

1. (10p)

Vakuutusyhtiö Mopokone Oyj:llä on seuraavat maksettujen korvausten tilastot koskien mopedivakuutuksia, jotka ovat voimassa kalenterivuoden kerrallaan:

Luvut ovat tuhansina euroina.

Vahinkovuosi Korvauksen maksuvuodet (vuosia vahinkovuoden jälkeen)

	0	1	2	3
2002	2905	535	199	56
2003	3315	578	159	
2004	3814	693		
2005	4723			

Vastaavat vahinkolukumäärät ovat

2002	430	51	24	7
2003	465	58	24	
2004	501	59		
2005	539			

a) Laske em. tilastojen perusteella korvausvastuun määrä käyttäen menetelmää, joka perustuu keskimääräiseen kustannukseen per vahinko. Kerro, mitä oletuksia joudut tekemään laskennassa.

b) Laske korvausvastuun määrä myös pelkkään korvausmenoon perustuvaa chain-ladder menetelmää käyttäen. Kerro myös tässä käyttämäsi oletukset. Mistä tulosten ero johtuu?

2. (10p)

Olet saanut nimityksen vuoden 2005 alussa toimintansa aloittaneen Vakuutusyhtiö Hupsistakeikkaa Oy:n aktuaariksi. Yhtiön päätuote on ammatillinen vastuuvakuutus, joka korvaa tilintarkastajien, aktuaarien yms. töppäykset. Vakuutussopimukset ovat voimassa kalenterivuoden kerrallaan.

Ensimmäisiä tehtäviäsi on korvausvastuun ja erityisesti tuntemattomien varauksen määrittäminen yhtiön ensimmäiseltä tilikaudelta, joka päättyi 31.12.2005. Sen lisäksi, että käytettävissäsi on yhtiön vakuutusehdot ja tiedot maksutulosta sekä vahingoista, olet päättänyt hankkia vertailutiedot muitten vakuutusyhtiöiden käytännöistä. Olet saanut kerätyksi tiedot vahinkosuhteista koskien maksettuja, sattuneita ja lopullisia vahinkoja kymmenestä yhtiöstä, jotka myöntävät muiden vakuutuslajien lisäksi oman yhtiösi tuotetta vastaavia vakuutuksia.

Olet päättänyt hyödyntää keräämiäsi tietoja ja valinnut näistä yhtiöistä mielestäsi parhaiten yhtiösi tilannetta lähellä olevien yhtiöiden tiedoista lasketut arvot seuraavaan taulukkoon:

Vahinkovuosi	Tulosvuosi 2002			Tulosvuosi 2003			Tulosvuosi 2004		
	mks	kms	lvs	mks	kms	lvs	mks	kms	lvs
2001	21	88	125	43	105	123	85	118	122
2002	5	36	91	21	64	85	38	76	86
2003				7	29	70	23	46	65
2004							2	23	60

Yllä olevassa taulukossa luvut ovat prosentteja ja lyhennykset tarkoittavat seuraavaa: mks = maksetut korvaukset per vahinkovuoteen kohdistuva maksutulo (paid loss ratio) , kms =korvausmeno per vahinkovuoteen kohdistuva maksutulo (siis maksetut + tunnettujen vahinkojen korvausvastuu; incurred loss ratio), lvs = lopullinen vuoden vahinkosuhte (maksetut + tunnettujen ja tuntemattomien varaus per vahinkovuoteen kohdistuva maksutulo; ultimate loss ratio).

Edelleen olet saanut tiedot markkinahintojen muutoksista viimeisiltä kolmelta vuodelta ja ne ovat seuraavan taulukon mukaiset:

Vuodesta vuoteen maksun muutos prosentteina:		
2001	2002	+50
2002	2003	+25
2003	2004	+10
2004	2005	- 5

- Kuvaile, kuinka käyttäisit edellä olevaa informaatiota arvioidaksesi yhtiösi vuoden 2005 lopullista vahinkosuhdetta. Kerro, mitä lisätietoa ehkä tarvitsisit yhtiösi vakuutusten myönnöstä vastaavalta henkilöltä.
- Arvioi em. tietojen perusteella, miten vahinkovuoteen 2005 kohdistuva maksettujen korvausten määrä suhteessa vahinkovuoden maksutuloon kehittyi ensimmäisenä, toisena, kolmantena ja neljäntenä vuonna.
- Komentoi lyhyesti tulosten luotettavuutta.
- Kerro perustellen, miten käyttäisit yhtiösi tuloksista vuoden 2006 aikana kertyvää informaatiota suhteessa em. vertailutietoihin vuoden 2006 korvausvastuun laskennassa.

3. (10p)

Vakuutusyhtiöllä on n kappaletta eri vakuutusriskejä ($i=1, \dots, n$), joille on sattunut tietty määrä vahinkoja per kuukausi, Y_{ij} , kaikkiaan m kuukauden ajalta ($j=1, \dots, m$).

Oletetaan, että kunkin riskin kuukausittaisten vahinkojen lukumäärät ovat toisistaan riippumattomia Poisson-jakautuneita satunnaismuuttujia, joille pätee

$$E(Y_{ij}) = \mu_{ij}$$

Näitä satunnaismuuttujia mallinnetaan yleistetyllä lineaarisella mallilla (GLM), jossa

$$\log \mu_{ij} = \beta_i \quad (i=1, \dots, n)$$

- johda maximum likelihood estimaattori β_i :lle.
- osoita, että tämän mallin hajonta on

$$2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (y_{ij} \log (y_{ij}/z_i) - (y_{ij} - z_i))$$

$$\text{missä } z_i = \left(\sum_{j=1}^m y_{ij} \right) / m$$

- Yhtiöllä on havaintoja kahden vuoden ajan kultakin kuukaudelta. Erään riskin osalta keskimääräinen vahinkoluku oli 17,45. Viimeisimmän kuukauden osalta tämän riskin vahinkojen lukumäärä oli 9. Laske, kuinka paljon tämä havainto vaikutti hajontaan.

4. E (10p)

Toimit Työeläkevakuutusyhtiö Tuohinkaisen aktuaarina. Yhtiösi on saanut uuden toimitusjohtajan, joka on kiinnostunut yhtiön tuloksesta ja sen käytöstä. Hän esittää sinulle seuraavat kysymykset, joihin hän toivoo tarkat vastaukset:

- a) Kun yhtiön toimintapääoman määrä on A €, vakavaraisuuslaskennassa käytettävän vastuuvelan määrä on V € sekä vakavaraisuusraja S €, niin kuinka paljon voi ositettuun lisävakuutusvastuuseen siirtää tilinpäätöksessä, että yhtiö ei alita siirron jälkeen vakavaraisuusrajaa? Laskuperusteiden enimmäissiirtokaavaa ei tarvitse ottaa tässä kohdassa huomioon. (Kaikki em. euromäärät ovat lukuja, joissa ei ole otettu huomioon haluttua siirtoa ositettuun lisävakuutusvastuuseen.)
- b) Käytetään edellisen kysymyksen suureita, mutta tällä kertaa kysymys kuuluu, kuinka paljon on siirrettävä ositettuun lisävakuutusvastuuseen, jos $A = 4,2S$ ja tilivuoden tulos ΔW on $0,3S$ ja yhtiön toimintapääoma koostuu omasta pääomasta sekä osittamattomasta lisävakuutusvastuusta?
- c) Sama kysymys kuin edellä, mutta yhtiön toimintapääoma koostuu omasta pääomasta, arvostuseroista ja tilivuoden tuloksesta ΔW ?
- d) Edelleen sama kysymys kuin b), mutta tilivuoden tulos $\Delta W = 0$?
- e) Entä jos tilanne on sama kuin kohdassa c) ja $\Delta W = 0$?
- f) Yhtiösi tasoitusvastuu on kasvanut viime vuosina voimakkaasti ja oli viimeksi melkein tavoitevyöhykkeen ylärajalla. Toimitusjohtaja kysyy, mitä tehdään ensi tilinpäätöksessä, jos aktuaarin arvion mukaan tasoitusvastuu ylittää ylärajan? Onko sillä vaikutuksia tilivuoden tulokseen ΔW tai siirtoon ositettuun lisävakuutusvastuuseen?
- g) Entä jos tasoitusvastuu näyttäisi alittavan alarajansa. Mitä vaikutuksia sillä olisi kohdassa f) kysytyihin asioihin?
- h) Miten kohdan f) tilanne näkyy seuraavan vuoden tilinpäätöksen vastaavissa luvuissa, jos ollenkaan?
- i) Entä kohdan g) tilanteessa?

5. E (10p)

Olet saanut tehtäväksesi arvioida työeläkevakuutusyhtiö Artevan vuoden 2006 työkyvyttömyysliikkeen tuloksen ja työkyvyttömyysliikkeen tasoitusvastuun vuoden 2006 lopussa.

Käytössäsi on seuraavat tiedot vuosilta 2005 ja 2006:

2005:

- Vastaisten työkyvyttömyyseläkkeiden vakuutusmaksuvastuu per 31.12.2005 on 266 M€
- Tuntemattomien varaus per 31.12.2005 on 140 M€
- Artevassa vakuutettu vuoden 2005 palkkasumma on 9 500 M€
- Vuoden 2005 työkyvyttömyystariffimaksu Artevassa vakuutetuille on 1,92 % palkoista
- Työkyvyttömyysliikkeen tasoitusvastuu per 31.12.2005 on 415 M€

2006 (arvioita):

- Vuonna 2006 myönnettyjen uusien työkyvyttömyyseläkkeiden meno per 31.12.2006 on 185 M€
- Artevassa vakuutettu vuoden 2006 palkkasumma on 10 260 M€
- Vuoden 2006 työkyvyttömyystariffimaksu Artevassa vakuutetuille on 2,02 % palkoista
- Arvio vuoden 2006 työkyvyttömyysmaksutulosta on 174 M€. Tariffin piirissä olevan palkkasumman osuus koko palkkasummasta on 65 %. Tilapäinen työkyvyttömyysmaksun alennus $c_{2006}^1 = 0,006$.

Lisäksi vuoden 2006 työkyvyttömyysmaksusta tiedät seuraavaa:

tuntemattomien varauskertoimet ovat $k_1^1 = 0,00$ ja $k_2^1 = 1,10$

vakuutusmaksuvastuun kertoimet ovat ${}^1k_{2006}^{VI} = 1,01$ ja ${}^2k_{2006}^{VI} = 0,52$.

Työkyvyttömyysliikkeen pääoma-arvolyijäämä oletetaan nollassa, jolloin edellisen vuoden lopun korvausvastuun korkotuotto kattaa ennen vuotta 2006 myönnettyjen työkyvyttömyyseläkkeiden menon vuodelta 2006.

Rahastokorko on 3,0 % ja laskuperustekorko 6,0 %.

Laske käytössäsi olevia tietoja käyttäen pyydettyt suureet.

Mikä olisi työkyvyttömyysliikkeen tulos ilman tilapäisen työkyvyttömyysmaksun alennuksen (kertoimen c_{2006}^1) huomioimista?

4. V (10p)

- a) Mitä ovat jakojärjestelmäkorkvaukset? Kuvaile, kuinka jakojärjestelmäkorkvausten rahoitus on järjestetty lakisääteisessä tapaturmavakuutuksessa. Miten jakojärjestelmä otetaan huomioon eri maksujärjestelmissä riskilisää määrättäessä?
- b) Mikä on jakojärjestelmän perimmäinen tehtävä ja tarkoitus? Miksi vastaavantyyppistä jakojärjestelmää ei ole käytössä ei-lakisääteisissä vakuutuslajeissa? Kuvaile, millaisia ongelmia tapaturmavakuutusten hinnoitteluun syntyisi, jos jakojärjestelmää ei olisi olemassa, ja jakojärjestelmäkorkvaukset rahoitettaisiin riskimaksulla kuten muutkin korkvaukset.
- c) Jälleenvakuutusmarkkinat ovat ilmoittaneet markkinoille lopettavansa ylärajattoman jälleenvakuutussuojan tarjoamisen. Koska lakisääteisissä vakuutuslajeissa voi periaatteessa sattua korvausmäärältään erittäin suuria katastrofivahinkoja, niin on ehdotettu, että lakisääteiseen tapaturmavakuutukseen otettaisiin katastrofivahinkojen varalle lainsäädäntöteitse käyttöön vahinkotapahtumakohtainen korvausraja, suuruudeltaan esimerkiksi 50 miljoonaa euroa. Kun samasta vahinkotapahtumasta, jossa on useita uhreja, maksetut korkvaukset (ilman jakojärjestelmän piiriin kuuluvia korvauksia) saavuttavat valtakunnallisesti tämän rajan, niin sen jälkeen kyseiseen vahinkotapahtumaan liittyvät maksetut korkvaukset siirtyisivät jakojärjestelmän piiriin, ts. yli menevä osa rahoitettaisiin jakojärjestelmällä muiden jakojärjestelmäkorkvausten tapaan. Yhtään likimainkaan näin suurta vahinkoa ei ole koko Suomen tapaturmavakuutuksen historiassa koskaan sattunut. Pohdi tämä ratkaisun toimivuutta verrattuna mahdollisiin muihin vaihtoehtoihin vakuutuksenottajan, korvauksensaajan ja vakuutusyhtiön näkökulmasta, verrattuna nykyiseen tilanteeseen.

5. V (10p)

Oletetaan, että yksittäisen autoilijan aiheuttamien vahinkojen lukumäärän noudattaa Poisson jakaumaa

$$p_k(\lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Parametri λ on gamma-jakautunut satunnaismuuttuja parametrein a ja τ , jolloin sen tiheysfunktio on

$$u(\lambda) = \frac{\tau^a e^{-\tau\lambda} \lambda^{a-1}}{\Gamma(a)}, \quad a, \tau > 0 \quad \left[\Gamma(a) = \int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt; \Gamma(a+1) = a\Gamma(a) \right]$$

- Osoita, että vakuutusnottajan vahinkohistoriaa (k_1, k_2, \dots, k_t) vastaa satunnaismuuttujan λ a posteriori jakauma on gammajakauma parametrein $a+k$ ja $\tau+t$, missä $k = k_1 + k_2 + \dots + k_t$.
- Määrä odotusarvoperiaatteen mukainen vuoden t vakuutusmaksu vakuutusnottajalle, jonka vahinkohistoria on (k_1, k_2, \dots, k_t) .
- Havaintoaineiston perusteella on estimoitu parametreille arvot $a = 1,6049$ ja $\tau = 15,8778$. Olkoon vakuutuksen alkamisvuoden vakuutusmaksu 100. Määritä vakuutusnottajan vakuutusmaksu alkamisvuotta seuraaville viidelle vuodelle, jos jaksolla sattuu yksi vahinko kolmantena vuotena.