

## Y1.

a) miksi lineaariset mallit eivät välttämättä sovi käytettäväksi vakuutuslalla

b) yleistetty lineaarinen malli voidaan esittää seuraavasti

$$Y_i = g^{-1}\left(\sum_{j=1}^k X_{ij} \beta_j + \xi_i\right) + \varepsilon_i$$

ja edelleen matriisimuodossa:

$$\mathbf{Y} = g^{-1}(\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\xi}) + \boldsymbol{\varepsilon}.$$

Selitä mitä mallin kaikki eri termit tarkoittavat.

c) yleistetyt lineaarisen mallin hyvyyttä voidaan mitata käyttäen

- i) devianssia
- ii) residuaaleja.

Mitä kohtien i) ja ii) avulla itse asiassa mitataan.

d) oletetaan, että vakuutuskanta on luokiteltu tariffimuuttujien A ja B perusteella, missä A on jaettu n luokkaan ja B on jaettu m luokkaan:

A / B	1	2	...	j	...	m
1						
2						
...						
i				(i, j)		
...						
n						

Olkoon  $y_{ij}$  solun (i,j) vahinkotiheys ja  $w_{ij}$  solun vakuutuskannan suuruus.

Oletetaan, että vahinkotiheyttä mallinnetaan multiplikatiivisella mallilla:

$$E(Y_{ij}) = \alpha_i \beta_j, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m.$$

Selvitä parametrien  $\alpha_i$  ja  $\beta_j$  estimointia

- i) Bailey-Simon -menetelmän
- ii) reunasummamenetelmän

avulla.

(10 p)

*Vastaus: Kaas & al. luku 8*

## Y2.

a) osoita, että vakuutusmaksutulo  $B(t)$  (premium income) voidaan esittää muodossa

$$B(t) = E[X(t)] \cdot \frac{1 + \lambda(t)}{1 - e(t)},$$

missä  $\lambda(t)$  on keskimääräisen kuormituskerroin (safety loading),  $e(t)$  on keskimääräisen kulukerroin (expense loading) ja korvausmeno (claim expenditure) kuvaa satunnaismuuttuja  $X(t)$ .

b) Alla on vakuutusyhtiön Tuohen kolmen tuotteen PerusVakuutuksen, VanhaVakuutuksen ja TykkiTuotteen tietoja viimeisiltä vuosilta. Voit olettaa, että eri vuosina havaitut luvut ovat vertailukelpoisia keskenään.

Ovatko vuosittaiset riskimaksut (risk premium) vastanneet toteutuneita korvauksia? Vertaa myös tuotteiden kannattavuutta ja hinnoittelun onnistumisesta annettujen lukujen pohjalta.

		Maksutulo B	Maksetut korvaukset X	Kuormitukset L	Kulut E
PerusVakuutus	2012	10 000	6 000	1 500	2 000
	2013	12 000	6 200	1 800	2 400
	2014	11 000	6 200	1 650	2 200
	2015	10 000	6 700	1 500	2 000
	2016	10 500	6 700	1 575	2 100

		Maksutulo B	Maksetut korvaukset X	Kuormitukset L	Kulut E
VanhaVakuutus	2012	1 200	860	240	120
	2013	1 000	750	200	100
	2014	900	650	180	90
	2015	800	700	160	80
	2016	700	600	140	70

		Maksutulo B	Maksetut korvaukset X	Kuormitukset L	Kulut E
TykkiTuote	2012	25 000	11 800	5 000	3 000
	2013	22 000	10 300	4 400	2 640
	2014	20 000	9 400	4 000	2 400
	2015	24 000	11 300	4 800	2 880
	2016	26 000	12 200	5 200	3 120

c) Tuohen johto haluaa helposti arvioida kuormituksia suhteessa riskimaksuihin ja kuluja suhteessa maksutuloon koko yhtiön tasolla. Johtoa eivät kiinnosta tuotekohtaiset tai aikariippuvaiset kertoimet. Mitkä kertoimet antaisit Tuohen johdon käyttöön tarkastelemalla PerusVakuutusta, VanhaVakuutusta ja TykkiTuotetta? Anna vastaus kahden desimaalin tarkkuudella.

Perustele antamasi vastaukset ja mahdollisesti tekemäsi oletukset selkeästi.

(10 p)

*Vastaus: Daykin, Pentikäinen, Pesonen: luku 10***Y3.**

- (a) Tilastollisen mallin tai jakauman sovittamiseen havaintoaineistoon liittyy erilaisia epävarmuuksia. Kuvailu lyhyesti mistä näissä epävarmuuksissa on kysymys, ja millä tavoin niiden vaikutuksia mahdollisesti voidaan lieventää.
- Stokastinen epävarmuus
  - Parametreihin liittyvä epävarmuus
  - Malliepävarmuus
- (b) Selitä lyhyesti seuraavat käsitteet:
- Vinous (skew)
  - Huipukkuus (kurtosis)
  - Häntäkorrelaatio (tail correlation)
  - Häntäriippuvuus (tail dependency)
- (c) Yksi- tai moniulotteinen normaalijakauma on perinteisesti ollut laajalti käytetty jakauma. Mitä ongelmia tähän malliin liittyy suhteessa kohdan (b) käsitteisiin?

(10 p)

*Vastaus: Sweeting 9.3-9.5; 10.4.3; 11.6;***V1.**

Oletetaan, että autoilijoiden populaatio koostuu hyvistä ja huonoista kuljettajista. Hyvien kuljettajien osuudeksi on arvioitu 91.12 %.

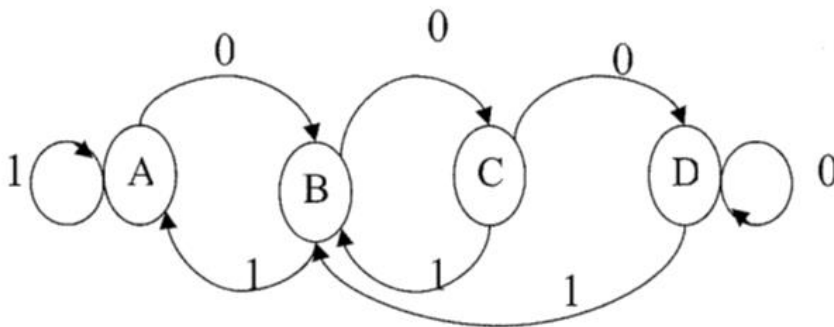
Jokaisen autoilijan aiheuttamien vahinkojen lukumäärien oletetaan noudattavan Poisson-

jakaumaa:  $P(x = i) = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}$ .

Hyvien kuljettajien vahinkointensiteetiksi  $\lambda$  on arvioitu 0.0762 ja huonojen 0.3567.

Vahinkojen oletetaan olevan riippumattomia toisistaan.

Bonusluokkamalli on seuraava:



Tässä 0 = vahingoton vuosi

1 = ainakin 1 vahinko ko. vuonna.

Uusi vakuutus sijoitetaan luokkaan B.

Vakuutusmaksut ovat bonusluokittain seuraavat:

Bonusluokka	A	B	C	D
Vakuutusmaksu	150	100	80	60

a) laske todennäköisyydet kummankin ryhmän autoilijalle kuulua kuhunkin bonusluokkaan kolmen vuoden jälkeen.

b) mikä on bonusjärjestelmään kuuluvien vakuutusten keskimääräinen vakuutusmaksu äärettömän vuoden kuluttua?

c) mitä on vastaus kysymykseen b, jos kaikki ovat hyviä kuljettajia tai jos kaikki ovat huonoja kuljettajia.

d) jos yksittäisen vahingon suuruus on sama hyvillä ja huonoilla kuljettajilla, mitä edellä saadut tulokset kertovat vakuutusmaksuista

(10 p)

*Vastaus: Lemaire, s. 38-39 ja 169-171*

## V2.

Kuvaa korvausvastuun parhaan arvion laskeminen Bootstrap-/simulointimenetelmällä, missä hyödynnetään alimallina determinististä Chain Ladder-mallia.

(10 p)

*Vastaus: Kollektiivinen Korvausvastuu, Ropponen, kappale 4.1*

## H1.

Henkivakuutusyhtiö Untuva myy riskihenkivakuutuksia jotka asiakas ostaa toistaiseksi voimassa olevina ja vuosimaksullisina.

Yhtiön aktuaarilla on hinnoittelussa käytössä seuraavat tiedot historiasta:

- Havaittu kuolevuus 2 promillea
- Vakuutusten myyntikulut 100 euroa / vakuutuskappale
- Vakuutusten hoitokulut 20 euroa / vakuutuskappale / vakuutusvuosi
- Kuolemantapauskorvauskäsittely 200 euroa / vakuutuskappale
- Vakuutuskannan raukeavuus 10% / vuosi

Yhtiö noudattaa hinnoittelussaan henkivakuutuksen turvaavuusperiaatetta ja katsoo, että sekä riskiliikkeen että kustannusliikkeen pitää olla itsessään turvaavasti hinnoiteltuja (ts. riskiliike ei subventoi kustannusliikettä tai toisinpäin). Hallitus on linjannut, että hinnoittelussa on käytettävä vähintään 20% turvaavuutta. Lisäksi hallitus on linjannut että vakuutusten myynnistä aiheutuvat kulut on kuoletettava odotusarvoisesti viiden vuoden kuluessa.

Muodosta riskihenkivakuutukselle vuosimaksu joka on muotoa

$$B = \frac{(1 + \varphi) \cdot r + \varepsilon}{1 - \kappa}$$

ja joka noudattaa edellä esitettyjä periaatteita ja perustuu historiahavaintoihin seuraavissa tapauksissa:

- Vakuutussumma on aina kiinteä 200 000€
- Vakuutussumma on aina kiinteä 20 000€

Analysoi vakuutuksen hintaa em. tapauksissa asiakkaan ja yhtiön näkökulmasta turvaavuusvaatimukset huomioiden. Mitä suosituksia antaisit yhtiön johdolle tulevaisuudesta myynnin ja kustannusten osalta?

(10 p)

*Vastaus:*

*Maksun osien tulkitseminen ja maksun muodostaminen: Yksilöllisen henkivakuutuksen laskuperusteet SHV-tutkintoa varten (1988)*

*Riskiliikkeen ja kustannusliikkeen muodostaminen + analysointi: Jussilan materiaalin hyödyntäminen*

## H2.

Henkivakuutusyhtiö Hengetär on laatimassa ennustetta vuoden 2017 tuloksesta. Sisäinen laskenta on laatinut oheisen tulosenusteen. Yhtiön aktuaaritoiminnolta on pyydetty mielipidettä ennusteen oikeellisuudesta.

Hengetäreillä on laskuperustekorkoisia vakuutuksia, joissa on myös riskisummia. Voit olettaa, että riskikorvaukset maksetaan heti eikä niille muodostu olennaista korvausvastuuta.

TULOSENNUSTE 2017	
<b>Vakuutusmaksutulo</b>	<b>9 700 000</b>
<b>Sijoitustoiminnan tuotot</b>	<b>1 700 000</b>
<b>Korvauskulut</b>	<b>-3 150 000</b>
Maksetut riskikorvaukset	-350 000
Maksetut säästökorvaukset	-2 000 000
Korvausvastuun muutos	-800 000
<b>Vakuutusmaksuvastuun muutos</b>	<b>-3 500 000</b>
<b>Liikekulut</b>	<b>-750 000</b>
<b>Sijoitustoiminnan kulut</b>	<b>-550 000</b>
<b>Vakuutustekninen tulos</b>	<b>3 450 000</b>

Aktuaaritoiminnolla on käytössä seuraavat arviot vuoden 2017 toteutumista:

<b>Veloitukset 2017</b>	
Laskuperustekorko	3,50 %
Kuolevuushyvitys	0,8 %
Riskimaksut maksutulosta	12 %
Kuormitukset maksutulosta	1 %
Riskimaksut säästöistä (eur)	670 000
Kuormitukset säästöistä (eur)	3 297 000
<b>Vastuuvelka</b>	<b>EUR</b>
1.1.2017	52 000 000
31.12.2017	56 300 000
Jaksona aikana erääntymiseen päättäneiden vakuutusten säästöt	970 000
Jakson aikana kuolemaan päättäneiden vakuutusten säästöt	1 030 000

a) Selitä lyhyesti, mitä kustannus-, korko- ja riskiliike kuvaavat. Laske annettujen tietojen perusteella Hengetären kustannus-, korko- ja riskiliike ja arvio niiden avulla, voidaanko Hengetären tulosennustetta pitää luotettavana.

b) Yhtiön johto harkitsee maksavansa vuoden lopussa asiakashyvitystä vuoden aikana maksettujen laskuperustekorkojen lisäksi ja on pyytänyt aktuaaritoimintoa selvittämään sen mahdollisia vaikutuksia. Kerro, miten asiakashyvityksen maksaminen vaikuttaisi Hengetären tulokseen ja eri liikkeisiin? Olisiko asiakashyvitysten myöntäminen mielestäsi mahdollista?

Perustele antamasi vastaukset ja mahdollisesti tekemäsi oletukset selkeästi.

(10 p)

*Vastaus: Jussila: Luku 7, Liite 1*