläkelain (TyEL) mukaisen eläkevakuutuksen kuolevuusmalli? Miten kuolevuuden kehitys on siinä huomioitu?
- (e) Laske d-kohdan mallin mukainen 55-vuotiaan ja 45-vuotiaan "yhteiskuolevuutta" vastaava "yhteisikä" tentin yhteydessä jaettujen parametrien avulla

Huom. tentin yhteydessä jaetaan tuloste TyEL:in kuolevuusmallin parametreista.

Vastaus:

(a)-(c): Lakisääteisen tapaturmavakuutuksen referenssikuolevuus, johdanto.

(d)-(e): Lakisääteisen työeläkevakuutuksen vakuutustekniikkaa, kuolevuutta koskevat osiot.

TEHTÄVÄ Y3 (10 pistettä)

Vastaa seuraaviin kohtiin

a) Vakuutusyhtiö arvio, että sen tulee maksaa viiden vuoden kuluttua korvauksia 500 000 euroa liittyen vakuutusten erääntymisiin. Miksi diskonttauskorkona voisi käyttää riskitöntä korkoa (risk-free rate)? (2p)

b) IFRS 17 -standardi tulee voimaan 1.1.2023. Standardi muuttaa vakuutusyhtiöiden tuloslaskelman kaavaa ja jatkossa vakuutusyhtiön tulee esittää tuloslaskelmassa vakuutusmaksutuotot (insurance revenue), jotka kuvaa yhtiön saamaa korvausta tarjoamastaan vakuutuspalvelusta. Standardi määrittää, että vakuutus sopimusryhmästä saatujen vakuutuspalvelutuottojen tulee vastata yhtiön ko. sopimusryhmästä saamaa maksutuloa sen koko voimassaoloajalta, kun maksutulosta vähennetään mahdolliset sijoituskomponentit ja huomioidaan rahan aika-arvo.

Olet valmistellut vakuutusyhtiön johdolle yksinkertaisen esimerkin vakuutusmaksutuotoista. Esimerkissä on ryhmä riskihenkivakuutuksia (eli ne eivät sisällä sijoituskomponentteja). Sopimukset ovat identtisiä ja ne alkavat samaan aikaan heti vuoden 1 alussa. Ryhmä on voimassa kolme vuotta. Maksutulo yhteensä 100.000 euroa saadaan heti sopimusten alkaessa. Korvaukset ja liikekulut tapahtuvat aina vuoden lopussa. Käytetty korko on 5 % p.a. Kollegasi on jo laskenut vakuutusmaksutuoton jokaiselle vuodelle. Varmista vielä, että vakuutusmaksutuotto ja saatu maksutulo täsmäävät, kun huomioit käytetyn koron. Muista selkeä esitystapa välivaiheineen, jotta johdon on helppo ymmärtää ja seurata esimerkkiä. (8p)

Vuosi	1	2	3
Odotetut korvaukset ja kulut	26 000	31 000	31 000
Palvelumarginaalin tulosvaikutus	4 341	4 619	4 691
Riskioikaisun tulosvaikutus	2 600	3 100	3 100
Vakuutusmaksutuotot	32 941	38 719	38 791

Vastaus

- a) Sweeting 13.6
b) Vakuutusmaksutuotot tulee diskontata vakuutus sopimusryhmän alkuun tai korkouttaa loppuun. Esitystavan selkeyttä on painotettu tehtävänannon mukaisesti

ERIKOISTUMISOSA – HENKIVAKUUTUS

TEHTÄVÄ H1 (10 pistettä)

Henkivakuutusyhtiö Ihme-Helmi laatii vastuuvelan tarkastuslaskelman hyödyntäen thielen-yhtälöä. Ihme-Helmi on vanha yhtiö eikä sen vakuutusjärjestelmät ja data ole täydellisiä. Tämän takia Ihme-Helmi laskee riskiliikkeen tarkasti vain kerran vuodessa 31.12. tilinpäätökseen mutta kvartaalitalinpäätöksissä se hyödyntää edellisen kerran laskettua riskiliikettä kertoimella tilinpäätöskuukausi/12.

Ihme-Helmen vakuutuskanta muodostuu laskuperustekorkoisista sopimuksista ja riskimaksut peritään vain säästöistä. Vakuutuksiin ei liity lisäetuja ja se maksaa korvaukset heti, joten korvausvastuuta ei ole. Korvaukset ovat sekä kuolemaan että erääntymiseen liittyviä.

Ihme-Helmi tarkastaa vastuuvelan raportointihetkellä vertaamalla vakuutusjärjestelmän tuottamaa vastuovelkaa seuraavaan laskelmaan:

Vastuuelka 1.1.	V_0
+ Maksutulo	B
- Maksetut korvaukset	C
- Kuormitukset	L
+ Hyvitetty korko	G
- Riskiliike	RL
Vastuuelka raportointihetkellä	V_k

Ihme-Helmen tilintarkastaja on kyseenalaistanut laskelman ja väittää, että riskiliike ei kuvaa oikein vastuuvelan muutosta vaan jotkin asiat tulee huomioitua kahteen kertaan.

- Osoita tilintarkastajalle matemaattisesti, että riskiliikettä voidaan käyttää laskennassa esitetyn mukaisesti. Muista tehdä selkeä esitys, jota tilintarkastajan on helppo seurata. (7p)
- Ihme-Helmi käyttää riskiliikkeen arviona edellisen vuoden toteutunutta riskiliikettä. Mitä epävarmuutta tähän liittyy? Miten voisit tuloslaskelmaa ja tulosityyksiä hyödyntämällä arvioida, onko oletus järkevä? (3p)

Vastaus

- Selkeä matemaattinen esitys Thielen yhtälöä hyödyntäen
- Epävarmuustekijöiden lisäksi tulee esittää selkeästi tulosityyksiin ja tuloslaskelman yhteys joko matemaattisesti tai sanallisesti

TEHTÄVÄ H2 (10 pistettä)

Ihme-Helmi suunnittelee modernisoivansa toimintaansa ja alkavansa panostaa vakuutuskannan uusmyyntiin. Kuitenkin tiukentuneista sääntelyvaateista johtuen yhtiössä suhtaudutaan kriittisesti laskuperustekorkoisten vakuutusten uusmyyntiin ja tuotekehityksikkö alkaakin suunnitella sijoitussidonnaisen vakuutussäästämisen tuotteen lanseeraamista. Tuotteen lanseeraus on tarkoitus ajoittaa kevääseen 2023. Maailmanmarkkinat ovat epävarmassa tilanteessa, osakekurssit heittelevät ja inflaatioennusteet sekä -toteumat ovat nousussa. Ihmisten luottamus omaan talouteensa jatkossa on koetuksella.

Tuotekehittäjät uskovat, että aika on kuitenkin täysin oikea sijoitussidonnaisen säästötuotteen lanseeraukselle. Tarkoitus on markkinoida tuotetta nimenomaan epävarmoihin aikoihin varautumiskärjellä. Ajatuksena on alkuun tuottaa myyntiin tuote, johon asiakkaat voivat sijoittaa kertasijoituksena kiinteän summan 10 000 euroa, joiden arvonkehityksen he voivat sitoa vakuutusyhtiön tähän vakuutustuotteeseen tarjoamaan sijoituskohdevalikoimaan. Tuotteeseen liittyvä kuolemanvaraturva olisi 100 % vakuutussäästöistä eli tuote ei tuota riskiliikkeen tulosta.

Vanhan laskuperustekorkoisen kannan vakuutusjärjestelmää pohjana hyödyntäen yksinkertaisen sijoitussidonnaisen tuotteen rakentaminen maksaa ennusteiden mukaan yhtiölle 100 000 euroa. Markkinakäytäntöjen perusteella tuotekehitysyksikkö on todennut, että maksuun perustuva kuormitus voisi asettua 0-2 % välille. Vastaavasti säästöistä jatkuvasti perittävän kuormituksen taso voisi olla 0-0,8 % p.a. välillä. Muuta ansaintaa yhtiö ei tuotteen myynnistä tule saamaan. Ennusteen mukaan vakuutusten voimaansaatto kustantaa 25€ / vakuutus, myyjille on maksettava palkkiona vähintään 20€ / vakuutus ja vakuutusten hoito tulee ennusteiden mukaan maksamaan 20€ / vakuutus / vuosi.

Yhtiön johto on vaatinut ehdottomasti, että kertainvestointina tehtävä järjestelmätyö on tultava katettua jo ensimmäisen vuoden myynnin ansainnan kautta. Myös kaikki muut kertakulut myynnistä on katettava saman vuoden aikana. Lisäksi jatkuvasti hinnoittelussa pitäisi ottaa huomioon yhtiön strategiaan sisältyvä 20% turvaavuusvaatimus hinnoitteluparametreille.

- a) Arvioi yhtiön aktuaarina millaisia kuormituksia vakuutuksista pitäisi periä ja millaisella myyntimäärällä (vakuutuskappaleet) tällöin johdon antamat kriteerit tulisi täytettyä. Mitä johtopäätöksiä voit vetää hinnoitteluparametreista?
- b) Tuotekehitysyksikkö on arvioinut että hinnoittelun ollessa järkevä myynti voisi olla noin 5 000 kappaletta vuodessa. Onnistuuko järkevä hinnoittelu tällä myyntitavoitteella ja miten asettaisit hinnoittelun (parametrit) tällä myyntimäärällä?
- c) Mitä epävarmuustekijöitä hinnoitteluparametrien asettamisessa tällaisella tuotteella havaitset?

Huom! Perustele kaikki vastauksesi.

- a) Selkeä ymmärrys kuormitusten asettamisesta, siitä mitä niillä pitää kattaa ja millainen vaihteluväli kuormituksissa on annetuilla spekseillä
- b) Järkevä hinnoittelu onnistuu, perusteltu vastaus siihen mihin ko. myyntiennusteella parametrit olisi järkevä asettaa
- c) Selkeä analyysi epävarmuustekijöistä painottaen ymmärrystä siitä, mihin erilaiset epävarmuustekijät vaikuttavat ja miten niitä pitää hinnoittelussa huomioida

ERIKOISTUMISOSA – ELÄKEVAKUUTUS

TEHTÄVÄ E1 (10 pistettä)

- (a) Kerro, mitä erillisiä selvittelyjä sisältyy työeläkkeiden kustannustenjakoon, mitä eläkkeitä kussakin näistä selvitetään ja mitkä eläkelaitosten ulkopuoliset tahot kussakin selvittelyssä osallistuvat kustannustenjakoon;
- (b) Laske tentin ohessa jaettujen Eläketurvakeskuksen lyhyen tähtäimen maksutasoennusteen tietojen perusteella arviot työeläkkeiden kustannustenjaon vuoden 2021 kertoimille q^a ja q^b .

Huom. tentin yhteydessä jaetaan tuloste lt-ennusteen tiedoista.

Vastaus:

Työeläkkeiden kustannustenjako, erityisesti kohta 2.2.1.2.

TEHTÄVÄ E2 (10 pistettä)

Vuoden 2023 lopussa työeläkevakuutusyhtiö Eläkeläisen aktuaarilta kysytään yhtiön vastuuvelan tuottovaatimuksen euromäärää kuluvan vuoden osalta. Aktuaarilla ei vielä ole tiedossa kaikkien suureiden lopullisia arvoja, mutta hän laskee tuottovaatimukselle mahdollisimman tarkan arvion seuraavilla tiedoilla.

Vuoden 2022 lopussa	milj. €
Vakuutusmaksuvastuu	1 580
Varsinainen vakuutusmaksuvastuu	1 700
Vastaisten vanhuuseläkkeiden vakuutusmaksuvastuu	1 500
Vastaisten työkyvyttömyyseläkkeiden vakuutusmaksuvastuu	200
Osaketuottosidonnainen lisävakuumaksuvastuu	-120
Korvaisvastuu	1 850
Varsinainen korvausvastuu	1 600
Alkaneiden vanhuuseläkkeiden korvausvastuu	1 000
Alkaneiden työkyvyttömyyseläkkeiden korvausvastuu	600
Tasausvastuu	300

Vuosi 2023

Varsinaisen vastuuvelan arvioidaan kasvavan 5 % vuoden aikana ja tasausvastuun arvioidaan olevan vuoden lopussa 315 milj. euroa.

Täydennyskerroin 1,45 %

Perustekorko 5,0 %

Vakuutusmaksukorko 2,0 %

Osakkeiden keskimääräinen vuosituotto vähennettynä yhdellä prosenttiyksiköllä on 9,0 %

Yhtiön sijoitusten tuotto 7,2 %

- Mitä aktuaari laskee tuottovaatimuksen määräksi?
- Miten tuottovaatimus kohdistuu eri vastuun osiin ja mikä on kunkin erän käyttötarkoitus?
- Kasvaako vai pieneneekö Eläkeläisen vakavaraisuuspääoma vuonna 2023 tämän arvion perusteella?

Huom. tukimateriaalina jaetaan TyEL-laskuperusteiden vastuuvélka-luku

Vastaus:

Lakisääteisen eläkevakuutuksen vakuutustekniikka 2.3.6.3, 4.3.3, 4.3.6.3 ja TyEL-laskuperusteet 2022

ERIKOISTUMISOSA – VAHINKOVAKUUTUS

TEHTÄVÄ V1 (10 pistettä)

Määrittele lakisääteisen tapaturmavakuutuksen täysyksilöllinen maksujärjestelmä. Mikä on tasoitettun maksupromillen odotusarvo, jos vuosittaisen korvausmenon odotusarvo on vakio?

Vastaus:

Lakisääteisen tapaturmavakuutuksen maksujen määräytymisestä, SHV-työ, kappale 6.4.

TEHTÄVÄ V2 (10 pistettä)

i) Eräs vahinkovakuutusyhtiö tarjoaa vakuutusta, jolla on 4 bonusluokkaa. Eri luokkien bonukset ja eri bonusluokkiin kuuluvien osuus ovat seuraavat:

bonus- luokka	bonus	luokkaan kuuluvien osuus
A	45 %	78.0 %
B	30 %	17.3 %
C	15 %	3.8 %
D	0 %	0.9 %

Jos vakuutuksenottajalle ei satu vahinkoja vuoden aikana, siirtyy vakuutus yhtä luokkaa ylemmäksi tai pysyy ylimmässä luokassa. Jos vakuutuksenottajalle sattuu yksi tai useampi vahinko vuoden aikana, siirtyy vakuutus yhtä luokkaa alemmaksi tai pysyy alimmassa luokassa.

Kunkin vakuutuksenottajan vahinkojen lukumäärän oletetaan noudattavan Poisson-jakaumaa parametrilla $\lambda = 0.2$. Yksinkertaisuuden vuoksi oletetaan, että yhtiö korvaa korkeintaan kolme vahinkoa yhdestä vakuutuksesta vuoden aikana.

- a) mikä on nollabonuksellisen vakuutuksen riskimaksu, jos vahingon suuruus on keskimäärin 5000 euroa.

ii) Yhtiö muuttaa bonusjärjestelmäänsä siten, että

- jos vakuutuksenottajalle ei satu vahinkoja vuoden aikana, siirtyy vakuutus yhtä luokkaa ylemmäksi tai pysyy ylimmässä luokassa.
- jos vakuutuksenottajalle sattuu yksi vahinko vuoden aikana, pysyy vakuutus siinä bonusluokassa, missä se on
- jos vakuutuksenottajalle sattuu kaksi tai useampia vahinkoja vuoden aikana, siirtyy vakuutus yhtä luokkaa alemmaksi tai pysyy alimmassa luokassa.

- b) mikä on uuden bonusjärjestelmän stationaarinen jakauma.
- c) mikä on nollabonuksellisen vakuutuksen riskimaksu uutta bonusjärjestelmää käytettäessä stationaarisen jakauman tilanteessa.
- d) esitä lyhyesti jokin mahdollinen seuraus, mikä bonusjärjestelmän muutoksella yhtiölle mahdollisesti on.

Poisson-jakauman pistetodennäköisyysfunktio on $p(x = i) = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}$.

Vastaus: Daykin & al.: luku 10.2, Kaas & al.: luku 6, Lemaire: luku 6, Daykin & al.: luku 10.3.

Vastaus tarkemmin:

a) maksettavat korvaukset vakuutusta kohti ovat

$$P(0 \text{ vah.}) * 0 + P(1 \text{ vah.}) * 500 + P(2 \text{ vah.}) * 10000 + P(3+ \text{ vah.}) * 15000 = 0.8187 * 0 + 0.1637 * 5000 + 0.0164 * 10000 + 0.0011 * 15000 = 999.7.$$

Jos nollabonuksellinen riskimaksu on M , kerättävä riskimaksu on
 (luokkaan a kuuluvien osuus)*(luokan a suhteellinen maksu)* M +
 (luokkaan b kuuluvien osuus)*(luokan b suhteellinen maksu)* M +
 (luokkaan c kuuluvien osuus)*(luokan c suhteellinen maksu)* M +
 (luokkaan d kuuluvien osuus)*(luokan d suhteellinen maksu)* M =
 $0.78 * 0.55 * P + 0.173 * 0.85 * P + 0.038 * 0.85 * P + 0.009 * 1 * P$

Nyt $0.78 * 0.55 * M + 0.173 * 0.85 * M + 0.038 * 0.85 * M + 0.009 * 1 * M = 999.7$, mistä M voidaan ratkaista.

b) Siirtymämatriisi P on nyt

$P =$	0.982476904	0.017523096	0	0
	0.818730753	0.163746151	0.017523096	0
	0	0.818730753	0.163746151	0.0175231
	0	0	0.818730753	0.18126925

jos stationaarinen jakauma on $\mathbf{f} = (f_a, f_b, f_c, f_d)$, on nyt $\mathbf{f} = \mathbf{f}P$.

Lisäksi $f_a + f_b + f_c + f_d = 1$.

c) kuten a)