

Y1. Seuraava taulukko kertoo vakuutusyhtiön maksamat korvaukset vahinkovuoden ja korvauksen maksuvuoden mukaan ryhmiteltynä (tuhansina euroina):

Vahinkovuosi	korvauksen maksuvuosi			
	2004	2005	2006	2007
2004	410	814	216	79
2005		575	940	281
2006			814	1066
2007				1142

Inflaatio mitattuna edellisen vuoden keskeltä alla olevan vuoden keskelle on ollut seuraava:
2005: 5 %, 2006: 5,5 %, 2007: 5,4 %. Tulevaksi inflaatioksi oletetaan 8 % per vuosi.

Voidaan olettaa, että korvaukset tulevat kaikki maksetuiksi viimeistään kolmantena vuonna vahinkovuoden jälkeen.

Laske vuoden 2007 vahingoista korvausvastuuseen varattava määrä käyttäen chain ladder menetelmää, jossa on otettu huomioon inflaation vaikutus korvausmenoon.

(10p)

Y2. Yhtiö soveltaa erään vakuutuslajin kaikkiin vakuutuksiin kiinteää riskimaksua P . Tämä vastaa yli koko kannan laskettua keskimääräistä vuotuista kokonaisvahinkomäärää per vakuutettu. Havaintoaineistoon perustuen on arvioitavissa, että vahinkojen suuruudet ovat samoin jakautuneita kaikilla vakuutetuilla. Vahinkojen lukumäärän odotusarvot eivät ole identtisiä, vaan 40 prosentilla vakuutetuista kyseinen odotusarvo on $\lambda_1 = 0.1$ ja 60 prosentilla $\lambda_2 = 0.2$. Kunkin vakuutetun vuotuiset kokonaisvahinkomäärät mallinnetaan yhdistetyiksi Poisson-muuttujiksi ja eri vuodet oletetaan kaikilta osiltaan toisistaan riippumattomiksi.

Hinnoittelun oikeudenmukaisuuden lisäämiseksi yhtiö ottaa käyttöön seuraavan alennusjärjestelmän. Perusmaksu P' peritään niiltä vakuutetuilta, joille on edellisenä vuotena sattunut vähintään yksi vahinko. Mikäli edeltävä vuosi on vahingoton, mutta sitä edeltävä ei, on vakuutusmaksu 90 prosenttia perusmaksusta. Muissa tapauksissa vakuutusmaksu on 80 prosenttia perusmaksusta. Uusille vakuutuksille maksu määrätään edellä kuvatulla tavalla olettamalla, että kahtena edeltävänä vuotena on sattunut vahinko.

- Määrää P' siten, että yhtiön yli koko kannan laskettu riskimaksutaso vastaa kokonaisvahinkomäärän odotusarvoa pitkällä tähtäimellä. Kokonaisvahinkomäärien jakaumien ja kannan rakenteen oletetaan pysyvän muuttumattomina tulevina vuosina.
- Määrää vakuutetun vahinkojen lukumäärän odotusarvoja λ_1 ja λ_2 vastaavat pitkän tähtäimen riskimaksujen odotusarvot.

(10p)

Y3.

- a. Selvitä lakisääteisessä työeläkevakuutuksessa sovellettavan Z -mallin pääperiaatteet
- b. Johda t -ikäisen ajan u työkyvyttömänä olleen työkyvyttömän työkyvyttömyyden vastaisen keston tiheysfunktio
- c. Voidaanko mallissa määrätä todennäköisyydet ”henkilö on aktiivi” ja ”henkilö on työkyvytön”. Perustele vastauksesi.

(10p)

E4

Työeläkevakuutusyhtiön vastuuelkaan sisältyy eriä, joilla puskuroidaan erilaisia riskejä. Mitä nämä vastuuelan osat ovat? Mitä riskejä kukin osa puskuroi? Jos jotkin osat puskuroivat samaa riskiä, niin mikä osa on ensisijainen puskuri?

(10p)

E5

Kahiseva Oy:n kaikki työntekijät ovat vakuutettuina TyEL-vakuutuksessa, jonka uusien vuosina $v=2005, 2006$ ja 2007 myönnettyjen työkyvyttömyyseläkkeiden menot hetkellä $31.12.v$ ovat (euroa):

Laji:	Vuosi		
	2005	2006	2007
Työkyvyttömyyseläkkeet	142 000	166 000	263 000
Kuntoutustuet	152 000	179 000	287 000
Kuntoutusrahat	3 120	3 270	3 200

Vakuutuksen palkkasummat ja teoreettiset työkyvyttömyyseläkeosat ovat vastaavasti (euroa):

	Vuosi						
	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Palkkasumma	18 500 000	18 685 000	18 470 000	19 100 000	19 550 000	19 800 000	20 100 000
Teoreettinen työkyvyttömyyseläkeosa $P_v^I(1)$	259 000	261 590	240 110	248 300	391 000	396 000	361 800

Määrää vuodelle 2008 edellä mainitun vakuutuksen

- työkyvyttömyysmaksuluokka ja
- TyEL-maksun työkyvyttömyyseläkeosa.
- Mitä voit sanoa yrityksen työkyvyttömyysmaksun suuruudesta keskimääräiseen työkyvyttömyysmaksuun verrattuna? Mistä ero johtuu.
- Mitä menoja tällä maksun työkyvyttömyyseläkeosalla rahoitetaan?

Tehtävässä oletetaan, että vakuutuksen teoreettinen meno vuodelta i lasketaan kaavalla

$$R_{v,i}^p = b_i^0 P_{i-1}^I(1) + b_i^1 P_{i-2}^I(1) + b_i^2 P_{i-3}^I(1), \text{ missä}$$

b - kertoimet	$i=2005$	$i=2006$	$i=2007$
b^0	0,57	0,56	0,04
b^1	0,20	0,19	0,64

b^2	0,05	0,04	0,22
-------	------	------	------

Kerroin

$$m_v^k = \begin{cases} 5,5 & \text{kun } L_v^k \geq 5 \\ 4,5 & \text{kun } 4 \leq L_v^k < 5 \\ 3,5 & \text{kun } 3 \leq L_v^k < 4 \\ 2,75 & \text{kun } 2,5 \leq L_v^k < 3 \\ 2,25 & \text{kun } 2 \leq L_v^k < 2,5 \\ 1,75 & \text{kun } 1,5 \leq L_v^k < 2 \\ 1,35 & \text{kun } 1,2 \leq L_v^k < 1,5 \\ 1 & \text{kun } 0,8 \leq L_v^k < 1,2 \\ 0,65 & \text{kun } 0,5 \leq L_v^k < 0,8 \\ 0,35 & \text{kun } 0,2 \leq L_v^k < 0,5 \\ 0,1 & L_v^k < 0,2 \end{cases}$$

Lisäksi tiedetään, että $R_{2004}^F = 1,5 \text{ M€}$, $R_{2004}^Y = 24,0 \text{ M€}$ ja palkkakertoimen arvot ovat

2008	1,124
2007	1,1
2006	1,063
2005	1,028
2004	1

Työkyvyttömyysmaksun tilapäisen alennuksen määräävä kerroin $c_{2008}^1 = 0,01$.

(10p)

H4. Tarkastellaan pankkilainaan liitettävää kuolemanvaraturvaa. Laina korkoineen maksetaan takaisin kolmessa yhtä suuressa erässä yhden vuoden, kahden vuoden ja kolmas erä kolmen vuoden kuluttua lainan nostamisesta. Vakuutussumma on koko ajan maksamattomien (annuiteetti)erien summa.

Vakuutusyhtiön aktuaarina suunnittelet vakuutusmaksujen rytmiä. Vaihtoehtoina ovat kertamaksu tai vuosimaksut. Vuosimaksut voivat olla tasamaksut tai jokaiselle vakuutusvuodelle lasketaan erikseen kertamaksu. Maksut noudattavat laskuperustetta *Yksilöllisen henkivakuutuksen laskuperusteet* (perusluvut ohessa) muutoin, mutta κ -kuormitus on maksutavasta riippumatta 10%. Lisäksi haluat verrata luonnollisia maksuja jotka pohjautuvat q -lukuihin käyttäen laskuperusteen kuormitusrakennetta ja kuolevuusoletusta.

Tee esimerkkilaskelma 28-vuotiaalle miehelle, jonka lainan korko on 5% ja lainapääoma 100 000 €. Millaista tai millaisia maksurytmejä suosittelet tuotekehittelijöille?

(10p)

H5. Keskinäinen Henkivakuutusyhtiö Finlandia aikoo tuoda markkinoille yksilöllisen eläkevakuutuksen, jonka tärkeimmät piirteet ovat seuraavat

- 1) Vakuutus on korkosidonnainen ja
- 2) kertamaksuinen.
- 3) Kiinteää kuukausieläkettä E maksetaan vakuutetulle kertamaksun maksamista seuraavan kuukauden alusta (heti alkava)
- 4) niin kauan kuin hän on elossa (elinikäinen)
- 5) Vakuutusmaksusta peritään kuormitusta 1,5% ja
- 6) vakuutussäästöstä peritään eläkkeen lisäksi kuormitusta 1% maksettavasta eläkkeestä.

Finlandian hoitojärjestelmä on tehty rekursiivisella tekniikalla toimivia henkivakuutuksia varten, ja uudet eläkevakuutukset on tarkoitettu hoitaa samassa järjestelmässä, jota täydennetään maksatusosalla.

Muokkaa rekursiivisen tekniikan henkivakuutuksien vastuueläkeläkehittymistä koskevat kaavat uutta eläkevakuutusta varten seuraaville kahdelle muunnelmalle:

- A. Vakuutetun kuollessa ei makseta enää mitään korvausta (puhdas elämänvaravakuutus)
- B. Jos vakuutettu kuolee ennen kuin hänelle on suoritettu 120 eläke-erää, eläkkeen maksamista jatketaan edunsaajalle kunnes yhteensä 120 kuukausieläkettä on maksettu (ja maksatus päättyy siihen).

(10p)

V4. Lakisääteisen tapaturmavakuutuksen hinnoittelussa sovelletaan yksilöllistä maksujärjestelmää erään toimialan suurille vakuutuksenottajille. Merkitään

$X_j(t)$ = vakuutetun j kokonaisvahinkomäärä vuonna t ,

$L_j(t)$ = vakuutetun j palkkasumma vuonna t .

Tarkastellaan vakuutusten hinnoittelua vuoden yksi alussa. Yhtiön mallissa inflaatiohistorialla ehdollistetut kokonaisvahinkomäärät $X_j(t)$ ovat toisistaan riippumattomia ja noudattavat yhdistettyä Poisson-jakaumaa siten, että vahinkojen lukumäärän odotusarvo on vakuutuksenottajakohtainen vakio λ_j ja yksittäisen vahingon suuruus on muotoa

$$(1 + i(1)) \cdots (1 + i(t))Z,$$

missä $i(s)$ on vuoden s inflaatioaste ja Z on ei-negatiivinen sattumisvuodesta ja vakuutuksenottajasta riippumaton satunnaismuuttuja. Olkoot $a_1 = E(Z)$ ja $a_2 = E(Z^2)$ tunnettuja parametreja. Inflaation oletetaan vaikuttavan palkkasummiin samoin kuin vahingon suuruuksiin siten, että

$$L_j(t) = (1 + i(1)) \cdots (1 + i(t)) L_j(0),$$

missä $L_j(0)$ on vakuutetun j vuoden nolla palkkasumma.

Olkoon $x_j(t)$ vakuutetun j vahinkopromille vuonna t . Vuoden t pohjamaksupromille $p_j(t)$ määräytyy ehdosta

$$p_j(t) = \alpha_j(t)x_j(t) + (1 - \alpha_j(t)) p_{j-1}(t),$$

missä $\alpha_j(t) \in [0, 1]$ on deterministinen tasoitusparametri. Tasoitusparametrin mitoituksen avulla kontrolloidaan vakuutusmaksun suhteellisia vuosivaihteluita vaatimalla, että ehdolla $p_j(t-1) = E(x_j(t-1))$, vuoden t pohjamaksupromillen variaatiokerroin (hajonta/odotusarvo) on vakio d . Lisäksi vaaditaan, että $\alpha_j(t) \leq 1$.

- a. Osoita, että $\alpha_j(t)$ on muotoa $\alpha_j(t) = \min(\beta \sqrt{\lambda_j}, 1)$ ja määrää β kaikilla $t = 1, 2, \dots$
- b. Tee perusteltu ehdotus tasoitusparametrin $\alpha_j(1)$ määrittämiseksi, kun käytettävissä ovat vakuutuksenottajittain viiden edeltävän vuoden pohjamaksut ja palkkasumat.

(10p)

V5. Vakuutusyhtiössä on voimassa autoille seuraavanlainen Bonus-Malus-järjestelmä:

		UUSI LUOKKA x-VAHINGON JÄLKEEN		
LUOKKA	VAKUUTUSMAKSU	x = 0	x = 1	x > 1
1	75	1	2	3
2	100	1	3	3
3	200	2	3	3

OLETUKSET:

- Yhtä vakuutusvuotta

kohden sattuu keskimäärin 0.1 vahinkoa

- Vahinkojen lukumäärä noudattaa Poisson - jakaumaa
- keskimääräinen vahingon suuruus on 1000 €
- Vahingon suuruus noudattaa Normaalijakaumaa (keskihajonta 200 €)

- a) Riittääkö vakuutusyhtiön vakuutusmaksut pitkällä aikavälillä kattamaan korvaukset?
- b) Kuinka suuri tasokorotuksen (alennuksen) tulisi olla, jotta vakuutusmaksut vastaisivat maksettuja korvauksia?
- c) Kuinka paljon b-kohdassa vakuutusmaksutulo muuttuu, jos vahinkotaajuus kasvaa (suhteellisesti) 10 %:a?
- d) Mikä on todennäköisyys, että luokassa 1 oleva vakuutettu ilmoittaa vahingosta vakuutusyhtiölle yhden vuoden aikana (olettaen vakuutetun käyttäytyvän rationaalisesti)?

(10p)