

SUOMEN AKTUAARIYHDISTYS

THE ACTUARIAL SOCIETY OF FINLAND

WORKING PAPERS ISSN xxxx- xxxx

SUOMEN AKTUAARIYHDISTYS
The Actuarial Society of Finland

124
Punkkinen, Olli

Koronvaihtosopimukset vastuuvelan suojaamisessa ja
korkosijoittamisessa

(2014)

Koronvaihtosopimukset vastuvelan suojaamisessa ja korkosijoittamisessa

Sisällysluettelo

Abstract	2
Tiivistelmä.....	3
1. Johdanto	4
2. Markkina-arvoinen vastuuvélka ja vakavaraisuuspääomavaade Solvenssi II - direktiivissä ..	5
Markkina-arvoinen vastuuvélka.....	5
Vakavaraisuusvaade (eng. solvency capital requirement).....	5
3. Työeläkevakuutusyhtiön vastuuvélka	5
4. Peruskäsitteitä ja teoriaa koroista.....	6
Yksinkertaiset korot.....	6
Koronvaihtosopimus	7
5. Korkodatan muodostus.....	8
Korkokäyrän laskenta bootstrap-mentelmällä.....	8
Swappien arvostus Matlabilla.....	10
6. Markkina-arvoisen vastuuvélan korkoriskin eliminointi.....	11
Kassavirtojen yhteensovittaminen	11
Vastuuvélan ja suojaavan swap-portfolioin korkoriskin määrittäminen	13
7. Tuoton laskenta ja kaupankäyntistrategiat swap-tuottojen historiadataalla	18
Korkotasoon perustuva strategia.....	19
Swap-tuottoon perustuva strategia.....	21
Koko portfolioa koskevat strategiat	26
Strategiaparametrin vaikutus	28
Strategian tehokkuus yksittäiseen swap-sopimukseen.....	30
Optimaalinen strategia tenorin funktiona	34
Sharpen luku kiinteällä tuottorajalla tenorin ja lagin funktiona	36
Sharpen luku kiinteälle lagille tenorin ja tuottorajan funktiona	38
Sharpen luku kiinteälle lagille tenorin, strategiaparametrin ja tuottorajan funktiona	40
Tuottorajastrategian ristiin testaaminen.....	43
8. Johtopäätökset.....	48
9. Viittaukset.....	49
10. Liitteet.....	50
Liite 1: Optimaalisen asset-portfolioin ja swap-portfolioin VaR-Sharpe	50
Strategiaparametrin huomioiminen	53

Abstract

Life and pension funds are investing their assets largely to bonds and stocks leading to substantial interest rate risk and equity risk at their balance sheet. From the point of view of ordinary investor the equity risk typically dominates the interest rate risk. However, due to the long duration of the life and pension fund liabilities, typically of the order 15 to 20 years, the interest rate risk is the leading risk source for these companies. During the observation period of this assignment (2003-2013) the solvency ratio of pension funds in Finland has varied between 15% and 35%. In the Finnish system the total balance sheet consists of liabilities and solvency capital. In the solvency II regulation liabilities are discounted by risk free interest rate, which means that a large amount of liabilities leads to major interest rate risk. In the current Finnish system, however, the liabilities are discounted by fixed 3% interest rate, which eliminates the interest rate risk. In this assignment we consider the interest rate risk due to the best estimate of liabilities, valued by zero coupon swap curve according to Solvency II directive.

We consider eliminating the interest rate risk by full cash flow hedging by interest rate swaps. The idea is to receive a fixed rate that fully matches the cash flows of the liabilities. In addition, the pension fund pays a 6 month euribor as a floating rate. In this work we use liability cash flows that are artificial, but resemble the cash flows of the typical Finnish pension fund. In this assignment the consideration is limited to liabilities and the interest rate swaps used to hedge the liability cash flows. In particular, as an alternative to full cash flow hedge (*Receiver swap* strategy) we consider various interest rate levels and swap return dependent strategies, and their effect on the 2.5% value at risk and expected return of the portfolio consisting of liabilities and interest rate swaps.

As an alternative to *Receiver swap strategy* we develop a countercyclical strategy, in which the pension fund invests on interest rate swaps only if the swap return has been poor enough during the recent period. The idea behind that is based on the following observation made for swap returns during the consideration period 2003-2013. The return of the hedging swap portfolio during the period (so called lag period) prior to the investment decision time, is negatively correlated with the return on the same swap portfolio during the year following the starting time. The main part of the work considers the efficiency of this so-called *return limited strategy* with respect to full *Receiver swap strategy*. The efficiency in this assignment is defined as the expected return divided by the 2.5% value at risk during the year following the starting time.

The swap return series (2003-2013) is divided into *in sample* (training data) used for constructing the optimal model, and *out of the sample* (test data) used to test the efficiency of the optimal model. This division into independent data sets is done using various sizes for both samples. The main observation made during this research is, that the *return strategies* work better than the full *Receiver swap* strategy within the observation period only if the financial crisis (2008) is included into training data.

Tiivistelmä

Henkivakuutus- ja työeläkevakuutusyhtiöiden varat on sijoitettu suurimmaksi osaksi joukkovelkakirjoihin ja osakkeisiin, mistä johtuen näiden yhtiöiden vakavaraisuuspääoman suurimmat riskitekijät ovat korkoriski (riskitön korko, luottoriski jne.) ja osakeriski. Tyypillisesti osakeriski dominoi tavallisen portfoliosijoittajan riskejä. Solvenssi II – säännösten alaisten eläke- ja henkivakuutusyhtiöiden tapauksessa kuitenkin vastuuvelan pitkä duraatio johtaa siihen, että yhtiön kokonaisvarallisuuden markkinakorkoriski dominoi varallisuutta. Suomalaisten työeläkeyhtiöiden vakavaraisuuspääoma suhteessa vastuuvelkaan on ollut tarkastelujaksolla (2003-2013) pääsääntöisesti 15 ja 35 %:n välillä. Koko työeläkeyhtiön omaisuus koostuu vastuuvelasta ja vakavaraisuuspääomasta. Mikäli ajatellaan niin, että vastuuvelka määritellään tulevien kassavirtojen nykyarvona, jossa kassavirtojen diskonttaamiseen käytetään markkinakorkoa, niin voidaan helposti ymmärtää, että markkinakorkoriski dominoi työeläkeyhtiön varallisuutta. Suomalaisessa työeläkejärjestelmässä tosin vastuuvelka diskontataan nykyisessä järjestelmässä kiinteällä korolla (3 % vuonna 2013). Tässä tutkielmassa tarkastellaan kuitenkin vain markkinakorolla diskontattua vastuuvelkaa, ja erityisesti Solvenssi II – direktiivin mukaista nk. vastuuvelan *parasta arviota*.

Työssä tutkitaan yhtiön vastuuvelan korkoriskin eliminointia koronvaihtosopimuksilla (eng. *Interest rate swap*). Ideana on tehdä koronvaihtosopimuksia, joissa saadaan kiinteää swap-korkoa ja maksetaan vaihtuvaa 6 kuukauden euribor korkoa (eng. *Receiver swap*). Työssä käytettävä vastuuvelan kassavirtajakauma on kuvitteellinen, mutta muistuttaa muodoltaan tyypillisen Suomalaisen työeläkeyhtiön kassavirtajakaumaa. Korkoriski eliminoidaan työssä tekemällä täydellinen kassavirtojen yhteen sovittaminen koronvaihtosopimuksilla ja vastuuvelan kassavirroilla. Työssä ei tarkastella vakuutusyhtiön muuta varallisuutta kuin vastuuvelkaa ja sen suojaamiseen käytettyjä koronvaihtosopimuksia. Työssä tutkitaan erityisesti erilaisten sijoitusstrategioiden vaikutusta vakuutusyhtiön vastuuvelkaa suojaavien koronvaihtosopimusten tuottojen 2,5 %:n VaRiin sekä tämän portfolion odotettuun tuottoon.

Vaihtoehtona edellä kuvatulle täydellistä vastuuvelan suojausta vastaavalle *Receiver swap*-strategialle kehitetään vastasykliseen ajatteluun pohjautuva tuottorajastrategia, jossa ainoastaan riittävän huonojen swap-tuottojen jälkeen tehdään *Receiver swap*-sopimukset. Strategia perustuu seuraavanlaiseen swap-tuottoja koskevaan havaintoon, joka tehtiin työn aikana. Lähtöhetkeä edeltäneen ajanjakson (nk. lag aika) aikana swap-portfolion tuotossa tapahtunut muutos korreloi negatiivisesti lähtöhetkeä seuraavan vuoden swap-tuoton kanssa. Tämä ilmiö havaittiin historiallisella swap-tuottodatalla aikavälillä 2.1.2003–5.7.2013. Suurin osa työstä keskittyy vertaamaan tuottorajastrategian tehokkuutta täydellistä suojausta nimellisarvoiltaan vastaavan *Receiver swap*-strategian tehokkuuteen. Lisäksi testataan absoluuttiseen korkotasoon perustuvia strategioita. Tehokkuus on määritelty tässä vuoden odotetulla tuotolla jaettuna tuoton yhden vuoden 2.5 %:n VaRilla, eli nk. VaR-Sharpe lukuna.

Historiadatalla tehdyssä osassa työtä swap-tuottoaikasarja jaetaan opetusdataan ja testidataan. Opetusdatalla tehdään mallin muodostaminen ja optimaalisten parametrien laskeminen. Tämän jälkeen testidatalla tutkitaan sitä, miten tehokas mallin antama strategia oli, ja voittaako se tehokkuudessa täydellisen suojauksen swap-portfolion VaR-Sharpen mielessä. Tulosten valossa näyttää siltä, että tuottorajastrategia toimii VaR-Sharpen mielessä tehokkaammin kuin *Receiver swap*-strategia vain, mikäli finanssikriisi ja osa sen jälkeisestä tuottoaikasarjasta sisällytetään opetusdataan.

1. Johdanto

Tässä työssä käsiteltiin vakuutusyhtiön vastuuelan korkoriskin eliminointia koronvaihtosopimuksilla (eng. *Interest rate swap*). Solvenssi II – direktiivin mukaan vahinko-, jälleen- ja henkivakuutusyhtiöiden tulee markkina-arvoistaa vastuuelkansa swap-korkokäyrällä. Markkinakorkoriskiä mitataan Solvenssi II – vakavaraisuuskehikossa markkinaehtoisien taseen (tässä työssä tase tarkoittaa vastuuelkaa ja sitä suojaavaa swap-portfoliota) arvonmuutoksella huonoimmassa sellaisista skenaarioista, joissa korkokäyrä liikkuu ylös tai alaspäin (korkoliike vastaa 99.5 %:n Value-at-risk lukua). Monissa Keski-Euroopan maissa käytetään jo tällä hetkellä markkinakorkokäyrää (tyypillisesti AAA-luokiteltujen valtioiden korkokäyrää tai swap-korkokäyrää, jotka lähentelevät toisiaan) henki- ja eläkevakuutuslaitosten vastuuelan markkina-arvoistamiseen. Keskieurooppalaiset eläkelaitokset ovatkin alkaneet ostaa swap-sopimuksia vaihtaakseen vastuuelkaansa sisältävän korkoriskin markkinakorkoiseksi. Suomessa työeläkelain mukaan työeläkevakuutusyhtiön tulee täällä hetkellä diskontata vastuuelkansa käyttäen kiinteää 3 prosentin korkoa. Suomalaisen työeläkevakuutusyhtiön kannalta on tärkeä tietää miten tulevaisuudessa tulee menetellä, mikäli myös Suomessa työeläkeyhtiöiden vastuuelka aletaan markkina-arvoistaa Solvenssi II – direktiivin mukaisesti.

Työssä esitettiin kassavirtojen täydelliseen yhteensovittamiseen perustuva suojausmenetelmä käyttäen nk. ”plain vanilla” swap-sopimuksia Suojausmenetelmässä tehdään swap-sopimukset, joissa maksetaan vaihtuvaa korkoa ja saadaan kiinteää korkoa (*Receiver swap*). Ideana suojauksessa on se, että swap-sopimusten nimellisarvoa vastaavat summat talletetaan lähtöhetkellä kassaan. Sitten vuoden päästä lähtöhetkestä tämä nimellisarvo yhdessä kiinteän legin kuponkituoton kanssa riittää maksamaan vastuuelan erääntyvän kassavirran. Vaihtoehtona edellä kuvatulle täydellistä suojausta nimellisarvoiltaan vastaavan swap-portfolion ostamiselle etsittiin strategiaa, jolla saavutetaan vielä parempi riski-tuottosuhde nk. VaR-Sharpe luvun mielessä. Tämä vastasyklinen *tuottorajastrategia* perustui siihen tosiasiaan, että swap-tuotoissa tapahtuneet muutokset tietyn aikaperiodin (nk. lag aika) sisällä korreloivat negatiivisesti tätä aikaperiodia seuraavan vuoden swap-tuottojen kanssa

Vastasykliseen käyttäytymiseen perustuva strategia osoittautui tietyin parametrein tehokkaammaksi strategiaksi verrattuna *Receiver swap* - strategiaan. Erityisesti finanssikriisin (2008) jälkeisessä maailmassa vastasyklinen strategia näyttäisi toimivan paremmin kuin vertailustrategia. Historiadatalla muodostetun optimaalisen tuottorajastrategian kriittinen tuottoraja osoittautui olevan lähellä keskimääräisiä swap-tuottoja erityisesti pitkällä tenoreilla. Lisäksi optimaalisessa strategiassa 22-vuotinen ja sitä lyhyemmät swapit tuottivat parhaiten osin myötäsyyllisellä strategialla, kun taas yli 22-vuotiaat swapit tuottivat parhaiten vastasyklisellä strategialla. Optimaaliseksi lag ajaksi, jonka kuluessa tapahtuneita muutoksia swap-tuotoissa kannatti tarkastella, osoittautui noin kolme ja puoli kalenterikuukautta.

Perinteisen korkosijoittajan näkökulmasta työssä tutkitut strategiat mahdollistavat historiasimulaation valossa paremman tuottoriski suhteen verrattuna siihen, että ostettaisiin (tai myytäisiin) suoraan *Receiver swap* - sopimuksia spekuloiden korkojen laskulla (nousulla) tulevaisuudessa. Solvenssi II - säännöksiä noudattavat yhtiöt puolestaan voivat käyttää työssä esitettyä suojausstrategiaa vastuuelan korkoriskin lähes täydelliseen suojaukseen. Toisaalta, mikäli tällainen yhtiö ei halua suojata pois koko korkoriskiä, työssä tutkitut strategiat mahdollistavat paremman tuottoriskisuhteen vastuuelan ja suojaavien swappien muodostaman portfolion riskiä kasvattamalla. Tämä voidaan toteuttaa esimerkiksi siten, että suojataan ensin koko vastuuelan korkoriski pois swap-sopimuksilla, ja optimoidaan tämän jälkeen jäljelle jäävän sijoitussalkun tehokkuus lisäävän swap-portfolion nimellisarvon suhteen. Lopuksi valitaan swap-strategioista se, jolla portfolion tehokkuus saavuttaa maksimin (ks. Liite 1).

2. Markkina-arvoinen vastuovelka ja vakavaraisuuspääomavaade Solvenssi II -direktiivissä

Solvenssi II – direktiivin tavoitteena on yhtenäistää vakuutusyhtiöiden vakavaraisuusvaatimukset sekä vakavaraisuuden valvontamekanismit EU:n sisällä. Lisäksi direktiivi pyrkii yhtenäistämään varojen ja velkojen arvostusmenetelmät. Solvenssi II – direktiiviä tullaan soveltamaan Euroopan unionin alueella toimiluvan saaneille vahinko-, henki- ja jälleenvakuutusyhtiöille. Direktiivi on tarkoitus näillä näkymin saattaa voimaan viimeistään vuoden 2016 aikana. Direktiivin soveltamisalan ulkopuolelle jää toistaiseksi kuitenkin mm. Suomen työeläkelainsäädännön alaiset työeläkevakuutusyhtiöt. On kuitenkin mahdollista, että tulevaisuudessa Solvenssi II – direktiiviä aletaan soveltaa ainakin osittain myös Suomen työeläkejärjestelmään [11].

Markkina-arvoinen vastuovelka

Solvenssi II-direktiivissä määrätään, että vakuutusyhtiön vastuuvelan suuruutena on käytettävä sellaista rahamäärää, joka vakuutusyhtiön tulisi maksaa siirtääkseen kaikki velvoitteensa toiselle vakuutusyhtiölle (nk. *irtautumisarvo*) [5]. Vastuuvelkaa laskettaessa tulee huomioida kaikki tulevana vuosina ulos maksettavat (eläkkeet, hoitokulut yms.) ja sisään tulevat (maksutulo) rahavirrat, jotka tarvitaan vakuutuksiin sitoutuvien velvoitteiden täyttämiseen vakuutussopimusten päättymiseen asti. Vastuovelka on lisäksi laskettava markkinaehtoisesti, eli vastuuvelan kassavirrat tulee diskontata markkinakoroilla (swap-korkokäyrä) ja lisäksi on otettava huomioon rahoitusmarkkinoiden tarjoamat tiedot vakuutusriskeistä. Näin saatua arvoa kutsutaan vastuuvelan *parhaaksi estimaatiksi*. Koska rahamarkkinoilla ei noteerata vakuutusvelkoja, parhaan arvion lisäksi vastuuvelan arvoon tulee lisätä *riskimarginaali*. Riskimarginaali kuvaa vakavaraisuusvaatimuksen suuruuden pääoman kustannusta vakuutusten päättymiseen asti. QIS5-spesifikaatiossa riskimarginaali on määritelty vastaamaan BBB-luokitellun yhtiön pääomavaadetta, ja on suuruudeltaan 6 % kaikkien tulevien vuosien vakavaraisuusvaateiden (SCR) diskontatusta arvosta. Koska riskimarginaali on henki- ja eläkevakuutuksen tyyppisissä vakuutuslajeissa pieni verrattuna vastuuvelan parhaaseen arvioon, ei tässä työssä tarkastella riskimarginaalia. Esimerkkinä riskimarginaalista mainittakoon Saraste [16], joka arvioi henkivakuutusyhtiön riskimarginaalin (takuukorkoisille vakuutuksille) suuruudeksi noin 0.5 % vastuuvelan parhaasta arviosta. Dalby [6] puolestaan arvioi henki- ja eläkevakuutusyhtiöiden riskimarginaaliksi noin 3.3 % vastuuvelan parhaasta arviosta. Markkina-arvoinen vastuovelka määritellään lopulta parhaan arvion ja riskimarginaalin summana

Vakavaraisuusvaade (eng. solvency capital requirement)

Vakuutusyhtiöön vakavaraisuuspääoma määritellään vastaamaan yhtiön varojen ja velkojen erotusta. Solvenssi II – direktiivin vakavaraisuuspääomavaade (SCR) vastaa sellaista oman pääoman määrää, jonka vakuutusyhtiö voisi menettää vuoden aikana hyvin epäsuotuisan markkinakehityksen seurauksena. QIS5-laskentaspesifikaatissa SCR määritellään vastaamaan vakavaraisuuspääoman 0.5 %:n Value-at-risk lukua, eli 0.5 %:n prosenttipistettä. Vakavaraisuusrajan laskentaan voi käyttää joko nk. standardikaavaa, tai sitten valvojan hyväksymää omaa mallia. Standardikaavassa eri riskimoduulit summataan yhteen korrelaatiomatriisin avulla. Markkinakorkoriski muodostaa oman moduulinsa, ja se vastaa sellaista vakavaraisuuspääoman menetystä, jonka riskittömän korkokäyrän epäsuotuisa muutos vuoden aikana aiheuttaa taseeseen. Taseen muutos lasketaan siten, että korkokäyrän jokaista korkopistettä liikutetaan sekä ylöspäin että alaspäin, ja näin ollen realisoituvista taseen muutoksista valitaan negatiivisempi. Korkopisteiden liikkeet on valittu vastaamaan suuruudeltaan 0.5 %:n VaRia historiallisella aikasarjalla.

3. Työeläkevakuutusyhtiön vastuovelka

Suomalaisten työeläkeyhtiöiden vastuovelka koostuu korvausvastuusta ja vakuutusmaksuvastuusta. Vakuutusmaksuvastuu vastaa tulevista vakuutustapahtumista aiheutuvien kassavirtojen pääoma-arvoa siltä osin, kun yhtiölle on syntynyt vastuuta yrittäjien eläkelain tai työntekijän eläkelain nojalla. Vakuutusmaksuvastuuseen kuuluu myös ositettu ja osittamaton lisävakautusvastuu, sekä osaketuottosidonnainen lisävakautusvastuu. Korvausvastuu puolestaan tarkoittaa jo sattuneista

vakuutustapahtumista vielä maksamatta olevia korvausmääriä. Lisäksi korvausvastuuseen luetaan työeläkejärjestelmän yhteisesti kustannettavia eläkemaksuja varten varattu tasausvastuu.

Tässä työssä tarkastellaan kuitenkin vain varsinaista korvausvastuuta ja vakuutusmaksuvastuuta, jotka liittyvät suoraan rahastoituu osaan eläkemenoa, ja josta on jätetty pois osittamaton, ositettu ja osaketuottosidonnainen vakuutusmaksuvastuu sekä tasausvastuu. Tämän nk. VIU-vastuiden osuus yhtiöiden vastuuvelasta on merkittävä, yleensä yli 80 %.

Suomalaisten työeläkeyhtiöiden vastuuvelkaa ei nykyisessä järjestelmässä diskontata markkinakorolla. Tässä työssä haluttiin kuitenkin tutkia hypoteettista tilannetta, jossa vastuuvelan korkoriski huomioitaisiin myös suomalaisissa työeläkeyhtiöissä. Tausta-ajatuksena tässä on se, että työeläkeyhtiöiden vastuuvelan korkoriski on niin suuri, että tullessaan voimaan Solvenssi II -direktiivi aiheuttaisi työeläkeyhtiöille merkittävän lisäpääomavaateen. Laskien vuoden 2013 keskimääräisen korkotason mukaan vastuuvelan nykyarvo tulisi kasvamaan nykyisestä vakiokorolla diskontatusta arvosta noin 10%, joka seurauksena aiheuttaisi työeläkeyhtiöille noin 10 – 20%-yksikön laskun vakavaraisuusasteeseen, ja sitä kautta alhaisen vakavaraisuusasteen yhtiöille vaaran ajautua vakavaraisuusrajan alapuolelle (olettaen, että vakavaraisuusraja pysyy samana). Nykyisellään tämän korkoriskin huomioiminen esimerkiksi vakavaraisuusrajan laskennassa aiheuttaisi sen, että työeläkeyhtiöt joutuisivat vähentämään portfolioidensa kokonaisriskillisyyttä.

TyEL:ssä ei kuitenkaan viimeisten päätösten mukaan olla siirtymässä kiinteästä diskonttokorosta muunlaiseen järjestelmään [19]. Mikäli näin tehtäisiin, se tarkoittaisi koko TyELin rahoitusjärjestelmän uudelleen miettimistä alusta saakka uudestaan. Siten on hyvin todennäköistä, että Solvenssi II – kehikoon siirtymisen myötä myös työeläkeyhtiöiden vastuun laskentaa ja vakavaraisuusrajasäännöksiä muutettaisiin perusteellisesti.

4. Peruskäsitteitä ja teoriaa koroista

Yksinkertaiset korot

Maturiteetin T nollakuponki bondi, on sellainen sopimus, joka maksaa yhden yksikön kysyttyä valuuttaa hetkellä T . Tämän sopimuksen arvo hetkellä $t = T$ on $P(t, T)$, ja sen arvo voidaan kirjoittaa odotusarvona yli koron seuraavasti [3,11]

$$P(t, T) = E_t^Q \left[\frac{B(t)}{B(T)} 1 \right] = E_t^Q \left[e^{-\int_t^T ds r(s)} \right], \quad (1)$$

missä $B(t)$ on pankkitili, joka noudattaa determinististä dynamiikkaa

$$dB(t) = r(t)B(t)dt, \quad (2)$$

ja $r(s)$ on spot-koron nk. **short-rate malli**, joka noudattaa stokastista differentiaaliyhtälöä

$$dr(t) = b(t, r(t))dt + \sigma(t, r(t))dW_t. \quad (3)$$

Tässä edelleen $W(t)$ on tavallinen **normaalijakautunut Brownin liike** ($W_t \sim N(0,1)$) keskiarvonaan 0 ja keskihajontana 1. Yhtälössä (1) odotusarvo on ehdollinen (ts. prosessin $r(s)$ arvo on tunnettu hetkellä t) hetkellä t , ja se lasketaan normaalijakautuneen riskineutraalin todennäköisyyssmitan Q yli (ts. satunnaismuuttuja W_t on normaalijakautunut) [3].

Yksinkertainen korko $L(t, T)$ on sellainen maturiteetin T korko, joka kiinnitetään hetkellä t ja maksaa yksikkövaluutan hetkellä T , ja jonka hinta hetkellä t on sama kuin maturiteetin T nollakuponkibondin.

$$P(t, T)[1 + (T - t)L(t, T)] = 1. \quad (4)$$

Koronvaihtosopimus

FRA (eng. Forward rate agreement) on sellainen sopimus, joka maksaa nimellisarvolle korkoa K erääntymishetkestä T maturiteettiin S asti. Käytännössä tällainen sopimus antaa ostajan lukita itselleen sopivan korkotason tulevaisuuteen hetkestä T hetkeen S . Sopimuksen hinta on:

$$FRA(t, T, S, K) = P(t, S)(S - T)K - P(t, T) + P(t, S). \quad (5)$$

Forward-korko on se vakiokoron K arvo, jolla edellinen sopimus (FRA) on arbitraasivapaa eli ”reilu”

$$F(t; T, S) = \frac{1}{(S - T)} \left(\frac{P(t, T)}{P(t, S)} - 1 \right) \quad (6)$$

Korkoswap on sellainen sopimus, jossa vaihtuva korkovirta, esim. Libor korko, vaihdetaan kiinteään korkoon K ajan hetkillä $T_0, T_1, T_2, \dots, T_N$. Tällaisen sopimuksen arvo hetkellä t on

$$IRS(t, [T_0, T_1, \dots, T_N], K) = \sum_{i=1}^N D(t, T_i) \tau_i [K - L(T_{i-1}, T_i)], \quad (7)$$

missä $D(t, T)$ on stokastinen **diskonttoteikijä**

$$D(t, T) = e^{-\int_t^T ds r(s)}, \quad (8)$$

ja τ on aika peräkkäisten koronmaksuhetkien välillä $\tau_i = T_i - T_{i-1}$.

Edelleen ottamalla odotusarvot yhtälöstä (7) puolittain, ja korvaamalla Libor-koron tuntematon arvo $L(T_{i-1}, T_i)$ hetkellä T_{i-1} hetkellä t Libor-koron forward-arvolla (6) (nk. *Forward-projection* menetelmä), saadaan tulos

$$\begin{aligned} SWAP(t, K) &= \sum_{i=1}^N P(t, T_i) \tau_i [K - F(t; T_{i-1}, T_i)] \\ &= \sum_{i=1}^N P(t, T_i) \tau_i K + P(t, T_N) - P(t, T_0), \end{aligned} \quad (9)$$

Kutsutaan sitä vakiokoron arvoa, jolla swapin arvo on ”reilu” saadaan asettamalla yhtälössä (9) oikea puoli nollassi, nimellä **forward swap korko**

$$K = S_{0,N}(t) = \frac{[P(t, T_1) - P(t, T_N)]}{\sum_{i=1}^N \tau_i P(t, T_i)}, \quad (10)$$

missä $\tau_i = T_i - T_{i-1}$ on sen ajanjakson pituus jonka alussa vaihtuva korko kiinnitetään ja lopussa korkotuotto maksetaan. Yhtälöstä (10) voidaan puolestaan ratkaista nollakuponki swap korkokäyrä hetkellä t kappaleessa 5 esitettävillä menetelmillä.

5. Korkodatan muodostus

Työssä käytettävien swap-sopimusten hintadata on ladattu Bloombergista Matlabiin. Korkodata koostuu vuoden 2003 alusta (2.1.2003) lähtien vuoden 2013 heinäkuun 5.päivään asti päivittäisistä swap-koroista (nk. swap par) jokaiselle maturiteetille, sekä kyseisiin sopimuksiin liittyvistä liikkeellelaskupäivistä, lomapäivistä ja maturiteeteista ja muista laskennan kannalta tarpeellisista tiedoista.

Kyseistä korkodataa käyttäen on laskettu nollakuponki swap-käyrät, jotka on saatu edellä kuvatuista swap-sopimuksista bootstrappaamalla Matlabin funktiolla `IRDataCurve.bootstrap`. Alla on selitetty hieman bootstrap-menetelmää.

Korkokäyrän laskenta bootstrap-menetelmällä

Korkokäyrä tulee rakentaa olemassa olevan markkinainformaation perusteella. Tyypillisesti tarjolla ei ole riittävästi nollakuponkibondeja, joista korot saisi suoralla menetelmällä laskettua. Siksi pääsääntöisesti turvaudutaan ns. bootstrap – menetelmiin. Bootstrapping-menetelmässä korkokäyrä lasketaan rekursiivisesti niin sanotun forward substituution avulla.

Bootstrap-menetelmässä korkokäyrän maturiteetit yhdestä päivästä vuoteen muodostetaan tyypillisesti suorilla menetelmillä esimerkiksi eonia- ja euribor-koroista. Nämä korot ovat talletuksille maksettavia yksinkertaisia vuosikorkoja, joten näistä koroista voidaan laskea kyseistä maturiteettia vastaava korko. Esimerkiksi 1,..., 12kk euribor-noteerauksille saadaan vuosikorot kaavalla

$$(1 + r_k) = (1 + \frac{k}{12} r_k^{eur}) \text{ eli } r_k^{eur} = \frac{12}{k} r_k, k=1, \dots, 12. \quad (11)$$

Edellisessä siis r_k^{eur} on k kuukauden pituiselle talletukselle maksettava vuotuinen euribor-korko.

Eonia-korko on päivittäin laskettava yliyön viitekorko. Euroopan keskuspankki on valinnut joukon pankkeja paneeliksi näiden markkinavolyymien ja luottokelpoisuuden perusteella. Tähän paneeliin kuuluu 44 erillistä pankkia. Euribor-korot lasketaan näiden pankkien antamien noteerausten pohjalta. Euribor- ja eonia-paneelit koostuvat samoista pankeista. Jokainen paneelin jäsenpankki toimittaa illalla EKP:lle päivän aikana antamiensa vakuudettomien yliyön lainojen keskimääräisen koron. Euribor on puolestaan päivittäin julkaistava euromaiden yhteinen viitekorko, jolla pankit tarjoutuvat lainaamaan vakuudettomasti varoja toisille pankeille euromääräisillä rahamarkkinoilla.

Reuters laskee euriborin viidelletoista eri lainasopimuksen kestoajalle (1–3 viikkoa ja 1–12 kuukautta) jokaisena TARGET-järjestelmän aukiolopäivänä ja julkaisee korot aamupäivällä kello 11.00 Keski-Euroopan aikaa. Euribor ilmoitetaan kolmen desimaalin tarkkuudella ja todelliset päivät/360 -perustaisena.

Vastaava vakuudellisen lainan korko on nimeltään eurepo, ja siinä käytetään vakuutena euroalueen valtioiden joukkolainoja ja valtion velkasitoumuksia.

Swap-korkokäyrän yli vuoden pituiset korkopisteet lasketaan nk. OTC-markkinoilla kaupattavista koronvaihtosopimuksista, eli swapeista. Swap-sopimuksia laskevat liikkeelle erilaiset institutionaaliset sijoittajat ja investointipankit. Swap-markkinat ovat hyvin tehokkaita, ja käytännössä swap-korkojen luottoluokitus lähentelee AAA-luokiteltujen valtioiden luottoluokitusta. Swap-korkoihin liittyvä matematiikka on kuvattu tarkemmin edellä luvussa 4.

Tässä työssä käytettiin euroalueella tyypillistä swap-sopimusta, jossa vaihtuvakorkoiselle (floating) legille maksetaan puolivuositain 6 kuukauden euribor korkoa, jonka arvo vahvistetaan 6 kuukautta ennen maksupäivää. Sen sijaan kiinteälle legille maksetaan sopimuksentekopäivänä vallitsevaa kiinteää (par) swap-korkoa. Kiinteä legi vastaanottaa kassavirrat vuosittain, ja kiinteä legin kassavirran suuruus on jokaisena maksupäivänä sopimuksen nimellisarvo kerrottuna swapin liikkeellelaskupäivän parilla.

Bootstrappauksen yleinen metodologia:

1. Määritellään korkotuotteet joista korkokäyrä lasketaan. Tyypillisesti nämä ovat kuponkia maksavia bondeja tai swappeja, kuten tässä työssä. Olkoon $P(t) = (P_1(t), \dots, P_j(t), \dots, P_n(t))$ n -ulotteinen hintavektori hetkellä t , ja lisäksi $C = (F_{t_i}^j)_{i=1, \dots, m}^{j=1, \dots, n}$ $n \times m$ - kassavirtamatriisi (kupongit ja nimellisarvo) vastaten n joukkovelkalainaa. Tässä m on joukkolainaan i sisältyvien kassavirtojen lukumäärä. Tällöin arbitraasivapaassa ympäristössä tulee päteä seuraava yhteys

$$P_j(t) = \sum_{i=1}^m F_{t_i}^j P(t, t_i), \text{ missä } j = 1, \dots, n. \quad (12)$$

2. Määritellään diskonttotehtävät $P(t, t_i)$ kaikille halutuille maturiteeteille.

3. Bootstrapataan nollakuponkikäyrä askeleittain rekursiivisesti yhtälön (12) mukaisesti. Swap-korkojen yhteydessä saadaan vaatimalla, että sopimuksen hinta hetkellä t on sama kuin j .nnen sopimuksen nimellisarvo N_j ($F_{t_i}^j = N_j(\delta_{i,m} + C_i)$ ja $P_j(t) = N_j$), yhtälöstä (1) yksinkertaistettu versio

$$1 = \sum_{i=1}^n S_{0,i}(t)P(t, T_i)\tau_i + S_{0,n}\tau_n, \quad (13)$$

missä $S_{0,i}(t)$ on hetkellä t noteerattu i vuoden pituinen swap-korko.

Olettamalla, että diskonttoteijät on jo ratkaistu hetkeen T_{n-1} asti, voidaan edellä olevasta yhtälöstä ratkaista maturiteettia T_n vastaava diskonttaustekijä.

$$P(t, T_n) = \frac{(1 - \sum_{i=1}^{n-1} S_{0,n}P(t, T_i)\tau_i)}{1 + \tau_n S_{0,n}} \quad (14)$$

Ne maturiteetit, joille ei löydy suoraa noteerausta, interpoloidaan lineaarisesti. Interpolointia voidaan käyttää joko itse korkoon tai sitten diskonttoteijään. Tässä työssä valittiin lineaarinen interpolointi yksinkertaiselle korolle maturiteetin suhteen seuraavasti

$$L(t, T) = \frac{(T_2 - T)L(t, T_1) + (T - T_1)L(t, T_2)}{T_2 - T_1}, \quad \text{missä } T \in [T_1, T_2]. \quad (15)$$

Swappien arvostus Matlabilla

Jokaista eri maturiteettia vastaava swap hinnoitellaan siten, että swapin kiinteä ja vaihtuva legi hinnoitellaan erikseen. Matlabissa kiinteän legin hinnoitteluun käytetään Matlabin *bondbyzero*-funktioita, joka arvostaa kaikki kiinteät kassavirrat arvostuspäivän nollakuponki swap-käyrällä, joka on rakennettu kuten edellä kaavoissa (13)-(15). Tällöin n -vuoden pituisen swapin kiinteän legin arvoksi hetkellä t tulee [11]

$$P_{fixed,n} = N_n [\sum_{i=1}^n S_{0,2n}(t)P(t, T_{2i})\tau_{2i} + P(t, T_{2n})], \quad (16)$$

missä N_n on n -vuoden pituisen swapin nimellisarvo, ja kuponkimaksut tapahtuvat vuosittain. Tässä indeksöinti menee niin, että peräkkäisten indeksien välinen aikaero on yksi vuosi, eli $\tau_{2i} = T_{2i} - T_{2i-2} = 12kk$.

Vaihtuva legi puolestaan hinnoitellaan käyttäen Matlabin valmista funktiota *floatbyzero*, joka hyödyntää arbitraasivapaaseen hinnoitteluun perustuvaa forward-projektio menetelmää. Forward-projektiossa euribor-korkoina käytetään tämän hetken forward-korkoja kaavan (9) mukaan [11]. Nyt kuitenkin ensimmäiseen kuponkiin liittyvä euribor-korko kiinnitetään lähtöhetkellä, joten siksi $F_{0,1} = r_{\frac{1}{2}}(T_0)$.

$$\begin{aligned} P_{float} &= N_n \left[\sum_{i=2}^{2n} F_{i-1,i}(t)P(t, T_i)\tau_i + \delta_{i,2n}P(t, T_i) + r_{0.5}(t)P(t, T_1)\tau_1 \right] \\ &= N_n \sum_{i=2}^{2n} \frac{1}{\tau_i} \left[\frac{P(t, T_{i-1})}{P(t, T_i)} - 1 \right] P(t, T_i)\tau_i + N_n P(t, T_{2n}) \\ &\quad + r_{0.5}(t)P(t, T_1)\tau_1 N_n \\ &= N_n \sum_{i=2}^{2n} [P(t, T_{i-1}) - P(t, T_i)] + N_n P(t, T_{2n}) + \\ &\quad N_n r_{0.5}(T_0)P(t, T_1)\tau_1 \\ &= N_n [P(t, T_1) - P(t, T_{2n}) + P(t, T_{2n})] + N_n r_{0.5}(T_0)P(t, T_1)\tau_1 \\ &= N_n P(t, T_1)(1 + r_{0.5}(T_0)\tau_1) \end{aligned} \quad (17)$$

Kaavassa (17) vaihtuvalla legillä kuponkimaksut tapahtuvat siis puolen vuoden välein, eli $\tau_i = T_i - T_{i-1} = 6kk$. Lisäksi arvostusmenetelmässä kuponkikorkona käytetään 6 kuukauden Euriborin forward-arvoa

lähtöhetkellä. Kaavassa (17) oletetaan, että arvostushetki on täsmälleen sama kuin itse swapin liikkeellelaskuhetki, eli $t = T_0$. Tässä työssä swapit arvostettiin lähtöhetkellä ja myös vuoden päästä lähtöhetkestä. Jälkimmäisessä tapauksessa swapin kaksi ensimmäistä (kiinteällä legillä vain yksi) kuponkimaksua putoaa kaavojen (16) ja (17) summasta pois, ja lisäksi $T_i \rightarrow T_{i-2}$ (kaavassa (16) $T_i \rightarrow T_{i-1}$). Kaavasta (17) nähdään se tosiasia, että vaihtuvakorkoinen legi sisältää korkoriskiä liittyen ainoastaan ensimmäiseen kassavirtaan. Sen sijaan kaavan (16) mukainen kiinteä legi sisältää korkoriskiä liittyen jokaiseen kassavirtaan.

Yhtälöiden (16) ja (17) avulla voidaan swapin arvo hetkellä t ratkaista

$$SWAP(t, S_{0,2i}) = P_{fixed} - P_{float} = N_n [\sum_{i=1}^n S_{0,2i}(t) P(t, T_{2i}) \tau_{2i} + P(t, T_{2n}) - P(t, T_1)(1 + r_{0.5}(T_0)\tau_1)P(t, T_1)]. \quad (18)$$

Lähtöhetken swap-korkokäyrä ja sen diskonttaustekijät $P(t, T_i)$ on laskettu lähtöhetken swap-koroista $S_{0,i}(t)$. Siksi koko swap-sopimuksen arvo hetkellä t on nolla, eli yhtälöiden (16) ja (17) arvot yhtyvät.

6. Markkina-arvoisen vastuuvelan korkoriskin eliminointi

Tässä työssä tarkastellaan markkina-arvoisen vastuuvelan parhaan arvion korkoriskin suojaamista swap koronvaihtosopimuksilla. Markkina-arvoinen vastuuvelka määritellään Solvenssi II – direktiivin mukaisen nk. parhaan arvion ja riskimarginaalin summana [5]. Koska riskimarginaali on henki- ja eläkevakuutuksen tyyppisissä vakuutuslajeissa hyvin pieni verrattuna vastuuvelan parhaaseen arvioon, ei tässä työssä tarkastella riskimarginaalia [5,13].

Solvenssi II – direktiivin mukaan korkoriski määritellään koko taseen markkina-arvon muutoksena huonoimmassa kahdesta eri skenaariosta, joissa toisessa korkokäyrä liikkuu ylöspäin ja toisessa alaspäin koronmuutoksen vastaten suuruudeltaan 0.5 %:n prosenttipistettä. Tässä työssä korkoriski määritellään kuitenkin Suomen työeläkevakuutusyhtiölain vakavaraisuusrajaa silmällä pitäen vastaamaan vastuuvelan ja sitä suojaavan portfolion tuottojen 2.5 %:n prosenttipistettä.

Käytännössä vastuuvelan korkoriskin (lähes) täydellinen eliminointi tarkoittaa vastuuvelan kassavirtojen ja swap-sopimusten kiinteän legin kassavirtojen täydellistä yhteensovittamista. Näin ollen yhtälön (16) mukainen kiinteän legin arvonmuutoksiin sisältyvä korkoriski eliminoi täysin vastuuvelan korkoriskin, mutta vaihtuvan legin markkina-arvon mukaisen yhtälön (17) ensimmäiseen kassavirtaan jää hieman korkoriskiä. Työssä tehtiin yksinkertaistava oletus, jonka mukaan vastuuvelan kassavirrat olivat jokaisella lähtöhetkellä historiassa täsmälleen yhtä suuret.

Vastuuvelkana on käytetty kuvitteellista mutta todellisen työeläkevakuutusyhtiön VIU-vastuiden (ks. kappale 3) vastuuvelkaa muistuttavia kassavirtoja 50 vuodeksi eteenpäin. Vastuuvelan kassavirtojen suuruus on vakio riippumatta markkinakoron laskentahetkestä, joten vastuita ei indeksöidä mitenkään. Vastuuvelan suuruus tenorin pituuden funktiona on esitetty kuvassa 1 eri historiallisilla lähtöhetkillä. Kuvasta nähdään, että vastuuvelan markkina-arvon suuruus on kasvanut tarkastellulla ajanjaksolla 2003–2013, johtuen yleisestä markkinakorkotason laskusta.

Kassavirtojen yhteensovittaminen

Korkoriskin eliminointi tehdään etsimällä sellaiset swap-sopimusten nimellisarvot, joilla vastuuvelan jokaisen kassavirran korkoriski eliminoidaan täysin. Ideana tässä on se, että swappien nimellisarvon verran pääomaa on varattu alun perin vastuuvelan maksamiseen (esim. kassaan), ja näitä nimellisarvoja vastaten halutaan saada sellainen korko, että kassavirran maksuhetkellä summa on kasvanut täsmälleen lähtöhetken kassavirtojen suuruiseksi. Swap-sopimukseen ei sitouduta itsessään pääomaa nimellisarvoa vastaavaa määrää toisin kuin bondeilla. Siksi nimellisarvoa vastaavan määrän voidaan ajatella olevan talletettuna kassaan tai vaihtoehtoisesti sijoitettuna muihin omaisuusluokkiin. Korkoriskin voi ajatella riippuvan vastuuvelan

kassavirtojen diskonttokorosta. Vastuuvelan kassavirtoja nimittäin diskontataan lähtöhetkellä markkinakorolla (ks. kaava (21)), ja juuri lähtöhetken markkinakoron suuruksella korkotuotolla vastuuvelan kassavirtojen diskontattua nykyarvoa vastaavat talletukset kasvaisivat täsmälleen kassavirtojen suuruiseksi maksuhetkellä. Mikäli korkotuottoa saadaan vähemmän kuin lähtöhetken korkotaso on, lähtöhetken nimellisarvojen suuruiset talletukset eivät riitä kattamaan kassavirtoja. Kiinnittämällä korko swap-sopimuksen avulla, saadaan korkotuotto täsmälleen halutun suuruiseksi.

Mikäli vastuuvelka koostuisi ainoastaan yhdestä kassavirrasta hetkellä $t = 1$ vuosi, niin tällöin vuoden pituisen swap-sopimuksen kuponkimaksu hetkellä $t = 1$ vuotta olisi $N_1 S_{0,1}$. Lisäksi hetkellä $t = 1$ on kassaan talletettuna swapin nimellisarvon suuruinen summa N_1 . Vaaditaan, että yhdessä kuponkimaksu ja nimellisarvon suuruinen pääoma muodostavat vastuuvelan kassavirran V_1 , eli matemaattisesti esitettynä

$$N_1 + N_1 S_{0,1(0)} = V_1.$$

Yhtälön mukaan saadaan yhden vuoden pituisen swapin nimellisarvoksi $N_1 = V_1 / (1 + S_{0,1}(0))$. Kassaan talletettavan nimellisarvon sijoittamista edelleen ei tässä työssä pohdita, vaan ainoastaan todetaan että kyseinen talletus voidaan tehdä, ja että vastuuvelan kassavirran arvo ei vuoden aikana muutu mihinkään (todellisuudessa esim. vanhuuseläkkeitä indeksoidisiin i_v -korotuksilla).

Käytetään suojaukseen jokaisen kokonaislukuvuoden $k = 1, \dots, 50$ swappeja. Tässä Bloombergista puuttuvat swap-noteeraukset lasketaan kaavalla (10). Swappien kiinteän legin kassavirtamatriisi S on sellainen, jossa jokaisella rivillä on aina yhden swapin kuponkikorko aladiagonaaleilla, sekä diagonaalilla swapin kuponkikorko lisättynä ykkösellä. Todellisuudessa diagonaalilla olevaa pääoman-arvon palautusta ei koskaan tapahdu, ja vastaava pääoma-arvon siirto sisältyy myös kelluvan legin kassavirtoihin, ks. kaava (17). Ainoastaan siis kelluvan ja kiinteän legin kuponkimaksut liikkuvat vakuutusyhtiön ja vastapuolen välillä puolivuositain. Nimellisarvo tulee lisätä diagonaalille siksi, että korkoriski saadaan täysin eliminoiduksi (ks. esimerkki yllä).

Formaalisti kiinteän legin kassavirtamatriisin aladiagonaali voidaan kirjoittaa

$$S_{i,j} = S_{i,0} + \delta_{i,j},$$

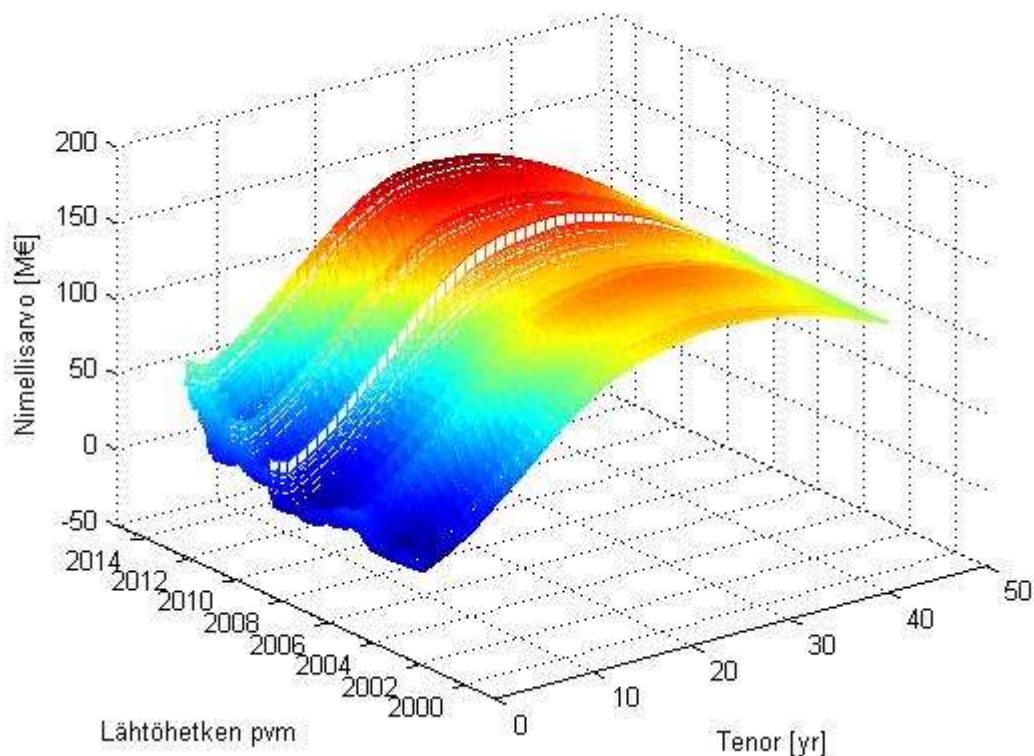
missä siis T_i on i -vuoden pituisen swapin maturiteetti, ja $S_{i,0}$ on lähtöhetkeä vastaava kuponkikorko maturiteetilla T_i .

Olkon $N = \{N_1, N_2, \dots, N_{50}\}$ ostettavien swappien nimellisarvovektori. Lisäksi olkon $V_j, j = 1, \dots, 50$, vastuuvelan kassavirtavektori, jossa sen V_j on vuonna j erääntyvä korvausmeno. Tällöin täydellisessä suojauksessa tulee päteä

$$S^T N = V, \tag{19}$$

Koska neliöllinen matriisi S on positiividefiniitti, se on myös kääntyvä [9], ja yhtälö (19) voidaan ratkaista helposti

$$N = (S^T)^{-1} V. \tag{20}$$



Kuva 1. Kuvassa on esitetty yhtälön (17) mukaan lasketut (tenori) swappien nimellisarvot eri laskentahetkillä (2.1.2003–5.7.2012). Nimellisarvot ovat keskimäärin kasvaneet tarkastelujakson aikana johtuen siitä, että keskimääräinen korkotaso ja sitä kautta swap-sopimusten korot (=swap-sopimuksen kuponkikorko) on laskenut.

Vastuuvelan ja suojaavan swap-portfolion korkoriskin määrittäminen

Lasketaan päivittäisellä korkodatalla swapeista koostuvan portfolion arvonmuutos vuoden aikana kaavalla (9), sekä vastaavasti vastuuvelan arvonmuutos diskonttaamalla vastuuvelan kassavirrat

$$V(t) = \sum_{i=1}^{50} V_i P(t, T_i). \quad (21)$$

Tämä tehdään siten, että simulaation lähtöhetkinä käytetään 2.1.2004–5.7.2012 välisiä ajanhetkiä. Lähtöhetkellä käytetään näin ollen toteutuneita markkinahintoja kyseisellä aikavälillä. Laskennan loppuhetkellä puolestaan käytetään aikavälin 2.1.2005–5.7.2013 toteutuneita euroalueen swap-korkokäyriä ja vuotta aikaisemman lähtöhetken swap-korkoja. Kuvassa 2 näytetään edellä kuvatulla aikavälillä ja yhtälön (20) mukaisella portfoliolla lasketut yhdistetyt swap-portfolion ja vastuuvelan tuotto (punainen käyrä) sekä pelkkä vastuuvelan tuotto (sininen käyrä).

Riskin mittarina käytetään jatkossa yhden vuoden Value-at-Risk – lukua 2.5 %:n riskitasolla. Value-at-risk luku lasketaan tässä työssä aina ei-parametrisesti suoraan järjestämällä historiallisen tuottoaikasarjan tuotot suurusjärjestykseen, ja valitsemalla näistä haluttua prosenttipistettä vastaavan tuoton arvo. Mikäli tuottoaikasarjan suuruus on esimerkiksi 1000 skenaariota, niin $Var_{2.5\%}$ kertoo sen tuoton suuruuden, joka on 25.huonoin koko tuottoaikasarjasta. $Var_{2.5\%}$ -luku on parempi riskimittari kuin volatilitteetti, koska volatilitteetti kertoo vain keskimääräisestä tuottojen hajonnasta, kun taas $Var_{2.5\%}$ saa kiinni nimenomaan mahdollisimman epäsuotuisat skenaariot. Kahden ja puolen prosentin riskitaso puolestaan on luonnollinen valinta, koska se on tällöin yhtenevä työeläkeyhtiöiden vakavaraisuusrajan kanssa. Näin ollen, jos pelkän vastuuvelan $Var_{2.5\%}$ pienenee yli 70 %, kun suojattavan kohteen kanssa huomioidaan suojaava korkojohdannainen, voidaan kyseinen korkojohdannainen luokitella riskiä pienentäväksi FIVAn määräys- ja

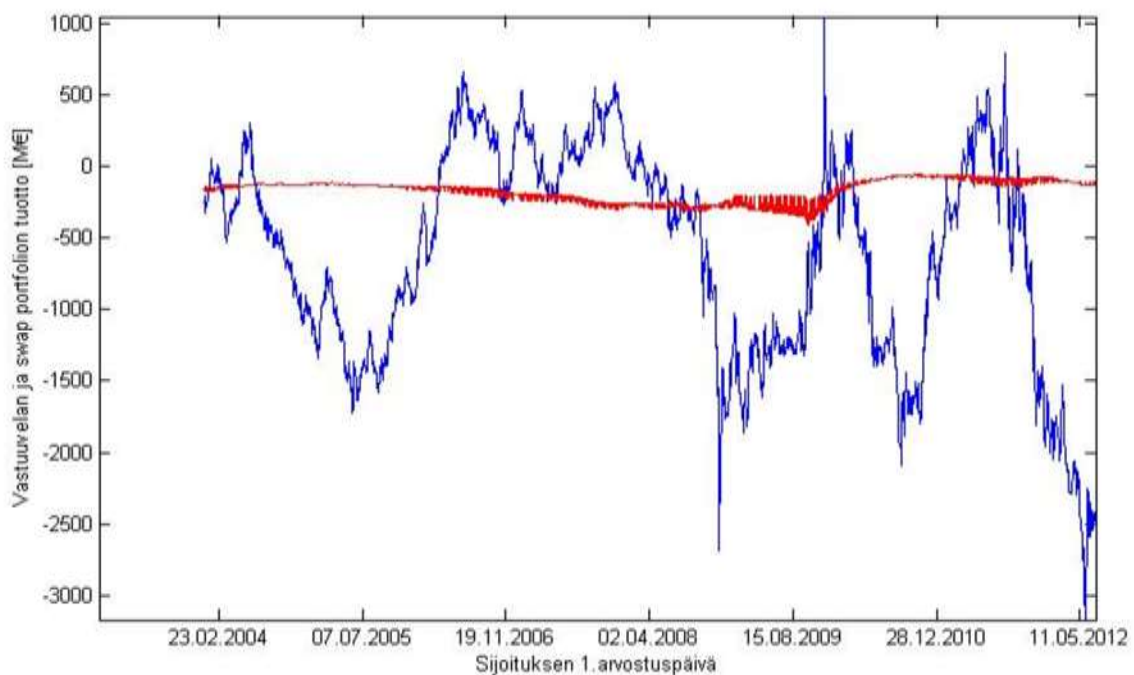
ohjekokoelman mukaisesti [15]. Tehokkuuden mittarina puolestaan käytettiin nk. VaR-Sharpen lukua, eli vuoden odotettua tuottoa jaettuna sillä tappiolla, joka aiheutuu 2.5 %:n häntätapahtuman sattuessa vuoden kuluessa. Jatkossa odotetun tuoton ja vuoden VaR2.5 %:n erotusta, eli tappiota 2.5%:n häntätapahtuman sattuessa kutsutaan VaRiksi, ja yhden vuoden tuottoa suhteessa VaRiin puolestaan VaR-Sharpeksi. Formaalisti VaR-Sharpe määritellään seuraavasti:

$$VaR-Sharpe = \frac{Tuotto(1v)}{Tuotto(1v) - VaR2.5\%(1v)} = \frac{Tuotto(1v)}{VaR}, \quad (22)$$

missä $VaR2.5\%$ on swap portfolion tuotto 2.5 %:n häntätapahtuman sattuessa vuoden aikana, ja nimittäjässä oleva odotetun tuoton ja $VaR2.5\%$:n erotus VaR kuvaa siis tappiota kyseisessä tapahtumassa.

Maksimitappio suojaamattomassa tapauksessa on n. 2.54Mrd€ , ja swap-portfolion kanssa ainoastaan n. 246M€ . Pelkän vastuuvelan odotettu tuotto n. -627M€ , kun taas vastuuvelan ja swap-portfolion yhteinen odotettu tuotto on vain n. -165M€ . Erityisesti siis vastuuvelan ja swap-portfolion muodostaman kokonaisuuden realisoituva tuotto on rajattu hyvin pieneen marginaaliin, kun taas pelkällä vastuuvelalla sekä suuret voitot mutta ennen kaikkea erittäin merkittävät tappiot ovat mahdollisia.

Edellä esitettyjen tulosten valossa VaR pienentyy n. 89.6 % täydellisessä suojauksessa. Portfolion maksimitappio sen sijaan pienentyy n. 90.3 %. Molemmissa tapauksissa edellä kuvattu MOKin mukainen 70 %:n suojaavuusvaatimus toteutuu [15].



Kuva 2a. Kuvassa on esitetty swap-portfolion tuotto sekä yhdistetty swap-portfolion ja vastuuvelan muodostaman salkun tuotto. Nähdään, että vastuuvelan korkoriski eliminoituu lähes täydellisesti.

Tuoton estimaattorina käytetään tuottoaikasarjan keskiarvoa, kun taas VaRin estimaattorina käytetään edellä kuvattua ei-parametristä menetelmää. Tuoton odotusarvon virhe-estimaattorina voidaan pitää perustellusti otoskeskihajontaa. Sen sijaan ei-parametrisen VaRin virhe-estimaattori on hankalampi laskea.

Jorion [10] arvioi VaRin laskennan otoskeskihajontaa (suhteessa otoskeskiarvoon) asympotoottisesti kaavalla:

$$st.error(VaR)/VaR = \sqrt{\frac{\alpha(1-\alpha)}{Nf(VaR)^2}}, \quad (22b)$$

missä α on kysytty prosenttipiste, ja vastaavasti $f(VaR)$ on jakauman todennäköisyyksiheyden arvo VaRia vastaavan prosenttipisteen kohdalla. Kaava johtaa kuitenkin erittäin suuriin virheisiin jakauman äärimmäisissä hännissä, joista työssä ollaan kiinnostuneita.

Toinen yleinen menetelmä VaRin keskihajonnan laskemiseen on nk. bootstrap-menetelmä [1], jossa alkuperäisestä datajoukosta luodaan yksinkertaista satunnaisotantaa takaisin palauttaen uusia riippumattomia datajoukkoja (satunnaisotannan bootstrap-menetelmää ei tule sekoittaa kappaleessa 5 esitettyyn korkokäyrän bootstrap-menetelmään). Näille joukoille voidaan kullekin laskea VaR (tai muu tunnusluku), ja edelleen VaRin otoskeskihajonta, jota käytetään arvioimaan menetelmän tarkkuutta. Bootstrap-menetelmässä tutkittavasta aineistosta $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ poimitaan satunnaisesti bootstrap-otos $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$. Bootstrap-otoksen koko on siis sama kuin aineiston havaintojen lukumäärä. Tällöin aineistossa vain kerran esiintyvät lukuarvot voivat esiintyä lukuisia kertoja bootstrap-otoksessa. Lisäksi bootstrap-otoksia muodostetaan lukuisia kertoja, ja jokaisesta bootstrap-otoksesta määritetään tutkittavan suureen (esim. VaR-luku) keskiarvo. Näin saaduista tutkitun suureen keskiarvoista lasketaan lopuksi keskihajonta.

Ongelmana bootstrap-menetelmän käytössä on se, että työssä käytetty swap-portfolion yhden vuoden tuottoaikasarja on voimakkaasti korreloitunut, kuten kuvasta 2a ilmenee. Tällöin edellä kuvatussa menetelmässä taustalla oleva itsenäisesti ja riippumattomasti jakautuneiden havaintojen oletus ei toteudu. Bootstrap-menetelmästä on olemassa laajennuksia, joissa alkuperäisestä aikasarjasta poimitaan yksittäisten havaintojen sijasta tietyn kokoisia blokkeja (blokin pituus l kaupankäyntipäivää) satunnaisesti, ja edelleen bootstrap-aikasarja muodostetaan näistä blokeista (blokkien lukumäärä valitaan siten, että blokeista muodostuu alkuperäisen aikasarjan pituutta vastaavaa bootstrap-aikasarja) $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = (x_{u_1}, x_{u_1+1}, \dots, x_{u_1+l}, x_{u_2}, x_{u_2+1}, \dots, x_{u_k+l})$, missä k valitaan siten, että yhteensä saadaan alkuperäisen datan pituinen otos. Kirjallisuudessa on esitetty erilaisia menetelmiä sille, miten blokkien optimaalisen koon pystyy määrittämään. Nämä menetelmät ovat kuitenkin erittäin työläitä implementoitaviksi itsenäisesti, ja lisäksi niitä ei löydy valmiiksi implementoituina Matlabista eikä Excelistä [7,12].

Yksi tapa poistaa korrelaatiota olisi käyttää alkuperäiseen dataan autokorrelaatorakenteen huomioon ottavaa $AR(p)$ -prosessia, ja käyttää kyseisen menetelmän virhetermeille yksinkertaista takaisinotantaa perustuvaa bootstrap-menetelmää. $AR(p)$ – prosessi voidaan kuvata seuraavanlaisella yhtälöllä:

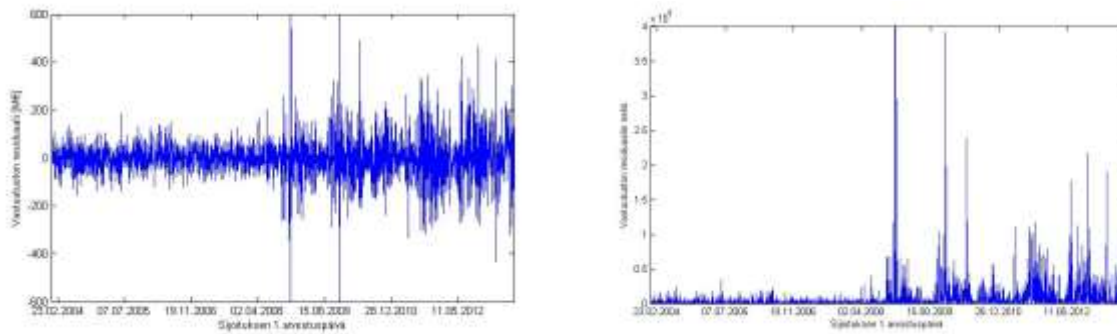
$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t, \text{ missä } \varepsilon_t \sim iid.$$

Yleisesti ottaen AR -prosessin astelukua ei tiedetä etukäteen, vaan aikasarjaan sovitetaan eri asteluvun AR -prosesseja lähtien liikkeelle arvosta $p=1$. Tämän jälkeen virhetermeille tai virheiden neliöille tehdään esimerkiksi Ljung-Box testi, joka testaa aikasarjan autokorreloimattomuutta. Mikäli testi antaa negatiivisen tuloksen, kasvatetaan p :n arvoa yhdellä ja toistetaan mallin rakennus. Mikäli puolestaan testin mukaan virheet ovat korreloimattomia, niin siinä tapauksessa mallin rakentaminen lopetetaan, ja ollaan löydetty aikasarjan $AR(p)$ -prosessin kertoimet.

Kuvassa 2b on esitetty $AR(1)$ -prosessin residuaalit vastuuvelan tuottojen aikasarjalle. Ljung-Box testin mukaan hypoteesi residuaalien aikakorreloituneisuudesta hylätään P -arvolla 11.9 % (merkitsevyystaso 5 %), eli kyseessä saattaa olla $AR(1)$ -prosessi. Sen sijaan vastuuvelan ja swap-portfolion muodostaman portfolion $AR(1)$ -prosessin residuaalien virhetermi on merkittävästi aikakorreloitunut, ja Ljung-Box testi hylkääkin nollahypoteesin P -arvolla 0.0 %. Lisäksi vastuuvelan tuottoaikasarjan virheiden neliöiden Ljung-Box testi hylkää neliöllisten virheiden aikakorreloimattomuushypoteesin P -arvolla 0.0 %. Tämä ennako

sitä, että AR(1)-prosessien virhetermit ovat heteroskedastisia ja saattavat noudattaa jotain GARCH(k,q)-prosessia.

Kun vastuutuottojen residuaaleille tehdään heteroskedastisuutta testaava Engelin ARCH-testi, saadaan tulokseksi P-arvolla 0.0%, että virhetermit ovat heteroskedastisia. Siten pelkkä AR(1)-bootstrap menetelmä ei myöskään johtaisi kovin luotettaviin tuloksiin. Kuvassa 2c on esitetty neliöidyt residuaalit, jotka heti paljastavat volatilitietin heteroskedastisuuden. Kuriositeettina mainittakoon se, että ennen finanssikriisiä muodostetun vastuuvelan tuottodatan AR(1)-residuaalien Ljung-Box testi ei hylkää oletusta datan autokorreloimattomuudesta.



Kuvat 2b ja 2c. Pelkän vastuuvelan vuosituottodatalle sovitun AR(1)-mallin residuaalit kuvassa vasemmalla ja residuaalien neliöt oikealla. Nähdään, että finanssikriisin jälkeisenä aikana virheet ovat selvästi korreloituneita, ja siten heteroskedastiset mallit saattaisivat kuvata tuottodataa paremmin. Lisäksi virheiden absoluuttinen suuruus on hieman kasvanut.

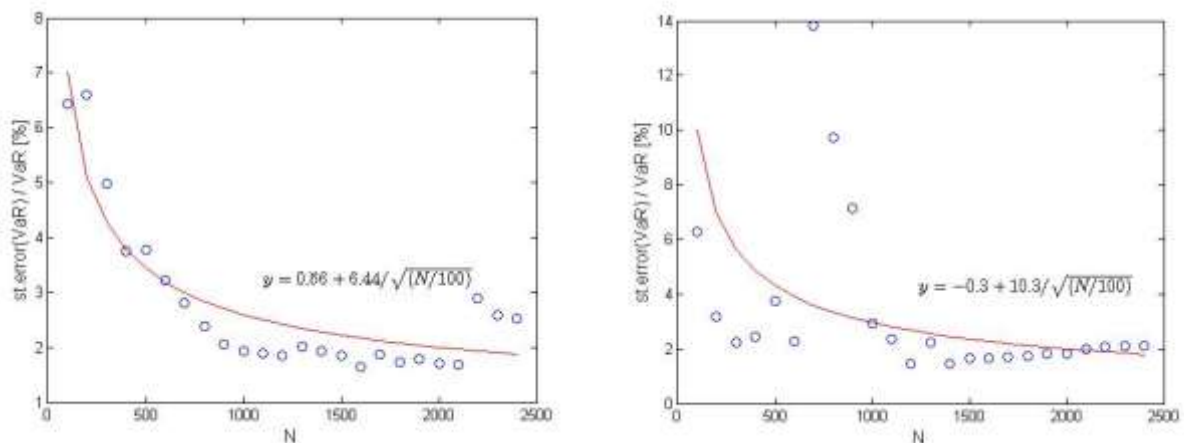
Hiljattain tehdyssä tutkielmassa Loois toteaa, että rullaavalla datalla muodostetun mallin ennustamat vuosituotot kasvattavat VaR-tapahtumien todennäköisyyden jopa 7-kertaiseksi verrattuna puhtaisiin vuosituottoihin [13]. Loois arvioi osaketuottojen (MSCI World ja SP500) häntätapahtumien riskiä sekä AR(1) että "random walk" – malleilla. Hän laskee ennusteet sekä puhtaalla vuosidatalla sekä puhtaasta vuosidatasta muodostetulla rullaavalla datalla (kuukasidata ja kvartaalidata). Tutkimus ei ota kuitenkaan kantaa siihen, että miten itse VaR-tapahtuman suuruus muuttuu käytettäessä rullaavaa tuottodataa puhtaan vuosituottodatan sijasta.

Mikään edellä esitellyistä mallinnusmenetelmistä ei varsinaisesti tuntunut soveltuvan käytettyyn rullaavan vuosituottodatan käsittelyyn. Lisäksi edellä viitattuun tutkimukseen [13] perustuen rullaavan tuottoaikasarjan mallinnus vääristää häntätapahtumien todennäköisyyksiä, ja siten myös tekee häntätapahtumien virhe-estimaattoreista hyvin harhaisia. Näihin seikkoihin vedoten tässä työssä päädyttiin käyttämään vuosituottojen erotukselle yksinkertaisen satunnaisotannan bootstrap-menetelmää. Tämä menetelmä ei anna välttämättä kovinkaan tarkkaa arviota virheen todellisesta suuruudesta, mutta se on yksinkertainen ja valmiiksi implementoitu Matlabiin. Tässä työssä VaRin ja VaR-Sharpin estimointivirheiden arvioimiseen käytettiin Matlabin Bootstrap-funktiota "Bootstrap".

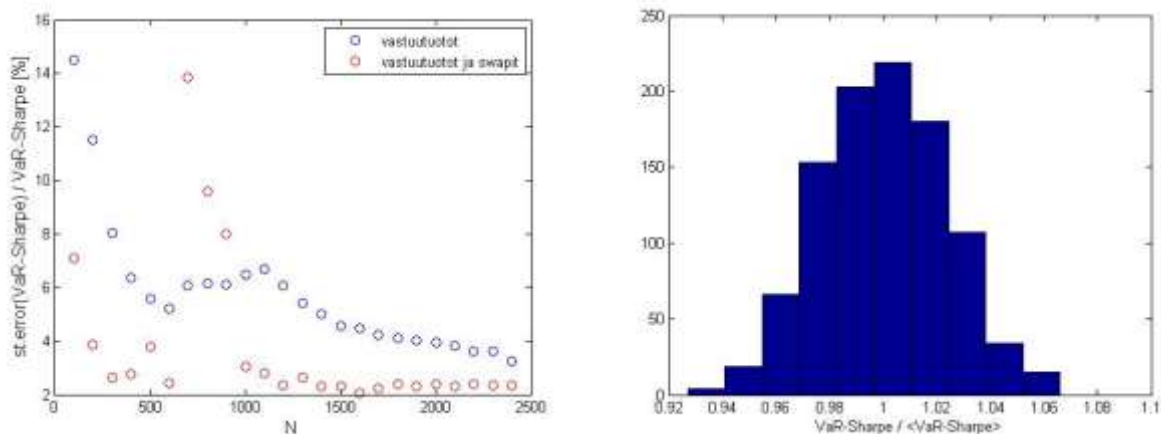
Kuvasta 2 nähdään, että verrattuna suojaamattomaan vastuuvelkaan swap-portfolion tapauksessa tappiopotentiaali (mitattuna VaRilla) on merkittävästi pienentynyt. Pelkän vastuuvelan VaR on n. 1.58Mrd€ (n. 17% vastuuvelasta), kun yhdistetyn vastuuvelan ja swap-portfolion VaR on ainoastaan 164M€. Edellä mainitulla Bootstrap-menetelmällä [1] arvioiden VaR-estimaatin otoskeskihajonnaksi saadaan vastaavasti 39M€ (2.4% VaRin otoskeskiarvosta) pelkän vastuuvelan tapauksessa ja 3.4M€ (2.1% VaRin otoskeskiarvosta) vastuuvelan ja suojaavan swap-portfolion tapauksessa, ks. kuvat 3a ja 3b. Nähdään, että menetelmän antama VaRin estimointivirhe on melko pieni, joten VaRin estimaattoria voidaan pitää luotettavana.

VaR-estimaattorin luotettavuuteen liittyen tutkittiin edellä esitettyä kaavaa VaRin estimointivirheen suuruudesta näyteköön funktiona. Kuvissa 3a ja 3b on esitetty Bootstrap-menetelmällä laskettu VaRin

otoskeskihajonta jaettuna näytteestä estimoidulla VaRin otoskeskiarvolla historiadatan pituuden funktiona (Bootstrap otosten lukumäärä 1000). Vertailun vuoksi on esitetty otoskeskihajonnan asymptoottisen kaavan mukainen riippuvuus näytekoosta N . Nähdään, että erityisesti pelkän vastuuvelan arvonmuutoksen (kuva 3a) VaRin arvioinnissa virhe-estimaattorin $1/N^{0.5}$ – riippuvuus (22b) näyttäisi toimivan kohtuullisesti. Kuvassa 3c on tarkasteltu Bootstrap-otannalla lasketun VaR-Sharpen estimaattorin otoskeskiarvolla normitettua otoskeskihajontaa näytekoon N funktiona. Nähdään, että työssä käytetyillä N :n arvoilla ($N = 2439$) VaR-Sharpen estimointivirhe on pelkälle vastuuvelalle (ja samoin replikoivalle swap-portfoliolle) 3.5%, ja puolestaan vastuuvelan ja swap-portfolion muodostamalle kokonaisuudelle n. 2.4%. Kuvassa 3d on esitetty Bootstrap-poiminnalla muodostettu histogrammi VaR-Sharpeista (suhteessa VaR-Sharpen otoskeskiarvoon). Nähdään, että VaR-Sharpen arvot ovat piikittyneet lähelle otoskeskiarvoa.



Kuvat 3a ja 3b. Kuvissa on arvioitu Bootstrap-menetelmällä (iid) poimittujen VaR-estimaattien (VaR) prosentuaalista otoskeskihajontaa (eng. st.error). Kuvassa 3a on pelkän vastuuvelan arvonmuutosten VaRin otoskeskihajonta jaettuna estimaattorin otoskeskiarvolla. Kuvassa 3b on puolestaan vastuuvelan ja suojaavan swap-portfolion muodostaman salkun arvonmuutosten VaRin otoskeskihajonta jaettuna estimaattorin otoskeskiarvolla. Vertailun vuoksi kuviin on liitetty teoreettinen $1/N^{0.5}$ - sovite. Työssä käytetyllä näytekoon suuruudella $N = 2439$ vastuuvelan VaR-estimaattorin virhe on n. 2.4% ja vastuuvelan ja swap-portfolion kokonaisuuden VaRin estimointivirhe n. 2.1%.



Kuva 3c ja 3d. Bootstrap-menetelmällä (iid) poimittujen VaR-Sharpe estimaattien prosentuaalinen otoskeskihajonta alkuperäisen datan otoskoon N suhteen. Nähdään, että työssä käytetyillä N :n arvoilla ($N = 2439$) virhe on pelkän vastuuvelan tapauksessa n. 3.5%, ja puolestaan vastuuvelan ja swap-portfolion

kokonaisuudelle hieman pienempi n. 2.4%. Oikealla Bootstrap-otannalla lasketun VaR-Sharpen jakauman (normitettu VaR-Sharpen otoskeskiarvolla) histogrammi.

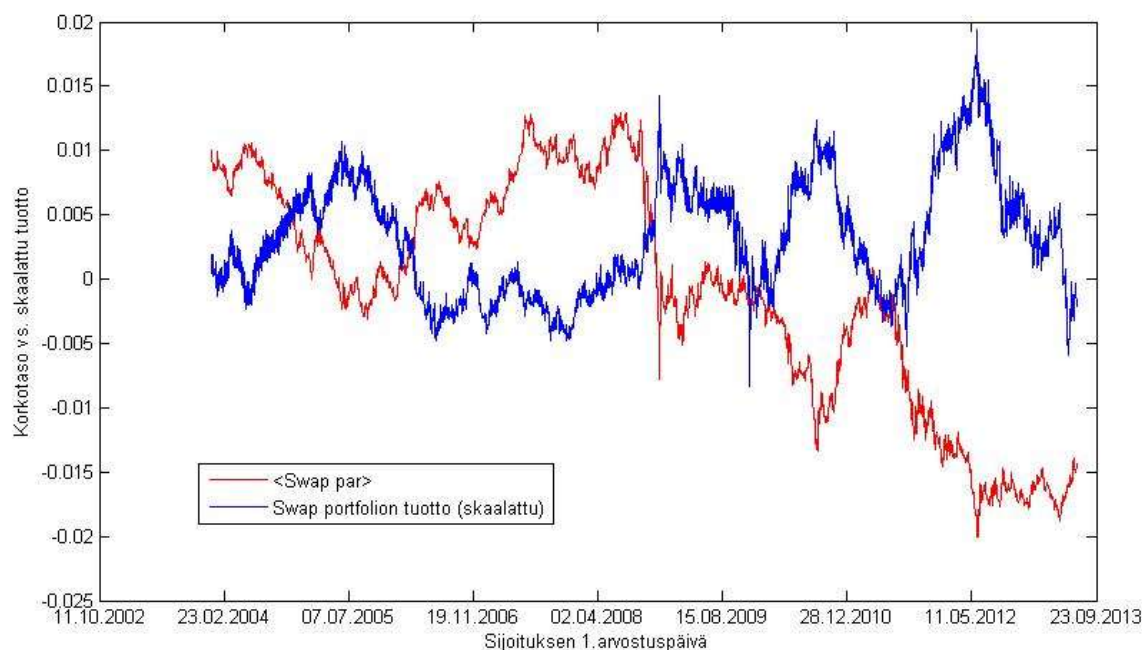
Jatkossa tässä työssä käytetään täsmälleen samaa historiallista swap-tuottodataa VaRin arviointiin. Tästä johtuen VaRin ja VaR-Sharpen estimointivirhettä ei enää lasketa joka strategialle erikseen. Sen sijaan virheenä käytetään samaa suhteellista virhettä kerrottuna kulloisellakin VaR-Sharpen arvolla, eli kuvan 3c mukaista arvoa 3.5%. Kuriositeettina voidaan mainita, että itse keskiarvon keskivirhe on samaa suuruusluokkaa kuin VaRin otoskeskihajonta, edellisessä tapauksessa n. 2.4% ja jälkimmäisessä 1%:n luokkaa.

7. Tuoton laskenta ja kaupankäyntistrategiat swap-tuottojen historiadataalla

Tässä luvussa tutkitaan erilaisia kaupankäyntistrategioita swap-sopimuksilla, ja verrataan näitä tehokkuudessa *Receiver swap* - strategiaan, jossa ostetaan koko vastuuvelkaa suojaava *Receiver swap* portfolio. Liitteessä 1 on osoitettu, että realistisilla sijoitussalkun tuotto- ja korrelaatioparametreilla koko asset-portfolioon tehokkuus maksimoituu sillä swap-portfolioilla, joka maksimoi swap-portfolioon tehokkuuden. Siksi tässä kappaleessa tutkitaan yksistään swap-portfolioon (ilman vastuuvelkaa) tehokkuutta erilaisilla kaupankäyntistrategioilla.

Mikäli asiaa halutaan ajatella laajemmin koko salkun kannalta, voidaan menetellä seuraavasti. Ajatellaan ensin, että sijoittajalla on vastuuvelan suojaamisen jälkeen hallussaan sijoitussalkku, jonka yhden vuoden tuotto-odotus on R_A ja riski VaR_A . Oletetaan lisäksi, että kyseisen asset-salkun korrelaatio swap-portfolioon kanssa on vakio ρ , ja että tämän vakion arvo ei riipu swap-portfolioille valitusta sijoitusstrategiasta. Nyt voidaan valita asset-portfolioista ja swap-portfolioista sellainen kombinaatio, joka optimoi koko portfolioon tehokkuuden VaR-Sharpen mielessä. Tämän jälkeen voidaan valita swap-strategioista se, joka maksimoi edellä kuvatun asset-salkun ja swap-portfolioon muodostaman salkun VaR-Sharpen. Liitteessä 1 on näytetty, että lähes kaikilla asset-salkun tuottoparametreilla koko portfolioon VaR-Sharpe maksimoituu juuri samalla kaupankäyntistrategialla, kuin millä itse swap-portfolioon VaR-Sharpe yksistään maksimoituu.

Kuvassa 4 on esitetty se, miten swap-portfolioon tuotot ja keskimääräisen swapin kuponkikorko (puhdas keskiarvo 50:stä eri swap-korosta) muuttuvat ajan funktiona. Selvästi suurimmat tappiot on realisoitu silloin, jos swap-sopimukset on tehty talouskuplien syntymisen yhteydessä, jolloin korot ovat nousseet voimakkaasti. Talouskuplien puhkeamisista mainittakoon finanssikriisi syksyllä 2008, Kreikan velkakriisi kevät-kesällä 2010 sekä velkakriisin tarttuminen Italiaan ja Espanjaan kesällä 2011. Kuvissa näkyvät tuotot on siis saavutettu siten, että kyseiset swap-sopimukset on sovittu täsmälleen yhtä business-vuotta kuvissa näkyviä arvostushetkiä aiemmin.



Kuva 4. Swap-portfolion skaalattu tuotto (tuotto/10Mrd€) sekä keskimääräisen swap-korko ajan funktiona. Havaitaan, että tuotot ovat romahtaneet silloin kun korkotaso on kasvanut jyrkästi edellisen vuoden aikana. Erityisesti talouskuplien syntyminen (jyrkkä korkotason nousu) on johtanut swap-portfolion negatiiviseen tuottoon, ja puolestaan kuplien puhkeaminen (jyrkkä korkotason lasku) swap-portfolion suuriin tuottoihin.

Korkotasoon perustuva strategia

Tässä osassa työtä tarkoituksena oli löytää strategia, joka olisi tuottoriski-odotuksiltaan parempi kuin 100 % suojausastetta vastaava *Receiver swap - strategia*. Perustuen kirjallisuudessa esitettyihin tuloksiin [2,4,7,17] dynaamisista swap-swaptio suojausstrategioista, työssä tutkittiin strategiaa jossa swap-portfolio ostetaan ainoastaan pitkän ajan historiallisen korkotason yläpuolella. Simulaatio toteutettiin niin, että lähtöhetken kaupankäyntistrategia päätettiin aina kyseisen hetken korkotason mukaan. Mikäli lähtöhetken swap-korot olivat tarkastelujakson 2.1.2003–5.7.2013 toteutunutta keskiarvoa pienempiä, tai vastaavasti viimeisen vuoden liukuvan keskiarvon alapuolella, jätettiin swap-portfolio ostamatta. Sitä vastoin mikäli lähtötason swap-korot olivat tarkastelujakson keskiarvon tai vuoden liukuvan keskiarvon yläpuolella, koko vastuuvelan korkosuojausta vastaava swap-portfolio ostettiin. Tämä päätös tehtiin erikseen jokaisen maturiteetin noteerausta ja keskiarvoa tarkastelemalla.

Tarkastellaan strategiaa selventävää esimerkkiä. Olkoon lähtöhetki 21.11.2005, jolloin 10-vuotisen swap-koron arvo on 3.61%. Koko tarkastelujakson 2.1.2003–5.7.2013 10-vuotisen swap-koron keskiarvo on 3.57%. Koska ostohetkellä ollaan pitkän ajan keskimääräisen 10-vuotisen swap-korkotason yläpuolella, tehdään lähtöhetkellä 21.11.2005 yhtälön (20) nimellisarvoja vastaavat määrät swap-sopimuksia. Viimeisen vuoden ajan liukuva keskiarvo 10-vuotiselle swap-korolle on 3.70%. Koska lähtöhetkellä 21.11.2005 ollaan vuoden liukuvan keskiarvon alapuolella, ei lähtöhetkellä tehdä liukuvan keskiarvon menetelmässä ollenkaan swap-sopimuksia.

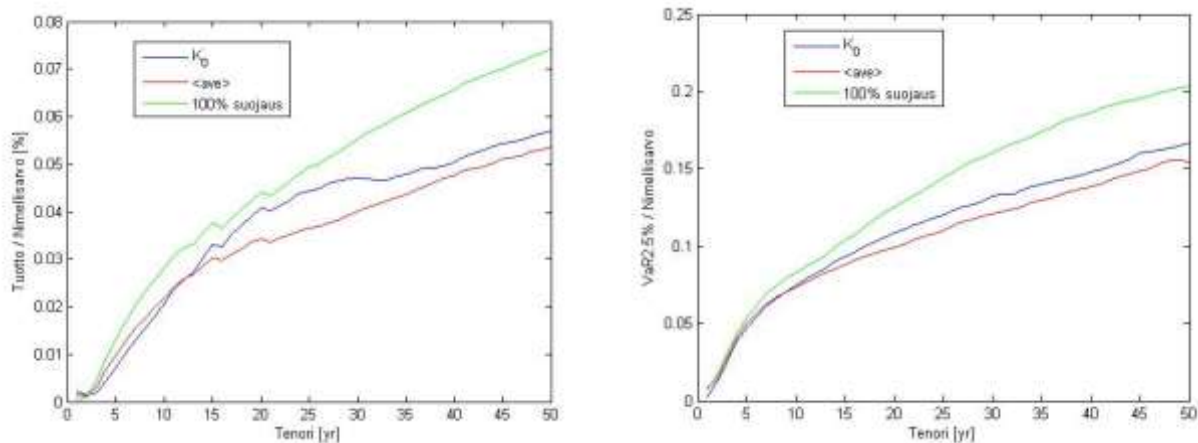
Ideana tässä on se, että korkosuojaat tehdään aina vuodeksi kerrallaan, ja sitten näin muodostetun portfolion riskilukuja tarkastellaan vuoden aikahorisontilla. Suomen työeläkevakuutusyhtiölain sekä lain eläkelaitoksen vakavaraisuusrajan laskemisesta [18] mukaan työeläkevakuutusyhtiön vakavaraisuuspääoman tulee ylittää vakavaraisuusraja, joka vastaa yhden vuoden 2.5 %:in VaRia olettaen, että sijoitustoiminnan tuotot ovat multinormaalijakautuneet. Solvenssi II – säännösten mukaan sijoitus- ja

vakuutuslaitosten vakavaraisuuspääomavaade (SCR) tulee tehdä aina vuoden horisontilla, ja vakuutusyhtiöiden valvontaa tehtävä myös kyseisellä vuoden horisontilla [5]. Mikäli vaikuttaa siltä, että vakuutusyhtiö ei täytä asetusten mukaisia vakavaraisuusvaatimuksia, voidaan erilaisiin toimenpiteisiin ryhtyä vakavaraisuuden palauttamiseksi takaisin vaaditulle tasolle (Suomen vakuutusyhtiölaissa Lyhyen aikavälin rahoitussuunnitelma, Taloudellisen aseman tervehdyttämissuunnitelma). Siksi tässä tutkielmassa muodostettiin nimenomaan yhden vuoden pituisia korkoskenaarioita, ja tarkasteltiin strategioiden tehokkuutta vuoden sijoitushorisontilla. Solvenssi II direktiivin korkostressit on määritelty siten, että ne vastaavat puolen prosentin VaRia, eli vastaavat paljon huonompaa skenaariota kuin 2.5 %:n VaR. Tässä työssä päädyttiin käyttämään 2.5 %:n VaRia, koska datan määrästä johtuen 0.5 %:n VaR ei olisi ollut riittävän merkitsevä (datapisteitä noin 2000).

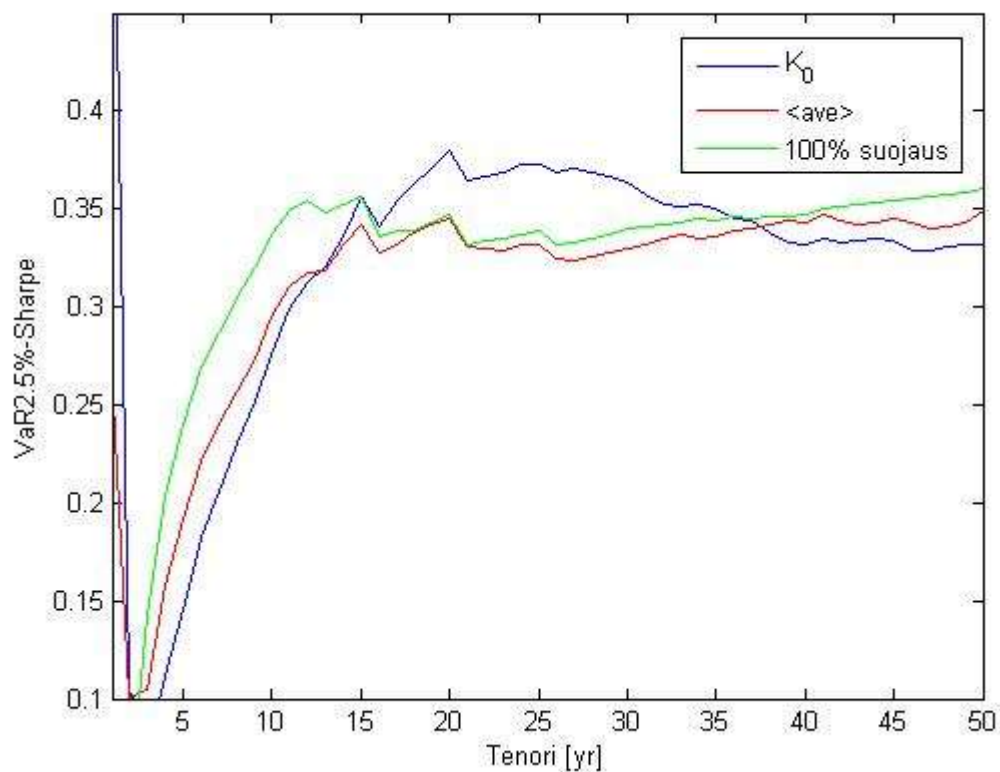
Absoluuttiseen korkotasoon (symboli K_0) ja vuoden liukuvaan keskiarvoon (symboli $\langle ave \rangle$) perustuvia strategioita verrattiin tapaukseen, jossa kutakin maturiteettia vastaava swap-sopimus ostettiin kaikissa skenaarioissa (täydellistä suojausta vastaava määrä). Kuvissa 4 ja 5 on esitetty eripituisten tenoreiden swap-tuotot, VaR ja VaR-Sharpe swapin maturiteetin funktiona. Hyvyyden mittarina käytettiin nk. VaR-Sharpe indeksiä, joka kuvaa tuottojen määrää suhteessa 2.5 prosentin häntäriskeihin.

Kuvan 4a tuotto on kaikilla eri tenorin pituuksilla suurin *Receiver swap* -strategiassa. Pitkässä päässä liukuvan ajan keskiarvoon ja absoluuttiseen korkotasoon perustuvat menetelmät johtavat selkeästi pienempään VaRiin kuvassa 4b, jotka ovat n. 8 – 28 % pienempiä kuin *Receiver swap* -strategian VaR.

Koko portfolion keskimääräiset tuotot tarkasteluvälillä 2.1.2003–5.7.2013 ovat 474M€, 312M€ ja 281M€ vastaavasti *Receiver swap* -strategialle, absoluuttisen korkotason menetelmälle ja liukuvan keskiarvon menetelmälle. Koko portfolion VaR puolestaan on 1164M€ täydellisessä suojauksessa, 856M€ absoluuttisen korkotason strategiassa ja 815M€ liukuvan keskiarvon menetelmässä.



Kuva 5a ja 5b. Kuvassa 5a on esitetty odotettu tuotto jaettuna swapin nimellisarvolla kolmella eri strategialla. Täysi suojausaste (100% suojaus) antaa parhaat tuotot jokaiselle swapin tenorille. Kuvassa 5b on VaR jaettuna nimellisarvolla jokaiselle eri maturiteetille ja strategialle laskettuna. Riski ja tuotto ovat molemmat tenorin suhteen kasvavia funktioita.



Kuva 5c. VaR-Sharpe eri korkostrategioiden tehokkuuden mittarilla. Nähdään, että lyhyillä ja pisimmillä maturiteeteilla *Receiver swap* - strategia toimii tehokkaimmin. Sen sijaan keskipitkillä 16–35 vuotisilla tenoreilla absoluuttisen korkotason (K_0) strategiaan pohjautuva salkku performoi paremmin kuin *Receiver swap* strategia (100% suojaus) ja liukuvaan keskiarvoon ($\langle ave \rangle$) perustuva strategia.

Kuvan 5c perusteella VaR-Sharpen luvun mielessä lyhyet swapit 15 vuoteen asti sekä yli 35-vuotiaat swapit toimivat tehokkaimmin *Receiver swap* - strategialla. Keskipitkiin 16–35 vuotisiin swappeihin puolestaan kannattaa käyttää absoluuttisen korkotason strategiaa. Kyseinen swapeittain muodostettu portfolio oli Sharpen luvun suhteen tehokkain *Receiver swap* - strategialle, ja tehottomin liukuvan swap-koron strategialle. VaR-Sharpen luvut olivat järjestyksessä $0.405 (\pm 0.014)$ $0.365 (\pm 0.013)$ ja $0.345 (\pm 0.012)$.

Kummatkaan korkotasoon perustuvat strategiat eivät johtaneet sellaisiin tuotto-riski yhdistelmiin, jotka olisivat lyöneet tehokkuudessa *Receiver swap* - strategian koko portfolion tuotolle. Kirjallisuudessa [2,6,8] esitetyt tulokset on esitetty perustuen tulevaisuuden ennustamiseen alhaisen korkotason lähtötilanteesta, joissa odotetaan koron nousevan. Sen sijaan tässä työssä käytetty historiadata kuvaa sellaista markkinaperiodia, jossa korkotaso on keskimäärin koko ajan laskenut. Lisäksi tutkimuksissa [2,6] käytettiin vastuuvelan suojaamiseen ainoastaan 20-, 25- ja 30-vuotisia swappeja. Nämä kyseiset tenorien pituudet osoittautuivat myös nykyisessä työssä tehokkaammiksi kuin *Receiver swap* - strategia (ks. kuva 5).

Erityisesti 24-vuoden mittaisella tenorilla havaittiin merkittävästi parempi tehokkuus absoluuttisen korkotasostrategian tuotoilla. Absoluuttisen korkorajastrategian ilmaisema VaR-Sharpe 24-vuotiselle swapille $0.374 (\pm 0.013)$ on 11.3 % parempi kuin täydellisessä suojauksessa 0.336.

Swap-tuottoon perustuva strategia.

Toinen käytetty strategia perustuu swap-portfolion historialliseen tuottoon, sekä tuotossa tapahtuneisiin lähtöhetkeä edeltäviin muutoksiin. Strategia perustuu vastasykliseen ajatusmalliin, jossa riittävän hyvän tuoton jälkeen uskotaan tuottojen laskevan ja vastaavasti hyvin huonon tuoton osuessa kohdalle uskotaan,

että tuotot kasvavat tulevaisuudessa. Lähtöhetkellä tarkastellaan swap-portfolion tuottoa viimeisen vuoden aikana, ja verrataan sitä swap-portfolion tuottoon tiettyä ajanjaksoa (nk. lag aika) aikaisempaa hetkeä edeltävään vuoden tuottoon. Mikäli muutos swap-portfolion tuotossa on riittävän pieni (nk. kriittinen tuotto), niin ostetaan koko vastuuvelan suojaava swap-portfolio. Mikäli puolestaan muutos tuotossa on kriittistä tuottoa suurempi, ei osteta mitään.

Valaistaan strategiaa esimerkin avulla. Olkoon swap-portfolion mahdollinen ostohetki 28.1.2008, käytetty lagin arvo 50 kaupankäyntipäivää, ja tarkasteltava tuottoraja 100M€. Tällöin tutkitaan hetkellä 28.1.2007 ostetun täydellistä korkosuojaaja yhtälön (20) mukaan vastaavan swap-portfolion tuottoa hetkellä 28.1.2008, jonka arvo on $\Delta Tuotto1 = -253M\text{€}$. Verrataan tätä tuottoa hetkellä 14.11.2006 (50 kaupankäyntipäivää aiemmin kuin 28.1.2007) tehtyyn yhtälön (20) mukaisen swap-portfolion tuottoon hetkellä 14.11.2007, joka on $\Delta Tuotto2 = -687.7.1M\text{€}$. Nyt $\Delta Tuotto1 - \Delta Tuotto2 = -434M\text{€} < 100M\text{€}$, joten lähtöhetkellä tehdään kaikki yhtälön (20) nimellisarvoja vastaavat swap-sopimukset. Mikäli taas olisi ollut $\Delta Tuotto1 - \Delta Tuotto2 \geq 100M$, ostohetkellä ei olisi tehty ollenkaan swap-sopimuksia.

Matemaattisesti strategia voidaan muotoilla portfoliona seuraavasti

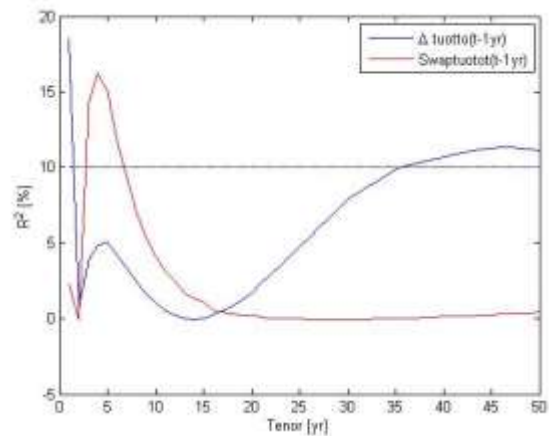
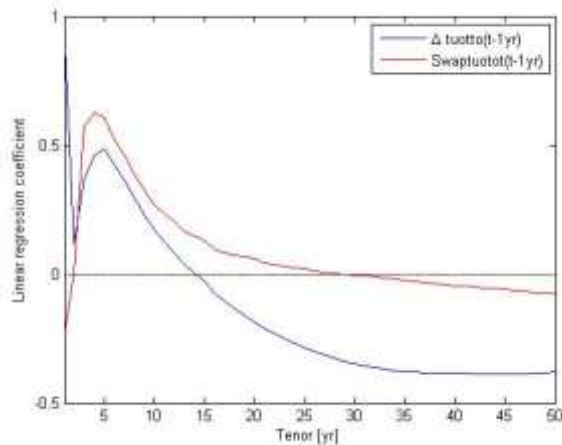
$$\pi = \begin{cases} \{N_i\}_{i=1}^{50}, & Tuotto(t, 1v) - Tuotto(t - lag, 1v) < \Delta_{crit} \\ \{0\}_{i=1}^{50}, & Tuotto(t, 1v) - Tuotto(t - lag, 1v) \geq \Delta_{crit} \end{cases}, \quad (23)$$

Lausekkeessa (22) kriittinen tuottoraja Δ_{crit} ja lag parametri ovat parametreja, joiden arvot voidaan valita siten, että portfolion tehokkuus maksimoituu. Lisäksi swappien nimellisarvot $\{N_i\}_{i=1}^{50}$ vastaavat kaavan (17) mukaisia vastuuvelan kassavirtasuojauksista vastaavia nimellisarvoja. Kaavan (23) perusteella tuottorajastrategian tuotot vuoden päästä lähtöhetkestä voidaan kirjoittaa muodossa

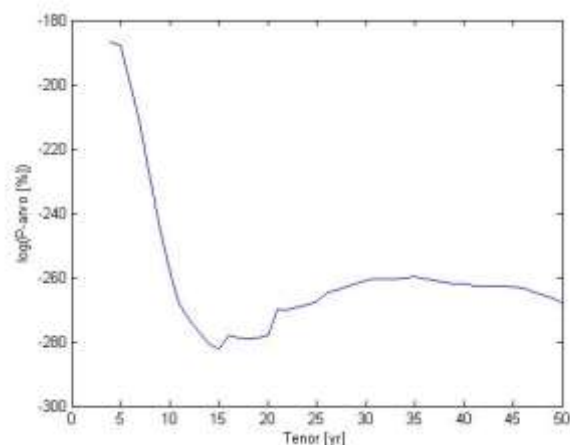
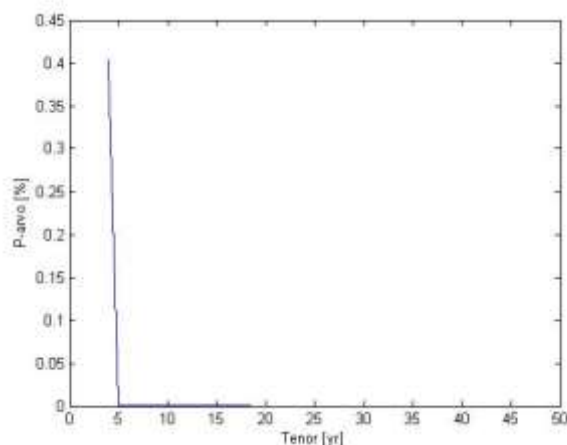
$$Tuotto_{strategia}(t + 1v) = \begin{cases} Tuotto(t + 1v, 1v), & Tuotto(t) - Tuotto(t - lag) < \Delta_{crit} \\ 0, & Tuotto(t) - Tuotto(t - lag) \geq \Delta_{crit} \end{cases}$$

Huomion arvoista on se, että strategia vaatii edellisen vuoden ja lisäksi lag business-päivän pituisen ajanjakson tuottojen laskemisen, kun taas korkotasoon perustuvat strategiat pohjautuivat vain nykyhetken swap-korkoihin, sekä näitä seuranneisiin vuoden tuottoihin. Siten jatkossa tarkastelemme simulaation lähtöhetkinä molempien strategioiden osalta ainoastaan päivämääriä 3.1.2004–5.7.2012. Kyseisiltä lähtöhetkiltä lasketaan vuoden pituisen skenaarion swappien ja koko portfolion tuotot.

Perusteluna edellä kuvatulle strategialle, jäljempänä *tuottorajastrategialle*, voidaan käyttää peräkkäisten vuosien swap-tuottojen korrelaatiokertoimia (kuva 6 punainen käyrä), tai vastaavasti lag parametrin määrittelemän tuottoeron korrelaatiota seuraavan vuoden swap-tuottojen kanssa (kuva 6 sininen käyrä). Kuvassa 6a esitetään edellä mainitut lineaariseen regressioon perustuvat kulmakertoimet. Tulokset näyttävät sen, että tuotoissa tapahtuneet muutokset (kuvassa viimeisen 73 kaupankäyntipäivän aikana) ovat positiivisesti korreloituneita tulevan vuoden tuottojen kanssa lyhyillä tenoreilla (alle 15-vuotiset swapit), ja puolestaan negatiivisesti korreloituneita pitkällä tenoreilla (yli 30-vuotiset swapit). Itse swap-tuotot ovat positiivisesti korreloituneita tulevan vuoden tuottojen kanssa lyhyillä tenoreilla, mutta lähes korreloimattomia pitkällä tenoreilla. Vertaamalla kuvia 1 ja 6 keskenään voidaan havaita se, että pitkien tenoreiden ominaisuudet korostuvat vastuuvelkaa suojaavassa swap-portfoliossa huomattavasti lyhyitä tenoreita enemmän. Perustuen pitkien tenorien negatiiviseen tuottomuutoskorrelaatioon, on luontevaa valita vastasyklinen strategia vastuuvelkaa suojaavalle swap-portfoliolle.



Kuvat 6a ja 6b. Lineaarisen regressioanalyysin mukaiset kulmakertoimet swapin tenorin funktiona. Sininen viiva esittää tuottoeron korrelaatiota seuraavan vuoden swap-tuottojen kanssa, ja punainen viiva puolestaan peräkkäisten vuosien swap-tuottojen korrelaatiota. Selvästi nähdään, että lyhyessä päässä tuotot ovat positiivisesti korreloituneita, ja pitkällä tenorin pituuksilla negatiivisesti korreloituneita. Tuottoero on laskettu tässä lagin arvolla 73 kaupankäyntipäivää. Kuvassa 7b on lineaarisen regression selittävyttä kuvaava mukautettu R^2 . Pitkillä swapeilla R^2 ylittää 10 %, joten kyseisen regressiomallin selittävyysaste on kohtuullinen.

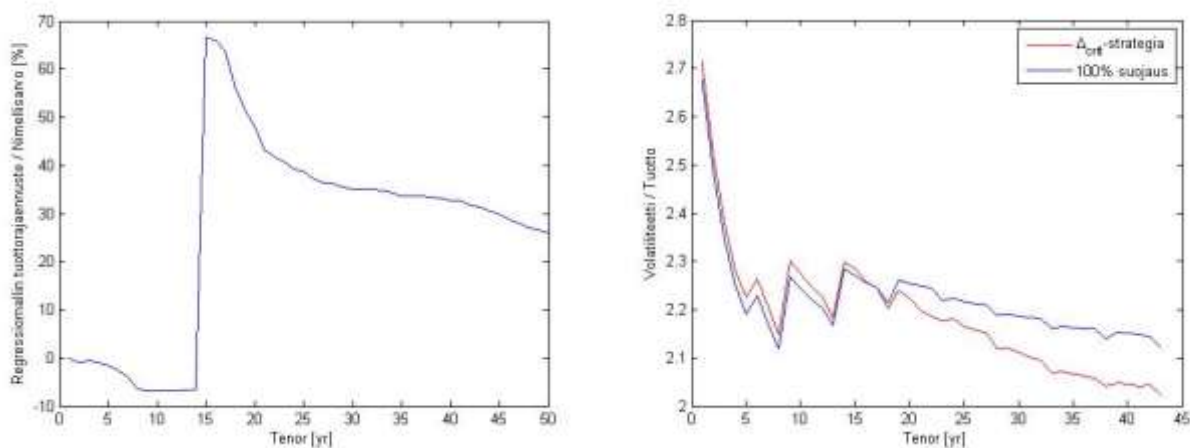


Kuva 7a ja 7b. Kuvassa 7a on esitetty merkitsevyystaso mitattuna 5 %:n prosenttipistettä vastaavalla P:n arvolla. Hyvin pienet P-arvot tarkoittavat sitä, että seuraavan vuoden swap-tuottojen riippuvuus lähtöhetkeä edeltävästä tuottomuutoksesta on merkittävä. Kuvissa käytetään lagin arvoa 73 päivää. Kuvassa 7b on puolestaan logaritminen P-arvo tenorin pituuden funktiona.

Kuvassa 6b tarkastellaan lineaarisen regression uskottavuutta mukautettua R^2 -arvoa tarkastelemalla. Huomataan, että vain yli 42-vuotisilla swapeilla saavutetaan yli 10 % R^2 -arvo, joka ei yksistään selitä tuottoaikasarjaa kovin hyvin. Tässä tapauksessa 10 % - selittävyysaste tarkoittaa karkeasti ottaen sitä, että lähtöhetken muutos vuoden swap-tuotoissa selittää suunnilleen 10 % tulevan vuoden tuotosta. Kuvassa 6b on piirretty punaisella käyrällä mukautettu R^2 -arvo peräkkäisten vuosien swap-tuottojen regressiomallille. Kuvasta havaitaan, että yli 20-vuotisilla tenoreilla selittävyysaste on lähellä nollaa.

Kuvassa 7a ja 7b on esitetty lineaarisen regression P-arvot ja sen logaritmit tenorin pituuden funktiona. Kuvasta on jätetty pois ensimmäiset 3 vuotta, koska juuri 3-vuotisen swapin P-arvo poikkeaa radikaalisti muista ollen jopa 0.082 5 %:n merkitsevyystasolla. Hyvin pienistä P-arvoista voi päätellä sen, että lineaarinen regression ilmaisema riippuvuus on erittäin merkitsevää.

Pelkästään korrelaatiokertoimia tarkastelemalla voisi tulla johtopäätökseen, että minkä tahansa negatiivisen tuottomuutoksen jälkeen kannattaa ostaa swap-sopimus, ja päinvastoin, että minkä tahansa positiivisen tuottomuutoksen jälkeen kannattaa jättää positio suojaamatta. Lineaarinen regressio kuitenkin paljastaa sen, että tuotot ovat olleet keskimäärin positiivisia, mistä johtuen regressioanalyysin vakiotermi on positiivinen. Kuvassa 8a on laskettu tenorin pituuden funktiona se lineaarisen regressiomallin ennustama tuottoraja, jota pienemmillä arvoilla lähtöhetkeä seuraavan vuoden tuotto on positiivinen. Myöhemmin työssä huomataan, että VaR-Sharpe luvun suhteen optimaalisen strategian tuottorajat eri tenoreille ovat huomattavasti alhaisemmat, kuin mitä lineaarinen regressio antaa ymmärtää. Kuvan 8a suuri hyppäys 15-vuotisen swapin kohdalla johtuu siitä, että tätä pienemmillä tenoreilla kuvan 6a tuottorajastrategia (sininen käyrä) regressiokerroin muuttuu positiivisesta negatiiviseksi, ja käy hyvin lähellä nollaa juuri 15-vuotisella tenorilla.



Kuvat 8a ja 8b. Kuvassa 8a on lineaarisen regressiomallin ennustama tuottoraja tenorin pituuden suhteen. Tuottoraja on ratkaistu siten, että lineaarisen regressiomallin mukainen lähtöhetkeä seuraavan vuoden swap-tuotto on positiivinen kaikilla tuottorajaa pienemmillä tuottomuutoksen arvoilla. Kuvassa 8b on strategioiden volatilitteetti jaettuna tuotolla tenorin funktiona. Havaitaan, että kyseinen suhde on tenorin suhteen vähenevä funktio, ja erityisesti yli 25-vuotisilla tenoreilla kyseinen suhde on tuottorajastrategialle parempi kuin täydellisessä suojauksessa. Kuvassa 8b lagin arvo on 73 päivää ja tuottoraja on 6M€.

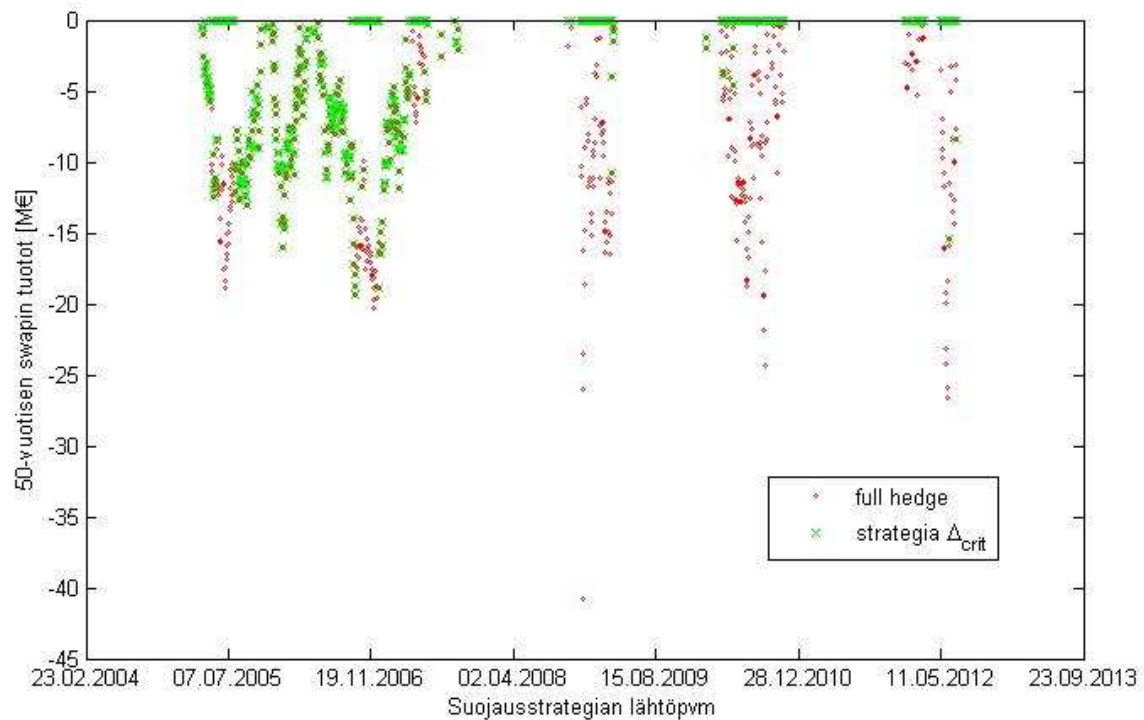
Kuvassa 8b on tarkasteltu volatilitteetin ja tuoton suhdetta. Tämä suhde on erityisen merkittävä tarkasteltaessa VaR-Sharpen lukua normaalijakautuneiden tuottojen ylitse. Normaalijakauman 2.5 %:n VaRille nimittäin pätee täsmällisesti kaava

$$VaR_{2.5\%} - Sharpe(normaali) = \frac{tuotto}{tuotto - VaR_{2.5\%}} = \frac{tuotto}{1.96 \times volatilitteetti'}$$

eli kyseinen suhdeluku riippuu ainoastaan volatilitteetin suhteesta odotettuun tuottoon. Kuvan 8b perusteella kyseinen suhde on tenorin pituuden suhteen vähenevä funktio, eli VaR-Sharpella mitattuna tuottorajastrategian tehokkuus paranee tenorin pituuden funktiona. Lisäksi kuva 8b selittää sen, että n. 20-vuoden pituisesta swapista eteenpäin tuottorajastrategian VaR-Sharpen luku kasvaa nopeammin kuin *Receiver swap* - strategian VaR-Sharpen luku. Normaalijakaumalla tehokkuus perinteisen Sharpen luvun (=tuotto suhteessa volatilitteettiin) mielessä tarkoittaa tehokkuutta myös VaR-Sharpen suhteen. Yleisemmässä tapauksessa, tuotot eivät ole normaalijakautuneet, jolloin normaalijakauman VaR-Sharpen kaava soveltuu korkeintaan kvalitatiiviseen tarkasteluun.

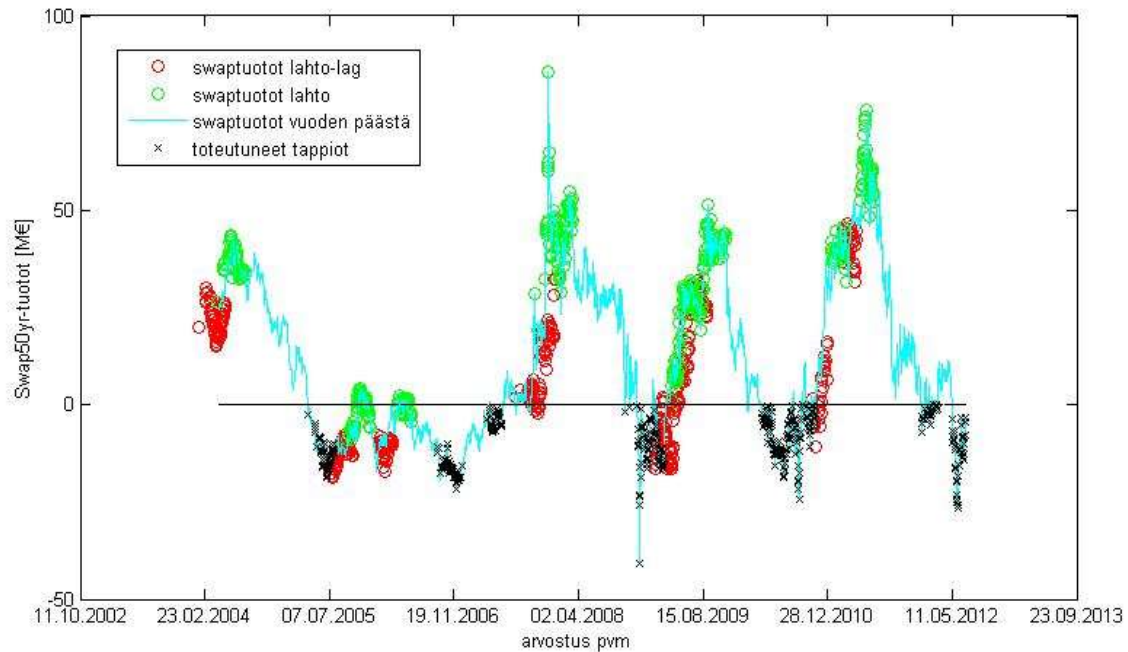
Sekä *Receiver swap* - strategian että tuottorajastrategian kohdalla tarkasteltiin kaikissa eri skenaarioissa koko swap-portfolion lähtöhetkeä seuraavan businessvuoden tuottoja, tuoton keskihajontoja, tuoton 2.5 %:n VaRia sekä VaR-Sharpen lukua, jossa riskimittana käytettiin keskihajonnan sijasta edellä mainittua 2.5 %:n VaRia. Sama simulaatio tehtiin erikseen myös kaikille eri tenorin pituuksille.

Kuvassa 9 on esitetty 50-vuotisen swapin (vastuuvelan muutoksia ei huomioitu) negatiivisiksi osoittautuneet tuotot. Mikäli yllä kuvatuissa strategioissa on päädytty jättämään vastuuvelka suojaamatta, tämä näkyy nollatuottoina kyseisillä vuosilla. Kuvasta käy ilmi se tosiasia, että tuottorajastrategiassa osa tappiollisista tuotoista pystytään välttämään.



Kuva 9. Suojausstrategian tuotot vs. tuottorajaan perustuvan strategian tuotot 50-vuotiselle swapille. Kuvassa lagina on käytetty 73 business-päivää ja tuottorajana 6M€.

Kuvassa 10 esitetään 50-vuotiselle swapille ne tuotot, jotka osoittautuvat tappiollisiksi, sekä lisäksi kaikki historiasimulaation swap-portfolion tuotot. Ne tappiolliset tuotot, jotka on onnistuttu välttämään noudattamalla strategiaa, on merkitty mustilla rasteilla. Lisäksi näihin strategioihin johtaneisiin päätöksiin vaikuttaneet swap-portfolion tuotot lähtöhetkellä ja lag businesspäivää edeltävällä hetkellä on esitetty vastaavasti punaisilla ja vihreillä palloilla. Kuvasta saa käsityksen siitä, missä tilanteissa ja kuinka suuria tappioita tuottorajastrategia onnistuu välttämään.



Kuva 10. Lähtöhetken 50-vuotisen swapin tuotot (vihreä pallo), lähtöhetkeä 73 business päivää aiemmat swap-tuotot (punainen pallo), sekä lähtöhetkeä seuraavan vuoden aikaiset tuotot (musta rasti). Kuvan perusteella voi saada käsityksen niistä negatiivisista tuotoista, jotka nyt käytetyllä strategialla saadaan vältettyä. Strategiassa käytetty tuottoraja on 6M€.

Koko portfolioa koskevat strategiat

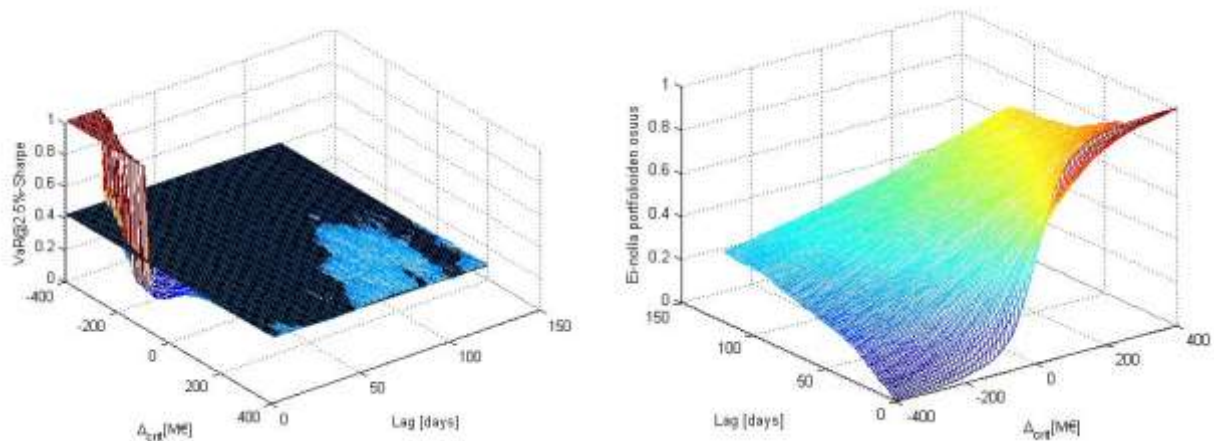
Kuvissa 11 ja 12 on vertailtu tuottomuutokseen perustuvaa strategiaa *Receiver swap - strategiaan* edellä määritellyn Sharpen luvun osalta. Nähdään, että valitulla ajanjaksolla *Receiver swap - strategia* (tumma pinta) on ollut isolla osalla parametriarvoja parempi Sharpen luvun mielessä kuin mitä tuottomuutokseen perustuva strategia. Ainoastaan tarkasteltaessa riittävän suureen tuottoeroon perustuvia strategioita, lähinnä yli 100M€:n suuruista tuottorajaa, voidaan löytää strategioita joilla saavutetaan parempi Sharpen luku.

Lisäksi havaitaan kuvassa 11a Sharpen luvun lähestyvän raja-arvoa 1 niillä tuottorajan arvoilla, joilla VaR lähestyy odotettua tuottoa, eli 2.5 %:n häntätahtuman sattuessa tuotto on nolla (VaR-Sharpe on tässä työssä määritelty ykköseksi, mikäli portfolion tuotto 2.5 %:n häntätahtuman sattuessa, eli VaR2.5% on nolla). Nähdään, että kun tuottoraja valitaan väliltä $\Delta_{crit} \in [-400M€, -100M€]$, niin riittävän pienillä lagin arvoilla 2.5 %:n häntätahtuman jälkeen tuotto on nolla. Näissä tapauksissa VaR vastaa odotettua tuottoa ja VaR-Sharpe saa arvon 1. Kuvasta 11b puolestaan nähdään se, että tällaisissa strategioissa nollasta poikkeavia portfolioita tulee hyvin vähän, eli suurimmassa osassa skenaarioista saadaan nollatuotto. Tästä syystä itse odotettu tuotto kyseisillä tuottorajoilla jää reilusti alle 50M€:n, joten suhteessa swap-portfolioon sitoutuneeseen pääomaan (n. 7Mrd€) tuotto jää alle 1 %:n. Vertailuna sanottakoon, että keskimääräinen portfolio tuotto nimellisarvoa kohden oli historiadatalla $6.7 \% \pm 10.7 \%$. Siksi tällaiset strategiat eivät ole kovin kannattavia, vaikka tehokkuus mielessä vaikuttavatkin hyviltä. Suurilla lagin arvoilla ja tuottorajoilla puolestaan VaR kasvaa nopeammin kuin tuotot, jolloin VaR-Sharpe painuu alle ykkösen. Kuvan 11b perusteella tuottorajan kasvaessa nollasta poikkeavien portfolioiden osuus strategiassa lähestyy ykköstä.

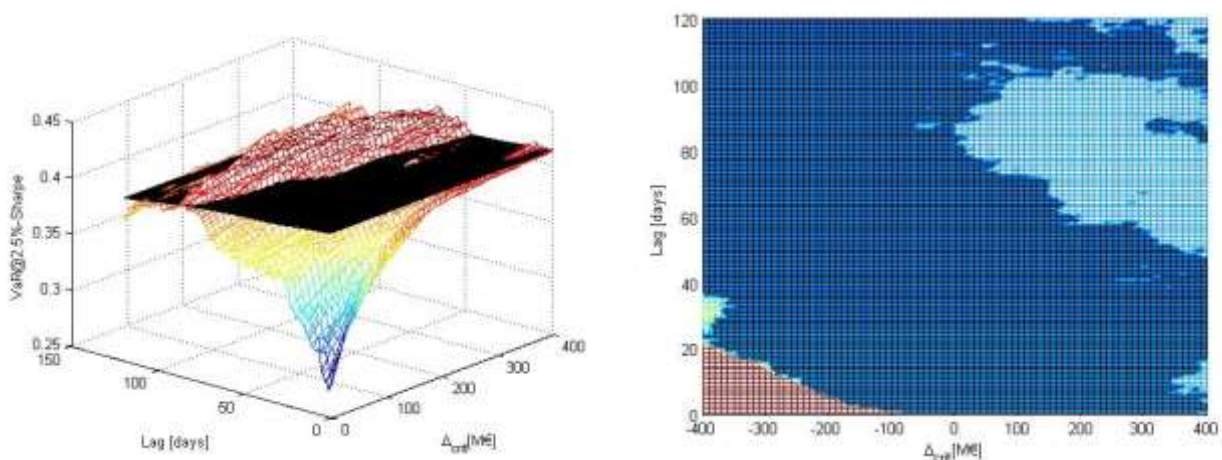
Seuraavassa tarkastellaan strategioita, joissa tuottoraja on suurempi kuin 100M€. Tällöin epärealistiset portfoliot, ja siten VaR-Sharpen arvot lähellä ykköstä jäävät pois analyysistä. Optimaalisin strategia Sharpen

luvun mielessä on sellainen, jossa tarkastellaan 75 kaupankäyntipäivää edeltävänä päivänä tapahtunutta swap-portfolion arvonmuutosta. Mikäli kyseinen yhden kaupankäyntipäivän arvonmuutos on pienempi kuin $320M\text{€}$, niin siinä tapauksessa on lähtöhetkellä ostettu suojaussalkku. Mikäli tuon yhden kaupankäyntipäivän swap-portfolion arvonmuutos on ollut enemmän kuin $320M\text{€}$, jätetään suojaussalkku ostamatta. Tämän strategian Sharpen luvuksi saadaan $0.426 (\pm 0.014)$, verrattuna täydelliseen suojaukseen perustuvan salkun Sharpen lukuun $0.405 (\pm 0.014)$. Etu tuottostrategian hyväksi VaR-Sharpen luvulla mitattuna on 5.3% .

Tarkasteltaessa tuottorajoja $\{100M\text{€}, 400M\text{€}\}$ sekä lag-parametrin arvoja $\{60, 90\}$, saavutetaan keskimäärin VaR-Sharpen luku $0.414 (\pm 0.014)$, kun vastaavasti täydellisellä suojauksella saavutetaan VaR-Sharpen luku 0.405 , ollen n. 2.5% tehokkaampi kuin *Receiver swap* - strategia. Tulee kuitenkin huomata, että tuottorajastrategialla saavutettu ero Receiver swap – strategiaan on virhemarginaalin sisällä.

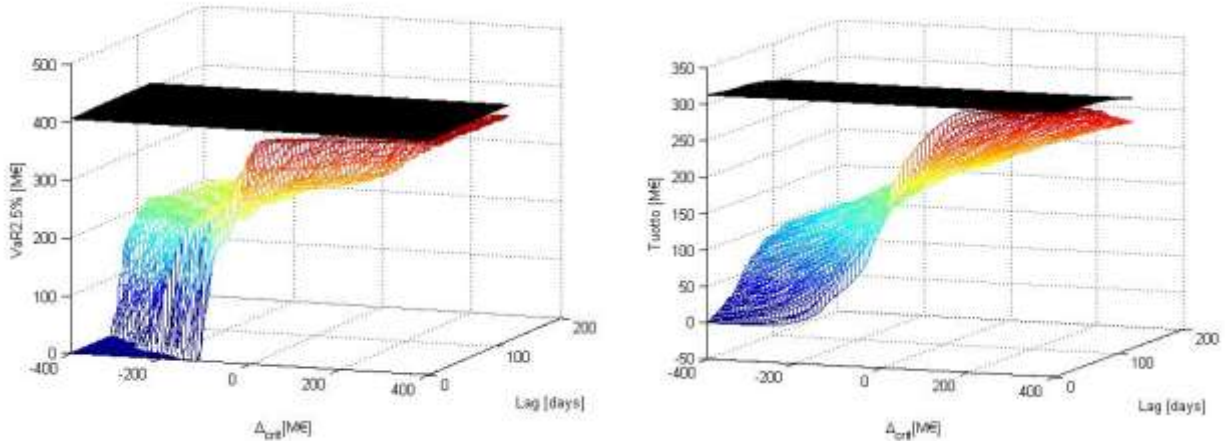


Kuva 11a ja b. Portfolion tuottomuutokseen perustuvan strategian Sharpen luku (värikä pinta), vs. täydelliseen suojaukseen perustuva strategia (musta pinta). Oikealla niiden skenaarioiden osuus, joissa päästään ostamaan portfolio.



Kuva 12a ja 12b. Kuten kuva 11, mutta nyt korkeat piikit on poistettu rajaamalla tarkastelu relevanttiin parametrialueeseen. Kuva näyttää selkeämmin, että suurilla tuottorajoilla $[100M\text{€}, 400M\text{€}]$ saavutetaan jonkin verran tehokkaampia strategioita kuin täydellisessä suojauksessa. Oikealla 2-dimensioinen

poikkileikkaus Sharpen luvusta sekä tuottomuutokseen perustuvalle strategialle (valkoinen pinta) että *Receiver swap* - strategialle (sininen pinta). Kuva näyttää sen, että tuottomuutokseen perustuva strategia on parempi VaR-Sharpen luvun mielessä ainoastaan silloin, kun tarkastellaan positiivisia kriittistä tuottorajaa.



Kuva 13a ja 13b. Koko swap-portfolion VaR tuottorajan ja lag-parametrin funktiona sekä tuottorajastrategialle (värikäs pinta) että täydelliselle suojaukselle (tumma taso). Nähdään se, että tuottorajastrategia on aina riskiä pienentävä verrattuna täydelliseen suojaukseen. Oikealla koko swap-portfolion tuotot (M€) tuottorajan ja lag-parametrin funktiona sekä tuottorajastrategialle (värikäs pinta) että *Receiver swap* - strategialle (tumma pinta). Erityisesti havaitaan, että *Receiver swap* strategian tuotot ovat keskimäärin aina parempia kuin tuottorajastrategian tuotot.

VaR kuvassa 13a näyttää sen, että korkeat huiput VaR-Sharpessa johtuvat siitä, että tuotto 2.5 %:n VaR tapahtuman jälkeen lähestyy nollaa, VaRin ja kuvan 13b tuottojen pysyessä kuitenkin kohtuullisen kokoisina investoitavissa portfolioissa. Näissä strategioissa 2.5 % huonoimmista tuotoista on nollia, johtuen siitä että näissä skenaarioissa tuottorajakriteeri ei täyty. Siksi näitä tehokkuushuippuja vastaavia parametriarvoja ei voi pitää järkevinä strategioina. Suurilla tuottorajan arvoilla strategiat luonnollisesti lähenevät toisiaan, siten että tapaus $\{\Delta_{crit} \rightarrow \infty\}$ vastaa *Receiver swap* - strategiaa.

Strategiаметrin vaikutus

Seuraavaksi tutkittiin tuottorajan suhteen ei-symmetrisen strategian vaikutusta koko strategian tehokkuuteen kiinteällä lag-parametrilla 75 kaupankäyntipäivää. Tässä siis tuottoero laskettiin swap-portfolion tuottomuutoksista 75 kaupankäyntipäivän aikana, ja sen perusteella valittiin miten suuri osa swap-portfolioista ostetaan (*Receiver swap*) tai myydään (*payer swap*). Tällöin portfolioiksi $\pi(c)$ kullakin lähtöhetkellä t välillä 2.2.2004–05.07.2012 valitaan

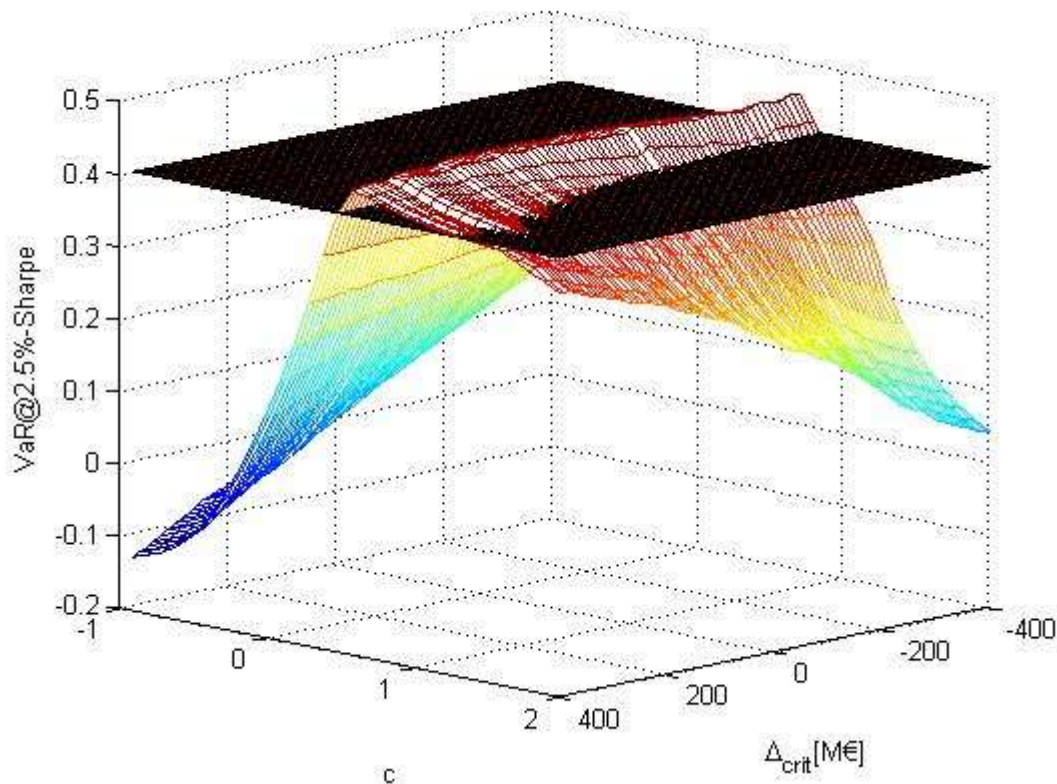
$$\pi(S) = \begin{cases} c \times \{N_i\}_{i=1}^{50}, & Tuotto(t, 1v) - Tuotto(t - 75, 1v) < \Delta_{crit} \\ (1 - c) \times \{N_i\}_{i=1}^{50}, & Tuotto(t, 1v) - Tuotto(t - 75, 1v) \geq \Delta_{crit} \end{cases}, \quad (24)$$

missä *strategiаметри* c kertoo sen, kuinka paljon kussakin skenaariossa investoidaan. Strategiаметри c sai tässä osassa työtä arvoja väliltä $c \in \{-1, 2\}$, jolloin tarkastellaan siten vastasyklisiä strategiaa ($c > 0.5$) sekä myötäsyklisiä strategiaa ($c < 0.5$). Alla on esitetty tulokset koskien yllä mainittua strategiaa.

Tarkastellaan luvun "Koko portfolioa koskevat strategiat" alussa käsiteltyä esimerkkiä. Olkoon nyt strategiаметrin arvo $c = -0.4$. viimeisen 50 kaupankäyntipäivän aikana, ja tarkastellaan ostohetkeä 28.1.2008. Tällöin havaittiin, että tuottomuutos $\Delta Tuotto1 - \Delta Tuotto2 = -434 M€ < 10 M€$, joten

ostohetkellä tehdään kaavan (24) mukaan 40% kaavan (20) osoittamien nimellisarvojen määrästä Payer swap-sopimuksia (myydään 40% nimellisarvoista Receiver swap – sopimuksia). Toisaalta, mikäli olisi ollut $\Delta Tuotto1 - \Delta Tuotto2 \geq 10M\text{€}$, niin tällöin ostohetkellä olisi ostettu 1.4-kertainen määrä (Receiver) swap-sopimuksia.

Huomionarvoista nyt tarkasteltavassa strategiassa on se, että riskin määrä nimellisarvolla mitattuna on pienempi kuin *Receiver swap* -strategiassa. Jälkimmäisessä nimittäin molemmissa tapauksissa investoidaan koko swap-portfolioon. Ainoastaan rajatapauksessa $\{c = 1, \Delta_{crit} \rightarrow \infty\}$ riski nimellisarvoltaan on sama kuin *Receiver swap* -strategiassa.

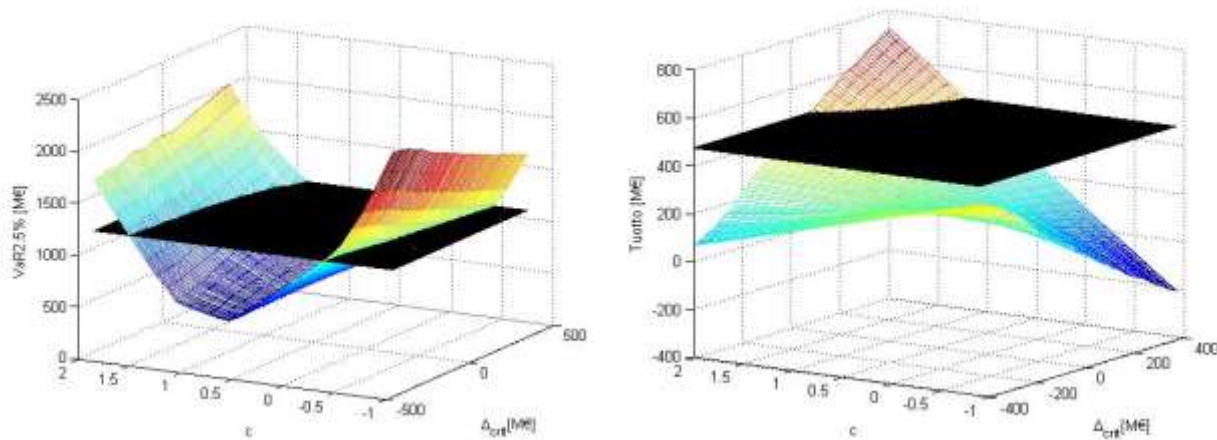


Kuva 14 Tuottorajastrategialla saavutetaan hieman parempi tehokkuus verrattuna *Receiver swap* -strategiaan tuottorajoilla $\Delta_{crit} \in [100M\text{€}, 400M\text{€}]$, kunhan strategiaparametri c asetetaan välille $c \in [0.6, 1]$.

Mikäli rajataan strategiaparametri välille $c \in [0.6, 1]$ ja tuottoraja välille $[100M\text{€}, 400M\text{€}]$, niin saavutetaan keskimäärin tehokkaampia strategioita kuin täydellisessä suojauksessa. Keskimääräinen Var-Sharpen luku kyseisellä parametrialueella on $0.436(\pm 0.015)$, ja puolestaan täydellisessä suojauksessa saavutetaan Sharpen luku $0.405.(\pm 0.014)$ Valitulla parametrialueella VaR-Sharpe on n. 7.7 % parempi kuin *Receiver swap* -strategia. Strategia on keskimäärin siten huomattavasti tehokkaampi, kuin arvolla $c = 1$ tarkasteltu portfolion tuottorajastrategia edellä, joka johti ainoastaan 2.3 %:n parannukseen tehokkuudessa verrattuna *Receiver swap* -strategiaan.

Tehokkain strategia Var-Sharpen luvun mielessä saadaan parametriyhdistelmällä $\{c = 0.6, \Delta_{crit} = 210M\text{€}\}$. Tällöin Sharpen luku saavuttaa arvon $0.457 (\pm 0.016)$, ollen 12.8 % suurempi kuin *Receiver swap* -strategian VaR-Sharpe 0.405 . Tämä strategia vastaa sellaista kaupankäyntimallia, jossa swap-portfolion alle $210M\text{€}$:n tuottomuutoksen sattuessa ostetaan 60 % koko swap-portfoliosta, ja puolestaan yli $210M\text{€}$:n tuotoilla ostetaan 40 % swap-portfoliosta. Verrattuna strategiaparametrin arvoa $c = 1$ vastaavan optimaalisen strategian VaR-Sharpeen (0.426), nyt tarkasteltu strategia on huomattavasti

tehokkaampi (7.2 %). Nykyisessä strategiassa päästään investoimaan lisäksi huomattavasti useammin kuin arvoa $c=1$ vastaavassa optimaalisessa strategiassa. Tuottoraja 210M€ on lisäksi vain 66 % edellä käsitellyn tapauksen $c = 1$ tuottorajasta 320M€.



Kuva 15a ja 15b. VaR strategiaparametrin ja tuottorajan funktiona kiinteällä lagin arvolla 75 päivää. Nähdään, että VaR:in minimi asettuu suunnilleen välille $c \in [0.3, 1]$ riippuen tuottorajan arvosta. Kuvassa 15b tuotot samalle strategialle.

Kuvasta 15a havaitaan, että tehokkain strategia vastaa melko tarkasti VaRin minimiä tuottorajan ja strategiaparametrin suhteen. Kuvassa 15b tuotot ylittävät Receiver strategian tuotot ainoastaan vivutetuilla strategioilla ($c < 0$ ja $c > 1$).

Strategian tehokkuus yksittäiseen swap-sopimukseen

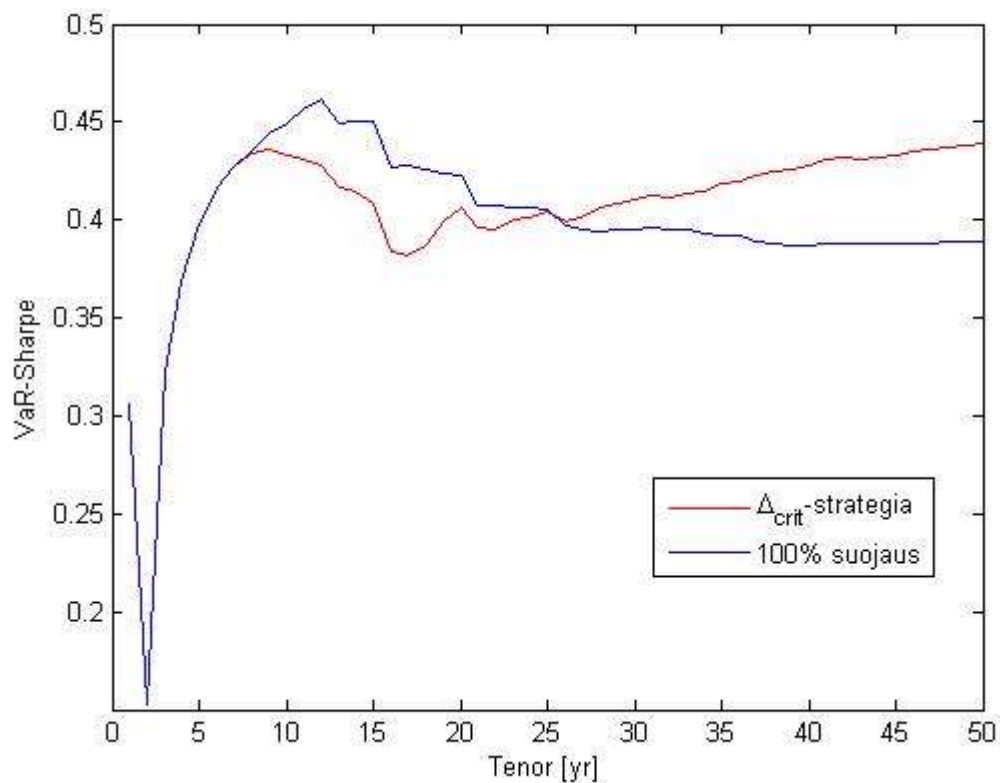
Seuraavassa tarkasteltiin sitä, miten eripituisten swappien tuotot käyttäytyvät edellä kuvattuja strategioita soveltaen. Kuvassa 16a on piirretty VaR-Sharpe optimaalisella tuottorajalla 6M€ ja käyttäen lagina 73 business-päivää. Kyseisillä parametreilla koko portfolion VaR-Sharpe on täydellisessä suojauksessa 0.4049, ja vastaavasti tuottorajastrategialla 0.426 (± 0.015). Tulosten perusteella vaikuttaa siltä, että myös tuottomuutokseen perustuva strategia toimii *Receiver swap* -strategiaa paremmin ainoastaan pitkällä maturiteeteilla, ja merkittävä hyöty saavutetaan vasta yli 30-vuotisilla swapeilla. Sen sijaan merkittävä etu valitulla strategialla verrattuna absoluuttisen korkotasoon perustuviin strategioihin (ks. kuvat 5 ja 16) on se, että tuottorajaan perustuva strategia näyttää toimivan lähes yhtä hyvin kuin *Receiver swap* -strategia lähes kaikilla maturiteeteilla. Ainoastaan 10–24 vuoden pituisilla swapeilla *Receiver swap* -strategia toimii hieman tehokkaammin. On myös huomionarvoista, että suurin tehokkuus (täydellisessä suojauksessa) 0.462 (± 0.016) VaR-Sharpen suhteen saavutetaan tenorin pituudella 12 vuotta.

Kuvasta 16c nähdään, että tuottorajaan perustuvalla strategialla saavutetaan parempia tuottoja, kun tuottoraja valitaan väliltä $[0M€, 40M€]$ ja lag parametri on mielivaltainen. Tässä tapauksessa tuottojen kasvu näyttää selittyvän pääosin VaR-Sharpen luvun paremmuuden suhteessa *Receiver swap* -strategiaan.

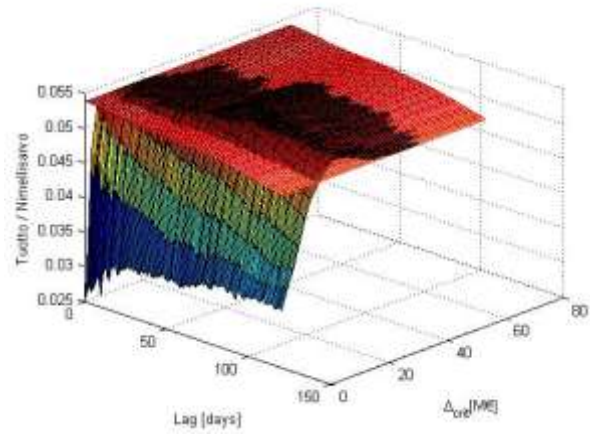
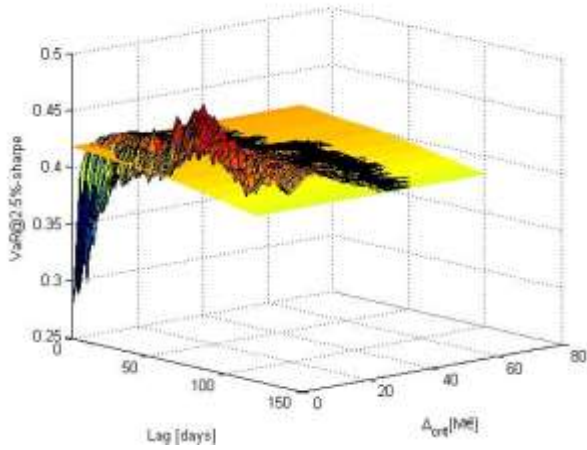
Kuvassa 16b on esitetty VaR-Sharpe 50-vuotiselle swapille tuottorajan ja lagin funktiona sekä tuottorajaan perustuvalla strategialle, että *Receiver swap* -strategialle. VaR-Sharpen maksimiarvo (pois lukien korkeat piikit) 0.4386 saavutetaan tuottorajalla 6M€ ja lag-parametrin arvolla 73. Vastaavasti *Receiver swap* -strategian VaR-Sharpe samalla lagilla on 0.389 (± 0.014). Parannusta tehokkuudessa tapahtuu 12.7 %.

Valitsemalla tuottorajastrategia millä tahansa lagilla, ja tuottorajalla väliltä $[0€, 40M€]$, saavutetaan keskimääräinen VaR-Sharpe 0.409 (± 0.014) 50-vuotiselle swapille. *Receiver swap* -strategiassa puolestaan saavutetaan Sharpen luku 0.389 (± 0.014). Tehokkuusparannus on tässä siten 5.0%.

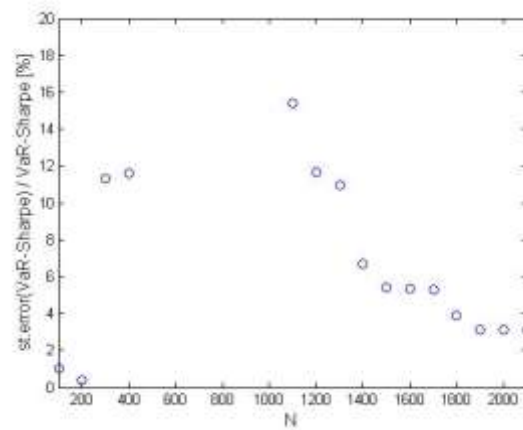
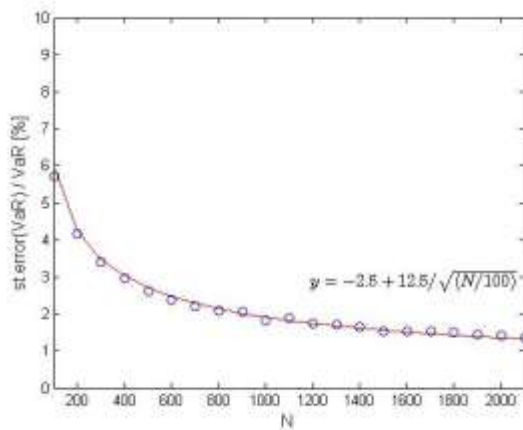
Seuraavaksi tarkasteltiin edellä esitetyn tuottorajastrategian mielessä tehokkaimman strategian koko portfolion VaRin estimaattorin virhettä (ks. luku 6 Vastuuvelan ja suojaavan swap-portfolion korkoriskin määrittäminen). Kuvassa 17a on piirretty Bootstrap-menetelmällä arvioidun VaRin otoskeskiarvolla normitettu otoskeskihajonta näytekoon funktiona. Nähdään, että tässä osassa työtä käytetyllä näytekoolla $N = 2111$ VaRin arvioinnin otoskeskihajonta on ainoastaan n. 1.4%. Kuvassa 17b on laskettu VaR-Sharpen Bootstrap-menetelmän estimaattorin otoskeskihajonta suhteessa otoskeskiarvoon, joka on hieman VaRin estimointivirhettä suurempi ollen n. 3.2%. Kuvassa 17c on puolestaan esitetty Bootstrap menetelmällä lasketun VaR-Sharpen jakauma, joka on keskittynyt otoskeskiarvon ympärillä.



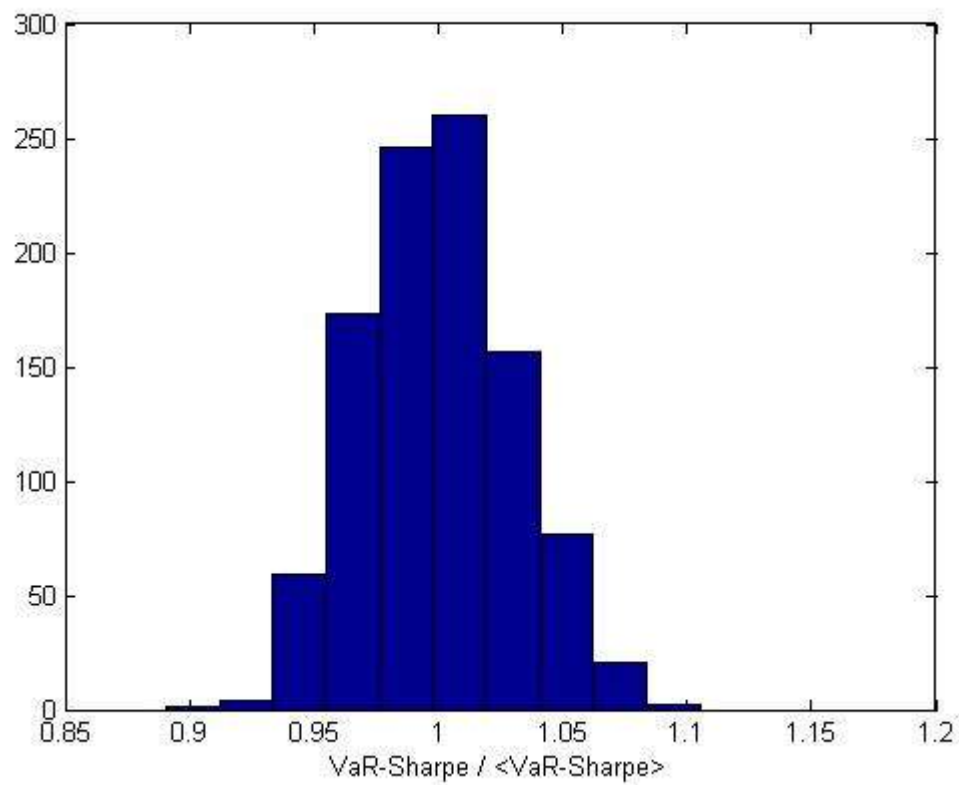
Kuva 16a. VaR-Sharpe tenorin funktiona tuottorajalla $6M\text{€}$ ja lag parametrilla 73.



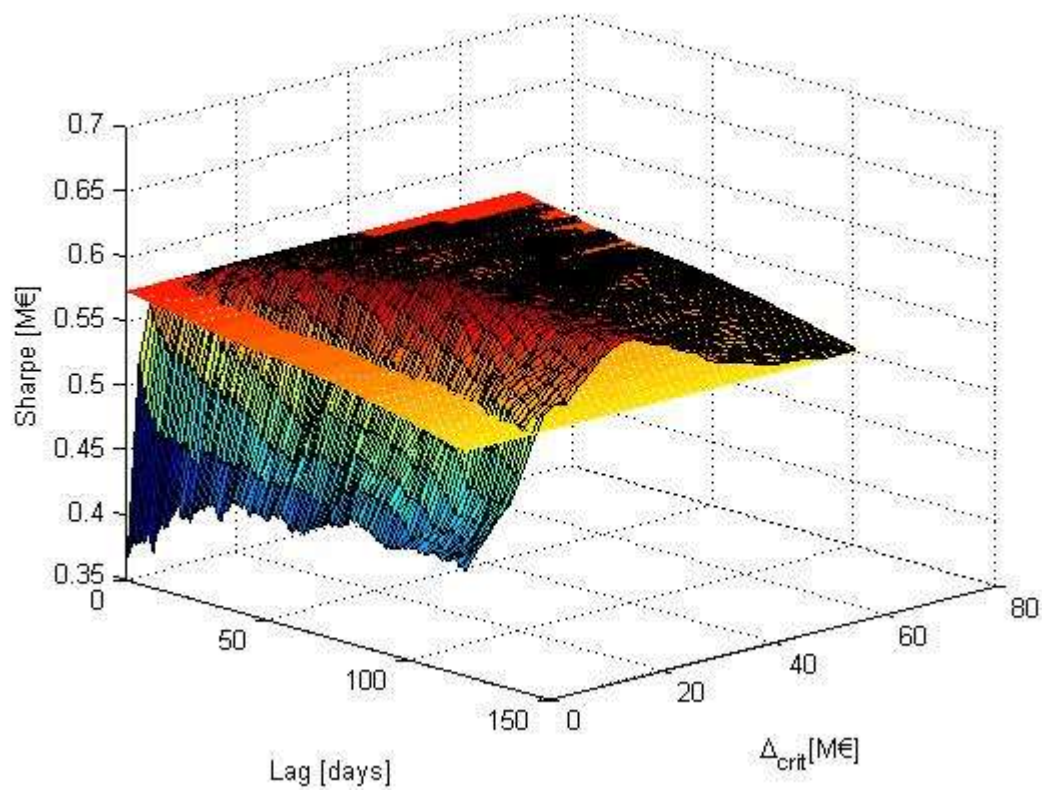
Kuvat 16b ja 16c. VaR-Sharpe tuottorajan ja lakin funktiona 50 vuoden swapille. Oikealla strategioiden tuotot 50-vuotiselle swapille lakin ja tuottorajan funktiona.



Kuvat 17a ja 17b. Koko swap-portfolion VaR-estimaattorin otoskeskihajonta laskentaan käytetyn historiadatan pituuden N funktiona. Kuvassa lag on 73 päivää ja tuottoraja $\Delta_{crit} = 6M€$. Nähdään, että VaR-estimaattorin keskivirhe pienentyy suurilla N :n arvoilla hyvin tarkasti teoreettisen lain $1/N^{0.5}$ mukaan. Oikealla on esitetty Bootstrap-menetelmän mukaisen VaR-Sharpen otoskeskihajonta jaettuna otoskeskiarvolla [1]. Nähdään työssä käytetyllä näytteen koolla 2111 VaR-Sharpen estimaattorin virhe pienentyy noin 3.2%:iin.



Kuva 17c. Bootstrap-otannalla (iid) poimittujen swap-portfolion VaR-Sharpe estimaattien jakauman histogrammi. VaR-Sharpet on normitettu omalla otoskeskiarvolla (<> symboli).

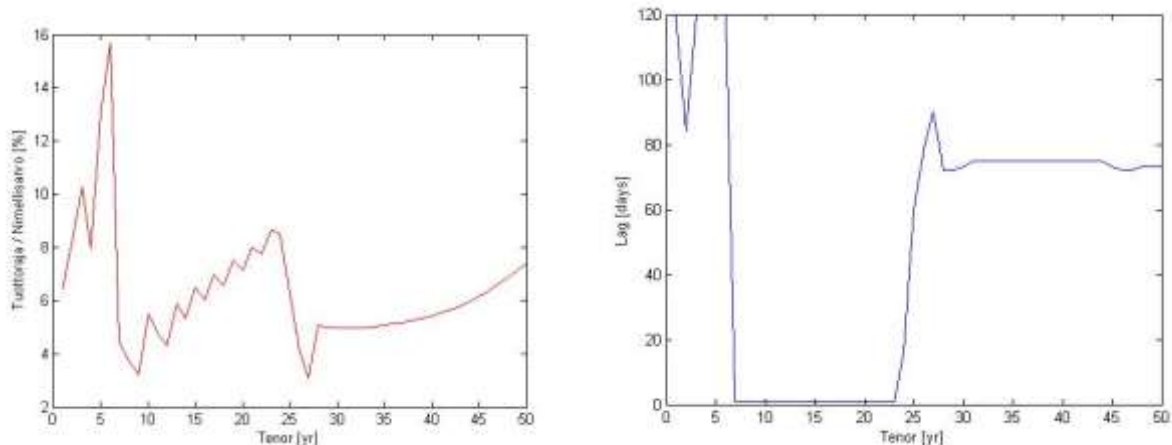


Kuva 18. Tavallisen Sharpen luku 50-vuotiselle swapille sekä tuottorajaan perustuvalle strategialle (värikä pinta) että *Receiver swap* - strategialle (punainen taso), vain kiinnostava osa strategiadiagrammia on näytetty.

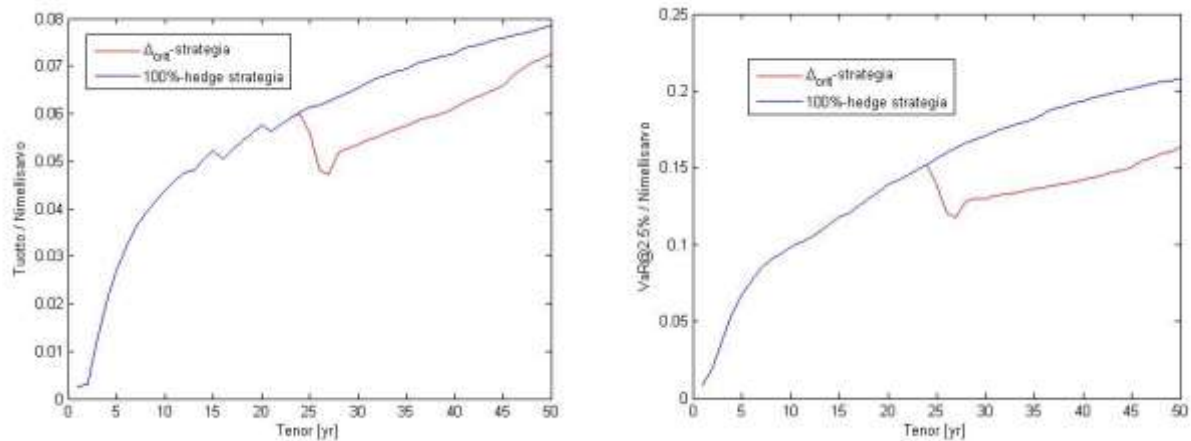
Kuvassa 18 esitetään myös perinteinen Sharpen luku, eli odotettu tuotto jaettuna volatiliiteetillä. Myös tässä mielessä tuottorajaan perustuva strategia toimii yli $8M\text{€}$:n tuottorajalla tehokkaammin kuin *Receiver swap* - strategia. Sharpen suhteen huippu $0.611(\pm 0.021)$ saavutetaan tuottorajalla $18M\text{€}$ ja lag-parametrilla 73 päivää, joka vastaa n. kolmea ja puolta pörssikuukautta. *Receiver swap* - strategian VaR-Sharpe näillä parametreilla on $0.548 (\pm 0.019)$. Tässä siis optimaalisella parametrivalinnalla saavutetaan 11.5 % parannus tehokkuudessa.

Optimaalinen strategia tenorin funktiona

Valitsemalla vastaavasti tuotot väliltä $[0M\text{€}, 70M\text{€}]$, etsittiin jokaiselle tenorille kaikkein tehokkain $\{lag, \Delta_{crit}\}$ -kombinaatio. Kuvissa 19a ja 19b nähdään tulokset optimaaliselle lagille ja tuottorajalle tenorin pituuden suhteen. Kuvan 19b valossa näyttää siltä, että 10–20-vuotisilla swapeilla tehokkain tuottorajastrategia saavutetaan lakin arvolla yksi. Sen sijaan 28–50 vuotisilla swapeilla tehokkain strategia saavutetaan lag parametrin suhteen kapealla vyöhykkeellä, ollen keskimäärin 74.0 ± 1.3 päivää. Tuottorajan suhteen optimaalinen strategia on esitetty kuvassa 19a. Lyhyillä swapeilla nimellisarvolla normitettu optimaalinen tuottoraja on reilusti yli 5 %, saavuttaen huippunsa 10.3 % 3-vuotisella swapilla. 28-vuotiaasta swapista ylöspäin optimaalinen tuottoraja on melko kapeassa vyöhykkeessä saaden keskimääräisiä arvoja $5.65 \% \pm 0.75 \%$. Sen sijaan alle 28-vuotisilla swapeilla tuottoraja on keskimäärin hyvin korkea johtaen siihen, että lähes kaikissa skenaarioissa ostetaan koko swap-portfolio. Kuvassa 20a keskimääräinen odotettu tuotto on yli 27-vuotisilla tenoreilla $6.13 \% \pm 0.63 \%$. Kuvia 19a ja 20a vertailemalla voidaan todeta, että optimaalinen tuottoraja on hieman pienempi kuin keskimääräinen odotettu tuotto yli 25-vuotisilla tenoreilla.



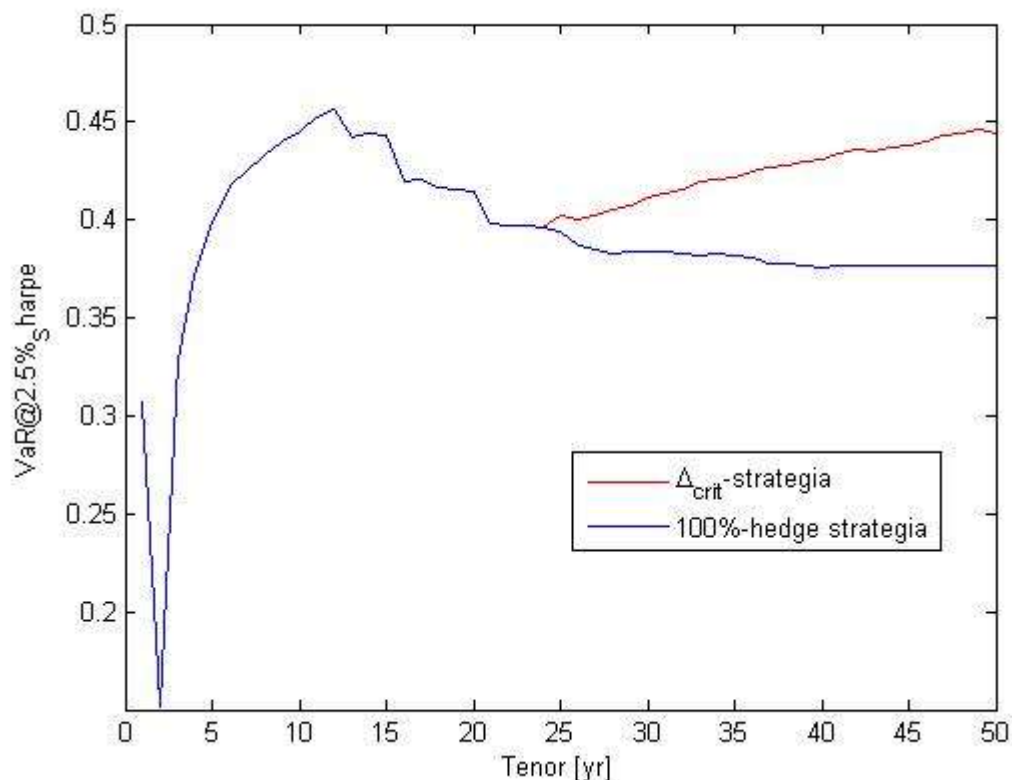
Kuvat 19a ja 19b. VaR-Sharpe luvun suhteen optimaalisen strategian tuottoraja per nimellisarvo (vasen kuva) ja lag (oikea kuva) tenorin pituuden funktiona. Nähdään, että yli 27-vuotisilla swapeilla tuottoraja suhteessa nimellisarvoon on noin 5 %. Lag-parametri puolestaan saa arvoja 63 ja 78 kaupankäyntipäivän väliltä, ollen keskiarvoltaan n. 70.2 kaupankäyntipäivää.



Kuva 20a ja 20b. Kuvissa on esitetty lag-parametrin ja tuottorajan suhteen optimaalinen portfolio verrattuna täydellisen suojauksen swap-portfolioon. Yli 27-vuotisilla swapeilla tuotot ovat pienempiä ja VaR hieman pienempi kuin *Receiver swap* -strategiassa.

Kuvissa 20a ja 20b on esitetty nimellisarvolla normitettu tuotto tenorin pituuden funktiona optimaalisille parametreille. Nähdään, että yli 27-vuotisilla tenoreilla sekä tuotot että VaRit ovat pienempiä kuin *Receiver swap* -strategiassa, kuitenkin siten että VaR-Sharpe on tuottorajastrategialle parempi.

Erityisen kiinnostavaa kuvan 21 VaR-Sharpeissa on se, että alle 24-vuotisilla swapeilla *Receiver swap* -strategia toimii vähintään yhtä hyvin kuin tuottorajastrategia. Sen sijaan yli 24-vuotisilla swapeilla tuottorajastrategia toimii sitä paremmin suhteessa *Receiver swap* -strategiaan, mitä pidempi tenorin pituus.



Kuva 21. Kuvassa on esitetty lag-parametrin ja tuottorajan suhteen optimaalisen strategian VaR-Sharpe verrattuna *Receiver swap* - strategian VaR-Sharpeen. Nähdään, että VaR-Sharpe on suurempi tuottorajastrategialle kun tenorin pituus ylittää 23 vuotta.

Koko optimaalisen portfolion VaR-Sharpe saa arvon 0.4471, verrattuna täydellisen suojauksen portfolioon, jonka VaR-Sharpe on 0.395 (± 0.014). Parannusta tehokkuudessa saavutetaan siten n. 13.2 %. *Receiver swap* - strategian VaR-Sharpe on laskettu nyt käyttäen lagina 120 päivää, eikä kuten edellä käyttäen 73 päivää. Tästä johtuen VaR-Sharpen referenssiarvo poikkeaa edellä esitetystä arvosta 0.405 (± 0.014). Ero selittyy paljolti VaRin muutoksella, sillä optimaalisen strategian $VaR = 897M\text{€}$ verrattuna *Receiver swap* - strategian $VaR = 1147M\text{€}$ on riskiltään n. 22 % pienempi. Tuotot ovat optimaaliselle strategialle 401M€ ja täydelliselle suojaukselle 453M€. 49-vuotinen swappi on tuottorajastrategialle kaikkein suotuisin verrattuna *Receiver swap* - strategiaan. Tehokkuusparannus on tässä tapauksessa jopa 18.4 % (0.446 (± 0.016) vs. 0.3767). Kaikkein tehokkain tenorin pituus VaR-Sharpen mielessä on 12-vuotinen, jolla molemmissa strategioissa saavutetaan VaR-Sharpen luku 0.457 (± 0.016) lagin arvolla 1 ja tuottorajalla 4M€.

Sharpen luku kiinteällä tuottorajalla tenorin ja lagin funktiona

Tässä osassa työtä tutkittiin tuottorajastrategian tehokkuutta kiinteällä tuottorajalla $\Delta_{crit} = 6M\text{€}$ lagin ja tenorin pituuden funktiona. Kuvan 23 VaR-Sharpen huippu 0.464 (± 0.014) saavutetaan lagin arvolla 1 ja tenorin pituudella 12 vuotta. Yli 25-vuotisilla tenoreilla VaR-Sharpen huippu 0.447 (± 0.016) saavutetaan 50-vuotisella swapilla lagin arvolla 77 kaupankäyntipäivää. Koko kuvan 23 parametrialueessa saavutetaan keskimääräinen VaR-Sharpe 0.399 (± 0.014), kun vastaava luku *Receiver swap* - strategiassa on 0.397. Tässä osassa työtä *Receiver swap* - strategian VaR-Sharpe poikkeaa aiemmissa osioissa esitetystä arvosta 0.405, koska nyt laskettiin keskiarvo yli usean lagin ja tenorin pituuden. *Receiver swap* - strategian VaR-Sharpe riippuu lagista tarkasteluperiodin pituuden kautta. Lisäksi edellä koko portfolion VaR-Sharpe oli laskettu koko portfolion tuotoista ja VaRista, mutta nyt jokaiselle tenorille laskettiin erikseen VaR-Sharpet ja näiden ylitse keskiarvot.

Kuvassa 24 on puolestaan esitetty swappien VaR ja tuotto jaettuna niiden nimellisarvoilla tenorin ja lagin funktiona. Kuva on erittäin mielenkiintoinen siksi, että siitä käy ilmi normitettujen tuottojen kasvu swapin tenorin funktiona. Tämä kasvu on seurausta siitä, että tarkastelujakson aikana korot ovat keskimäärin laskeneet, ja siksi vuoden aikana lähtöhetken kiinteät sopimukset ovat keskimäärin nostaneet hintojaan.

Lisäksi VaR on tenorin pituuden suhteen kasvava funktio, ja VaR on kaikilla parametrialueilla tuottorajastrategialle pienempi kuin mitä *Receiver swap* - strategian VaR.

Perustellaan seuraavassa matemaattisesti sitä, millä ehdoilla tuotosta tulee tenorin suhteen kasvava funktio. Kaavan (18) perusteella $n + 1$ vuoden sopimus on tuottanut enemmän kuin n vuoden sopimus, mikäli vuoden päästä lähtöhetkestä pätee, ja olettaen että swap-korko on tenorin pituuden suhteen kasvava, eli $S_{n+1}(0) \geq S_n(0)$ kaikilla tenorin pituuksilla

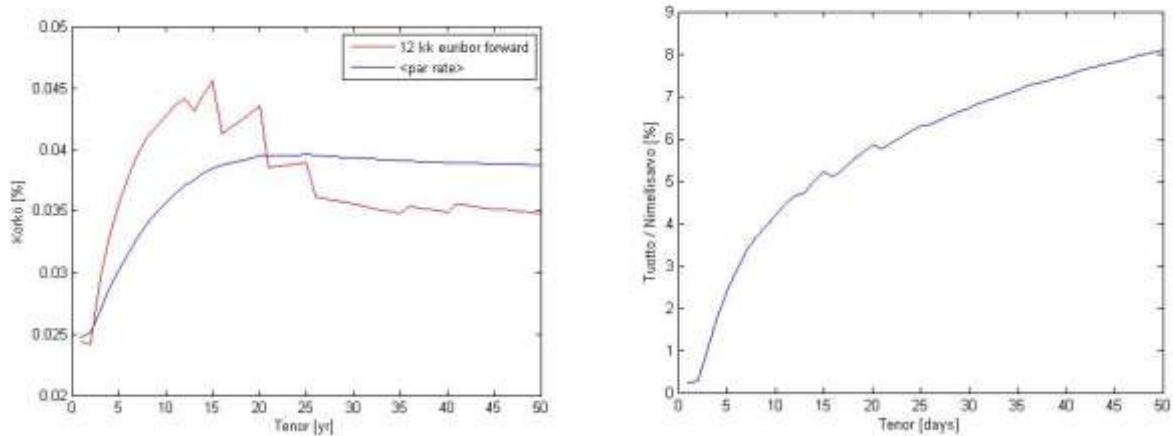
$$P(1, T_{2n+2})\tau_{2n}S_{0,2n}(0) + P(1, T_{2n+2}) - P(1, T_{2n}) > 0.$$

Tämä voidaan esittää muodossa

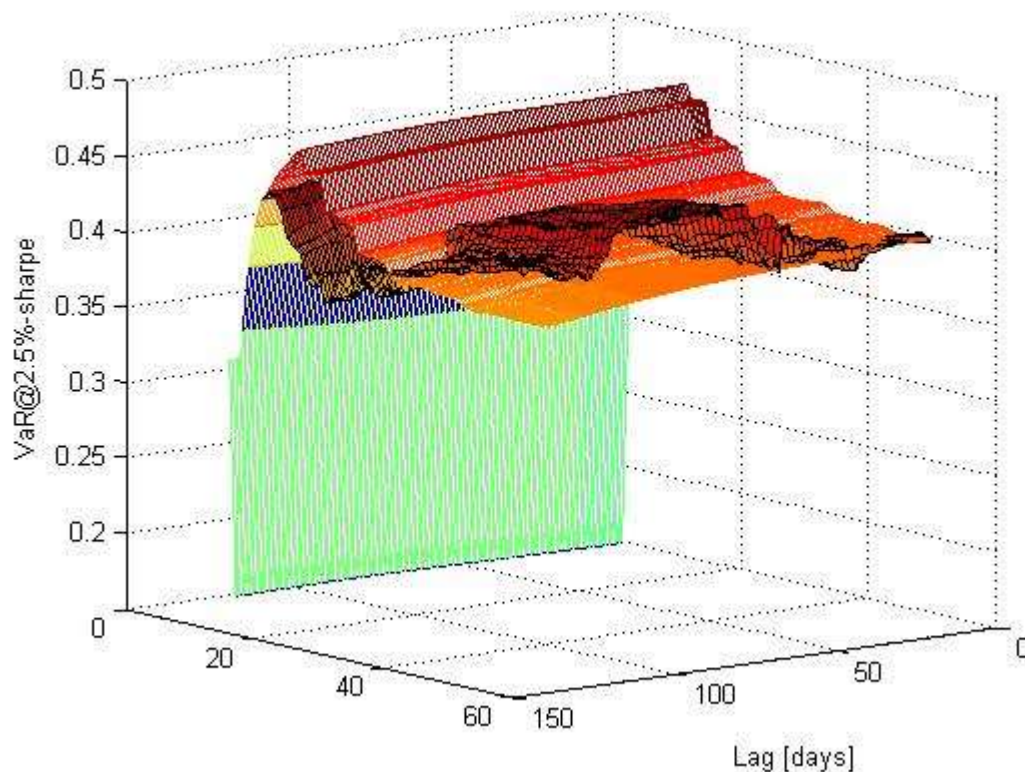
$$\frac{P(1, T_{2n+2})}{P(1, T_{2n})} \equiv \frac{1}{1 + F_{2n, 2n+2}(1)\tau_{2(n+1)}} > \frac{1}{1 + \tau_{2(n+1)}S_{0, 2n+2}(0)},$$

jossa $F_{2, 2(n+1)}(1)$ on hetkellä $t = 1$ v 12 kuukauden (euribor) forward korko vuodesta n vuoteen $n+1$. Viimeinen erisuuruus toteutuu täsmälleen silloin, kun $F_{2, 2n+2}(t+1) < S_{0, 2n+2}(t)$, eli silloin kuin 12 kuukauden euriborin forward on pienempi kuin n -vuoden pituisen swapin kuponkikorko. Kuten kuvasta 22a

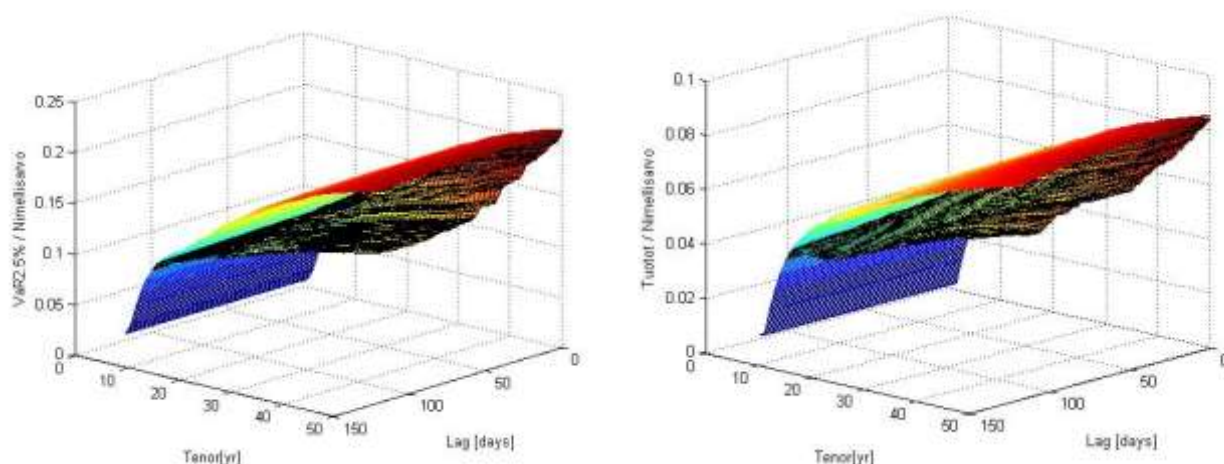
nähdään, tämä relaatio on toteutunut keskiarvoisesti yli 20-vuotisille swapeille. Tämä tulos selittää sen, miksi keskimääräinen odotettu tuotto on tenorin suhteen kasvava funktio pitkillä tenoreilla.



Kuva 22a ja 22b. Kuvassa 12kk:n euriborin forward korko kokonaislukuvuosina lukien lähtöhetkestä. Lisäksi kuvassa näkyy swapin keskimääräinen par tenorin funktiona. Kuvassa 22b on esitetty swap-tuotot nimellisarvolla normitettuina. Selvästi tuotot ovat tenorin pituuden suhteen kasvava funktio.



Kuva 23. VaR-Sharpe tenorin ja lagin funktiona tuottorajalla 6M€. Nähdään, että kuva muistuttaa pitkälti kuvaa 16, jossa VaR-Sharpe esitetään lagilla 73 business-päivää ja samalla tuottorajalla kuin kuva 23 tenorin funktiona. Tuottorajastrategia voittaa *Receiver swap* -strategian lähinnä yli 25-vuotisilla swapeilla. Lagin suhteen VaR-Sharpe saavuttaa huippunsa arvolla 77, ja putoaa sen jälkeen sekä pienemmillä että suuremmilla lagin arvoilla.



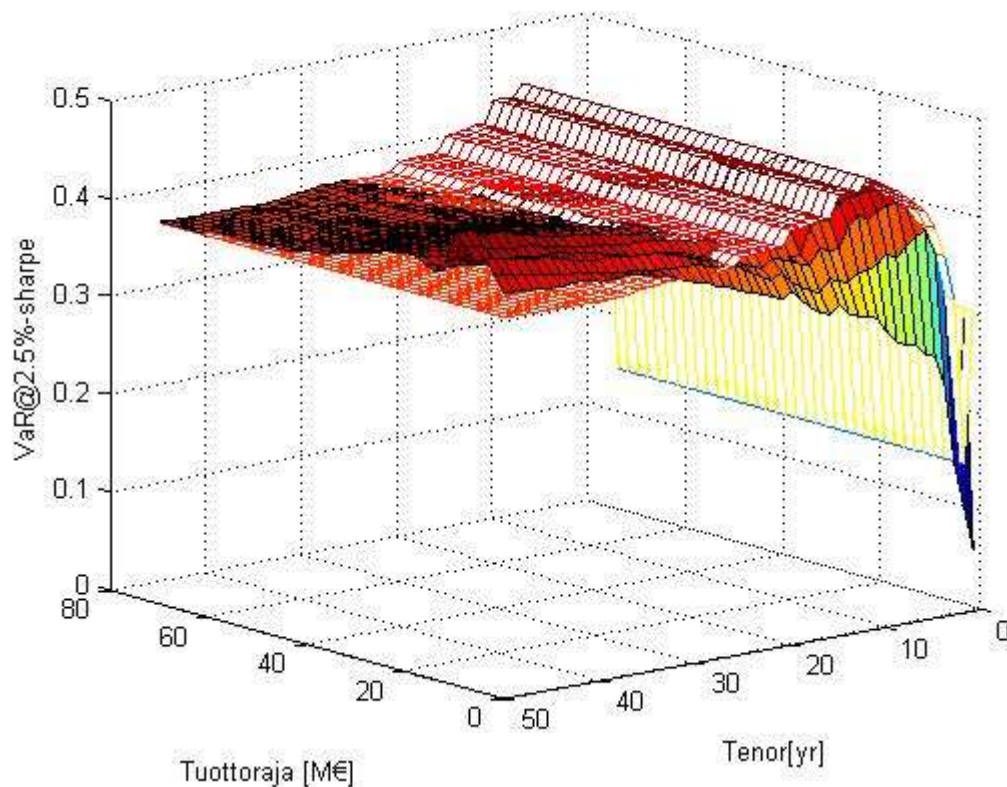
Kuva 24a ja 24b. Vasemmalla VaR tenorin pituuden ja lagin funktiona kiinteälle tuottorajalle 6M€. Merkittävää tässä on se, että VaR on tenorin pituuden suhteen itseisarvoltaan kasvava funktio, eli riski kasvaa tuotto-odotuksen kasvaessa. Kuvassa 24b on portfolion tuotto jaettuna nimellisarvolla tenorin ja lagin funktiona. Havaitaan, että tuottorajastrategialla ei saavuteta parempia tuottoja kuin *Receiver swap* suojauksessa.

Sharpen luku kiinteälle lagille tenorin ja tuottorajan funktiona

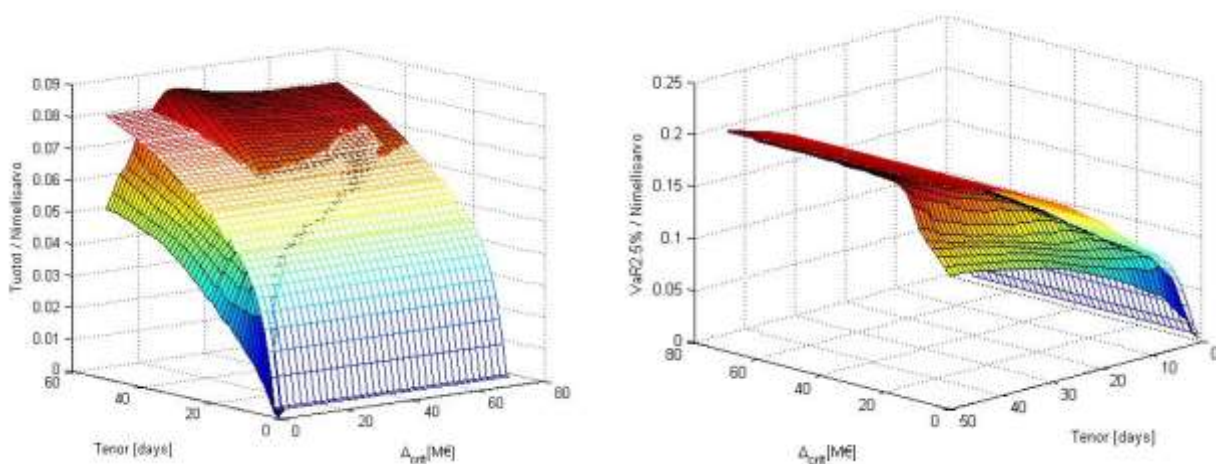
Seuraavassa on tarkasteltu VaR-Sharpea kiinteällä lagilla 73 business-päivää, joka vastasi edellisessä kohdassa tarkasteltua 50-vuotisen swapin tehokkuushuippua lag-tuottoraja kuvissa 16 ja 17a. Kuvasta 25 nähdään, että tuottorajastrategia antaa suurempia VaR-Sharpen lukuja kuin *Receiver swap* yli 25-vuotisille swapeille ja tuottorajoilla [0,30M€]. Kyseisessä alueessa VaR-Sharpen luvun keskimääräinen arvo on 0.412 (± 0.014), kun se täydellisessä suojauksessa on 0.392.

Kuvassa 26a on jälleen esitetty swap-tuotto jaettuna niiden (keskimääräisellä) nimellisarvolla. Havaitaan sama asia kuin kuvassa 24b, eli normitettu swap-tuotto kasvaa niiden tenorin pituuden funktiona. Lisäksi havaitaan, että tuottorajastrategiassa saavutetaan keskimäärin hieman parempia tuottoja (8.0 % vs. 7.8%) yli 35-vuotisilla swapeilla, kun tuottoraja valitaan väliltä $\Delta_{crit} \in [20M€, 60M€]$. Tämä puolestaan selittää sitä, miksi VaR-Sharpe kuvassa 25 on tuottorajastrategialle parempi kuin täydelliselle suojaukselle kyseisessä tuottoraja-alueessa.

Kuvassa 26b on esitetty swap-tuoton VaR kiinteälle lagille 73 tenorin ja tuottorajan funktiona. VaR on tenorin suhteen kasvava funktio, eli riski kasvaa tuotto-odotuksen kasvaessa niin kuin pitääkin. Pienillä tuottorajoilla tuottorajastrategian VaR pienentyy huomattavasti verrattuna täydelliseen suojaukseen.



Kuva 25. Merkittävämpi huippu VaR-Sharpella saavutetaan alueessa, jossa tuottoraja on välillä $[0,35M€]$, ja swapin pituus on yli 25 vuotta. Lyhyemmät swapit eivät näytä tuottavan VaR-Sharpen mielessä tehokkaampia strategioita kuin *Receiver swap* -strategia.

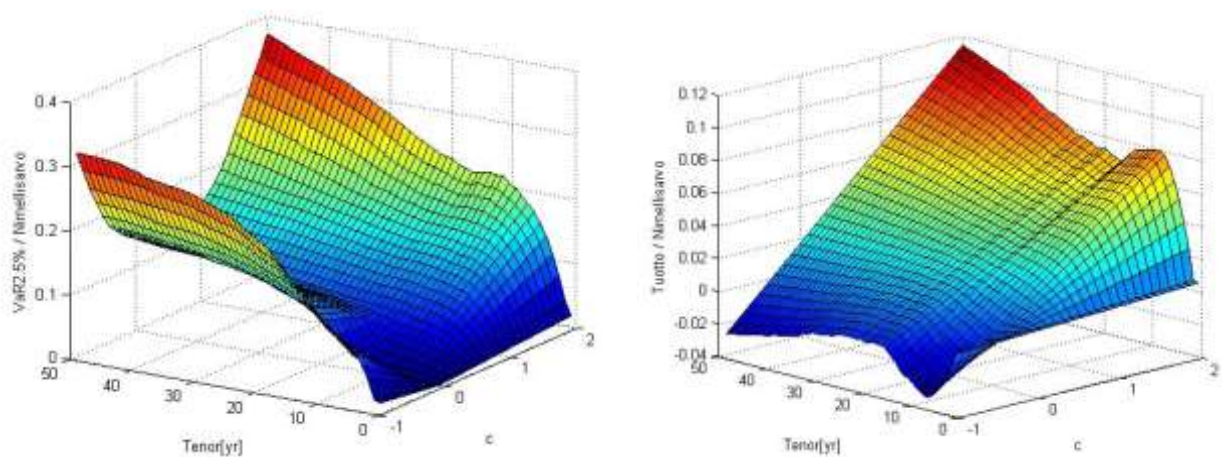


Kuva 26a ja 26b. Tuotot on esitetty nimellisarvoa kohti tenorin ja tuottorajan funktiona. Valitsemalla tuottorajan väliltä $[20€, 70M€]$, niin yli 25-vuotisilla swapeilla saavutetaan suurempia tuottoja verrattuna *Receiver swap* -strategian tuottoihin. VaR tuottorajan ja tenorin funktiona kiinteälle lagille 73 päivää. Nähdään, että VaR jaettuna nimellisarvolla on tenorin suhteen kasvava funktio, eli riski kasvaa tuotto-odotuksen kasvaessa. Lisäksi VaR on pienillä tuottorajan arvoilla tuottorajastrategialle merkittävästi pienempi kuin täydelliselle suojaukselle.

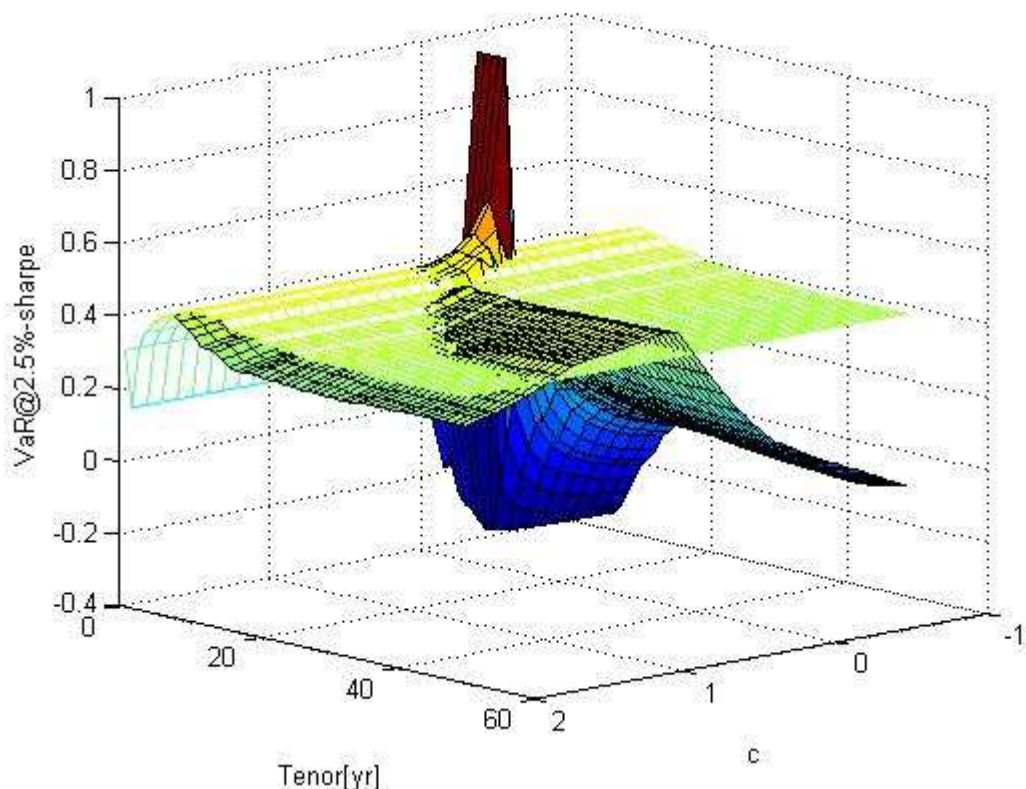
Sharpen luku kiinteälle lagille tenorin, strategiaparametrin ja tuottorajan funktiona

Seuraavaksi tarkasteltiin edellisessä optimoinnissa tehokkaimmaksi lakin arvoksi osoittautunutta 73 kaupankäyntipäivää. Nyt haluttiin löytää ainoastaan kaikkein optimaalisen strategia jokaiselle tenorin pituudelle sekä tuottorajan Δ_{crit} että strategiaparametrin c suhteen.

Kuvissa 27a ja 27b on esitetty strategian tuotto ja VaR nimellisarvoa kohti tenorin funktiona tuottorajan arvolla $\Delta_{crit} = 6M\text{€}$. VaR on tenorin suhteen kasvava funktio kaikilla parametrien arvoilla. Tuotto jaettu nimellisarvolla tenorin funktiona puolestaan on kasvava strategiaparametrin positiivisilla arvoilla, ja vastaavasti vähenevä strategiaparametrin negatiivisilla arvoilla. Lisäksi positiivisilla c :n arvoilla havaitaan lokaali maksimi 12-vuotisella tenorilla, jota pienemmillä arvoilla tuotto kasvaa tenorin suhteen, ja suuremmilla arvoilla hiukan pienentyy tenorin funktiona aina 18-vuotiseen tenoriin asti. 21-vuotisesta tenorista ylöspäin tuotto kasvaa monotonisesti tenorin funktiona.



Kuva 27a ja 27b. Kuvissa 27a ja 27b on esitetty VaR ja tuotto jaettuina nimellisarvolla tenorin pituuden funktiona tuottorajalla $6M\text{€}$. Tuotto ja riski kasvavat tenorin pituuden funktiona täydelliselle suojaukselle. Tuottorajastrategialle tuotto on tenorin suhteen kasvava, kun $c \in [0,2]$. Sen sijaan tuotto on tenorin suhteen laskeva funktion negatiivisilla strategiaparametrin arvoilla.



Kuva 28. VaR-Sharpe tenorin ja strategiaparametrin suhteen tuottorajan arvolla $6M€$ ja lag-parametrin arvolla 73.

VaR-Sharpe on tuottorajastrategiassa selkeästi parempi 8-15 vuotisilla swapeilla kun strategiaparametri valitaan alueessa $c \in [0.1, 0.5]$ (osittain myötäsyklinen strategia). Keskimäärin tässä alueessa *Receiver swap* -strategialla saavutetaan VaR-Sharpe $0.450 (\pm 0.016)$, kun taas tuottorajastrategiassa saavutetaan keskimääräinen VaR-Sharpe $0.475 (\pm 0.017)$. Yli 25-vuotisilla swapeilla VaR-Sharpe on parempi, kun strategiaparametri valitaan alueesta $c \in [0.5, 1.5]$. Lisäksi kun VaR-Sharpe valitaan väliltä $c \in [0.6, 1]$, niin VaR-Sharpen keskiarvo kaikkien tenoreiden ylitse on $0.420 (\pm 0.015)$, kun se vastaavasti *Receiver swap* -strategiassa on 0.3984 .

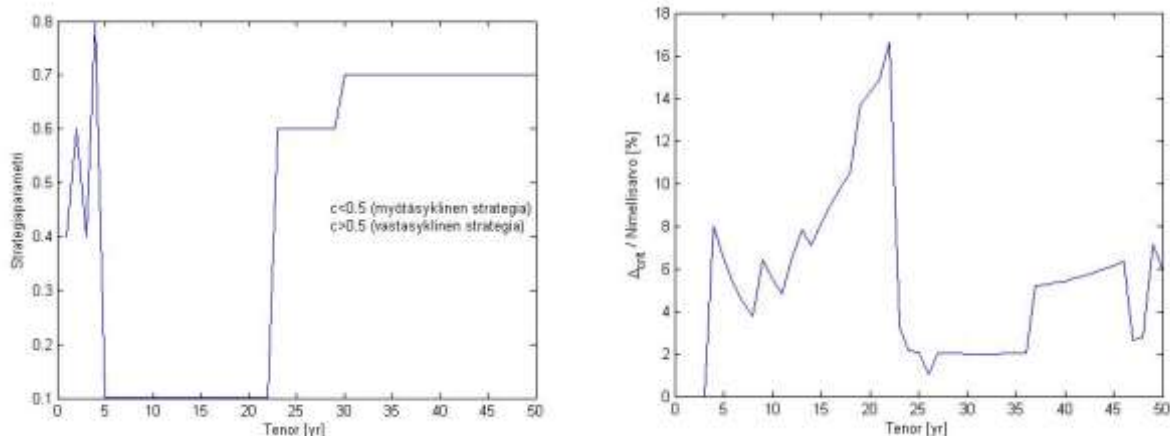
Kaikkein tehokkain strategia positiivisia tuottorajan arvoja tarkastelemalla saavutetaan 10-vuotiaalla tenorilla, strategiaparametrin arvolla $c = 0.1$ (myötäsyklinen strategia) ja tuottorajan arvolla $4M€$, jolloin VaR-Sharpe on jopa $0.630 (\pm 0.022)$

Kuvasta 27a nähdään se, että tuottorajastrategian VaR saavuttaa selkeästi pienimmät arvonsa strategiaparametrin arvoilla $c \in [0, 1]$, jolloin se on kaikilla tenorien pituuksilla pienempi kuin *Receiver swap* -strategiassa. VaR saavuttaa minimiarvonsa strategiaparametrin arvolla $c = 0$. Molempien strategioiden VaR on tenorin suhteen kasvava funktio.

Valitsemalla vastaavasti tuotot väliltä $[0M€, 70M€]$ ja strategiaparametri väliltä $c \in [0.1, 2]$, etsittiin jokaiselle tenorille kaikkein tehokkain $\{c, \text{tuottoraja}\}$ -kombinaatio. Kuvassa 30 nähdään tulokset optimaaliselle c :n arvolle ja tuottorajalle tenorin pituuden suhteen. Kiinnostavaa tässä on se, että nyt myös alle 23-vuotisilla swapeilla tuottorajastrategia toimii paremmin kuin *Receiver swap* -strategia. Kuvasta 29a nähdään se, että alle 23-vuotiailla swapeilla on tehokkainta mennä myötäsykliseen strategiaan ($c = 0.1$), kun taas puolestaan yli 25-vuotisilla tenoreilla edellisessä optimoinnissa tehokkaaksi osoittautunut vastasyklinen strategia ($c = 0.7$) toimii hyvin. Optimaalisin VaR-Sharpe yli 25-vuotisille swapeille saavutetaan strategialla, jossa suuren tuottomuutoksen sattuessa kohdalle ostetaan 30 % portfoliosta, ja

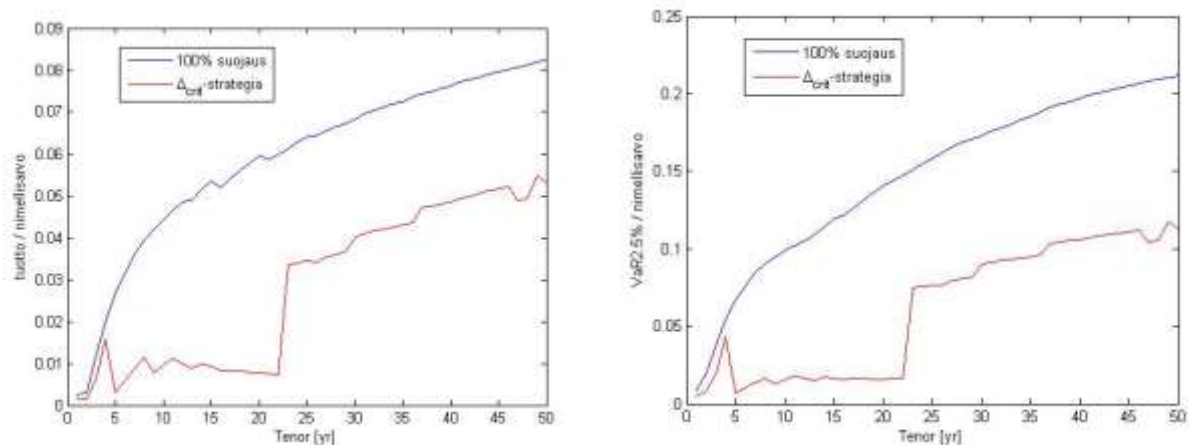
pienen tai negatiivisen tuottomuutosten kohdalla ostetaan 70 % portfolioista. Vastaavasti tehokkain suhde 5-23 vuotisille (pl. 10–vuotinen) swapeille on 10%/90%. Alle 5-vuotisilla swapeilla toimii parhaiten neutraali strategia ($c \cong 0.5$).

Vertailemalla tuottorajoja kuvassa 29b havaitaan, että 22-vuotiseen tenoriin asti kriittinen tuottoraja kasvaa tenorin pituuden funktiona. Tämä tarkoittaa sitä, että kyseisellä tenorialueella niiden portfolioiden määrä, joissa päästään ostamaan 90 % portfolioista, vähenee tenorin pituuden funktiona 22-vuotisEden tenoriin asti. Tämän jälkeen 23-vuotisella swapilla optimaalisinta onkin mennä myötäsykliseen strategiaan c :n arvolla 0.7, ja tällöin tuottoraja putoaa merkittävästi (n. 85 %). Lopulta aivan pisimmillä swapeilla tuottorajastrategia alkaa jälleen nousta tarkoittaen sitä, että entistä useammassa skenaariossa mennään myötäsykliseen strategiaan. Yli 22-vuotisilla tenoreilla optimaalisin tuottoraja on keskimäärin $3.70 \% \pm 1.92 \%$. Vertailun vuoksi kuvan 30a optimaalinen tuotto on ollut samoilla tenoreilla keskimääräisesti $4.43 \% \pm 0.67 \%$. Tämän perusteella voidaan karkeasti ottaen sanoa, että pitkillä tenoreilla (24–50 vuotta) on kannattanut ostaa swap-portfolio, mikäli lähtöhetken tuottomuutos on ollut alle odotetun keskimääräisen tuottotason, ja vastaavasti muuten on kannattanut myydä swap-portfolio. Sen sijaan 6-22 vuothailla tenoreilla tuottoraja on keskimäärin niin suuri ($8.73 \% \pm 4.00 \%$), että lähes kaikissa skenaarioissa päädytään ostamaan (pieni) osa swap-portfolio. Näillä tenoreilla nimittäin keskimääräinen odotettu tuotto on vain $0.80 \% \pm 0.32 \%$.

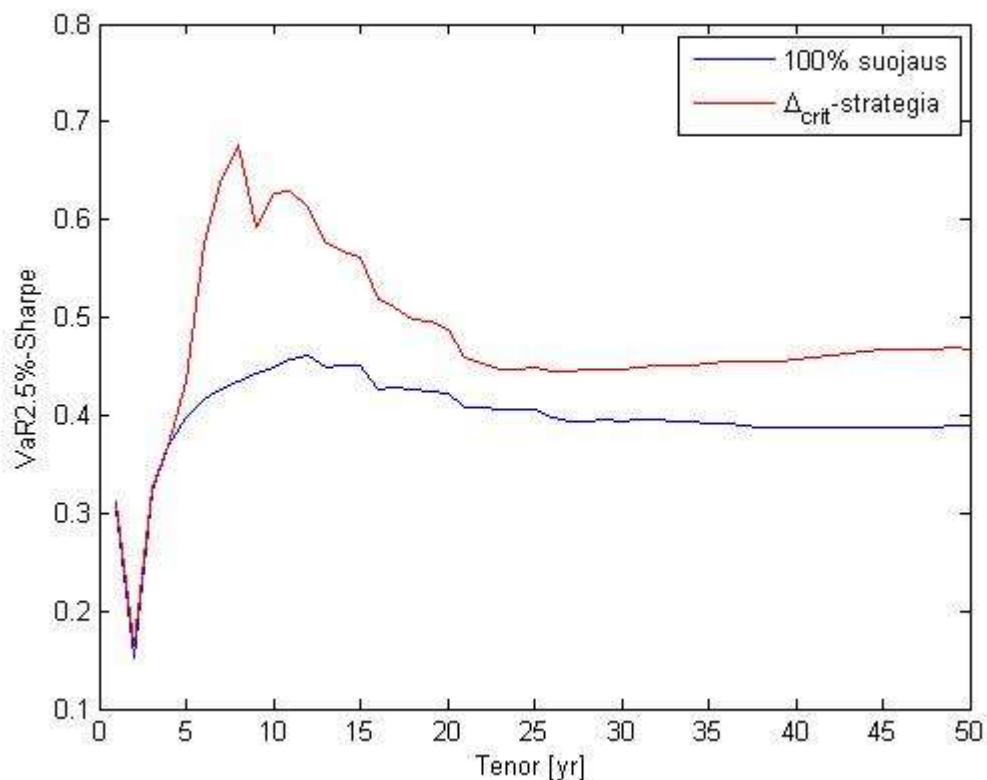


Kuva 29a ja 29b. Kuvissa on optimaalisen strategian strategiaparametri sekä swapin nimellisarvolla normitettu tuottoraja tenorin pituuden funktiona. Optimaalinen strategiaparametri on 0.1 5-23 vuotisilla swapeilla, ja 0.7 30–50 vuotisilla swapeilla. Aivan lyhyillä swapeilla puolestaan $c \in [0.4, 0.6]$ johtaa tehokkaimpaan strategiaan.

Koko optimaalisen portfolion VaR-Sharpe saa arvon $0.468 (\pm 0.016)$ verrattuna täydellisen suojauksen portfolioon, jonka VaR-Sharpe on $0.405 (\pm 0.014)$. Parannusta tehokkuudessa suhteessa *Receiver swap* -strategiaan saavutetaan n. 15.5 %. Portfolion VaR-Sharpe voittaa myös kappaleen ”optimaalinen strategia tenorin funktiona” $\{lag, \Delta_{crit}\}$ -optimoinnin tuloksen VaR-Sharpen $0.447 (\pm 0.016)$ merkittävästi (4.6 %). Sen sijaan verrattuna koko portfolion strategiaparametri optimointia vastaavaan VaR-Sharpen maksimiin $0.457 (\pm 0.016)$ parannusta syntyy ainoastaan 2.5 %. Ero tehokkuudessa verrattuna *Receiver swap* -strategiaan selittyy sekä tuottojen että VaRin muutoksella, jotka on esitetty kuvissa 30a ja 30b. Optimaalisen strategian $VaR = 512M\text{€}$ verrattuna *Receiver swap* strategian $VaR = 1164M\text{€}$ on riskiltään n. 56 % pienempi. Tuotot ovat optimaaliselle strategialle $240M\text{€}$ ja *Receiver swap* strategialle $472M\text{€}$, joten tuotoissa hävitään n. 49 %. 49-vuotisen swapin tapauksessa tehokkuusparannus optimaalisella tuottorajastrategialla verrattuna *Receiver swap* strategiaan on 20.5 % (0.469 vs. 0.389). Myös 48-vuotiselle swapille strategiaparametrin suhteen optimointi tuottaa merkittävän tehokkuusparannuksen (5.0 %) suhteessa $\{lag, \Delta_{crit}\}$ -optimoinnin tulokseen (0.446).



Kuva 30a ja 30b. Kuvissa on esitetty nimellisarvoilla normitettu tuotto ja VaR tenorin pituuden funktiona. Nähdään, että yli 5-vuotisilla swapeilla tuottorajastrategian tuotot ovat pienempiä kuin täydellisessä suojauksessa, mutta VaRissa voitetaan suhteessa enemmän kuin mitä tuotossa hävitään.

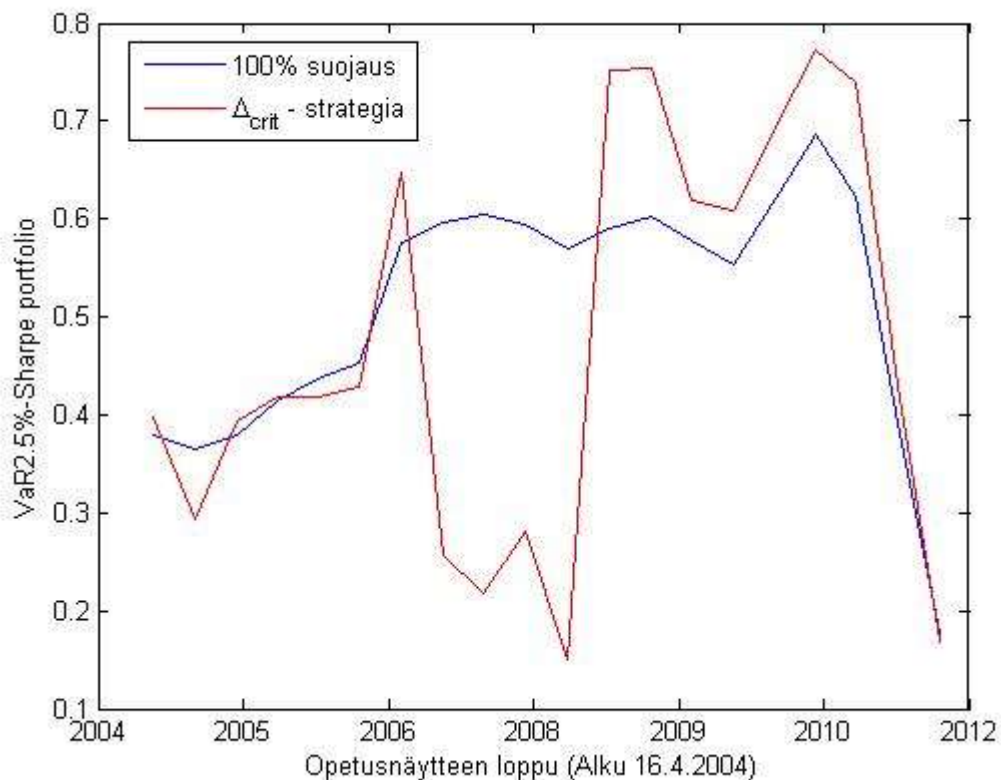


Kuva 31. VaR-Sharpe optimaaliselle strategialle tenorin pituuden funktiona. Havaitaan, että kaikilla tenorin pituuksilla tuottorajastrategiassa saavutetaan tehokkaampia tuloksia kuin täydellisessä suojauksessa. Suurin ero tehokkuudessa saavutetaan 8-vuotisella swap-sopimuksella. 24-vuotisesta tenorista ylöspäin strategioiden tehokkuusero kasvaa tasaisesti tenorin pituuden funktiona.

Tuottorajastrategian ristiin testaaminen

Tässä osassa työssä tutkittava aikasarja jaettiin kahteen osaan, siten että ensimmäistä osaa käytettiin tuottorajastrategian optimaalisten parametrien etsimiseen. Jälkimmäiseen osaan datajoukkoa (nk. *out of sample*) testattiin sitten optimaalista mallia, ja vertailtiin tuloksia *Receiver swap* -strategian antamiin tuloksiin tuottojen, VaRin ja VaR-Sharpen osalla.

Aluksi testattiin sitä, miten historiadata tulisi jakaa opetusnäytteen ja testinäytteen välillä. Eripituisilla opetusdatoilla laskettiin optimaalinen tuottoraja ja strategiaparametri tenorin pituuden funktiona. Tämän jälkeen saaduilla parametreilla laskettiin testidatan tuotot, VaRit ja VaR-Sharpet, sekä koko portfolion vastaavat luvut. Kuvassa 32 on esitetty koko portfolion VaR-Sharpe testidatalle opetusdatan pituuden funktiona, ja vastaavasti samat luvut *Receiver swap* -strategialla. Kuvan 32 perusteella voidaan päätellä, että tuottorajastrategia toimii paremmin kuin *Receiver swap* -strategia, mikäli opetusnäytteeseen sisällytetään vuoden 2008 finanssikriisi. Mikäli opetusnäyte tehdään finanssikriisiä edeltävällä ajanjaksolla, niin mallin parametrit eivät johda (merkittävästi) tehokkaampiin strategioihin kuin *Receiver swap*. Tulosten valossa vaikuttaa siltä, että tuottorajastrategia toimii hyvin ainoastaan finanssikriisin jälkeisessä finanssiympäristössä, joissa pitkiä tuottoputkia ovat väistämättä seuranneet aina tappioputket. Tässä mielessä swap-tuottoaikasarja on ollut keskiarvoa kohti hakeutuva (eng. *mean reverting*).

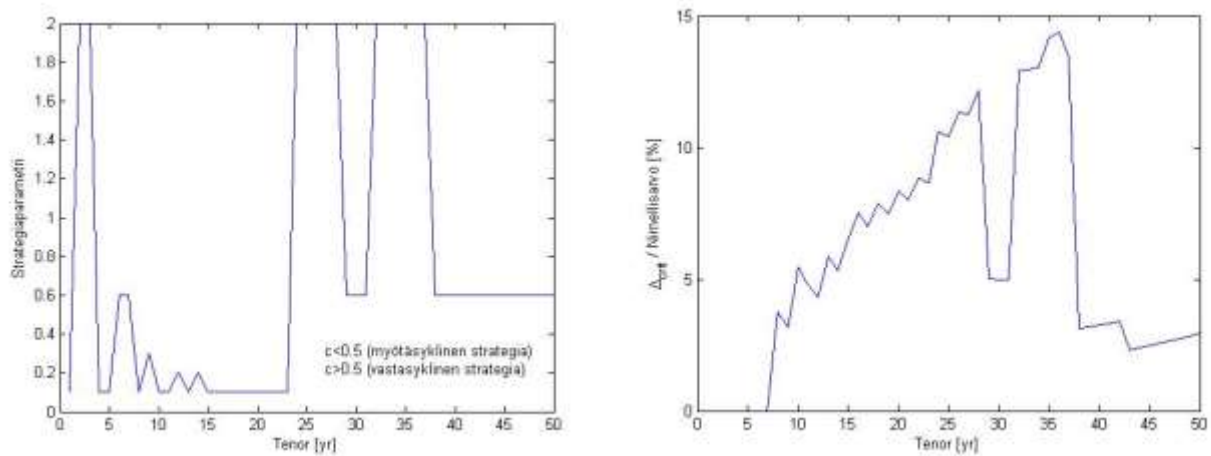


Kuva 32. Koko portfolion VaR-Sharpe testidatalle opetusdatan viimeistä tuottoa vastaavan päivämäärän funktiona. Tuottorajastrategiassa lakin arvo oli 73, jonka seurauksena tuottodata alkaa 16.4.2013.

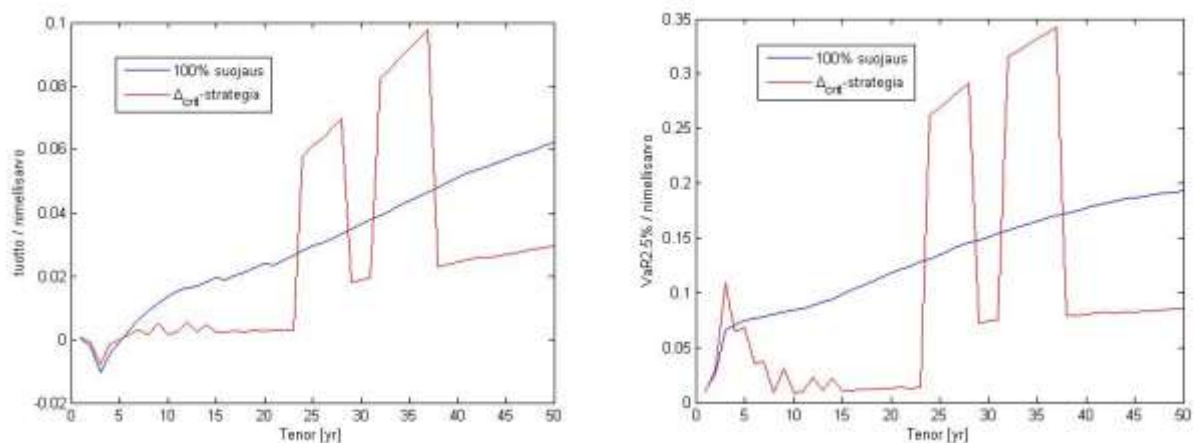
Jatkossa valitaan näytekoon pituudeksi 1200 kaupankäyntipäivää, joka vastaa kuvan 32 VaR-Sharpen suhteen suurinta tehokkuusparannusta. Tämä on myös kaikkein suurin testinäytteen koko, jolla vielä testinäytteen VaR-Sharpe tuottorajastrategialle on parempi kuin *Receiver swap* -strategialle. Tätä pienemmistä opetusdatoista muodostetut mallit johtavat tuottorajastrategialle pienempiin VaR-Sharpeihin kuin *Receiver swap* -strategia.

Kuvissa 33a ja 33b on esitetty opetusdatalla lasketut optimaaliset parametrit tenorin funktiona sekä tuottorajalle että strategiaparametrille. Nähdään, että yli 26-vuotisilla tenoreilla optimaaliset parametrit vastaavat aina vastasyklisiä strategioita, ja puolestaan alle 26-vuotisista tenoreista suurin osa saavuttaa optimaalisen tehokkuuden myötäsyyklisillä strategioilla. Kuvasta 33b havaitaan, että yli 38-vuotisilla tuottorajoilla optimaalinen strategia käyttää huomattavasti suurempaa tuottorajaa, kuin mitä kuvassa 29b koko historiadataan yli lasketuilla optimaalisilla tuottorajoilla. Vastaavasti 33a kuvan strategiaparametri saavuttaa samoilla tenoreilla optimaalisen tehokkuuden vivutetuilla strategioilla ($c > 1$).

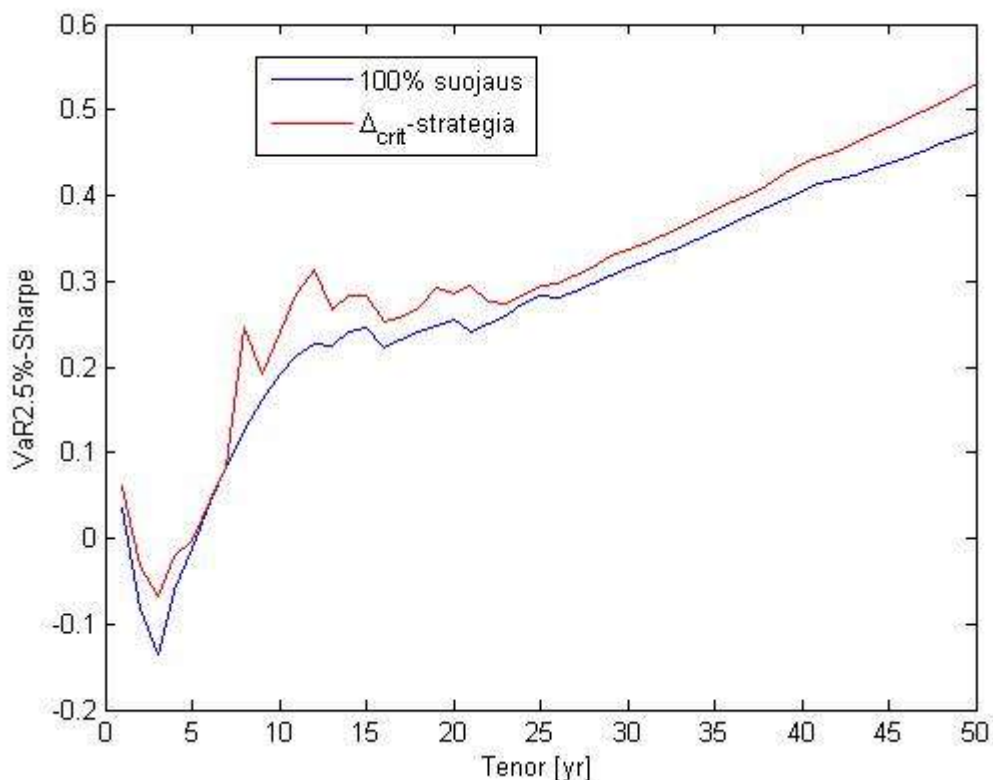
Kuvissa 34a ja 34b on esitelty opetusdatalla optimaalisella strategialla tuotto ja VaR. Kuvista havaitaan se tosiasia, että poiketen kuvista 30a ja 30b sekä tuotto että VaR ovat suuremmat kuin *Receiver swap* -strategiassa.



Kuva 33a ja 33b. Kuvissa on optimaalinen strategiaparametri ja nimellisarvolla normitettu tuottoraja tenorin pituuden funktiona. Opetusnäytteen pituutta vastaava ajanjakso, joita edeltävältä vuodelta tuotot on laskettu, on 16.4.2004–17.12.2008.



Kuva 34a ja 34b. Kuvissa on opetusnäytteen optimaalisen strategian tuotto ja VaR nimellisarvoilla normitettuna. Nähdään, että verrattuna kuvien 30 tuloksiin nyt sekä tuotto että VaR on osalla tenoreista optimaalisessa strategiassa suurempi kuin täydellisessä suojauksessa, joten kyseiset portfoliot ovat riskillisempiä.



Kuva 35. Opetusnäytteen optimaalisen portfolion VaR-Sharpe. Strategiat ovat absoluuttisessa mielessä tehottomampia kuin koko historiallisella datalla muodostetuilla parametreilla siksi, että finanssikriisiä edeltävällä ajanjaksolla korot ovat keskimäärin hieman nousseet.

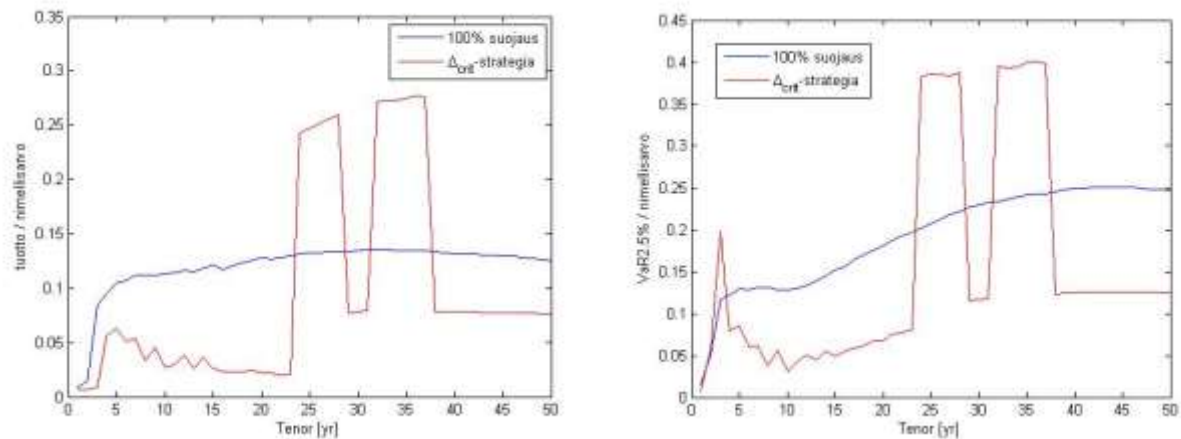
Kuvissa 36 ja 37 on esitetty testinäytteen tuotot, VaR ja tehokkuus opetusnäytteellä muodostetuilla optimaalisilla parametreilla. Nähdään, että nyt tuotot ovat alle 38-vuotisilla tenoreilla pienemmät kuin mitä täydellisessä suojauksessa vastaavalla testinäytteellä. Sen sijaan VaR on vielä reilummin pienentynyt erityisesti 26-38 vuotisilla tenoreilla, joten kokonaisuudessaan myös testinäytteen suhteen tuottorajastrategia on vastaavilla tenoreilla tehokkaampi kuin *Receiver swap* -strategia. Yli 38-vuotisilla tenoreilla (vivutetut strategiat) sekä tuotto että VaR ovat suurempia kuin täydellisessä suojauksessa. Edellä mainituista seikoista johtuen tuottorajastrategia toimii testinäytteellä tehokkaammin kuin *Receiver swap* yli 26-vuotisilla tenoreilla. Sen sijaan alle 26-vuotisilla tenoreilla (myötäsykliset strategiat) vain yksittäiset tenorit voittavat tehokkuudessa *Receiver swap* -strategian.

Koko portfolion opetusnäytteen tuotot ovat tuottorajastrategialla 230M€, ja vastaavasti *Receiver swap* -strategialle 249M€. Tuottorajastrategian VaR on 862M€, kun se puolestaan *Receiver swap* -strategialle on 968M€. Tehokkuutta kuvastava VaR-Sharpe on tuottorajastrategialle 0.267 (± 0.009), ja puolestaan *Receiver swap* -strategialle 0.257 (± 0.009). Huomataan, että strategiat ovat nyt kaiken kaikkiaan aika tehottomia, koska kyseinen ajanjakso sisälsi korkojen pitkän nousukauden.

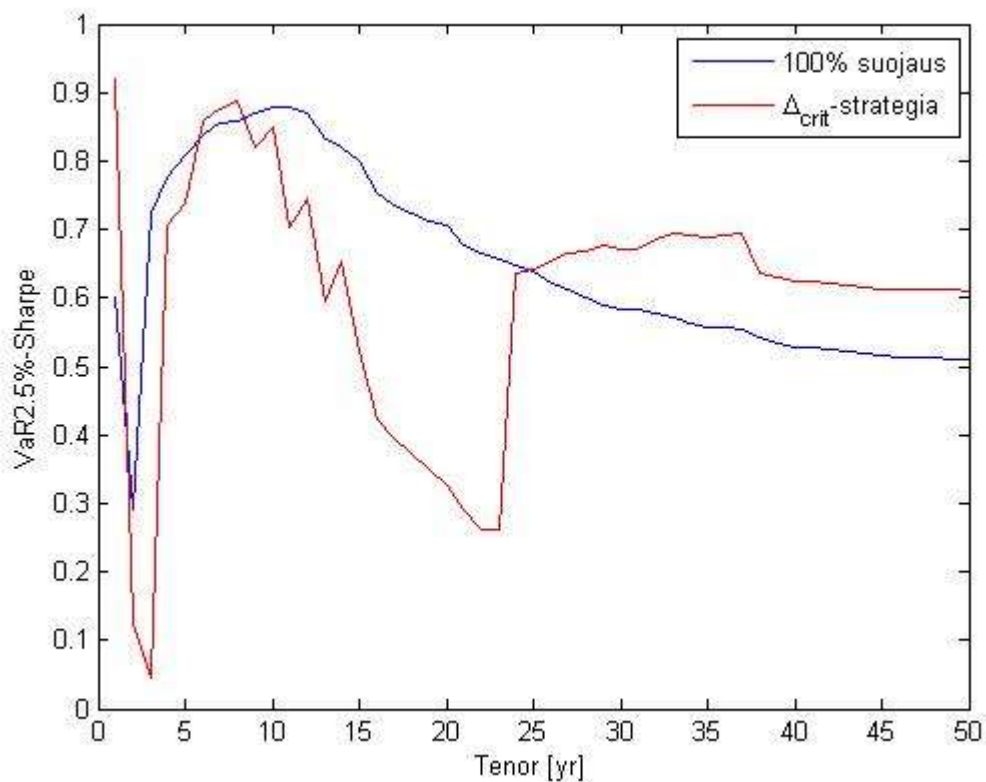
Koko portfolion testinäytteen tuotot ovat tuottorajastrategialla 794M€, ja vastaavasti 850M€ *Receiver swap* -strategialle. Tuottorajastrategian VaR on 1013M€, kun se puolestaan *Receiver swap* -strategialle on 1412M€. Tehokkuutta kuvastava VaR-Sharpe on tuottorajastrategialle 0.783 (± 0.027), ja puolestaan *Receiver swap* -strategialle 0.602 (± 0.021).

Kuvia 35 ja 37 vertaamalla nähdään, että testidatalla saavutetaan tehokkaampia portfolioita kuin mitä opetusdatalla. Suurin syy tähän on se, että tuottorajastrategia toimii finanssikriisin jälkeen paljon paremmin

kuin ennen finanssikriisiä. Lisäksi korot ovat selvästi laskeneet finanssikriisin jälkeen, joten sekä tuottorajastrategialla että täydellisellä suojauksella saavutetaan keskimäärin parempia VaR-Sharpen lukuja.



Kuva 36a ja b. Testinäytteen tuotto ja VaR nimellisarvoa kohti opetusnäytteen optimaalisilla parametreilla. Nähdään, että tuottorajastrategian tuotto ja VaR ovat pääosin pienempiä kuin *Receiver swap* -strategiassa.



Kuva 37. Testinäytteen VaR-Sharpe tuottorajastrategian parametreilla, jotka vastaavat opetusnäytteen optimaalisinta strategiaa. Vertailuna on näytetty *Receiver swap* -strategia testinäytteen ajanjaksolta. Yli 25-vuotisilla swapeilla tuottorajastrategia voittaa *Receiver swap* -strategian.

8. Johtopäätökset

Tässä työssä tutkittiin kuvitteellisen mutta realistisen työeläkeyhtiön vastuuvelan korkoriskin suojaamista koronvaihtosopimuksilla. Oletuksena on se, että koko taseen velkapuoli markkina-arvoistetaan Solvenssi II direktiivin mukaisesti nk. swap-korkokäyrällä. Korkosuojaus päädyttiin tekemään vastuuvelan kassavirtojen ja swap-sopimusten kiinteiden legien kassavirtojen täydellisellä yhteensovittamisella. Tulosten perusteella havaitaan, että vastuuvelan ja swap-portfolioon muodostaman kokonaisuuden Value-at-risk 2.5%:n prosenttipisteessä on jopa yli 90% pienempi, kuin pelkän vastuuvelan Value-at-risk. Syy siihen, miksi korkoriski ei täysin eliminoidu, johtuu swap-sopimusten luonteesta. Vaihtuvan legin ensimmäinen korko (6kk euribor) nimittäin kiinnitetään jo lähtöhetkellä, joten tähän kassavirtaan jää väistämättä korkoriskiä.

Työssä päädyttiin vertailemaan edellä kuvatun vastuuvelan täydellisen suojauksen määrittelemän swap-portfolioon tehokkuutta työssä määritellyn tuottorajastrategian ilmaiseman swap-portfolioon tehokkuuteen. Jälkimmäisen strategian taustaideana toimi havainto siitä, että tulevan vuoden swap-tuotot ovat negatiivisesti korreloituneita lähtöhetken swap-tuotoissa lag-ajan kuluessa tapahtuneen tuottomuutoksen kanssa. Tutkimalla kyseistä korrelaatiota swapin tenorin funktiona, havaittiin pitkien tenoreiden olevan voimakkaammin korreloituneita kuin lyhyiden tenorien.

Historiadatalla tehdyissä simulaatioissa havaittiin, että koko portfolioon tuottorajastrategian tehokkaimmat strategiat saavutetaan lagin arvolla 75 ja tuottorajalla 320M€, jolloin saavutetaan VaR-Sharpen arvo 0.4259 (± 0.015). Mikäli annettiin strategiaparametrin c olla yksi muuttuja, niin optimaalinen tuottoraja sai arvon 210M€. Itse optimaalisin strategiaparametrin arvo koko portfoliolle, $c = 0.6$, vastaa lievästi vastasyklistä strategiaa. *Receiver swap* -strategian VaR-Sharpe on kyseisillä parametreilla 0.405 (± 0.014), kun taas tuottorajastrategiassa päästään parhaimmillaan lukuun 0.457 (± 0.016). Optimaalisessa strategiassa etsittiin VaR-Sharpen maksimi jokaiselle tenorille erikseen strategiaparametrin ja tuottorajan funktiona lagin arvolla 73 päivää. Tällöin saavutettiin VaR-Sharpe 0.468 (± 0.016), eli parannus tehokkuudessa on 15.5.%. Optimaalisessa strategiassa swapin jakautuivat tenorin pituuden suhteen kahteen hyvin erilaiseen kategoriaan. Alle 23-vuotisilla swapeilla optimaalinen tuottoraja on niin korkea, että lähes kaikissa skenaarioissa päädyttiin tekemään ostopäätös. Lisäksi optimaalinen strategiaparametri oli 6-22 vuotisilla swapeilla $c = 0.1$, vastaten lähes täysin myötäsyklistä strategiaa. Sen sijaan pitkällä yli 22-vuotisilla swapeilla vastasyklinen strategia ($c = 0.7$) toimi tehokkaimmin tuottorajan ollessa samaa luokkaa kuin tulevat keskimääräiset vuoden tuotot. Näillä pitkällä tenoreilla oli kannattavaa ostaa swap-portfolio, mikäli lähtöhetken tuottomuutos oli tulevan vuoden odotetun tuoton keskimääräisen arvon alapuolella, ja muussa tapauksessa myydä portfolio.

Tiivistäen edellä kuvattu optimaalinen tuottorajastrategia voitaisiin muotoilla seuraavasti. Pitkillä swapeilla tehtävässä kaupankäynnissä swap-portfolioon tuottomuutosta tulisi tarkastella noin 3-4 kuukauden pituisen lag ajan suhteen. Sen sijaan lyhyillä ja keskipituisilla swapeilla on syytä tarkastella vain nykyistä korkotasoa päätöksenteon mittarina. Lyhyillä ja keskipitkillä swapeilla kannattaa suosia myötäsyklisiä strategioita, joissa lähes kaikilla tuottomuutoksilla sijoitetaan vain pieni osa rahoista *Receiver swap* – sopimukseen (saadaan kiinteää legiä), ja ainoastaan hyvin suurien tuottomuutoksien sattuessa sijoitetaan suurempi määrä rahaa. Pitkillä swapeilla puolestaan kannattaa mennä vastasykliseen strategiaan, jossa tuottomuutoksen ollessa alle keskimääräisen tuottotason, investoidaan noin kaksi kolmasosaa täydellisen suojauksen rahamäärästä *Receiver swap* – sopimukseen, ja taas muussa tapauksessa investoidaan yksi kolmasosa *Receiver swap* – sopimuksiin.

Työn viimeisessä osassa testattiin tuottorajastrategiaan perustuvan mallin ennustuskyyä. Parametrien ylisovittamisen välttämiseksi tehtiin historiadatan jako opetusdataan ja testidataan. Opetusdatalla tehtiin optimaalisten parametrien sovittaminen ja näin ollen mallin määrittely, ja testidatalla testattiin näin luodun mallin ennustekykä. Tärkeä havainto aineiston valossa on se, että ilman finanssikriisin 2008 mukaan ottamista opetusdataan, tuottorajastrategian mukainen malli ei johda VaR-Sharpen parannukseen testidatalla verrattuna *Receiver swap* -strategiaan. Syy tähän on se, että vasta finanssikriisin jälkeen swap-

tuottodata on ollut siinä mielessä syklistä ja keskiarvoa kohti hakeutuvaa, että hyviä tuottoputkia ovat aina seuranneet tappiot.

Perinteisen korkosijoittajan näkökulmasta työssä tutkitut strategiat mahdollistavat paremman tuottoriski suhteen verrattuna siihen, että ostettaisiin (tai myytäisiin) suoraan *Receiver swap* - sopimuksia spekuloiden sillä, että korot tulevaisuudessa laskevat (nousevat). Solvenssi II - säännöksiä noudattavat yhtiöt puolestaan voivat ensinnäkin käyttää luvuissa 5 ja 6 esitettyä suojausstrategiaa vastuuvelan korkoriskin lähes täydelliseen suojaukseen. Toisaalta, mikäli koko korkoriskiä ei haluta suojata pois, työssä tutkitut strategiat mahdollistavat paremman tuottoriskisuhteen korkoriskiä hieman kasvattamalla. Tämä voidaan toteuttaa niin, että ensin suojataan vastuuvelan korkoriski pois, jonka jälkeen jäljelle jäävän sijoitussalkun optimaalinen swap-portfolion määrä optimoidaan (ks. Liite 1) erilaisten kaupankäyntistrategioiden suhteen. Lopuksi valitaan sellainen kaupankäyntistrategia, jossa koko sijoitussalkun VaR-Sharpe saa suurimman arvonsa.

Tämä työ antaa historiallista näkemystä siitä, miten eripituisilla swapeilla tehtävässä kaupankäynnissä tulisi hyödyntää erilaisia kaupankäyntistrategioita parhaan mahdollisen tuotto-riski suhteen löytämiseksi.

9. Viittaukset

- [1] Aussenegg W., Miazhyńska T. (2006), "Uncertainty in Value-at-risk Estimates under Parametric and Non-Parametric Modeling", *Financial Markets and Portfolio management*, Sep 2006, Vol **20**, Issue 3, 243-264.
- [2] Beilin X. (2007), "Hedging Interest Rate Risks in Dutch Pension Funds and Life Insurance Companies", Faculty of Sciences, Vrije Universiteit, Amsterdam. Sivuilla vierailtu: 16.6.2014. Saatavissa: http://www.few.vu.nl/en/Images/werkstuk-xu_tcm39-91462.doc
- [3] Brigo D., Mercurio F. (2006), "Interest Rate Models – Theory and Practice with Smile, Inflation and Credit", 2nd edition, *Springer Finance*, New York.
- [4] Capelleveen H. F., Kat H. M., Kocken T. P. (2006), "How Derivatives Can Help Solve the Pension Fund Crisis", *The Journal of Portfolio Management*, Vol. **30**, No. 4, 244-253.
- [5] CEIOPS (2012), "Technical Specification for the Solvency II valuation and Solvency Capital Requirements calculations (Part 1)", EIOPA-DOC-12/362.
- [6] Dalby J. (2011), "Solvency II: QIS5 for Norwegian Life and Pension Insurance", Master of Science Thesis, University of Oslo.
- [7] Hall P., Horowitz J. L., Jing B.-Y. (1995), "On blocking rules for the bootstrap with dependent data", *Biometrika*, Vol **82**, 3, 561-74.
- [8] Hobbs J. (2010), "Swaption Strategies for Pension Plans", Multi-asset client solutions, BlackRock.
- [9] Horn, R. A., Johnson C. R. (1990), *Matrix Analysis*, [Cambridge University Press](http://www.cambridge.org/9780521386326), ISBN 978-0-521-38632-6.
- [10] Jorion, P. (1996), "Risk 2: Measuring risk in value at risk", *Financial Analysts Journal*, Nov/Dec 1996: Vol **52**, 47-56.
- [11] Laakso S. (2009), "Soveltuuko Solvenssi II suomalaiseen työeläkejärjestelmään?", SHV-työ.
- [12] Lahiri S.N. (1990), "Theoretical comparison of block bootstrap methods", *The annals of statistics*, Vol. **27**, No. 1, 386-404.

- [13] Loois M. (2012), "Statistical pitfalls in Solvency II Value-at-Risk models", Master of Science Thesis, Faculty of Economics and Business, University of Amsterdam.
- [14] Martellini L., Priaulet P., Priaulet S. (2003), "Fixed-Income Securities", John Wiley & Sons Ltd. New York.
- [15] MOK (2012), FIVAn määräys- ja ohjekokoelma 14/2012.
- [16] Saraste L. (2009), "Henkivakuutusyhtiön korkoriski, sen suojaus ja vaikutukset vakavaraisuuteen", SHV-työ.
- [17] Thomas M., Norquist G., (2011), "Interest rate swaptions – downside protection you can live with", Russell Research.
- [18] Laki työeläkevakuutusyhtiöstä 25.4.1997/354 (1997). Laki eläkelaitoksen vakavaraisuusrajan laskemisesta ja vastuuvelan kattamisesta 1114/8.12.2006 (2006).
- [19] Koivusalo L., Huimala M. Isokorpi H. (2010), "Yksityisten alojen työeläkejärjestelmän vakavaraisuussääntelyn uudistamista selvittäneen asiantuntijatyöryhmän selvitys", Sosiaali- ja terveysministeriön selvityksiä 2010:14.

10. Liitteet

Liite 1: Optimaalisen asset-portfolioin ja swap-portfolioin VaR-Sharpe

Tässä osassa työtä tarkasteltiin tilannetta, jossa swap-portfolioin nimellisarvon annettiin olla muuttuja asset-portfolioin koon pysyessä vakiona lähtöhetken arvossa A_0 , joka vastasi työssä käytettyä vastuuvelkaa sekä lisäksi 25%:n vakavaraisuusastetta.

Ajatellaan ensin yksinkertaisuuden vuoksi, että swap - strategiassa kaikki parametrit ovat kiinteissä jäädytetyissä arvoissa. Tällöin halutaan löytää optimaalinen määrä swap-portfolioa, jolla koko portfolioin VaR-Sharpe maksimoituu. Matemaattisesti ongelma voidaan esittää seuraavassa muodossa:

$$\max_w \left\{ \frac{wR_A + (1-w)R_S}{\sqrt{w^2 VaR_A^2 + (1-w)^2 VaR_S^2 + 2w(1-w)VaR_A VaR_S}} \right\}, \quad (1)$$

missä $w = \frac{A_0}{A_0 + S}$, ja S on swap-portfolioin nimellisarvo. Suoralla laskulla voidaan osoittaa, että yhtälön ratkaisuna saadaan optimaalinen paino

$$w_* = \frac{VaR_S^2 R_A - \rho VaR_S VaR_A R_S}{R_A VaR_S^2 + R_S VaR_A^2 - (R_A + R_S) \rho VaR_A VaR_S}. \quad (2)$$

Yhtälön (2) mukaiset optimaaliset painot tulee ymmärtää siten, että näissä swap strategian parametrit ovat kiinnitettyjä vakioarvoja. Lisäksi, vaikka w on optimointiongelman parametrina, niin asset-portfolioin kokonaisarvon tulee lähtöhetkellä olla kiinteä A_0 , jolloin siis pätee seuraava yhteys:

$$w_*(A_0 + S) = A_0,$$

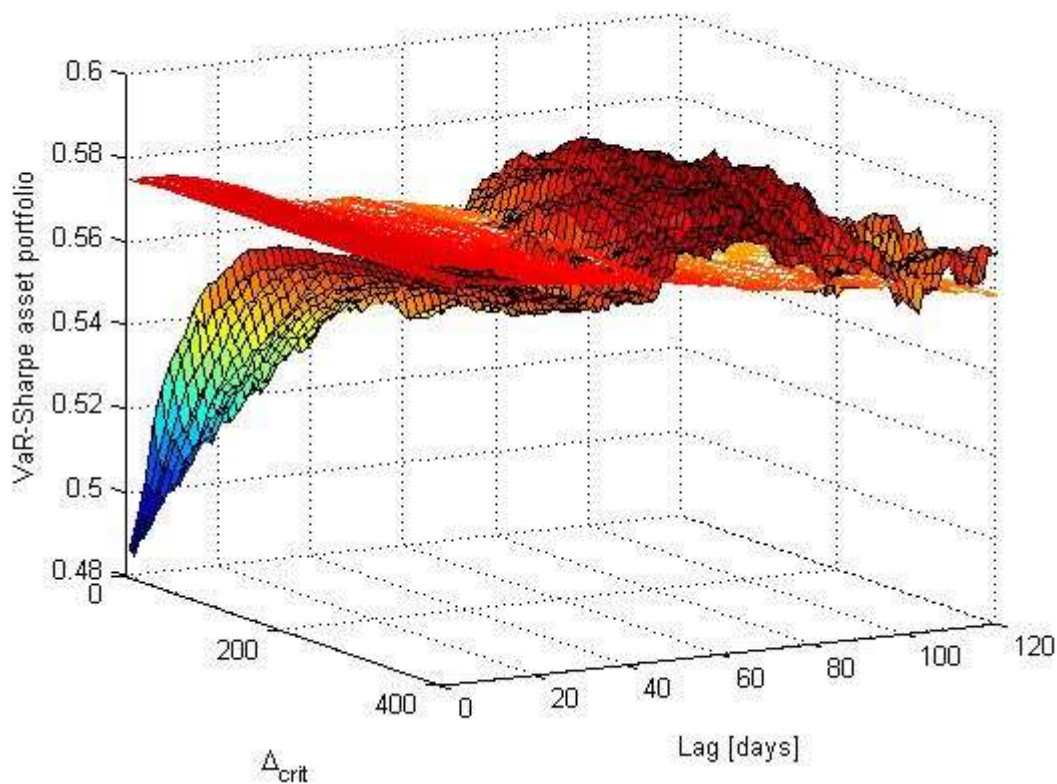
eli ts. $S = \frac{(1-w_*)}{w_*} A_0$. Toisin sanoen voidaan ajatella, että vapaa parametri w määrää ostettavan swap-portfolioin määrän, asset-portfolioin määrän ollen kiinnitetty A_0 :aan.

Seuraavaksi optimoidaan sitä, miten swap-portfolioon strategiaparametrien variointi vaikuttaa koko portfolioon VaR-Sharpeen. Sijoitetaan siten maksimointitehtävän (1) optimaaliset painot takaisin VaR-Sharpen lausekkeeseen, jolloin saadaan optimointiongelman muotoa

$$\max_{\{K\}} \left\{ \frac{w_* R_A + (1-w_*) R_S}{\sqrt{w_*^2 \text{VaR}_A^2 + (1-w_*)^2 \text{VaR}_S^2 + 2w_*(1-w_*) \text{VaR}_A \text{VaR}_S}} \right\}, \quad (3)$$

missä K on tuottorajastrategian parametreja kuvaava vektori.

Kuvassa I.1 on esitetty koko portfolioon VaR-Sharpe asset-portfolioon tuotto-odotuksella 6%, VaR:lla 15% ja korrelaatioparametrin arvolla $\rho = -0.1$ $\{lag, \Delta_{crit}\}$ -kaaviossa positiivisilla tuottorajan arvoilla. Vertailun vuoksi on esitetty koko portfolioon VaR-Sharpe myös siinä tapauksessa, että swap-portfolioon käytetään *Receiver swap* (RS) - strategiaa (kiinteä pinta kuvaajassa).



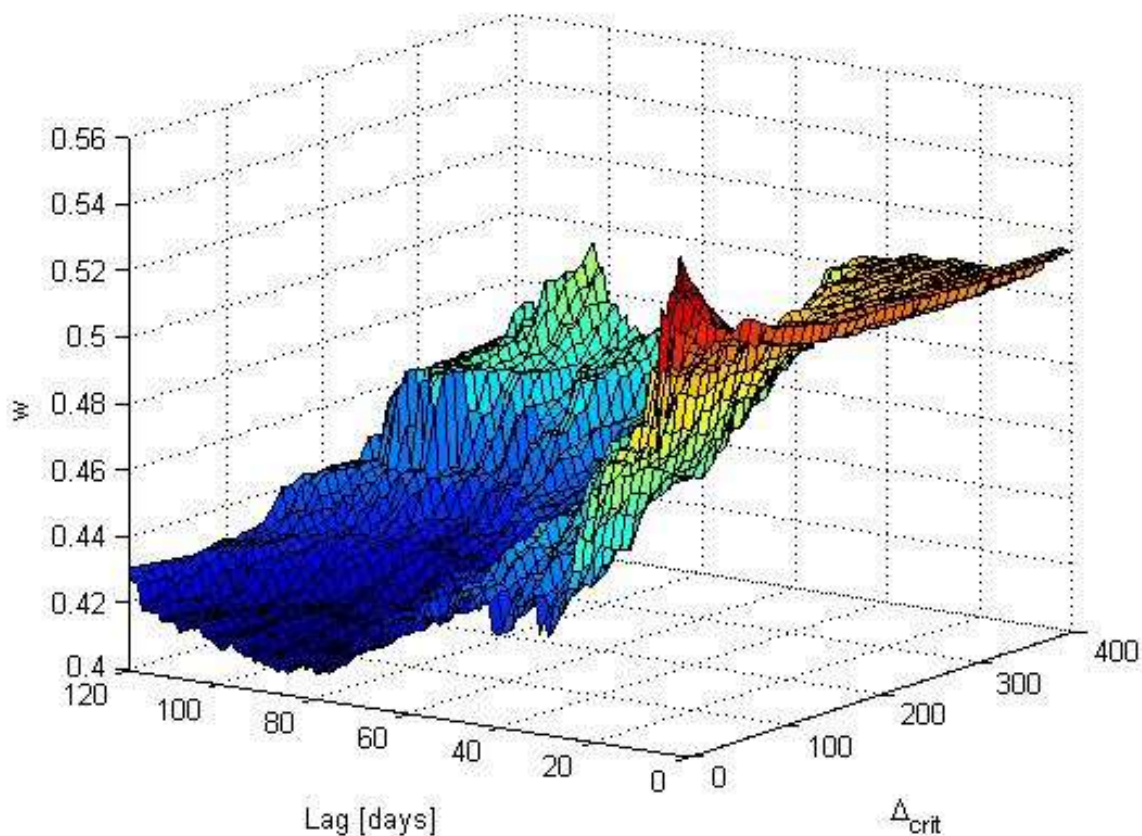
Kuva I.1. Koko portfolioon VaR-Sharpe (värikä pinta) tuottorajastrategian parametrien suhteen; vertailuna RS-strategian VaR-Sharpe (punainen pinta). Asset-portfolioon tuottoparametrit ovat $R_A = 6\%$ ja $\text{VaR}_A = 15\%$.

Kuvasta nähdään se, että koko portfolioon VaR-Sharpe maksimoituu lakin arvon 75 ympärillä, aivan kuten kuvissa 11a ja 12a. Optimaalinen tuottoraja, jolla portfolioon VaR-Sharpe maksimoituu, on 320M€, ja itse VaR-Sharpen arvo 0.5849. Lisäksi optimaalinen asset-paino VaR-Sharpen maksimissa on $w = 43.67\%$, eli swap-portfolioa ostetaan hieman enemmän kuin mitä alkuperäisen asset-portfolioon markkina-arvo on. Kuvassa I.2 on esitetty optimaaliset painot $\{lag, \Delta_{crit}\}$ -kaaviossa.

VaR-Sharpen maksimissa koko portfolioon tuotto on 5.6% ja VaR 9.58%. Tätä maksimia vastaava swap-portfolioon VaR-Sharpe on 0.4267, tuotto 5.3% ja VaR 12.4%. Nähdään, että swap-portfolioon tuotto ja VaR ovat pienempiä kuin asset-portfolioilla. Lisäksi negatiivisesta korrelaatiosta syntyy hajautushyötyä, jonka

seurauksena koko portfolion VaR on pienempi kuin kummankaan lähtöportfolion. Swap-portfolion lisääminen laskee koko portfolion tuotto-odotusta 0.4%-yksikköä ja samalla laskee VaRia 5.42% -yksikköä.

Seuraavaksi tehdään vastaava optimointi useilla eri korrelaatioparametrin ja asset-portfolion VaR-Sharpen arvoilla (tuotto-odotus 6%), jolloin jokaisen portfolion VaR-Sharpen maksimiarvon kohdalta poimitaan vastaavat lakin ja tuottorajan arvot. Näitä tehokkuusoptimia vastaavia strategiaparametrien arvoja vastaavasti piirretään kuvaaja I.3 swap-portfolion VaR-Sharpeista.

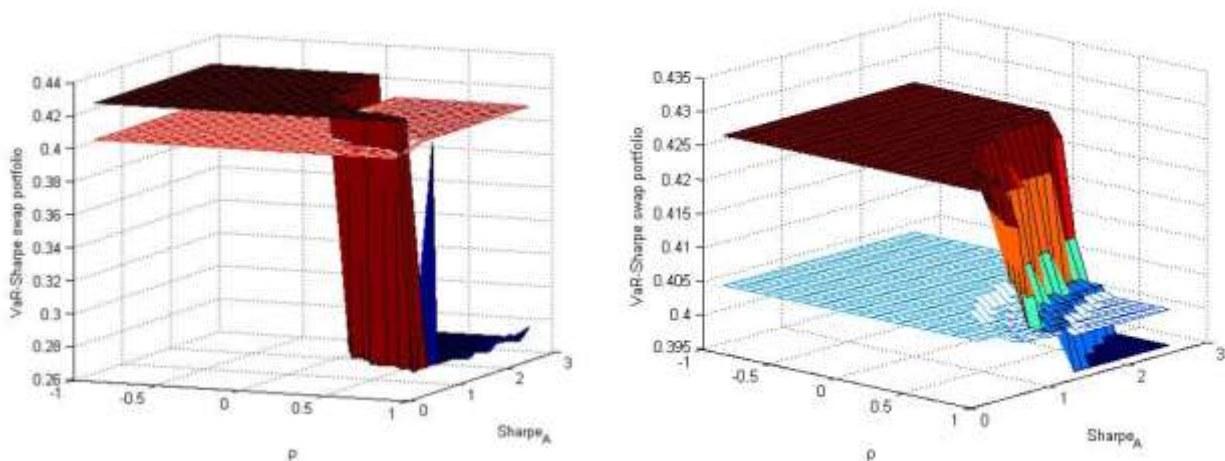


Kuva I.2. Optimaalinen asset-paino tuottorajastrategian parametrien suhteen asset-portfolion parametreilla $VaR_{Sharpe_A} = 0.4$ ja $\rho = -0.1$.

Kuvasta I.3 havaitaan se, että koko portfolion VaR-Sharpe maksimoituu samalla swap-portfolion maksimiarvolla 0.4259, kuin mitä kappaleessa "Koko portfoliota koskevat strategiat" huomattiin swap-portfolion VaR-Sharpen optimaaliseksi arvoksi.

Tarkastellaan vielä yhtälön (1) mukaista optimointitehtävää, mutta käytetään rajoitusehtona sitä, että *Receiver swap* – portfolion lyhyeksi myynti (ts. Payer swapin ostaminen) ei ole sallittua. Matemaattisesti tämä vastaa yhtälön (1) optimointia rajoitusehdolla $0 \leq w \leq 1$. Kuvassa I.4 on esitetty koko portfolion maksimia vastaava swap-portfolion VaR-Sharpe asset-portfolion VaRin ja asset-swap korrelaatioparametrin suhteen. Verrattuna kuvaan I.3 havaitaan se, että alue jossa optimaalinen swap-portfolion VaR-Sharpe on pienempi kuin pelkän swap-portfolion VaR-Sharpen maksimiarvo on pienentynyt. Lisäksi swap-portfolion

optimaalinen VaR-Sharpe tässä alueessa on vain n. 0.39 verrattuna kuvaan I.3, jossa optimaalinen swap-portfolion VaR-Sharpe putoaa arvoon 0.26. Esimerkiksi parametreilla $\rho = 0.5$ ja $VaR - Sharpe_A = 2.0$, optimaaliseksi painoksi saadaan $w_* = 0.999$. Siksi swap-portfolion VaR-Sharpella ei ole käytännön merkitystä näin suurella asset-portfolion tehokkuuteen, koska koko portfolio koostuu lähes yksistään asset-portfoliosta. Vastaavasti kun optimointi painojen suhteen tehtiin rajoittamattomana samoilla parametreilla, saatiin optimaaliseksi painoksi $w_* = 1.27$, eli swap-portfoliota myytäisiin lyhyeksi ja asset-portfoliota ostettaisiin näillä rahoilla lisää.



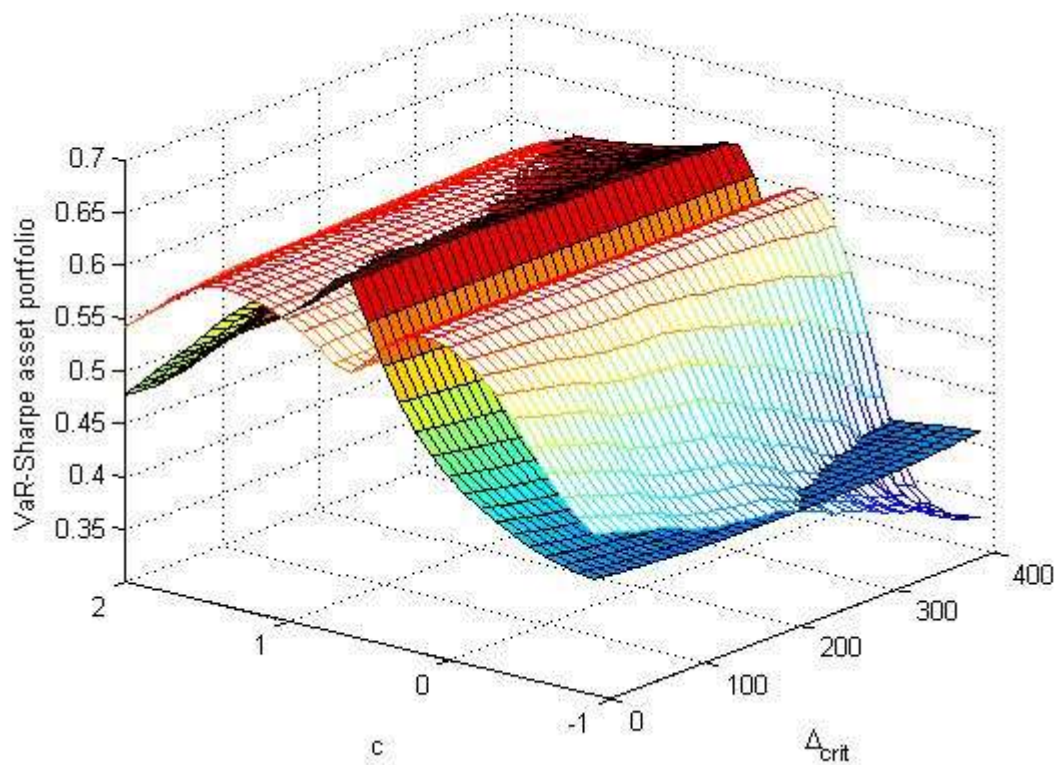
Kuva I.3 ja I.4. Koko portfolion optimaalista VaR-Sharpea vastaava swap-portfolion VaR-Sharpe. Vertailuna koko portfolion optimaalinen VaR-Sharpe, kun swap-portfoliolle käytetään RS -strategiaa (punainen taso). Asset-portfolion tuottoparametrit ovat $R_A = 6\%$, $VaR_{Sharpe_A} = 0.4$ ja $\rho = -0.1$. Oikealla optimaalinen swap-portfolion VaR-Sharpe asset-portfolion tuottoparametrien suhteen tapauksessa, jossa asset-portfolion paino on rajoitettu välille $0 \leq w \leq 1$. Vertailun vuoksi on esitetty RS-strategian optimaalinen VaR-Sharpe (sininen taso).

Strategiaparametrin huomioiminen

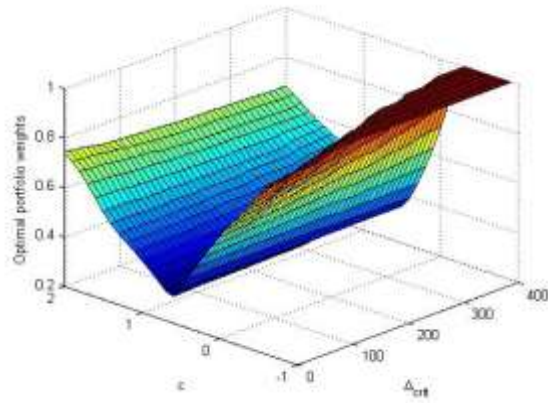
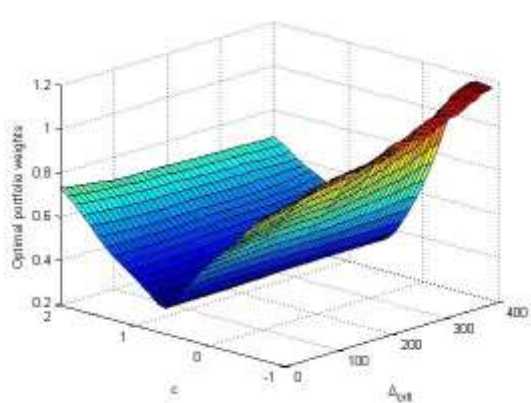
Seuraavaksi tarkastellaan strategiaparametri c :n vaikutusta kiinteällä 75 päivän lag-ajalla, joka osoittautui edellä tehokkaimmaksi parametriavaruudessa. Kuvassa I.4 on esitetty koko portfolion VaR-Sharpe asset-portfolion tuotolla $R_A = 6\%$ ja VaRilla $VaR_A = 15\%$ sekä tuottorajastrategialla (huippu korkeammalla) että RS - strategialle.

Nähdään, että koko portfolion huippu saavutetaan arvoilla $c = 0.6$ ja tuottorajalla $\Delta_{crit} = 210M\text{€}$, ja on täsmälleen sama kuin luvussa "Strategiaparametrin vaikutus" optimaaliseksi todetut parametriarvot. Koko portfolion VaR-Sharpe tässä maksimissaan on 0.6070, tuotto on 4.4% ja VaR 7.2%. Parannusta tehokkuudessa verrattuna edellä käsiteltyyn tapaukseen $c = 1.0$ saadaan nyt 3.8%. Koko portfolio on nyt vähäriskisempi kuin edellä tapauksessa $c = 1.0$. Swap-portfolion tuottoparametrit optimaalisella tehokkuudella ovat $R_S = 3.6\%$ ja $VaR_S = 8.0\%$. Swap-portfolion lisääminen laskee koko portfolion tuottoa n. 1.6%, mutta samalla pienentää VaRia peräti 7.8%.

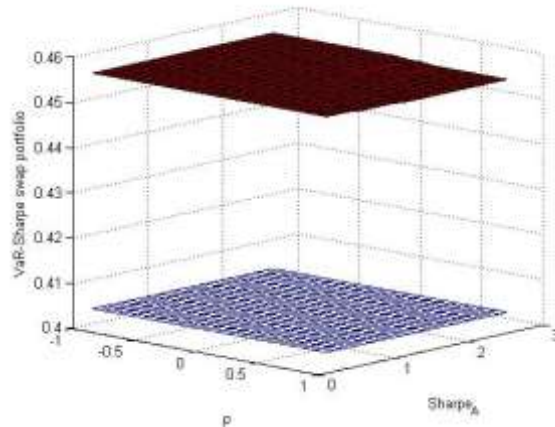
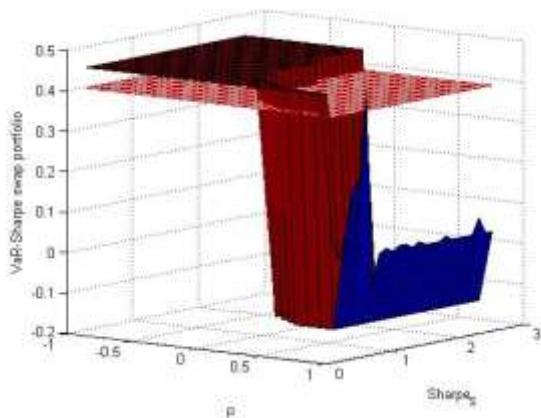
Kuvassa I.5 esitetyt asset-portfolion painot ovat osalla parametriarvoista yli ykkösen suuruisia. Nämä portfoliot vastaavat sellaisia, joissa swap-portfoliota myydään lyhyeksi, ja kertyneillä varoilla ostetaan lisää asset-portfoliota. Edellä suoritetussa optimoinnissa ei nimittäin asetettu lyhyeksi myyntikieltoa (eli ei vaadittu $0 \leq w \leq 1$). Edellä mainituilla asset-portfolion tuottoparametreilla $R_A = 6\%$ ja $VaR_A = 15\%$, optimaalinen painokerroin on $w = 31.7\%$. Siksi swap-portfolion määrä suhteessa asset-portfolioon on peräti 1.3-kertainen. Mikäli asset-portfolion painot rajoitetaan, saadaan kuvan I.6 mukaiset painot. Pienillä strategiaparametrin c arvoilla paino w rajoittuu nyt arvoon 1.0.



Kuva I.4. Koko portfolion VaR-Sharpe strategiaparametrin ja tuottorajan funktiona. Asset-portfolion tuottoparametrit ovat $R_A = 6\%$ ja $VaR_A = 15\%$.



Kuvat I.5 ja I.6. Koko portfolion optimaalinen asset-portfolion painokerroin strategiaparametrin ja tuottorajan funktiona. Asset-portfolion tuottoparametreilla $R_A = 6\%$ ja $VaR_A = 15\%$. Oikealla samat painot, mutta nyt painoja on rajoitettu välille $0 \leq w \leq 1$.



Kuvat I.7 ja I.8. Koko portfolion optimaalista portfoliota vastaava swap-portfolion VaR-Sharpe. Havaitaan, että suurimmalla osalla parametriarvoista VaR-Sharpen arvo on 0.457, joka vastaa kappaleessa "Strategiaparametrin vaikutus" optimaaliseksi havaittua VaR-Sharpea. Vertailuna RS - strategian mukainen koko portfolion optimia vastaava VaR-Sharpe. Oikealla sama kuva kun asset-painolle on käytetty rajoitusehtoa $0 \leq w \leq 1$.

Kuvan I.7 negatiiviset swap-portfolion VaR-Sharpet positiivisilla korrelaatioparametreilla ja asset-portfolion VaR-Sharpeilla aiheutuvat siitä, että näissä tapauksissa swap-portfoliota päädytään myymään, ja saadulla rahamäärällä ostetaan lisää asset-portfoliota. Tämä johtuu siitä, että positiivinen korrelaatio ei tuo hajautushyötyä VaRiin, ja puolestaan asset-portfolion VaR-Sharpe on parempi näillä parametreilla kuin swap-portfolion VaR-Sharpe. Siksi on edullisinta myydä swap-portfoliota, ja ostaa lisää asset-portfoliota.

Mikäli asset-portfolion painoja rajoitetaan, saadaan kuvan I.8 mukaisen swap-portfolion VaR-Sharpe, joka on kaikilla parametriarvoilla sama, kuin mitä kappaleessa "Strategiaparametrin vaikutus" saatiin optimaaliseksi swap-portfolion VaR-Sharpeksi (0.457).