

Y1.

Työntekijän eläkelain mukaisen eläkevakuutuksen yleisissä laskuperusteissa on määritelty x -ikäisen henkilön kuolevuus kaavalla

$$\mu(x, b_2) = a_1 e^{a_2(x+b_2)},$$

missä a_1 ja a_2 ovat positiivisia yleisvakioita sekä vakio b_2 riippuu henkilön syntymävuodesta ja sukupuolesta.

Määritä vakio k siten, että yhtälö

$$\frac{N(x, b_2)}{D(x, b_2)} = k \frac{N(x + b_2, 0)}{D(x + b_2, 0)}$$

pätee. Laskennan yksinkertaistamiseksi voit olettaa, että N - ja D -funktioissa korkoutuvuus $\delta = 0$. Miten voit käytännön laskennassa hyödyntää yllä olevaa ominaisuutta?

Ratkaisuohje:

$$k = 1.$$

(10 p)

Y2.

Vakuutuspremio

a) Vakuutuspreemion määräytymisen logiikka voidaan esittää symbolina yhtälönä

$$\{X, J, U, M, S\} \Rightarrow \text{Premio } B \{P, E, \Lambda\}$$

missä X on vahinkohistoria ja P riskipremio. Mitä tekijöitä vahinkohistorian lisäksi esiintyy symbolisen yhtälön vasemmalla puolella ja mitä tekijöitä riskipreemion lisäksi yhtälön oikealla puolella?

b) Oletetaan, että standardia normaalijakaumaa noudattavan riskin S vakuutuspremio B on asetettu niin, että $\Pr\{S < B\} = 0.95$. Millainen riskipreemioon ja riskin hajontaan perustuva vakuutuspreemion laskentaperiaate antaa saman tuloksen?

Ratkaisuohje:

a) DPP sivu 310 kaava 10.1.1. (5 p)

b) DPP sivu 310 kaava 10.1.2. Kaavassa Λ on normaalijakauman 95% kvantiilipiste. (5 p).

(10p)

Y3.

Alla olevassa kolmiossa on erään vahinkovakuutuslajin vuoden 7 loppuun mennessä maksetut korvaukset. Oletetaan, että vahingot selviävät täysin seitsemän vuoden aikana

Sattumis- vuosi	Maksetut korvaukset selviämisvuosittain						
	1	2	3	4	5	6	7
1	1350	1500	600	450	200	70	10
2	1300	1500	550	450	150	30	
3	1400	1600	600	450	150		
4	1500	1600	550	400			
5	1300	1350	650				
6	1350	1550					
7	1800						
yhteensä	10000	9100	2950	1750	500	100	10

a) laske lajin korvausvastuu vuoden 7 lopussa chain-ladder –menetelmällä.

b) laske lajin korvausvastuu vuoden 7 lopussa Bornhutter-Ferguson –menetelmällä, olettaen, että maksutuotot ovat olleet seuraavat:

Sattumis- vuosi	Maksu- tuotto
1	5000
2	4800
3	4900
4	5100
5	5300
6	5500
7	5250

c) miten arvioit käytettyjen menetelmien soveltuvuutta käsillä olevaan aineistoon?

Ratkaisuohje:

a) Ropponen s. 20-27

b) Ropponen s. 29-34

c) CL ei välttämättä toimi oikein hyvin

(10 p)

H1.

Yhtiö X myy riskihenkivakuutuksia jotka asiakas ostaa toistaiseksi voimassa olevina ja vuosimaksullisina. Vakuutussumma on aina kiinteä 100 000 euroa.

Yhtiön aktuaarilla on hinnoittelussa käytössä seuraavat tiedot historiasta:

- Havaittu kuolevuus 1 promille
- Vakuutusten myyntikulut 50 euroa / vakuutuskappale
- Vakuutusten hoitokulut 10 euroa / vakuutuskappale / vakuutusvuosi
- Kuolemantapauskorvauskäsittely 50 euroa / vakuutuskappale
- Vakuutuskannan raukeavuus 10 % / vuosi

Yhtiö noudattaa hinnoittelussaan henkivakuutuksen turvaavuusperiaatetta ja katsoo, että sekä riskiliikkeen että kustannusliikkeen pitää olla itsessään turvaavasti hinnoiteltuja (ts. riskiliike ei subventoi kustannusliikettä tai toisinpäin). Hallitus on linjannut, että hinnoittelussa on käytettävä vähintään 20 % turvaavuutta. Lisäksi hallitus on linjannut että vakuutusten myynnistä aiheutuvat kulut on kuoletettava odotusarvoisesti viiden vuoden kuluessa.

Muodosta riskihenkivakuutukselle vuosimaksu joka on muotoa

$$B = \frac{(1 + \varphi) \cdot r + \varepsilon}{1 - \kappa}$$

ja joka noudattaa edellä esitettyjä periaatteita ja perustuu historiahavaintoihin.

Ensimmäisenä vakuutusvuonna myydään 1 000 kappaletta vakuutuksia. Ihmisiä kuolee normaalia enemmän vaikean influenssaepidemian seurauksena ja havaittu kuolevuus onkin 50 % historiallista keskiarvoa korkeammalla. Samalla yhtiö saa supistettua myynnin kuluja 50 %:lla, hoitokulut eivät muutu mutta epidemian takia joudutaan korvauskäsittelyyn palkkaamaan määräaikaista lisätyövoimaa ja korvauskäsittelyn kappalekulut kasvavatkin 25 %:lla. Vakuutuskannasta raukeaa vain 7,5 %.

Tee tulosanalyysi kannan ensimmäiseltä vakuutusvuodelta riski- ja kustannusliikkeen osalta.

Mitä johtopäätöksiä teet hinnoittelusta tulosanalyysin perusteella?

Ratkaisuohje:

- Käytössä olevien tietojen perusteella oikein muodostettu vuosimaksu (5 pistettä)
- Riskiliikkeen ja kustannusliikkeen tulosanalyysi (1,5 pistettä molemmista)
- Johtopäätökset + erityiset huomiot (2 pistettä)

(10 p)

H2.

Tulosanalyysi

Taustatiedot

Henkivakuutusyhtiö Joulumaan aktuaari on huolestunut pandemian mahdollisista vaikutuksista kuolemanvaravakuutusten kantaan. Aktuaari arvioi, että 1 prosentin todennäköisyydellä kuolleisuus kasvaa 25 prosenttia kaikissa ikäluokissa pandemian esiintymisvuonna.

Määritellään, että riskit (satunnaismuuttujat) $X(i)$ ovat hajautuvia jos, ja vain jos

osamäärä $[\sqrt{V(\sum_{i=1}^n X(i))}] / n$ suppenee kohti nollaa kun n lähenee ääretöntä (V on varianssi).

Kysymykset

- Onko pandemiariski hajautuva? Perustele vastauksesi matemaattisesti annettuun määritelmään perustuen.
- Miten aktuaari voisi arvioida kvantitatiivisesti simuloimalla tai muulla tavalla pandemian aiheuttamaa riskiä kannan kannattavuudelle? Mitä johtopäätöksiä aktuaarin tulisi tehdä riskiperusteanalyysissä pandemian esiintymisen jälkeen?

Ratkaisuohje:

a) Ei ole hajautuva. Perusteluna raja-arvotarkastelu. (6 p)

b) Simuloinnin kuvaus (2 p). Koska kyseessä on todella poikkeava havainto, ei poikkeama ennusteisiin vaadi toimenpiteitä. Sen sijaan syytä katsoa ovatko stressitestit ja turvamarginaalit riittäviä. (2 p)

(10 p)

V1.

- a) Mitä korvausvastuun laskennassa tarkoitetaan prosessi- ja estimointivarianssilla?
- b) Johda matemaattisesti korvausvastuun keskineliövirhe prosessi- ja estimointivarianssin summana. Mitä oletuksia joudutaan tekemään?
- c) Miten ennustevirheen hajontaa voidaan hyödyntää korvausvastuun määrä asetettaessa?

Ratkaisuohje:

- a) "Kollektiivinen korvausvastuu – Ropponen" kappale 3.2.1.
- b) "Kollektiivinen korvausvastuu – Ropponen" kappale 3.2.1.
- c) Esimerkiksi määritettäessä korvausvastuun varmuuslisän suuruutta.

(10 p)

V2.

Lakisääteinen tapaturmavakuutus:

- a) kuvaa rajoitetun omavastuun maksujärjestelmä
- b) laske lakisääteisen tapaturmavakuutuksen täysyksilöllisen maksujärjestelmän pohjamaksupromille vuodelle $v+1$, kun vakuutuksenottajasta tiedetään, että

vuosi	$v-2$	$v-1$	v
palkkasumma (t€)	2000	2300	2500
vuoden v lopussa arvioitu lopullinen korvausmeno	11000	11500	12000
maksupromille katkaistu	3,94	4,07	4,22
maksupromille	3,94	4,07	4,22

$$\alpha(v+1) = 0.15.$$

Lisäksi tiedetään että:

Maksun sallittua muutosta kuvaava parametri on 0.2.

$$d_1 = 0.5, d_2 = 0.3 \text{ ja } d_3 = 0.2.$$

Yhtiön kaikkien täysyksilöllisten vakuutusten katkaistulla maksupromillella kerrottujen maksutulojen summan suhde maksupromillella kerrottujen maksutulojen summaan on 0.98.

Ratkaisuohje:

- a) Kauppi, s. 29-31
- b) Kauppi, s. 26-28

(10 p)

E1.

Tiedossasi ovat seuraavat vuoden 2014 TyEL-MEL-eläkemenoja ja maksusuureita koskevat tiedot.

Yhteisesti kustannettava eläkemeno v. 2014 per 1.7. MEUR	
TyEL-MEL-eläkkeet	2014
vanhuuseläkkeet	8902,64
kertasuoritukset EY-siirtomääristä, vanhuuseläkkeet	0,67
työkyvyttömyyseläkkeet ja kuntoutusrahat	650,04
työttömyyseläkkeet	0,41
perhe-eläkkeet	976,06
osa-aikaeläkkeet	69,09
kertasuoritukset EY-siirtomääristä, tk- ja perhe-eläkkeet	0,17
TEL-L ja työnantaja-eläkkeet	153,69

Tilitys Eläke-Kansan selvityspesästä vuonna 2014 per 1.7.	1,01
Tasausmaksutulo vuonna 2014 TyEL ja MEL	10192,46
Tasausvastuu 31.12.2013 TyEL ja MEL	8765,82
Vakuutetut vuosiansiot 2014 TyEL ja MEL	52807,39
TyEL:in Valtion Eläkerahastoon maksettu siirtymämaksu	24,26
Siirtymämaksun perusteena oleva palkkasumma	159,50
Vuodelle 2014 vahvistettu siirtymämaksun perusteen kerroin g	0,0032
Tasausmaksutulon ja vakuutettujen vuosiansioiden suhde u	0,19
TEL-L ja ta-vakuutus	
maksutulo	10,1
maksun tasausosa	1,83
maksu tasaukseen	18,58
Eteran erityisen kuolevuusperusteen vajeus per 1.7.2014	-9,95418

Laske näiden tietojen perusteella työeläkelaitoksen A vuoden 2014 TyEL-MEL-VILMA-eläkeselvittelyn lopullinen erä, kun tiedetään vielä laitoksen A osalta seuraavat suureet.

Eläkelaitoksen A maksamat...	
... yhteisesti kustannettavat eläkkeenosat	430,00
...toisten eläkelaitosten puolesta maksetut eläke-erät	50,00
...Merimieseläkekassan kustannettavat MEL-ylitteet	2,00

Eläkelaitos A	
Tasausvastuu 31.12.2013	500,00
Tasausmaksutulo vuonna 2014 TyEL ja MEL	600,00
Vakuutetut vuosiansiot 2014 TyEL ja MEL	3500,00
TEL-L maksu tasaukseen	1
toisten eläkelaitosten maksamat A:n vastuulla olevat eläkkeet	5

Perustekorko 1.1.–30.6.2014 on 4,5 %. Jos jotain suuretta ei ole tehtävässä annettu, voit olettaa sen nolllaksi.

Ratkaisuohje:

- Lasketaan kerroin q_a
- Lasketaan kerroin q_b
- Lasketaan laitoksen A hyvitys kustannustenjaosta
- Lasketaan laitoksen A maksu kustannustenjakoon
- Lasketaan lopullinen erä hyvityksen ja maksun erotuksena
- *(Työeläkkeiden kustannustenjako)*

(10 p)

E2.

a) Selvitä, miten vuonna 2015 kerätty työeläkevakuutusmaksun työkyvyttömyyseläkeosa näkyy eri vastuuvelan osissa vuonna 2015 ja sitä seuraavina vuosina.

b) Miten työeläkevakuutusmaksun vanhuuseläkeosa ja alkaneen vanhuuseläkkeen korvausvastuu määritellään?

Ratkaisuohje:

- a) Tuomikoski et al. s.59-63, laskuperusteen kohdat 5.2.1.2 ja 5.3.1.2 (pääpiirteissään);
- b) Tuomikoski et al. s.49-51, 64, laskuperusteen kohdat 3, 4.1.1 ja 5.3.1.1.

(10 p)