

Referenssikuolevuuden K2016 stokastinen mallintaminen vahinkovakuutusyhtiössä

Suppea SHV-työ

Ville Lilja

11. syyskuuta 2017

Tiivistelmä

Työssä tutkitaan kuolevuudesta aiheutuvaa epävarmuutta vahinkovakuutusyhtiön eläkeluotoisessa korvausvastuussa soveltamalla lakisääteistä vahinkovakuutusta harjoittavien vakuutusyhtiöiden käyttöön tarkoitettua referenssikuolevuusmallia (K2016) ja mallille laskettua luottamusväliä. Työssä tutkitaan stokastisesti kuolevuusmallista aiheutuvan systemaattisen epävarmuuden ohessa myös yksittäisistä eläkkeensaajista aiheutuvaa epävarmuutta olettamalla, että yksittäisten eläkkeensaajien elinajan todennäköisyysjakauma noudattaa referenssikuolevuusmallia ja että eläkkeensaajien kuolinhetket ovat toisistaan riippumattomia. Lisäksi tutkitaan korkotason vaikutusta käyttäen hyväksi stokastisesti simuloituja korkokäyriä. Tuloksena syntyy todennäköisyysjakauma koko henkivakuutustekniikoin varatulle eläkekorvausvastuulle. Simulointi toteutetaan neljälle erilaiselle esimerkkieläkekannalle.

Tuloksia verrataan Solvenssi II vakavaraisuuslaskentaan ja erityisesti työssä pyritään vastaamaan pitkäikäisyysriskin osalta Vakuutusyhtiölain 6 luvun 12 § riski- ja vakavaraisuusarviota koskevaan vaatimukseen selvittää yhtiön riskiprofiilin sopivuutta standardikaavan mukaisen vakavaraisuuspääomavaatimuksen perusoletuksiin. Työssä tutkitaan myös yksinkertaisen suojausstrategian vaikutuksia korkoriskin määrään.

Abstract

In this paper, uncertainty caused by mortality to P/C insurers' annuity reserves is investigated by utilizing reference mortality model (K2016) and its confidence interval. The reference mortality model has been developed for the use of insurers that practice workers' compensation and motor third party liability insurance in Finland. Both systematic model-based uncertainty and uncertainty caused by individual claimants are investigated stochastically by assuming that the times of death of the claimants are independent and follow the probability distribution set by the reference model. Additionally, the effect of interest rate is studied by applying stochastically simulated interest rates. Simulation outcome is the probability distribution of the total annuity reserves. Simulations are performed to four different model portfolios containing annuities.

Results are compared to Solvency II standard formula. Emphasis is made to answer the requirement set out in Article 45 of Directive 2009/138/EC to assess the significance with which the risk profile of the undertaking concerned deviates from the assumptions underlying the solvency capital requirement calculated with the standard formula, with respect to longevity risk. In addition, simple hedging strategy to reduce the interest rate risk is studied.

Sisällysluettelo

1	Johdanto.....	3
2	Referenssikuolevuusmalli K2016.....	3
3	Epävarmuustekijät	5
3.1	Elinajan epävarmuus	6
3.2	Korkojen epävarmuus	8
4	Aineistot.....	9
5	Simulointimenetelmä.....	9
6	Tulokset	11
6.1	Korvausvastuun kassavirtaennuste.....	11
6.2	Epävarmuutta selittävät tekijät.....	12
6.3	Vertailu Solvenssi II vakavaraisuuslaskentaan	13
6.4	Korkosuojauksen vaikutus	16
7	Pohdinta ja yhteenveto	17
8	Lähdeluettelo.....	19
	Liite 1	20
	Liite 2	21

1 Johdanto

Eläkeluotoinen korvausvastuu muodostaa merkittävän osan suomalaisten vahinkovakuutusyhtiöiden vastuuvälästä. Vahinkovakuutusyhtiöt arvioivat eläkeluotoisen korvausvastuun suuruuden henkivakuutustekniikoin, käyttäen apuna kuolevuusmalleja, eli ennusteita eläkeluotoisten keskimääräisestä kuolevuudesta ja eliniästä. Korvausvastuu muodostuu käytännössä elinikäisistä eläkkeistä tai muista jatkuvista korvauksista, jolloin kuolevuusennusteilla on suuri merkitys korvausvastuun suuruuden määrittämisessä.

Yhtiöiden käyttöön kuolevuuden ennustamisen tueksi Tapaturma-, Liikenne- ja Potilasvakuutuskeskukset ovat yhteistyössä laatineet valtakunnalliseen aineistoon perustuvan referenssikuolevuusmallin K2016 [1]. Tässä työssä tutkitaan tämän yleisesti sovelletun referenssikuolevuusmallin ja mallille rakennetun simulointimenetelmän avulla:

- 1) korvausvastuunennusteiden epävarmuuden suuruutta,
- 2) epävarmuuden ajallista jakautumista,
- 3) vakuutuskannan suuruuden vaikutusta ja
- 4) vastuuvälän pituudesta ja sen diskonttauksesta aiheutuvaa korkoepävarmuutta.

Vakuutuskannan koon vaikutuksiin kohdistuu mielenkiintoa erityisesti LähiTapiola-ryhmässä sen liikennevakuutuskannan jakauduttua 20 pienempään alueelliseen yhtiöön [2]. Tuloksia verrataan vakavaraisuuslaskennan standardikaavan mukaisesti laskettuihin pitkäikäisyys- ja korkeuskeihin ja pyritään näin vastaamaan Vakuutusyhtiölain 6 luvun 12 § riski- ja vakavaraisuusarviota koskevaan vaatimukseen selvittää yhtiön riskiprofiilin sopivuutta standardikaavan mukaisen vakavaraisuuspääomavaatimuksen perusoletuksiin. Tämäkin on ajankohtaista, sillä Euroopan vakuutusvalvontaviranomaisen mukaan [3] vakuutusyhtiöillä on yleisesti ottaen liiallinen luottamus standardikaavaan, ja arvioita riskiprofiilin poikkeamisesta standardikaavan oletuksista tulisi parantaa.

Työ on jaoteltu seuraavasti. Referenssikuolevuusmalli ja siihen liittyvä matemaattinen tausta esitetään luvussa 2. Luvussa 3 kerrotaan eläkeluotoiseen korvausvastuuseen liittyvistä epävarmuustekijöistä ja pureudutaan erityisesti elinajkojen ja korkojen epävarmuuteen. Työssä tutkitaan epävarmuutta neljän erikokoisen esimerkkiaineiston avulla. Yleiskuvaus aineistoista selostetaan luvussa 4. Simulointimenetelmä käydään yksityiskohtaisesti läpi luvussa 5. Luvussa 6 esitetään tulokset ja luvussa 7 syvennyttään johtopäätöksiin ja esitetään lyhyt yhteenveto.

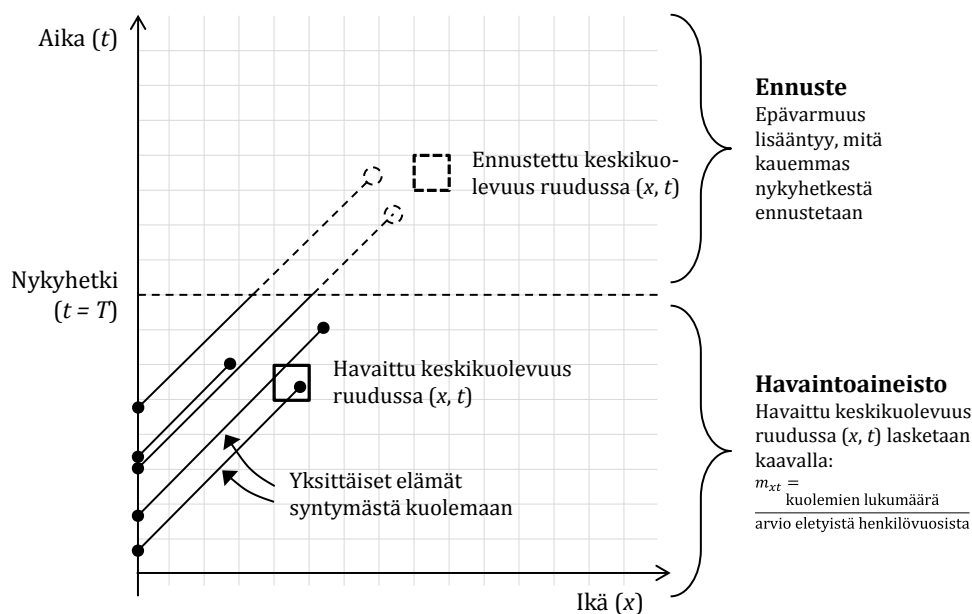
2 Referenssikuolevuusmalli K2016

Referenssikuolevuusmallissa K2016 kuolevuusennusteen pohjana käytetään Human Mortality Databasen (HMD) vuosia 1955–2012 ja Tilastokeskuksen vuosia 2013–2014 koskevia Suomen väestökuolevuusaineistoja, sekä lisäksi Tapaturmavakuutuskeskuksen (TVK) ja Liikennevakuutuskeskuksen (LVK) tilastorekistereistä muodostettuja aineistoja lakisääteisten vahinkovakuutuslajien eläkeluotoisten toteutuneista kuolevuuksista seuranta-ajavälillä TVK:1975–2014 ja LVK:1989–2014.

Referenssikuolevuusmalli on Lee-Miller variantti [4] tunnetusta Lee-Carter mallista [5]:

$$\ln(m_{xt}) = \alpha_x + b_x k_t + e_{xt}, \quad (1)$$

jossa $\ln$ on luonnollinen logaritmi, parametrivektorit α ja b riippuvat iästä $x = 0 \dots n$, ja vektori k kalenterivuodesta t . Matriisi m_{xt} kuvaa havaittua keskikuolevuutta ja $e_{xt} \sim N(0, \sigma_e^2)$ on riippumaton ja normaali-jakautunut jäännöstermi. Mallin dimensioita on havainnollistettu kuvassa (Kuva 1).



Kuva 1: Kuolevuusmallin dimensioiden havainnollistaminen: aika, ikä, nykyhetki, havaittu keskikuolevuus ja kuolevuusennuste.

Mallissa tulevien kalenterivuosien parametrien k_{T+h} ennustaminen toteutetaan olettamalla parametrien noudattavan autoregressiivistä prosessia:

$$k_t = k_{t-1} + d + \epsilon_t, \quad (2)$$

jossa d kuvaa kuolevuuden kalenterivuositista muutosvauhtia ja $\epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$ on riippumaton ja normaali jakautunut jäännöstermi.

Poiketen perinteisestä Lee-Carter mallista, Lee-Miller variantti sovitetaan havaittuihin vastasyntyneiden elinaikoihin. Lisäksi mallin kuolevuusennuste lähtee liikkeelle viimeisistä havaituista keskikuolevuuksista $m_{xT} := m_x(T)$. Estimoimalla mallin parametrit, sekä jäännöstermien hajonnat havaintoaineistosta, kuolevuuden piste-estimaatiksi, eli ennusteen parhaaksi arvioksi saadaan:

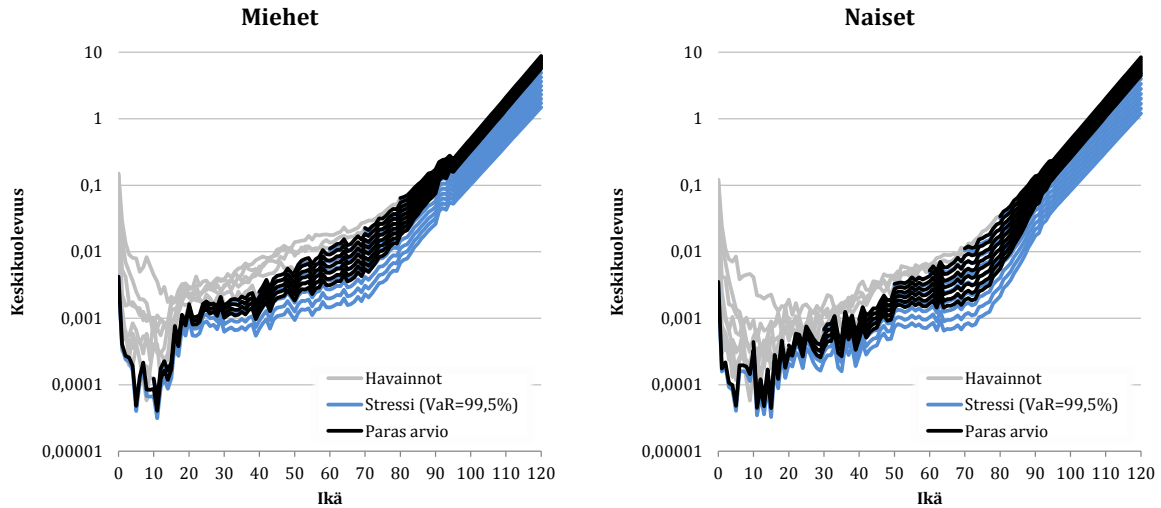
$$\hat{m}_x(T+h) = m_x(T) e^{b_x d h}. \quad (3)$$

Ennusteen luottamusväli on [6]:

$$\hat{m}_x(T+h) e^{\pm z \cdot \underbrace{\sqrt{\sigma_\epsilon^2 + b_x^2 (h\sigma_\epsilon^2 + \frac{h^2 \sigma_\epsilon^2}{N-2})}}_{=: K(z, x, h)}} \quad (4)$$

jossa N on aineiston pituus vuosina. K on niin sanottu epävarmuuskerroin, jossa z kuvaa luottamustasoa. VaR-laskelmia varten todennäköisyyttä p vastaava (yksisuuntainen) luottamustaso saadaan valitsemalla: $z = \Phi^{-1}(p)$.

Referenssikuolevuusmalli K2016 on annettu erikseen miehille ja naisille ikä- ja kohorttikohtaisesti. Väestön keskikuolevuuksien lisäksi käytettävissä on ikäkohtaiset turvaavasti valitut korjauskertoimet, joilla väestökuolevuus tulee korjata lakisääteisille vahinkovakuutuslajeille sopivaksi. Tässä työssä kyseisiä korjauskertoimia sovelletaan ilman eri mainintaa. Epävarmuuskertoimet lasketaan liitteessä (Liite 1) esitettyjen parametrien mukaisesti. Kuvassa (Kuva 2) esitetään kuolevuusmallin keskikuolevuuksien paras arvio ja esimerkin vuoksi keskikuolevuudet stressatuna vastaamaan 99,5 %:n luottamustasoa (vrt. standardikaava).



Kuva 2: Referenssikuolevuusmallin K2016 mukainen lakisääteisten vahinkovakuutuslajien keski-ikäkuolevuus miehillä ja naisilla iän funktiona kymmenvuotiskohorteissa 1935–2015. Vuoden 1935 kohortti ylimpänä ja vuoden 2015 kohortti alimpana. Havainnot, parhaan arvion mukainen ennuste ja VaR 99,5 % mukainen pitkäikäisyysstressi on esitetty omilla väreillään.

Olettamalla kuolinhetket tasajakautuneeksi vuoden aikana, voidaan henkivakuutusmatematiikassa tarvittavat yhden vuoden selviytymistodennäköisyydet p_x laskea keski-ikäkuolevuuksista ns. aktuaariestimaattorilla:

$$p_x = \frac{2-m_x}{2+m_x}, \quad (5)$$

ja johtaa edelleen erityisesti tässä työssä tarvittava rekursiokaava vastasyntyneen kuolintodennäköisyyden kertymäfunktioille ${}_xq_0$, ts. vastasyntyneen todennäköisyydelle kuolla tasaikään x mennessä:

$$\begin{cases} {}_0q_0 &= 0 \\ {}_xq_0 &= 1 - \frac{2-m_x}{2+m_x} (1 - {}_{x-1}q_0). \end{cases} \quad (6)$$

3 Epävarmuustekijät

Eläkemuotoisen korvausvastuun määrään liittyy useita epävarmuustekijöitä, joista tärkeimmät ovat elinaikojen ennustamiseen liittyvät epävarmuustekijät ja eläkekassavirtojen diskonttaamisessa käytettyyn korkoon liittyvät epävarmuustekijät. Myös varsinaisten maksettavien eläkkeiden määrään liittyy epävarmuutta. On esimerkiksi mahdollista, että osittaisella työkyvyttömyyseläkkeellä olevien eläkkeensaajien työkyky heikkenee odottamattomasti, jolloin vakuutusyhtiön korvausvelvollisuus kasvaa ns. muutosriskin realisoituessa. On myös mahdollista että eläkekorvausten hoitamiseen arvioitu kustannus kasvaa ennakoidusta mm. inflaation seurauksena. Tällöin vakuutusyhtiön tulee kasvattaa eläkkeiden hoitokuluvarausta toteutunutta kuluriskistä vastaavalle tasolle.

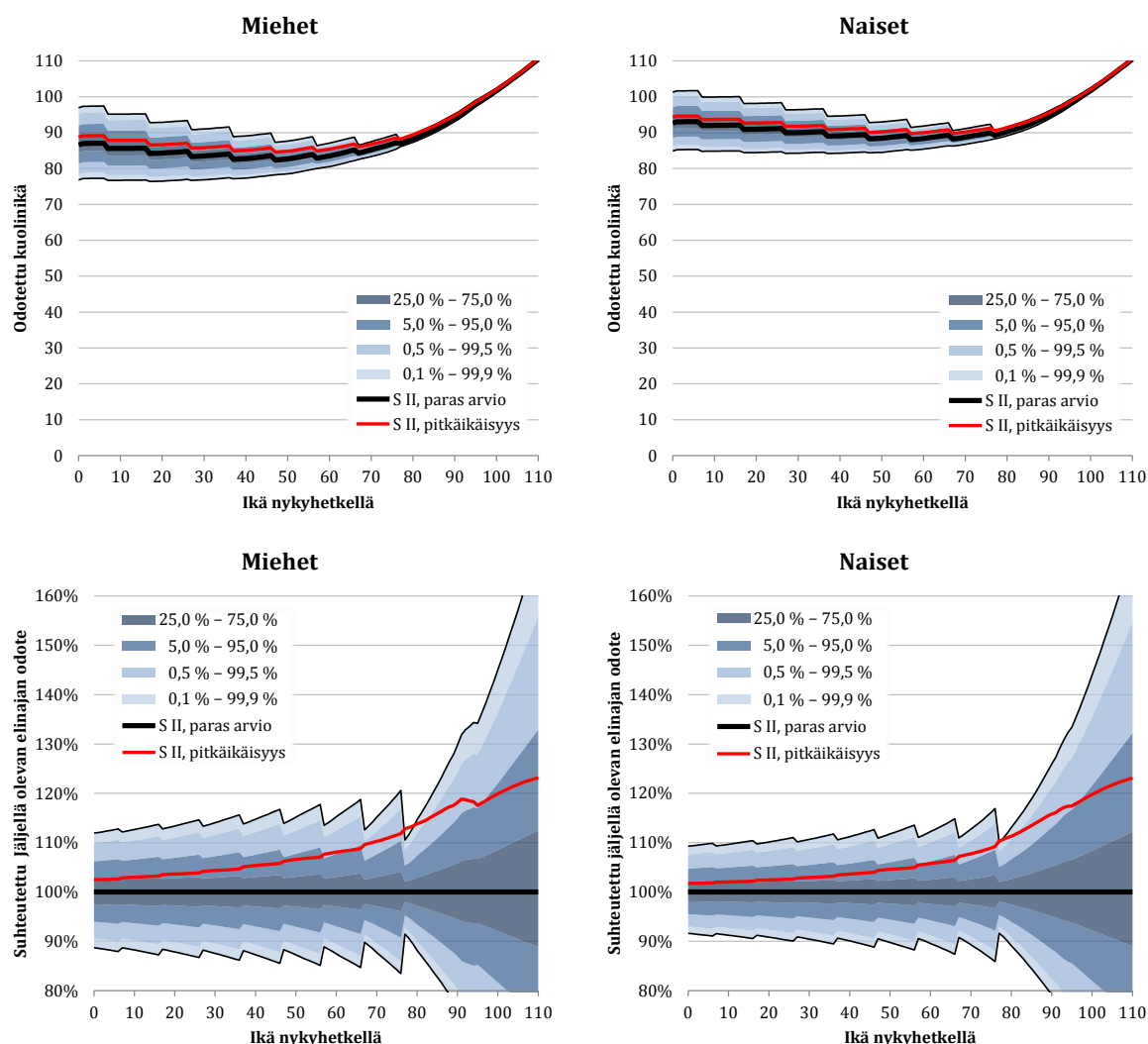
Seuraavassa kuvataan tarkemmin elinajan epävarmuutta ja korkojen epävarmuutta. Muutosriski ja kuluriski rajataan tämän työn laajuuden ulkopuolelle.

3.1 Elinajan epävarmuus

Eläkekannan elinaikoihin liittyvä epävarmuus voidaan ajatella aiheutuvan kahdesta päätekijästä: eläkekannan keskimääräiseen eliniän epävarmuudesta ja kunkin eläkkeensaajan yksilöllisen eliniän sattumanvaraisuudesta.

Eläkekannan keskimääräisen eliniän arviointiin liittyy useita epävarmuustekijöitä. Väestökuolevuuden jatkuva pieneneminen ja erityisesti pienenemisvauhdin ennustaminen tulevaisuuteen on hankalaa. Pienenemisvauhdin mallinnukseen käytettäviä tekniikoita on monia. Referenssi-kuolevuusmallissa ja tässä työssä vauhtia mallinnetaan yksinkertaisella kaavan (2) mukaisella satunnaiskululla ja sen luottamusvälillä, mutta myös moniparametriset ARIMA-mallit ovat yleisiä [7, 8, 9, 10]. Mallin valinnasta seuraa aina vaikeasti mitattavaa mallivirhettä ja toisaalta mallin parametrien estimoinnista parametrivirhettä. Lopulta ennusteisiin liittyy aina satunnaisvaihtelu. Epävarmuutta lisää myös se, että eläkekanta on aina valikoitunut populaatio suhteessa koko väestöön, eikä ole varmaa kuinka hyvin väestökuolevuus kuvaa eläkekantaa.

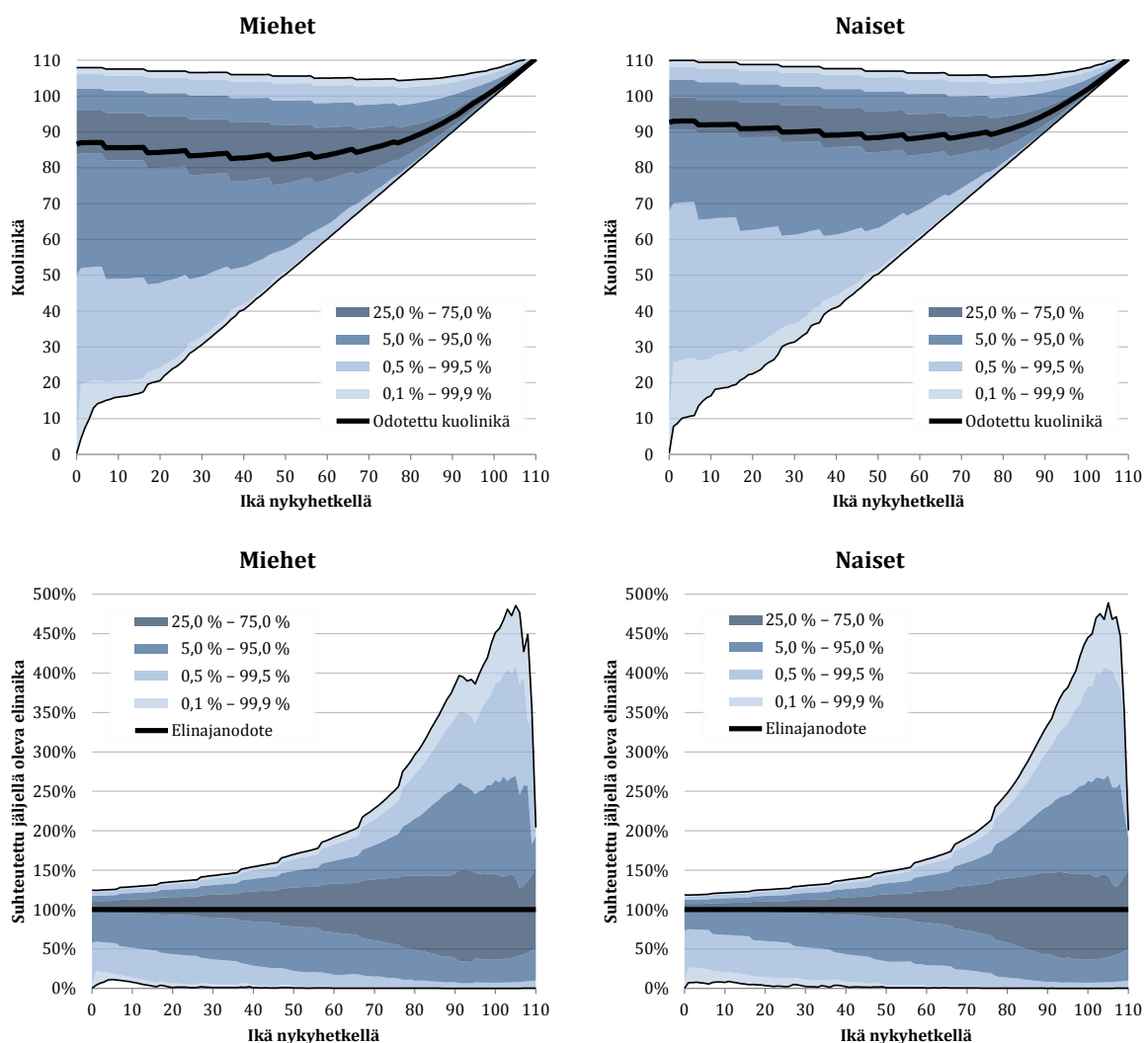
Eläkekannan keskimääräistä eliniän epävarmuutta arvioidaan tässä työssä Referenssi-kuolevuusmallin epävarmuutta kuvaavalla luottamusvälillä. Kuvassa (Kuva 3) vaihteluväli esitetään



Kuva 3: Referenssi-kuolevuusmallin K2016 epävarmuudesta aiheutuva vaihteluväli odotetuissa kuolini'issä (yllä) ja jäljellä olevissa elinajan odotteissa suhteutettuna elinajan odotteiden parhaaseen arvioon (alla).

i'ttään ja sukupuolittain odotetun kuoliniän ja suhteellisen elinajanodotteen näkökulmasta. Enustaminen on sitä vaikeampaa, mitä kauemmaksi tulevaisuuteen ennustetaan. Siitä johtuen nuorilla epävarmuus on vuosimääräisesti suurempi kuin vanhemmilla. Ero kuitenkin tasaantuu, kun vaihtelu suhteutetaan jäljellä olevaan elinaikaan. Kuvaan on piirretty näkyviin myös Solvenssi II standardikaavan pitkäikäisyysstressi, joka lasketaan kuolevuuden äkillisenä -20 % pienemisenä kaikille i'ille. Havaitaan, että odotetuiksi elinajoiksi muunnettuna pitkäikäisyysstressi on pienempi, kuin Referenssimallin pitkäikäisyysriskiä vastaava 99,5 % luottamusväli, joka nyrkkisääntönä on noin +10 % jäljellä olevasta odotetusta elinajasta (poikkeuksena yli 80-vuotiaat).

Kunkin eläkkeensaajan yksilölliseen elinaikaan vaikuttaa todellisuudessa mm. elämäntavat, geenit ja yleinen terveydentila. Kuitenkin käytännössä vain eläkkeensaajan ikää ja sukupuolta käytetään eläkevarauksen suuruuden määrittämisessä. Varaukseen sisältyvän epävarmuuden voidaan ajatella olevan osin tietämättömyyttä eläkkeensaajan tilasta ja osin puhdasta sattumaa. Tässä työssä molempia epävarmuuskomponentteja arvioidaan referenssikuolevuusmallilla, jonka elinaikojen vaihteluväli on esitetty kuvassa (Kuva 4). Nähdään, että yksittäisten elinaikojen vaihteluväli on huomattavasti suurempi kuin keskimääräisen eliniän vaihteluväli. Suhteellinen vaihtelu odotetuissa jäljellä olevissa elinajoissa kasvaa iän mukana ja on huomattavan suuri yli



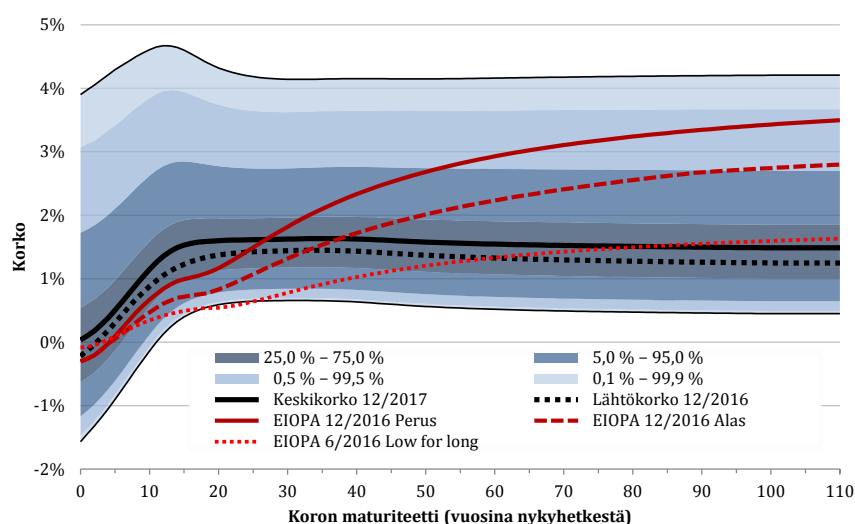
Kuva 4: Yksittäisten elinaikojen epävarmuudesta aiheutuva vaihteluväli kuolini'issä (yllä) ja jäljellä olevissa elinajoissa suhteutettuna elinajan odotteeseen (alla). Vaihteluvälit ja elinajanodote ovat referenssikuolevuusmallin K2016 parhaan arvion mukaisia.

70-vuotiailla (VaR 99,5 % on yli +200 % jäljellä olevasta elinajasta). Vaikka yksittäisen elinajan vaihtelu on suuri, on sen vaikutus koko eläkekannan hajontaan pieni varsin tehokkaan hajautumisen johdosta. Kuvassa on esitetty ainoastaan yhden luottamustason (50 % = paras arvio) mukainen elinaikojen vaihteluväli. Työssä huomioidaan kuitenkin myös keskimääräisen eliniän epävarmuuden ja yksilöllisen elinajan epävarmuuden välinen yhteisvaikutus.

3.2 Korkojen epävarmuus

Eläkemuotoisen korvausvastuun suuruus määritetään diskonttaamalla arvioidut eläkekassavirrat nykyarvoonsa. Kassavirtojen pituuden takia muutokset diskonttauksessa käytetyssä korkotasossa näkyvät voimakkaasti vastuuvelan arvossa. Solvenssi II vakavaraisuuslaskennassa vastuuvelan diskonttauksessa sovelletaan Euroopan vakuutus- ja lisäeläkeviranomaisen (EIOPA) kuukausittain julkaisemaa riskitöntä korkokäyrää, joka perustuu koronvaihtosopimusten (swap) ja valtionvelkakirjojen markkinahintoihin. Pitkille maturiteeteille markkinahintaa ei ole saatavilla, joten EIOPA ekstrapoloi korkokäyrän kohti ns. lopullisesta korkotasoa (UFR), joka lasketaan summana Euroopan keskuspankin inflaatiotavoitteesta ja pitkällä aikavälillä toteutuneesta reaalikorosta. UFR:ssä sallitaan vain 0,15 prosenttiyksikön vuosimuutokset [11]. Nykytaso on 4,2 %, mutta se tulee alenemaan lähivuosina n. 3,65 % tasolle [12].

Tässä työssä korkotason epävarmuutta mallinnetaan koronvaihtosopimuksille simuloiduilla koroilla, jossa korkojen vaihtelu kuvastaa yhden vuoden aikana ilmenevää markkinavaihtelua. Korkomallinnus on toteutettu Monte Carlo tekniikalla kolmen faktorin affiiniin korkomalliin perustuvalla mallisovelluksella, jota kuvataan tarkemmin liitteessä (Liite 2). Kuvassa (Kuva 5) esitetään korko lähtötasolla 31.12.2016, keskiporko ja korkosimulaatioiden jakauma 31.12.2017 maturiteeteittain. Kuvaan on myös piirretty vertailun vuoksi viranomaiskorkokäyrä 31.12.2016, vakavaraisuuslaskennan korot-alas shokin mukainen korkokäyrä ja EIOPA:n vuoden 2016 stressitestissä ilmoittama korko pitkään kestävä alhaisen korkotason skenaariolle.



Kuva 5: Työssä sovelletun stokastisen swap-korkokäyrän keskiporko, vaihteluväli ja lähtökorko. Kuvaan on piirretty vertailun vuoksi myös vakavaraisuuslaskennassa käytetyt vastuuvelan diskonttokorko (EIOPA 12/2016 Perus) ja korkoriskin alas-shokin diskonttauskorko (EIOPA 12/2016 Alas) ja vuoden 2016 stressitestissä käytetty korko (EIOPA 6/2016 Low for long).

4 Aineistot

Työssä analysoidaan esimerkinomaisesti neljää erikokoista LähiTapiola-ryhmän eläkeluotoista korvausvastuuaineistoa ajanhetkellä 31.12.2016:

1. **Koko aineisto** sisältää liikennevakuutukseen, työtaturmavakuutukseen, yleiseen vastuuvakuutukseen ja tapaturmavakuutukseen liittyviä eläkeluotoisia korvausvelvoitteita. Eläkerivejä on 10 906, eläkkeensaajia on 5 973 ja korvausvastuun paras arvio ilman hoitokuluvarausta on 1 200 miljoonaa euroa.
2. **Työtaturmavakuutus** sisältää vain lakisääteisen työtaturmavakuutukseen liittyviä eläkeluotoisia korvausvelvoitteita. Eläkerivejä on 5 578, eläkkeensaajia on 3 235 ja korvausvastuun paras arvio ilman hoitokuluvarausta on 530 miljoonaa euroa.
3. **Liikennevakuutus: pieni** sisältää vain lakisääteiseen liikennevakuutukseen liittyviä eläkeluotoisia korvausvelvoitteita. Eläkerivejä on 208, eläkkeensaajia on 100 ja korvausvastuun paras arvio ilman hoitokuluvarausta on 26 miljoonaa euroa.
4. **Liikennevakuutus: hyvin pieni** sisältää vain lakisääteiseen liikennevakuutukseen liittyviä eläkeluotoisia korvausvelvoitteita. Eläkerivejä on 25, eläkkeensaajia on 13 ja korvausvastuun paras arvio ilman hoitokuluvarausta on 3,3 miljoonaa euroa.

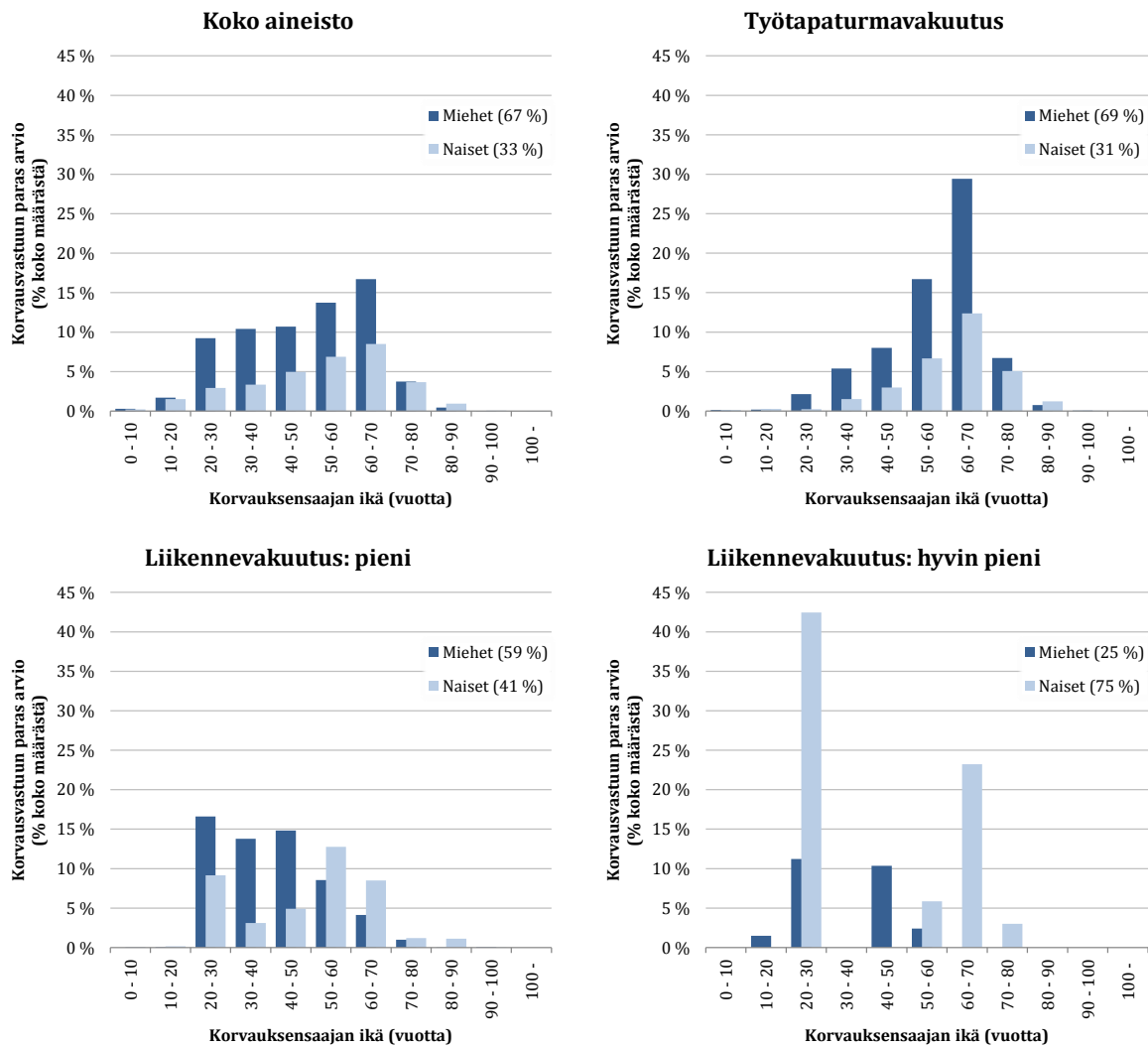
Kuvassa (Kuva 6) esitetään korvausvastuun paras arvio ilman hoitokuluvarausta jaettuna ikä- ja sukupuolijakaumiksi kunkin aineiston osalta.

5 Simulointimenetelmä

Tässä työssä eläkekantojen simuloinnissa noudatetaan seuraavaa menetelmää:

1. Varioi kuolevuusmallin luottamustasoa¹ generoimalla uusi normaalijakautunut luottamustaso kaavalla: $z = \Phi^{-1}(\text{rnd})$, missä $\text{rnd} \sim \text{Tas}(0,1)$ on riippumaton tasajakautunut satunnaismuuttuja.
2. Päivitä vastasyntyneen kuolintodennäköisyyden kertymäfunktio ${}_x q_0$ vastaamaan uutta luottamustasoa kaikille mies- ja naiskohorteille rekursiokaavalla (6).
3. Generoi jokaiselle eläkkeensaajalle kuolinikä D seuraavin välivaihein:
 - a. Interpoloi eläkkeensaajan tarkkaa ikää x vastaava kuolintodennäköisyyden kertymäfunktion ${}_x q_0$ arvo kaavalla: ${}_x q_0 = (x - \lfloor x \rfloor) \cdot \lfloor x \rfloor + 1 q_0 + (1 - x + \lfloor x \rfloor) \cdot \lfloor x \rfloor q_0$.
 - b. Generoi kuoliniän määräävä satunnaismuuttuja: $\varepsilon = 1 - (1 - {}_x q_0) \cdot \text{rnd}$, missä $\text{rnd} \sim \text{Tas}(0,1)$ on riippumaton tasajakautunut satunnaismuuttuja.
 - c. Etsi kuoliniän kokonaislukuosa kuolintodennäköisyyden kertymäfunktioista: $\lfloor D \rfloor = \max(\lfloor x \rfloor \mid \lfloor x \rfloor q_0 \leq \varepsilon)$
 - d. Interpoloi tarkka kuolinikä kaavalla: $D = \lfloor D \rfloor + (\varepsilon - \lfloor D \rfloor q_0) / (\lfloor D \rfloor + 1 q_0 - \lfloor D \rfloor q_0)$

¹ Tässä työssä kuolevuusmallia varioitiin simuloimalla luottamustasoa, mutta työssä kokeiltiin myös liitteessä (Liite 1) esitettyä vaihtoehtoista tapaa. Menetelmien välinen ero odotetulla elinajalla mitattuna oli kaikilla työssä esitetyillä luottamustasoilla käytännössä < 1 %, joten työssä päädyttiin käyttämään yksinkertaisempaa ja laskennallisesti kevyempää menetelmää.



Kuva 6: Työssä analysoidun eläkehuutoisten korvausvastuuaineistojen ikä- ja sukupuolijakaumat.

4. Muodosta kullekin eläkkeensaajalle niiden simuloitua elinaikaa vastaavat vuotuiset kasvavirrat tiedossa olevien eläkkeiden vuotuismäärän, sekä eläkkeiden alkaen- ja päättyen päivämäärien perusteella. Oleta eläkkeitä maksettavan kuukausittain etukäteisesti.
5. Summaa eri eläkkeensaajien kasvavirrat yhteen ja tallenna yhteenlaskettu koko kannan vuosikassavirta halutulla segmentointitasolla (esim. vakuutuslajit) myöhemmin tehtävää diskonttausta ja muuta tarkastelua varten.
6. Palaa takaisin kohtaan 1, kunnes on toteutettu riittävä määrä simulaatioita.

Eläkekantojen simulointi ja analyysit toteutettiin Excelillä. Yksinkertaisuuden vuoksi leskeneläkkeille ei huomioitu uudelleenavioitumis-intensiteettejä, eikä leskille uudelleenavioitumishetkellä maksettavia kolmen vuoden eläkettä vastaavia huomenlahjoja. Simulaatioita tehtiin kullekin aineistolle 10 000 kpl. Yhdistettäessä simuloituja kasvavirtoja ekonomisiin skenaarioihin, näiden välille ei oleteta korrelaatiota.

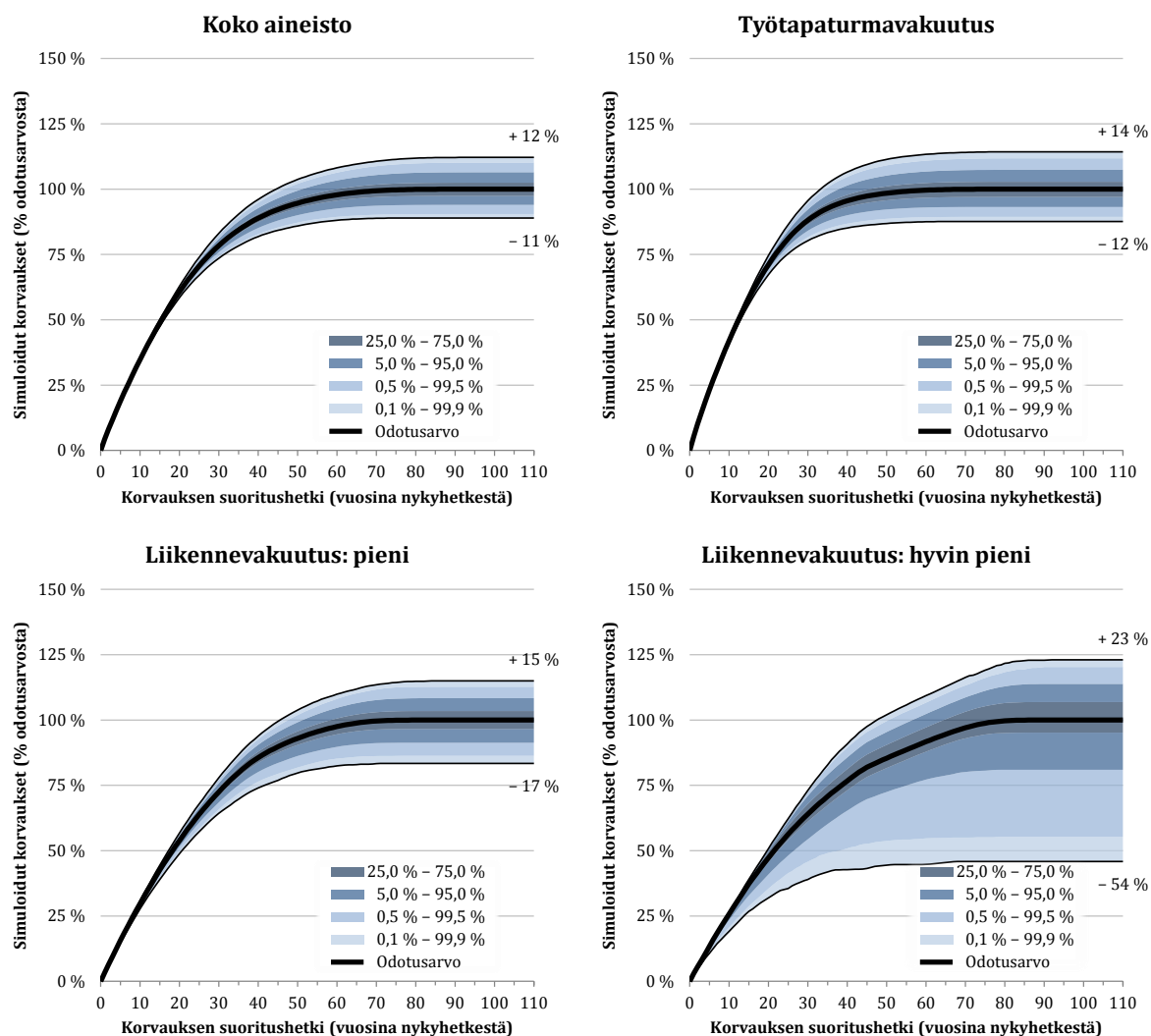
Simulointien oikeellisuus tarkistettiin vertaamalla simuloitujen kasvavirtojen viranomaiskäyrällä diskontattua keskiarvoa Solvenssi II mukaiseen parhaaseen arvioon ilman korvaustoiminnan hoitokuluja. Ero oli jokaiselle aineistolle alle 1 % parhaasta arviosta, joten simulointia voi tehdä yksinkertaistuksista huolimatta pitää varsin tarkkana.

6 Tulokset

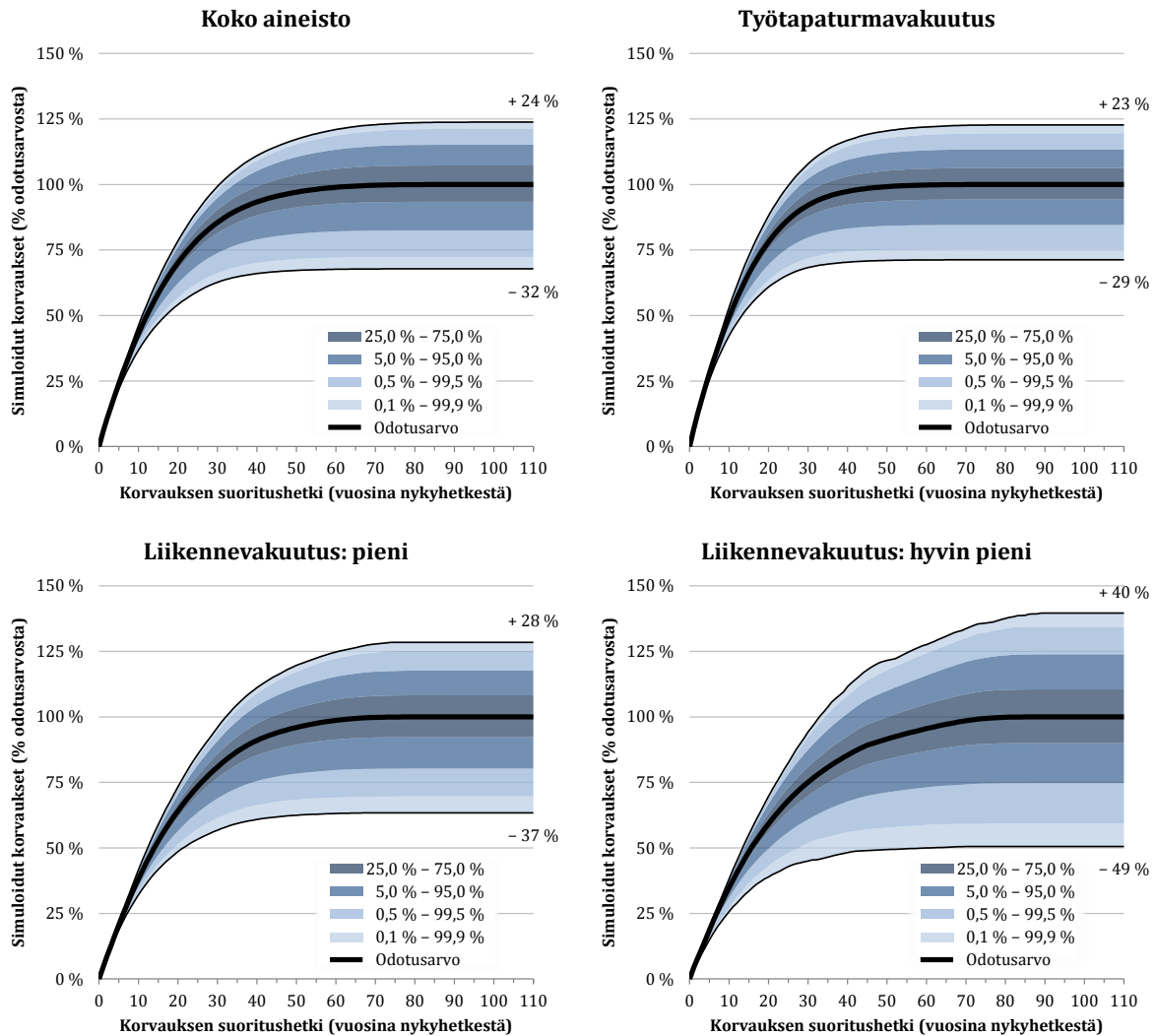
6.1 Korvausvastuun kassavirtaennuste

Kuvassa (Kuva 7) esitetään eläkeluotoisten korvausvastuuaineistojen diskonttaamattomat kumulatiiviset kassavirrat vaihteluväleineen. Nähdään, että epävarmuus ilmentyy pääsääntöisesti hyvin myöhäisessä (yli 20 vuotta) vaiheessa. Työtapaturmavakuutuksen korkeampi keski-ikä toisaalta lyhentää kassavirran kestoä, mutta toisaalta hivenen kasvattaa kassavirran vaihteluväliä. Hyvin pienen liikennevakuutuskannan vaihteluväli on suurin, koska pienellä kannalla yksittäisten elinaikojen merkitys korostuu. Hyvin pienessä aineistossa on myös nähtävillä yksittäisen eläkkeensaajan vuosimäärän tason lasku 65 vuoden iässä, mikä aiheuttaa kulman n. 43 vuoden kohdalla.

Kuvaan (Kuva 8) on piirretty vastatavat kassavirrat stokastisella korolla diskontattuina. Nähdään, että koron stokastisuus kasvattaa merkittävästi kassavirran suhteellista hajontaa ja että hajonta ilmenee ajallisesti aiemmin, kuin diskonttaamattomassa kassavirrassa. Hyvin pienen liikennevakuutuskannan tapauksessa diskonttaus ei lisää riskiä suhteellisesti samassa mitta-kaavassa kuin muissa aineistoissa.



Kuva 7: Eläkeluotoisten korvausvastuuaineistojen kumulatiiviset diskonttaamattomat kassavirrat vaihteluväleineen.

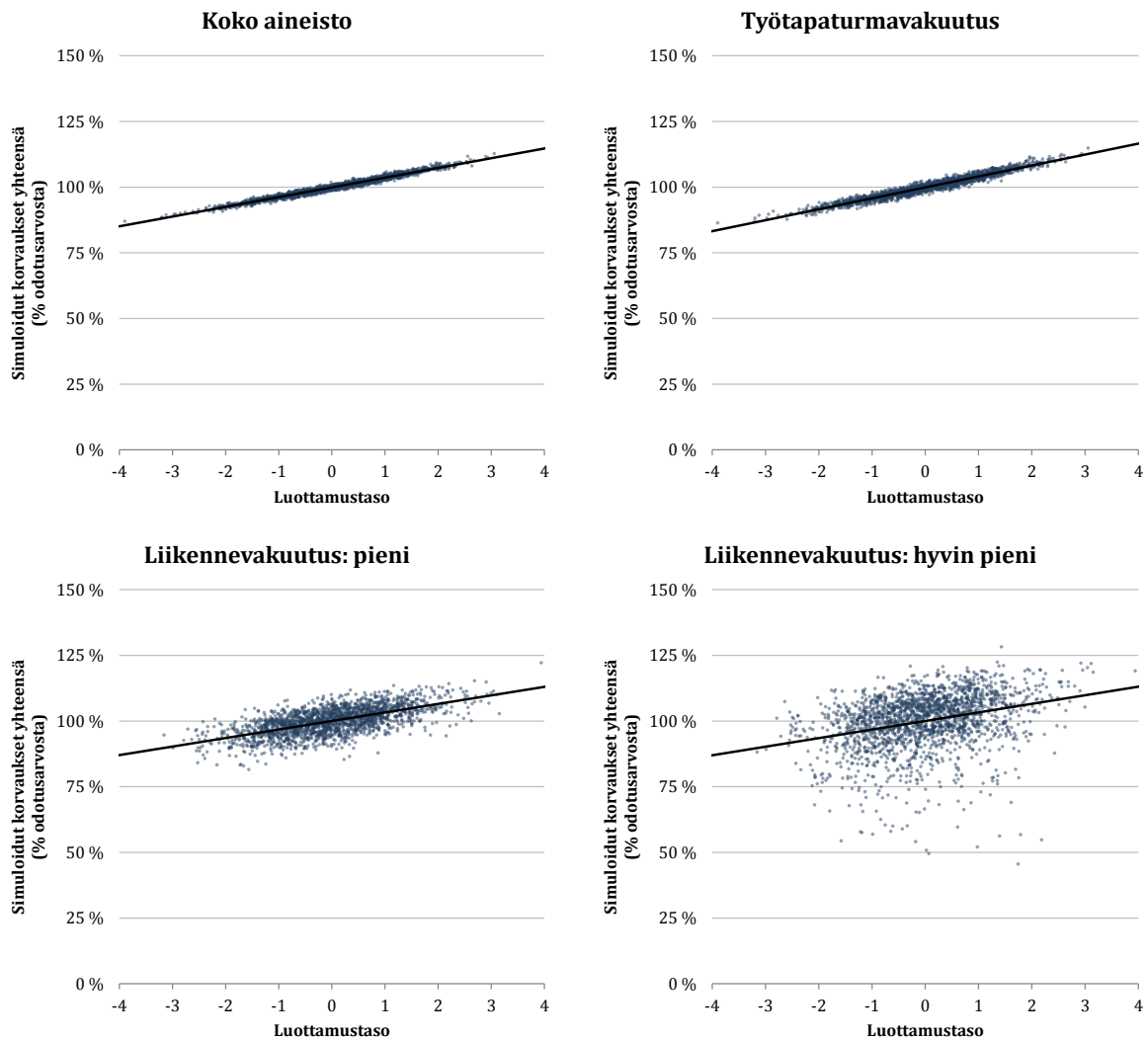


Kuva 8: Eläkeläisten korvausvastuuaineistojen kumulatiiviset stokastisesti diskontatut kassavirrat vaihteluväleihin.

Seuraavassa kappaleessa tarkastellaan tarkemmin kussakin tapauksessa vaihteluvälin suuruutta ja ennusteen epävarmuutta selittäviä tekijöitä.

6.2 Epävarmuutta selittävät tekijät

Kuvaan (Kuva 9) on esitetty kuolevuusmallin luottamustason vaikutus diskonttaamattomiin korvauksiin, eli kuvissa näkyy ainoastaan kuolevuudesta aiheutuva vaihtelu. Luottamustaso z kuvaa kuolevuusmalliin liittyvää systemaattista epävarmuutta ja on mallin keskihajonnan monikerta kaavan (4) mukaisesti. Kuvissa yksi piste vastaa aina yhtä simulaatiota, tosin näkyviin on piirretty ainoastaan 20 % kaikista simuloituista pisteistä. Nähdään, että suurilla aineistolla luottamustaso selittää valtaosan vaihtelusta. Pienillä eläkekannoilla korostuu yksittäisistä elinajoista aiheutuva vaihtelu. Ilmiö voi tulla esille myös suuremmilla kannoilla, jos kannassa on yksittäisiä isoja eläkepääomia. Luottamustason vaikutus on kaikille aineistoille käytännössä lineaarinen.



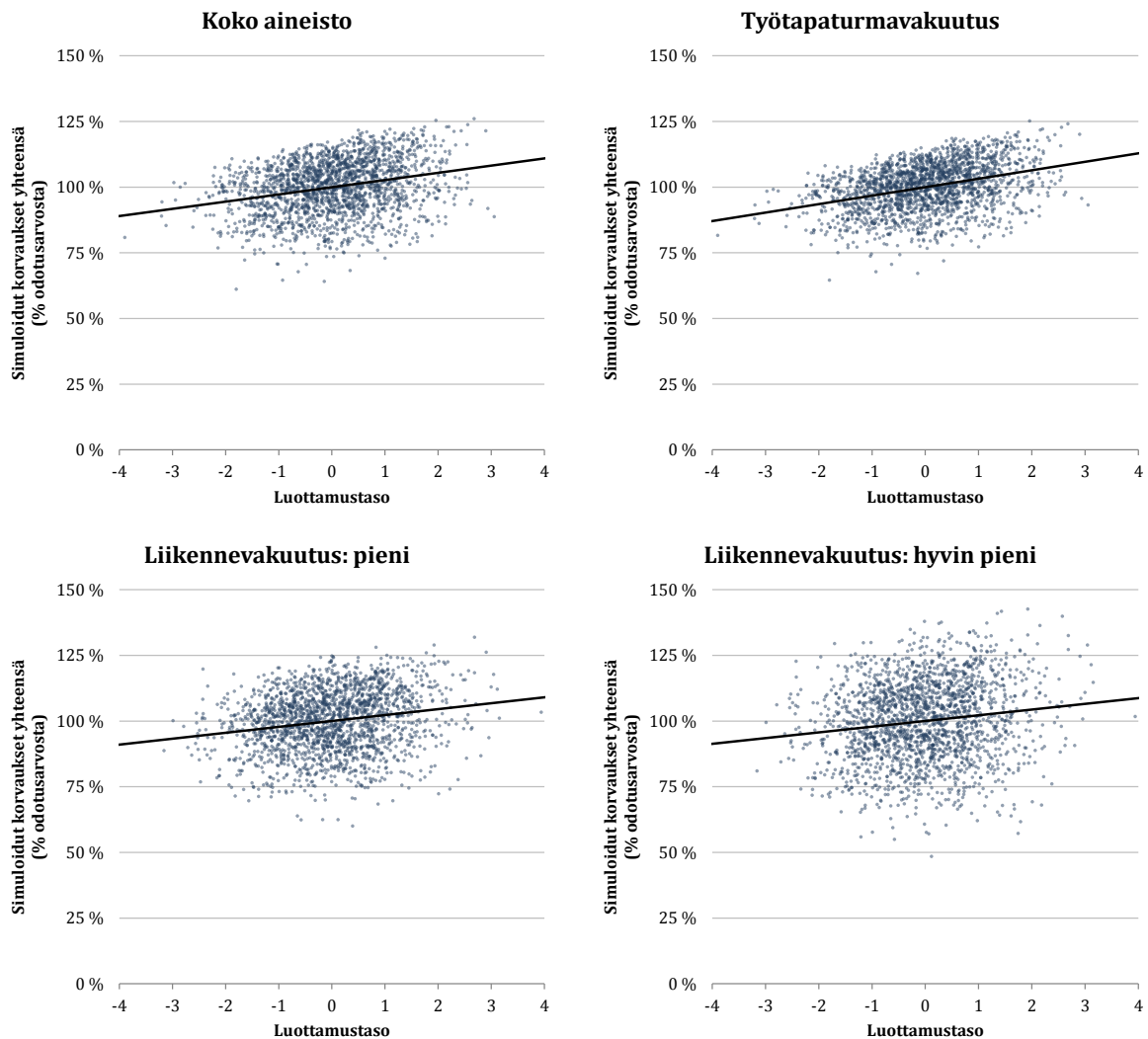
Kuva 9: Kuolevuusmallin luottamustason vaikutus diskonttaamattomiin korvauksiin. Yksi piste vastaa aina yhtä simulaatiota.

Seuraavissa kuvissa esitetään kuolevuusmallin luottamustason (Kuva 10) ja diskonttauskoron (Kuva 11) vaikutukset stokastisesti diskontattuihin korvauksiin. Kuvissa näkyy eläkkeiden kokonaishajonta- ja riski. Kunkin simulaation korkotasoa mitataan odotetun kassavirran keskikorolla, joka on laskettu simulaatiossa käytetyn korkokäyrän korkojen painotettuna keskiarvona, käyttäen painoina kunkin aineiston odotettua diskonttaamatonta kassavirtaa. Nähdään, että kaikissa tapauksissa korolla on huomattavasti suurempi vaikutus kokonaisriskiin, kuin mallin luottamustasolla. Toisaalta korkotaso ei yksinään ole riittävä kuvaamaan kokonaisriskiä.

Seuraavassa kappaleessa esitetään yhteenveto riskitasoista ja verrataan riskejä Solvenssi II standardikaavan mukaiseen riskilaskentaan.

6.3 Vertailu Solvenssi II vakavaraisuuslaskentaan

Taulukossa (Taulukko 1) kullekin aineistolle esitetään Solvenssi II standardikaavan mukainen pääomavaade ja vaadetta verrataan simulaatiotuloksiin eri luottamustasoilla. Kokonaisriskin ohella esitetään riskin muodostuminen pitkäikäisyysriskistä ja korkoriskistä. Pitkäikäisyysriski on lisäksi jaettu kuolevuusmallin riskiin ja yksittäisistä elinajoista johtuviin riskeihin. Riskit ilmoitetaan prosenttiosuutena Solvenssi II mukaisesta vastuuvelan parhaasta arvioista ilman hoitokuluvarausta.

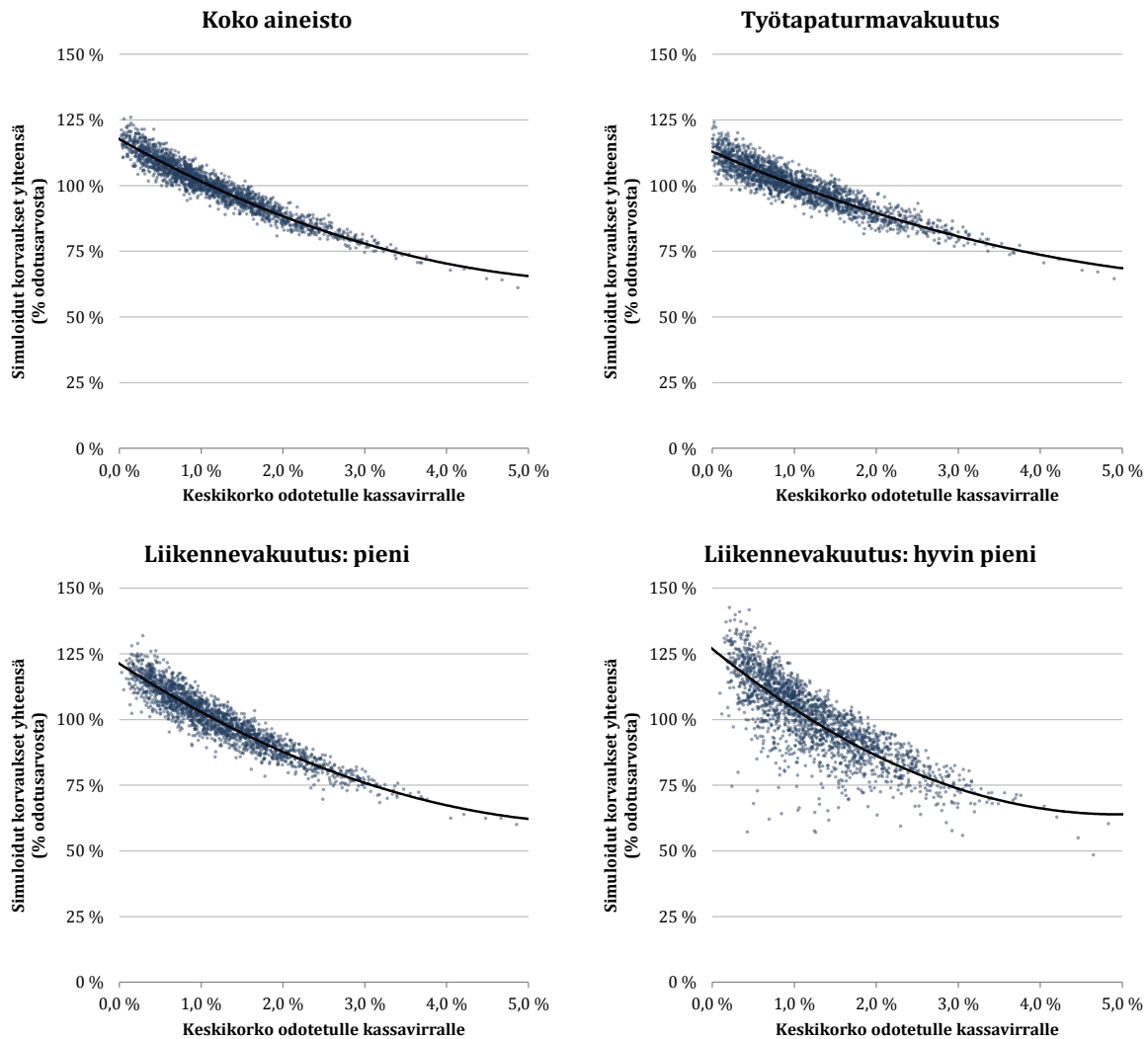


Kuva 10: Kuolevuusmallin luottamustason vaikutus stokastisesti diskontattuihin korvauksiin. Yksi piste vastaa aina yhtä simulaatiota.

Simulointien osalta kunkin riskin VaR-taso on määrätty simulaatioissa realisoituneiden riskien prosenttipisteenä. Realisoituneet riskit on allokoitu simulaatioittain seuraavasti:

- Realisoitunut kokonaisriski on laskettu kullekin simulaatiolle vähentämällä stokastisesti diskontatuista korvauksista stokastisesti diskontattujen korvausten keskiarvo.
- Realisoitunut pitkäikäisyysriski on laskettu kullekin simulaatiolle vähentämällä simuloituista korvauksista simulaatioiden keskimääräinen korvaus käyttäen korvausten diskonttauksessa keskimääräistä diskonttauserrointa. Kuolevuusmallin aiheuttamaan riskiin on allokoitu se osa pitkäikäisyysriskistä, joka selittyy simuloidun luottamustason perusteella lineaarisesti (katso Kuva 9). Residuaali, joka ei selity luottamustasolla, muodostaa yksittäisistä elinajoista aiheutuvan riskin. Allokointimenetelmä pitkäikäisyysriskin sisällä on osin arvionvarainen, mutta näin vältetään raskaalta pääoma-arvojen lasemiselta simulaatioittain.
- Realisoitunut korkoriski on laskettu kullekin simulaatiolle vähentämällä edellä lasketusta kokonaisriskistä edellä laskettu pitkäikäisyysriski.

Standardikaavan pitkäikäisyysriski on kokonaisuudessaan sisällytetty kuolevuusmallin riskiin sekä sairaus- että henkivakuutuksen annuiteettien osalta. Standardikaavan kokonaisriskissä on



Kuva 11: Koron vaikutus stokastisesti diskontattuihin korvauksiin. Yksi piste vastaa aina yhtä simulaatiota.

huomioitu sairaus- ja henkivakuutusriskien² sekä korkoriskin välinen hajautushyöty. Standardikaavan ja simulaatioiden diskonttaus on tehty eri korkokäyrällä, jonka johdosta esitetyt pitkäikäisyysriskit eivät ole puhtaan pitkäikäisyysriskin näkökulmasta täysin vertailukelpoisia.

Solvenssi II standardikaavan mukainen pitkäikäisyysriski on aineistosta riippuen 3–6 % vastuuvälästä. Työtapaturmavakuutukseen kohdistuu suhteessa suurin pitkäikäisyysriski eläkkeensaajien korkean keski-ikänsä johdosta (katso Kuva 3 ja Kuva 6). Simulaatioissa 99,5 % VaR-tasoa vastaava pitkäikäisyysriski on välillä 8–17 %, mikä on selkeästi suurempi kuin standardikaavan pitkäikäisyysriski. Pienemmällä aineistoilla yksittäiset elinajat aiheuttavat merkittävän osan pitkäikäisyysriskistä.

Standardikaavan mukainen korkoriski puolestaan vaihtelee tasolla 4–8 % vastuuvälästä. Työtapaturmavakuutukseen kohdistuu suhteessa pienin korkoriski, koska lajin kassavirta on ajallisesti kaikkein lyhin (katso Kuva 7). Simulaatioissa 99,5 % VaR-tason mukainen korkoriski on välillä 15–26 % vastuuvälästä. Ero standardikaavan mukaiseen riskitasoon on merkittävä, simulaati-

² Standardikaavassa sairaus- ja henkivakuutuksen annuiteetit aiheuttavat pitkäikäisyysriskiä erillisissä sairaus- ja henkivakuutuksen alariskimoduuleissa. Standardikaavan korrelaatorakenteesta seuraa, että näiden riskien välille syntyy laskennallista hajautushyötyä verrattuna tilanteeseen, jossa kaikki annuiteetit käsiteltäisiin samassa riskimoduulissa.

Taulukko 1: Riskiyhteenveto ja vertailu Solvenssi II standardikaavan mukaiseen riskilaskentaan

Koko aineisto						Työtapaturmavakuutus					
	VaR (% S II parhaasta arviosta)						VaR (% S II parhaasta arviosta)				
	S II 99,5 %	Simuloinnit 75 % 95 % 99,5 % 99,9 %					S II 99,5 %	Simuloinnit 75 % 95 % 99,5 % 99,9 %			
Pitkäikäisyysriski	4 %	2 %	5 %	8 %	9 %	Pitkäikäisyysriski	6 %	2 %	6 %	9 %	11 %
- Kuolevuusmalli	4 %	2 %	5 %	7 %	8 %	- Kuolevuusmalli	6 %	2 %	5 %	9 %	10 %
- Yksittäiset elinajat	0 %	0 %	1 %	1 %	2 %	- Yksittäiset elinajat	0 %	1 %	1 %	2 %	3 %
Korkoriski	6 %	7 %	14 %	18 %	19 %	Korkoriski	4 %	6 %	12 %	15 %	16 %
Kokonaisriski	8 %	7 %	15 %	22 %	24 %	Kokonaisriski	8 %	6 %	13 %	19 %	23 %
Riskien korrelaatio						Riskien korrelaatio					
- Malli vs. elinajat		-11 %	8 %	4 %	36 %	- Malli vs. elinajat		-11 %	6 %	16 %	40 %
- Pitkäik. vs. korko	12 %	-13 %	5 %	33 %	37 %	- Pitkäik. vs. korko	25 %	-14 %	6 %	31 %	41 %

Liikennevakuutus: pieni						Liikennevakuutus: hyvin pieni					
	VaR (% S II parhaasta arviosta)						VaR (% S II parhaasta arviosta)				
	S II 99,5 %	Simuloinnit 75 % 95 % 99,5 % 99,9 %					S II 99,5 %	Simuloinnit 75 % 95 % 99,5 % 99,9 %			
Pitkäikäisyysriski	3 %	3 %	7 %	10 %	12 %	Pitkäikäisyysriski	3 %	6 %	12 %	17 %	19 %
- Kuolevuusmalli	3 %	2 %	4 %	6 %	7 %	- Kuolevuusmalli	3 %	2 %	4 %	6 %	7 %
- Yksittäiset elinajat	0 %	2 %	5 %	8 %	9 %	- Yksittäiset elinajat	0 %	6 %	11 %	15 %	17 %
Korkoriski	7 %	8 %	16 %	21 %	22 %	Korkoriski	8 %	10 %	20 %	26 %	29 %
Kokonaisriski	8 %	9 %	18 %	26 %	29 %	Kokonaisriski	9 %	11 %	26 %	37 %	42 %
Riskien korrelaatio						Riskien korrelaatio					
- Malli vs. elinajat		-3 %	5 %	0 %	4 %	- Malli vs. elinajat		-3 %	4 %	3 %	5 %
- Pitkäik. vs. korko	25 %	-11 %	12 %	39 %	46 %	- Pitkäik. vs. korko	25 %	-5 %	24 %	44 %	52 %

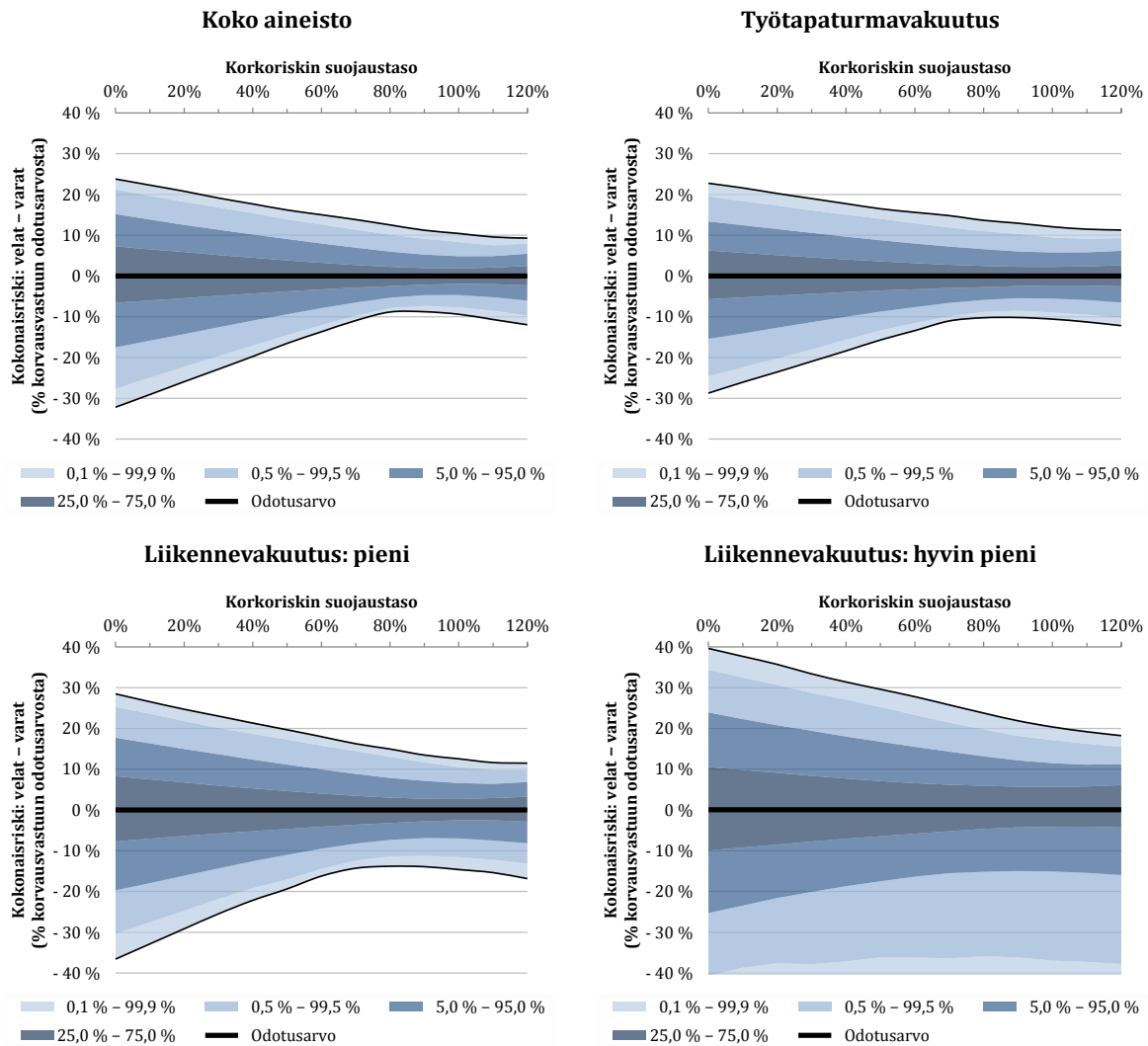
oista jopa VaR 75 %, eli joka neljättä vuotta vastaava riskitaso tuottaa suuremman korkoriskin, kuin Solvenssi II standardikaava.

Standardikaavan mukainen kokonaisriski on 8–9 % vastuuvastasta, kun simuloinneissa kokonaisriski kasvaa edellä kuvattujen seikkojen johdosta tasolle 19–37 % vastuuvastasta.

6.4 Korkosuojausvaikutus

Korkoriskiä on mahdollista vähentää suojaustoimenpiteillä, kuten korkosijoituksilla tai korkojohdannaisilla. Tässä työssä tutkitaan korvausvastuun odotusarvon replikoivan korkosijoitussalkun vaikutusta kokonaisriskiin. Korkosijoitukset oletetaan nollakuponkibondeiksi, joiden arvo määrätään stokastisella korkokäyrällä diskonttaamalla aivan vastaavasti kuin korvausvastuunkin arvo. Vastaava suojaus olisi saavutettavissa koronvaihtosopimuksilla, jossa maksetaan vaihtuvaa korkoa ja saadaan kiinteää korkoa [13]. Yksinkertaisuuden vuoksi suojauksen ei oleteta aiheuttavan korkomarginaali- eikä vastapuoliriskejä. Työssä tutkitaan suojauksen vaikutusta eri suojaustasoilla 0–120 %, jossa taso asetetaan jokaiselle maturiteetille samassa suhteessa. 0 % suojaustaso vastaa suojaamatonta tilannetta ja 100 % tarkoittaa korvausvastuun odotusarvon replikoivaa korkosalkkua.

Suojauksen vaikutukset kokonaisriskiin (velat-varat) aineistoittain esitetään kuvassa (Kuva 12). Kuviin on kokonaisvaihtelun ymmärtämiseksi jätetty näkyviin myös negatiivinen akseli. Havaitaan, että korkoriskin suojaamisella on merkittävä vaikutus kokonaisriskitasoon ja että korkoriski voidaan suojata käytännössä kokonaan. Täydellinen suojaus ja kokonaisriskin minimointi edellyttää kuitenkin yli 100 % suojaustasoa, mikä korostuu erityisesti korkeilla VaR 99,5 % ja VaR 99,9 % luottamustasoilla. Ylisuojaus vaaditaan riskijakauman epäsymmetrisyyden takia. Suurilla riskitasoilla on yliedustettuina pitkät kassavirrat, joiden suojaamiseen korkoriskiltä tarvitaan suurempi kuin keskimääräisen kassavirran edellyttämä suojaustaso.



Kuva 12: Korkoriskin suojauksen vaikutus kokonaisriskiin eli velkojen ja varojen erotukseen eri luottamustasoilla.

7 Pohdinta ja yhteenveto

Työssä tutkittiin kuolevuudesta aiheutuvaa epävarmuutta vahinkovakuutusyhtiön eläkeuotoissa korvausvastuussa soveltamalla referenssikuolevuusmallia ja mallille laskettua luottamustasoa stokastisesti. Kuolevuusmallista aiheutuvan systemaattisen epävarmuuden ohessa tutkittiin yksittäisistä eläkkeensaajista aiheutuvaa epävarmuutta ja korkotason vaikutusta. Tuloksena generoitiin luottamustasot koko henkivakuutustekniikoin varatulle eläkekorvausvastuulle neljässä erilaisessa esimerkkieläkekannassa. Tuloksia verrattiin Solvenssi II vakavaraisuuslaskennan standardikaavaan pitkäikäisyys- ja korkoriskin osalta, sekä tutkittiin yksinkertaisen korkosuojausstrategian vaikutusta.

Referenssikuolevuusmalliin havaittiin liittyvän noin 10 % epävarmuus odotetulla elinajalla mitattuna. Havaittu epävarmuus oli erityisesti nuorilla suurempi kuin vastaava standardikaavan pitkäikäisyysriski, joka referenssimalliin sovellettuina johti n. 1-2 vuoden lisäykseen odotetussa elinajassa (katso Kuva 3). Ero voi johtua monesta syystä. Standardikaavassa pitkäikäisyysriski on mahdollisesti kalibroitu [14, p. 32] tuottamaan oikeaa suuruusluokkaa olevia tuloksia tyypillisille henkivakuutusyhtiöille, joissa eläkkeensaajien keski-ikä on lähellä eläkeikää. Nuorille tulisi soveltaa korkeampaa kuolevuuden alenemisprosenttia kuvaamaan pitkän aikavä-

lin suurempaa ennuste-epävarmuutta. Esimerkiksi 1980-luvulla syntyneille referenssikuolevuusmallin mukainen kuolevuuden alenemisprosentti on yli 50 % (VaR 99,5 %, 82 vuoden iästä alkaen), kun standardikaavassa kaikille oletetaan vakio 20 % alenema, eläkkeensaajan iästä riippumatta. Moni yhtiö kommentoi Solvenssi II vaikutustutkimusten yhteydessä, ettei vakioprosenttiin perustuva menetelmä olisi ”paras mahdollinen” [15, p. 95] ja että se ei riittävästi huomioi kuolevuuden alenemisvauhtiin liittyvää trendiepävarmuutta [16, p. 80]. Tilalle ehdotettiin kalenterivuositain X % kasvavaa alenemaa, mutta sitä pidettiin standardimalliin liian monimutkaisena. Toisaalta referenssimallissa luottamusvälin laskennan ikäkohtaiset vaikutukset b_x on vakioitu turvaavasti (katso Liite 1), mikä kasvattaa referenssimallin vaihteluväliä. Turvaava valinta vaikuttaa sikäli järkeenkäyvältä, että on hyvä varautua myös yli 80-vuotiaiden kuolevuuden nopeampaan alenemiseen (katso Kuva 2).

Eläkemuotoisen korvausvastuun epävarmuus ilmenee maksetuissa eläkekorvauksissa vasta vuosikymmenien (>20 vuotta) kuluttua tulevaisuudessa. Korvausvastuussa epävarmuus ilmenee nopeammin, konkreettisemmin aina kuolevuusennustetta päivitettäessä. On esitetty arvioita, kuinka paljon vuositason vaihtelua kuolevuusmallien vuosittainen päivitys aiheuttaa. Esim. Englannin ja Walesin 1971–2013 kuolevuusaineistoon sovitetussa mallissa saatiin VaR 99,5 % vaihtelutasoksi ennustemallista riippuen 1,4–2,7 % vastuuvälästä [7]. Vakuutusyhtiöiden on kuitenkin varauduttava koko eläkevastuun elinaikana tapahtuvaan vaihteluun ja tämä on ollut lähtökohtana tässä työssä myös silmälläpitäen yhtiöiden omia riski- ja vakavaraisuusarviointoja, joissa riskejä arvioidaan vuotta pidemmällä aikavälillä. Työssä pitkäikäisyysriskin suuruudeksi saatiin aineistosta riippuen 8–17 % vastuuvälästä. Pienillä kannoilla riskistä yli puolet aiheutui yksittäisten elinaikojen vaihtelusta.

Kokonaisriskin näkökulmasta korkoriskillä havaittiin olevan vallitseva rooli, mutta myös pitkäikäisyysriskin vaikutus huomattiin merkittäväksi. Tämä johtui paitsi pitkäikäisyysriskin suuruudesta, myös siitä, että korko- ja pitkäikäisyysriskien välillä havaittiin voimakas (>30 %) korrelaatio. Korrelaatio aiheutui kassavirtojen diskonttauksesta³ siitä huolimatta että stokastiset korkokäyrät olivatkin itsessään riippumattomia stokastisista eläkekassavirroista. Pitkäikäisyysriskin vaikutus korostui erityisesti pienillä eläkekannoilla ja korkosuojausta käytettäessä. Korkosuojauksella kokonaisriskiä voitiin pienentää noin pitkäikäisyysriskiin asti, tosin korkoriskin täydelliseen suojaamiseen vaadittiin yli 100 % suojausaste.

Solvenssi II standardikaava aliarvioi korkoriskin suuruutta nykyisen matalan korkosuhdanteen johdosta erityisesti lyhyillä duraatioilla: korkoshokki on suhteellinen koron suuruuteen verrattuna, eikä shokki vaikuta negatiivisiin korkoihin ollenkaan. Nykytilanteessa myös UFR on liian korkealla tasolla. Mm. edellä mainituista seikoista johtuen työssä laskettu korkoriski on standardikaavaan riskiä huomattavasti suurempi. Korkoriskin tarkempi analyysi ja vertailu jätetään asian kompleksisuudesta johtuen tämän työn laajuuden ulkopuolelle.

³ Diskonttauksesta johtuen korkoriski ilmenee suurempana simuloituilla pitkillä kassavirroilla, kuin lyhyillä kassavirroilla, mikä näkyy korrelaationa riskien välillä. Vastaava ilmiö syntyy laskettaessa kahden riippumattoman satunnaismuuttujan tulon hajontaa: $\sigma_{XY}^2 = \sigma_X^2 \mu_Y^2 + \sigma_Y^2 \mu_X^2 + \sigma_X^2 \sigma_Y^2$.

8 Lähdeluettelo

- [1] Tapaturmavakuutuskeskus ja Liikennevakuutuskeskus, *Työtapaturma- ja ammattitautivakuutuksen ja liikennevakuutuksen referenssikuolevuusmalli K2016*, 2016.
- [2] LähiTapiola-ryhmä, *Vakavaraisuutta ja taloudellista tilaa koskeva kertomus*, 2016.
- [3] European Insurance and Occupational Pensions Authority, *EIOPA's Supervisory Assessment of the Own Risk and Solvency Assessment - First experiences -*, EIOPA-BoS/17-097, 2017.
- [4] R. Lee ja T. Miller, "Evaluating the performance of the Lee-Carter method for forecasting mortality," *Demography*, vol. 38, no. 4, p. 537–549, 2001.
- [5] R. Lee ja L. Carter, "Modeling and Forecasting U.S. Mortality," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 87, no. 419, p. 659–671, 1992.
- [6] J. Alho, *Error Bounds for Mortality Forecasts*, Kuolevuusreferenssimallin K2011 taustamateriaalia, 2011.
- [7] T. Kleinow ja S. J. Richards, *Parameter risk in time-series mortality forecasts*, 2016. Viitattu 8.9.2017. http://www.macs.hw.ac.uk/~torsten/Kleinow_Richards_ParaRisk.pdf
- [8] S. Silverman ja P. Simpson, *Modelling Longevity Risk for Solvency II*, Milliman, 2011.
- [9] J. M. Codina, J. G. Puche ja J. d. Ipiña, *Longevity Risk Investigation*, Towers Perrin, 2009.
- [10] J. Kolponlahti, *Vahinkovakuutuksen eläkeluottoisten vastuiden epävarmuus*, Suomen Aktuaariyhdistys, 2016.
- [11] European Insurance and Occupational Pensions Authority, *Risk-free interest rate term structures: Specification of the methodology to derive the UFR*, EIOPA-BoS-17/072, 2017.
- [12] European Insurance and Occupational Pensions Authority, *Risk-free interest rate term structures: Calculation of the UFR for 2018*, EIOPA-BoS-17/072, 2017.
- [13] O. Punkkinen, *Koronvaihtosopimukset vastuuvelan suojaamisessa ja korkosijoittamisessa*, Suomen Aktuaariyhdistys, 2014.
- [14] European Insurance and Occupational Pensions Authority, *The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital Requirement calculation*, EIOPA-14-322, 2014.
- [15] Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors, *QIS 5 Calibration Paper*, CEIOPS-SEC-40-10, 2010.
- [16] European Insurance and Occupational Pensions Authority, *EIOPA Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II*, EIOPA-TFQIS5-11/001, 2011.
- [17] H. Eskola, *Sähköpostikeskustelu*, 22.6.2017.

Liite 1

Epävarmuuskertoimen laskennan parametrit

Kaavan (4) mukainen epävarmuuskerroin:

$$K(z, x, h) = \exp \left(z \cdot \sqrt{\sigma_e^2 + b_x^2 \left(h\sigma_e^2 + \frac{h^2\sigma_e^2}{N-2} \right)} \right)$$

lasketaan referenssikuolevuusmallissa K2016 kohorteittain miehille ja naisille taulukossa (Taulukko 2) esitetyn parametrein [17]. Kertoimien laskennassa sovelletaan muuttujanvaihtoa:

$$h = \max(c + x - T, 0),$$

jossa $c \in \{1935, 1945, \dots, 2015\}$ on kohortti, x on ikä ja $T = 2014$ on viimeisin aineiston vuosi. Aineiston pituus $N = 60$. Referenssimallissa ikäkohtainen vaikutus b_x on vakioitu erikseen miehille ja naisille valitsemalla:

$$b_{\max} = \max(b_x \mid 35 \leq x \leq 60).$$

Referenssikuolevuusmallin stokastinen simulointi tehdään tässä työssä simuloimalla mallin luottamustasoa z standardinormaalijakaumasta $N(0,1)$. Tämä vastaa tapaa, jolla referenssimallia ja sen luottamustasoa yleisesti tulkitaan. Vaihtoehtoinen ja tietyssä mielessä tarkempi tapa olisi simuloida epävarmuuskertoimet kaavalla:

$$K(x, h) = \exp \left(\sigma_e \xi_e^{x,h} + b_x \sigma_e \left(\sum_{k=1}^h \xi_e^k + \frac{h\xi_d}{\sqrt{N-2}} \right) \right),$$

jossa $\xi_e^{x,h}$, ξ_e^h ja ξ_d ovat riippumattomia $N(0,1)$ -jakautuneita satunnaismuuttujia. Menetelmä vastaa kaavojen (1) ja (2) jäännöstermien ja kuolevuuden kalenterivuotisen muutosvauhdin d parametrivirheen suoraa simuloimista.

Taulukko 2: Epävarmuuskertoimen laskennan parametrit

Parametri	Arvo miehillä	Arvo naisilla
σ_e^2	0	0
σ_e^2	2,634748	3,434263
$b_{\max}$	0,016550	0,014273

Liite 2

Kolmen faktorin affiini korkomalli

Kolmen faktorin affiinissa korkomalliperheessä maturiteetin τ kuluttua erääntyvän nollakuponkibondin arvo on yleisesti:

$$P(\tau) = e^{A(\tau)+rB(\tau)+\theta C(\tau)+VD(\tau)},$$

jossa A , B , C ja D ovat maturiteetista riippuvia ei-stokastisia funktioita. Lyhyt korko r , keskiporko θ ja lyhyen koron varianssi V noudattavat stokastista differentiaaliyhtälöryhmää:

$$\begin{aligned}dr &= \mu_r(r, \theta, t)dt + \sigma_r(r, V, t)dW_1 \\d\theta &= \mu_\theta(\theta, t)dt + \sigma_\theta(\theta, t)dW_2 \\dV &= \mu_V(V, t)dt + \sigma_V(V, t)dW_3\end{aligned},$$

annettuna ajautumis- ja diffuusiofunktio μ ja σ . W on kolmiulotteinen Brownin liike (korrelaatiot mahdollisia).

Tässä työssä hyödynnetyt korkosimulaatiot on toteutettu ulkopuolisen ohjelmistotalon simuloitintalustalla, jossa mallin maturiteetista riippuvien funktioiden, sekä ajautumis- ja diffuusiofunktioiden muoto on kiinnitetty. Mallin parametrit on sovitettu historiadataan ja LähiTapiolan sisäiseen ekonomistinäkemykseen pohjautuen.