

1. Henkivakuutusosakeyhtiö Tuoni myöntää yksilöllisiä henkivakuutuksia (sijoitussidonnaisia, laskuperustekorkoisia ja ns. riskihenkivakuutuksia), yksilöllisiä eläkevakuutuksia, kapitalisaatiosopimuksia sekä sairauskuluvakuutuksia.

Henkivakuutus sopimukset on tehty vähintään viideksi vuodeksi ja niissä kaikissa on positiivinen riskisumma. Kaikkiaan henkivakuutuksen kuoleman varalta voimassa oleva vakuutuskanta oli vuoden 2009 lopussa 4 500 m€ josta jälleenvakuuttajan vastuulla oli 500 m€. Henkivakuutukset eivät sisällä eläkemuotoisia korvauksia.

Liitteessä on esitetty Tuonen maksetut korvaukset, maksutulo ja vastuuelka tuotteittain vuosilta 2006 - 2009.

Vuoden 2009 lopussa yhtiön oma pääoma oli 300 m€, vapaaehtoiset varaukset 50 m€, yhtiöllä oli 100 m€ arvosta pääomalainaa. Yhtiön tasoitusvastuu oli 20 m€ (ei sisälly liitteessä esitettyihin korvausvastuuerittelyihin). Vastuuelan lisäksi taseeseen sisältyi siirtovelkoja 30m€ ja muita velkoja 80 m€. Lisäksi taseen vastaaviin sisältyi saamia 250m€, aineettomia hyödykkeitä 30m€ ja taseeseen aktivoituneet vakuutusten hankintamenot olivat 10 m€. Sijoitusten arvostuserot olivat 100m€. Yhtiön hallitus esitti, että vuoden 2009 tuloksesta maksetaan voitonjakona osinkoja osakkeenomistajille yhteensä 15m€.

Laske yhtiön vakuutusyhtiölain 11 luvun mukainen toimintapääoma. Laske ja arvioi yhtiön vakavaraisuustilannetta vakuutusyhtiölain 11 luvun mukaisten vakavaraisuusvaatimusten perusteella.

Vakuutusyhtiölain 12 luvussa säädetään henkivakuutusyhtiön vakavaraisuuden ennakoivasta valvonnasta. Tuonen ns. markkinaehtoinen vastuuelka 31.12.2009 lopussa oli 6 225 m€. Vakuutusyhtiölain 12 luvussa esitetty perusvaatimustestin mukainen laajennetun toimintapääoman minimi oli 600 m€. Miltä yhtiön laajennetun toimintapääoman riittävyys ennakoivan valvonnan mielessä vaikuttaa ja mitä seurauksia yhtiön perusvaatimustestin mukaisella vakavaraisuustilanteella voi olla? Jos tarpeen, mitä keinoja Tuonella olisi perusvaatimustestin mukaisen vakavaraisuustilanteen parantamiseksi?

(20p)

2. Minkälaisia ns. ei-mitattavissa olevia riskejä vakuutustoimintaan liittyy ja miten niiltä voidaan suojautua

(10p)

3.

- a) Sosiaali- ja terveysministeriön asetuksen (asetus vahinkovakuutusyhtiön oikaistun vakavaraisuuspääoman rajojen, tasoitusmäärän ja sen rajojen laskennasta sekä laskennan laskuperusteista (622/2008)) mukaan hetkellä  $t$  vahinkovakuutusyhtiön  $U(t)$  on  $U(t) = \sum U_k(t)$ , missä  $U_k(t)$  on vakuutuslajiryhmän  $k$  tasoitusmäärä. Esitä miten  $U_k(t)$  lasketaan ja määrittele laskennassa käytettävät suureet.
- b) Mihin toimenpiteisiin yhtiön on vakuutusyhtiölain mukaan ryhdyttävä, jos perusteiden mukaan laskettu tasoitusmäärä on pienempi kuin tasoitusmäärän alaraja. Mitä keinoja yhtiöllä on käytettävänä asian korjaamiseksi tilanteessa, jossa tasoitusmäärä on pienempi kuin tasoitusmäärän alaraja.

(10p)

4. Eurooppalaisella osto-optiolla on eräpäivä tasan vuoden päässä ja toteutushinta (strike price) 3,20 €. Alla olevan osakkeen nykyhintaa on 3,50 €. Option hinta on 0,5273 €. Jatkuva riskitön korko on 4 %.

- a) Arvioi osakkeen hinnan hajonta olettaen, että Black-Scholes mallia voi käyttää
- b) Uusi ao. osakkeen johdannainen on juuri laskettu liikkeelle. Option perusteella saa vuoden kuluttua (satunnaisen) määrän  $D$  €.  $D$  on 100 kertaa option arvo juoksuaian lopussa, kuitenkin korkeintaan 1 € (ts. jos option arvo on 0,5 c, on  $D$  50; jos option arvo on 5 c, on  $D$ :n arvo 1 €). Kirjoita tämän johdannaisen loppuhinta kahden eri eurooppalaisen osto-option funktiona.
- c) Laske edellisessä kohdassa määritetyn johdannaisen hinta.
- d) Laske riskineutraali todennäköisyys sille, että ao. osakkeen hinta on suurempi kuin 3,20 €.

(10p)

5. Vahinkovakuutusyhtiö V:n pääoma hetkellä nolla (vuoden yksi alussa) on  $U_0 > 0$ . Vuoden  $n$  kokonaisvahinkomäärä  $X_n$  noudattaa yhdistettyä Poisson-jakaumaa. Reaalikasvu nostaa vahinkojen lukumäärän odotusarvoa  $100g$  prosenttia ja inflaatio vahinkojen suuruuksia  $100i$  prosenttia vuodessa, missä  $g$  ja  $i$  ovat ei-negatiivisia vakioita. Muilta osin jono  $X_0, X_1, X_2, \dots$  on stationaarinen. Vuonna nolla vahinkojen lukumäärän odotusarvo on  $\lambda$  ja vahingon suuruuden kaksi alinta origomomenttia ovat  $a_1$  ja  $a_2$ . Eri vuosien kokonaisvahinkomäärät ovat toisistaan riippumattomia. Vuoden  $n$  vakuutusmaksu on

$$P_n = (1 + v)E(X_n),$$

missä  $v > 0$  on varmuuslisä. Olkoon

$$R_N = \mathbb{P}\left(\sum_{n=1}^N X_n > U_0 + \sum_{n=1}^N P_n\right), \quad N \in \mathbb{N},$$

ja  $c$  positiivinen vakio.

- a) Osoita, että  $R_N$  suppenee kohti nollaa  $N$ :n kasvaessa kohti ääretöntä, kun  $(g, i) = (c, 0)$ . Päteekö sama, jos  $(g, i) = (0, c)$ .
- b) Olkoon  $N$  kiinteä. Vertaile reaalikasvun ja inflaation vaikutusta riskiin arvioimalla todennäköisyyttä  $R_N$  normaaliaprosimaaation avulla. Riittää vertailla tapauksia  $(g, i) = (c, 0)$  ja  $(g, i) = (0, c)$ :

(15p)

6. Määritä keskinäisen vahinkovakuutusyhtiön etäisyys oikaistusta vakavaraisuuspääoman tavoiterajasta. Maksimoi etäisyys muuttamalla sijoitusallokaatiota, kun

Vakuutusmaksutuotot 500 M€

Vastuunkantokyky 100 %

Vastuovelka 1 000 M€

Tasoisuusmäärä 200 M€

Lisäksi tiedetään, että

- a) Vakuutusteknisistä riskeistä johtuva pääomavaatimus on 22 % vakuutusmaksutuotosta
- b) Sijoitusten keskimääräinen tuottovaatimus 5 %
- c) yhtiö sijoittaa vain julkisyhteisöjen joukkovelkakirjalainoihin ja noteerattuihin osakkeisiin
- d) yhtiöllä on pääomalainoja 50 M€ ja yhtiö voi periä lisämaksuja korkeintaan 500 M€:n edestä
- e) yksittäisestä vahinkotapahtumasta johtuva pääomavaade on 5 M€

(15p)

7. Sijoittajalla on hetkellä nolla käytettävissään pääoma  $U_0 > 0$ . Tämä sijoitetaan vuodeksi markkinoille, joilla sijoituskohteina ovat arvopaperit  $1, \dots, N$ . Arvopaperin  $j$  hinta hetkellä nolla on  $p_j$  ja arvo hetkellä yksi satunnaismuuttuja  $S_j$ . Arvopaperi 1 on vuoden nollakuponkibondi vuosikorolla  $i > 0$ . Toisin sanoen  $p_1 = 1/(1+i)$  ja  $S_1 \equiv 1$ . Muut arvopaperit ovat riskillisiä. Sijoitus tehdään hetkellä nolla. Lyhyeksi myynti on sallittua. Arvopapereista ei synny kassavirtoja kyseisen vuoden aikana. Olkoon Capital Asset Pricing -mallin mukainen odotustuottoastetta  $s$  vastaava optimaalinen arvopaperiin  $j$  sijoitettava määrä  $w_j^*(s) U_0$ ,  $j = 1, \dots, N$ ,  $s > i$ .

- Esitä arvopaperin  $j$  tarkasteluvuoden tuottoaste mainittujen parametrien ja satunnaismuuttujien avulla.
- Oletetaan, että  $U_0$  sijoitetaan siten, että arvopaperiin  $j$  allokoidaan hetkellä nolla rahaa määrä  $w_j U_0$ ,  $j = 1, \dots, N$ . Mikä on näin syntyvän salkun tuottoaste.
- Hetkellä yksi sijoitussalkku realisoidaan ja samassa yhteydessä luovutetaan aiempien sopimusten nojalla  $k_j$  kappaletta arvopaperia  $j$  sopijaosapuolille,  $j = 1, \dots, N$ . Operaatioiden jälkeen sijoittajalla on hallussaan eräs varallisuus  $U_1$  hetkellä yksi. Sijoittaja ottaa salkun valinnassa lähtökohdaksi asetelman, jossa varallisuus  $U_0$  tuottaa varallisuuden  $U_1$  tarkasteluvuotena. Salkku valitaan siten, että odotustuottoaste on  $r$  ja tuottoasteen varianssi on minimaalinen. Merkitään

$$\rho = \sum_{n=1}^N k_j (p_j / U_0).$$

Oletetaan, että  $\rho \in (0, 1)$  ja että  $r > (1 - \rho)i - \rho$ . Muotoile salkun valinta optimointitehtäväksi ja määrää arvopapereihin sijoitettavat optimaaliset osuudet.

- Osoita, että c-kohdan minimaalinen varianssi on nolla, jos  $r = (1 - \rho)i - \rho$ .

(20p)

Henkivakuutusosakeyhtiö Tuoni  
Luvut 1 000 000€

Liite 1

#### Maksutulo

	2006	2007	2008	2009
Riskihenkivakuutus	80	85	100	120
Jälleenvakuuttajan osuus	-20	-25	-50	-50
Säästöhenkivakuutus, korkosidonnainen	165	200	225	200
Säästöhenkivakuutus, sijoitussidonnainen	100	125	130	180
Yksilöllinen eläkevakuutus, korkosidonnainen	125	150	100	80
Yksilöllinen eläkevakuutus, sijoitussidonnainen	50	75	50	70
Kapitalisaatiosopimukset, korkosidonnainen	50	60	40	80
Sairauskuluvakuutukset	40	50	55	70
Jälleenvakuuttajan osuus	-20	-20	-25	-25
	570	700	625	725

#### Maksetut korvaukset

	2006	2007	2008	2009
Riskihenkivakuutus	40	40	55	65
Jälleenvakuuttajan osuus	-10	-10	-20	-25
Säästöhenkivakuutus, korkosidonnainen	125	155	160	160
Säästöhenkivakuutus, sijoitussidonnainen	75	80	85	100
Yksilöllinen eläkevakuutus, korkosidonnainen	100	120	100	80
Yksilöllinen eläkevakuutus, sijoitussidonnainen	25	40	40	55
Kapitalisaatiosopimukset, korkosidonnainen	30	40	25	50
Sairauskuluvakuutukset	30	40	60	80
Jälleenvakuuttajan osuus	-15	-20	-25	-35
	400	485	480	530

#### Vakuutusmaksuvastuu

	2006	2007	2008	2009
Riskihenkivakuutus	80	85	105	130
Jälleenvakuuttajan osuus	-20	-25	-50	-50
Säästöhenkivakuutus, korkosidonnainen	1600	2000	2500	2300
Säästöhenkivakuutus, sijoitussidonnainen	770	960	1000	1600
Yksilöllinen eläkevakuutus, korkosidonnainen	1000	1300	900	800
Yksilöllinen eläkevakuutus, sijoitussidonnainen	425	600	400	600
Kapitalisaatiosopimukset, korkosidonnainen	50	65	45	100
Sairauskuluvakuutukset	50	65	75	100
Jälleenvakuuttajan osuus	-35	-35	-45	-45
	3920	5015	4930	5535

#### Korvausvastuu

	2006	2007	2008	2009
Riskihenkivakuutus	5	10	15	20
Jälleenvakuuttajan osuus	-2	-3	-7	-10
Säästöhenkivakuutus, korkosidonnainen	100	125	155	145
Säästöhenkivakuutus, sijoitussidonnainen	80	100	105	165
Yksilöllinen eläkevakuutus, korkosidonnainen	200	275	200	190
Yksilöllinen eläkevakuutus, sijoitussidonnainen	100	150	120	200
Kapitalisaatiosopimukset, korkosidonnainen	20	20	10	15
Sairauskuluvakuutukset	5	10	15	20
Jälleenvakuuttajan osuus	-2	-3	-5	-8
	506	684	608	737