109

SUOMEN AKTUAARIYHDISTYS
THE ACTUARIAL SOCIETY OF FINLAND

WORKING PAPERS ISSN 0781- 4410

SUOMEN AKTUAARIYHDISTYS
The Actuarial Society of Finland

109
Vilska, Petri

Coc-menetelmä vahinkovakuutusyhtiön riskimarginaalin määrittämiseen

(2011)

CoC-menetelmä vahinkovakuutusyhtiön riskimarginaalin määrittämiseen

Petri Vilska

28. huhtikuuta 2011

Sisällysluettelo

1 Johdanto

Vakuutusyhtiöltä vaaditaan toiminnan aloittamiseen ja jatkamiseen tiettyjen vakavaraisuussäännösten täyttämistä. Nämä säännökset asettavat yhtiölle vähimmäisvaatimuksen velat ylittäville varoille. Säännösten tarkoituksena on varmistaa, että yhtiö pystyy suorittamaan myöntämistään vakuutussopimuksista aiheutuvat velvoitteet riittävällä todennäköisyydellä. Vakuutusyhtiön velat koostuvat suurelta osin vakuutussopimuksista aiheutuvasta vastuusta, eli *vastuuvelasta*. Tästä syystä vastuuvelan määrittämisen periaatteilla on suuri merkitys myös vakuutusyhtiön vakavaraisuudelle.

Vakuutusyhtiölain mukaan vakuutusyhtiön on määritettävä vastuuvelka turvaavasti. Käytännössä tämä merkitsee usein parasta arviota ylöspäin arvioitujen estimaattien käyttöä vastuuvelan määrittämisessä niin, että laskennan tulokseksi saatava vastuuvelka on jonkin verran todellista vakuutussopimuksista aiheutuvaa vastuuta suurempi. Vuonna 2012 voimaan tulevat eurooppalaiset Solvenssi II - vakavaraisuussäännökset vaativat kuitenkin, että vakuutusyhtiön on määritettävä mahdollisimman harhattomasti vastuuvelan paras estimaatti ja lisättävä siihen erillinen *riskimarginaali*, jonka tarkoituksena on korjata vastuuvelan suuruus sen käypää arvoa vastaavaksi. Vastuuvelan parhaan estimaatin laskennassa ei siis tulisi käyttää turvaavia, vaan parhaita mahdollisia estimaatteja, jotta saataisiin määritettyä myönnettyjen sopimusten aiheuttama todellinen vastuu. Yhtiön varsinaisten vastuiden arvon tunteminen helpottaa myös sen taloudellisen tilanteen arviointia.

Solvenssi II:ssa vakuutusyhtiön varat tulee arvostaa käypään arvoon. Jotta varojen ja velkojen erotus olisi järkevä, pyritään myös yhtiön velat arvostamaan käypään arvoon. Ymmärrettävästi vastuuvelan käyvän arvon määrittäminen on haastavaa, sillä sille ei ole olemassa esimerkiksi julkisesti noteerattujen osakkeiden tavoin likvidejä markkinoita. Solvenssi II:ssa vastuuvelan käypä arvo on päätetty estimoida arvostamalla velat siihen arvoon, josta ne ovat siirrettävissä tai suoritettavissa asiaa tuntevien, liiketoimeen halukkaiden, toisistaan riippumattomien osapuolten välillä. (Direktiivi 2009/138/EY, Artikla 75) Arvioitavaksi tuleekin millä arvolla sijoittajat ovat valmiita ottamaan yhtiön vakuutuksista aiheutuvat vastuut kantaakseen.

Kuten ensimmäisessä kappaleessa todettiin, asetetaan vakuutusyhtiölle tietty *pääomavaade*, eli minimivaatimus yhtiön velat ylittäville varoille, joka sen tulee täyttää saadakseen luvan jatkaa toimintaansa. Näin vastuut kantaakseen ottavan yhtiön omistajat joutuvat pitämään yhtiössä myös omia varojaan, joille he voisivat vaihtoehtoisesti saada tuottoa esimerkiksi osakkeisiin sijoittamalla. Siksi vastuuvelan vastaanottavan yhtiön omistajat asettavat tietyn hinnan myös tälle tulevaisuudessa sitoutuvalle pääomalleen ja näin hinta, jolla he ovat valmiita ottamaan vakuutussopimusten aiheuttaman vastuun kantaakseen suurempi, kuin pelkkä vastuuvelan paras arvio. Solvenssi II:n mukainen vastuuvelan riskimarginaali estimoi vastuuvelan käyvän arvon ja parhaan arvion erotusta juuri tähän sitoutuvan pääoman määrään ja omistajien tuottovaateeseen perustuvalla menetelmällä, jota kutsutaan *CoC-menetelmäksi.* (Cost-of-Capital - method)

Tässä työssä esitellään aluksi matemaattinen menetelmä vahinkovakuutusyhtiön riskimarginaalin määrittämiseksi rekursiivisella tekniikalla käyttäen Solvenssi II:n mukaista määritelmää pääomavaateille. Tämän jälkeen perehdytään menetelmän välttämättömiin yksinkertaistuksiin sekä itse menetelmän, että tulevien pääomavaateiden osalta ja arvioidaan tämän pohjalta myös Solvenssi II:ssa käytettäväksi suunnitellun menetelmän puutteita.

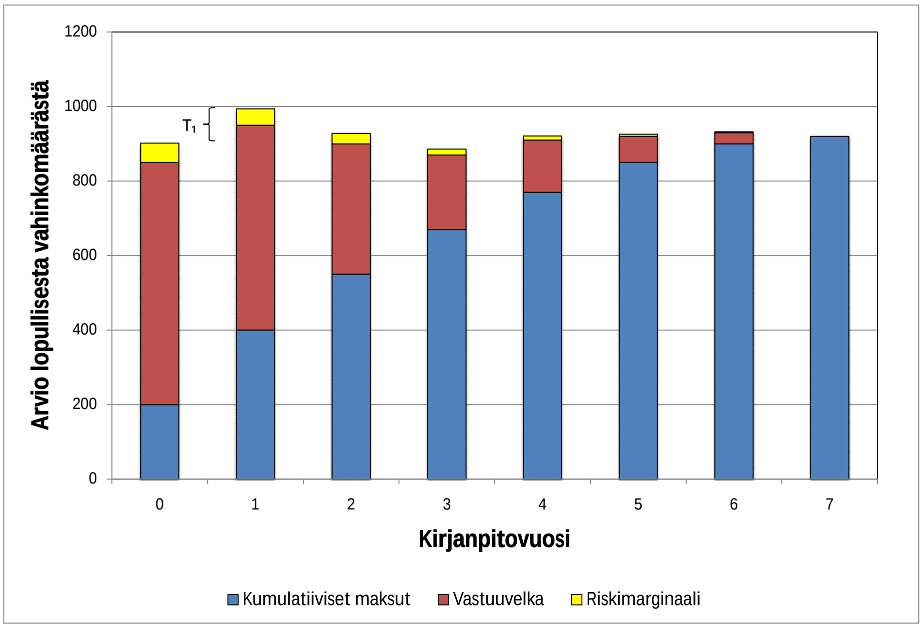
2 Yleinen malli

Määritetään johdannon mukaisesti riskimarginaali tulevien pääomavaateiden hallussa pitämisen kustannukseksi. Ymmärrettävästi riskimarginaalin laskentaa varten tulee ensin määrittää tulevien vuosien pääomavaateiden suuruus aina niin pitkälle, kunnes viimeinenkin tällä hetkellä voimassa olevista vakuutussopimuksista aiheutuva vastuu raukeaa ja kertoa kunkin vuoden pääomavaateen suuruus arvioidulla sitoutuvan pääoman kustannuksella.

Järkevästi toimiva vakuutusyhtiö pitää hallussaan riittävästi varoja selviytyäkseen vastuuvelasta aiheutuvista vastuista riittävällä todennäköisyydellä. Suomessa vakuutusyhtiöiden vakavaraisuusaste, eli tiivistettynä omien varojen ja vastuuvelan suhde on usein huomattavasti tällä hetkellä voimassa olevan lain vähimmäisvaatimusta suurempi ja näin tulee luultavasti olemaan myös Solvenssi II - säädösten voimaantulon jälkeen. Tämä on luonnollista, sillä yhtiöiltä vaaditaan tietyn pääomavaateen ylittämistä, jotta ne saisivat jatkaa toimintaansa, joten siinä missä valvojan näkökulmasta yhtiön varojen tulee riittävästi ylittää velat tulevaisuudessakin riittävällä todennäköisyydellä, tulee yhtiön näkökulmasta omien varojen pysyä vähimmäisrajaa ylempänä riittävällä todennäköisyydellä myös huonoina kausina, jotta yhtiö voi jatkaa toimintaansa. Tämä johtaa käytännössä vaadittua suurempiin vakavaraisuusasteisiin. Solvenssi II:ssa varat vastaanottavan vakuutusyhtiön oletetaan kuitenkin vaativan tuottoa vain arvioiduille tulevien vuosien pääomavaateille. Koska käytännössä pidettävä pääoman määrä voidaan muodostaa esimerkiksi prosenttimääräisellä lisäyksellä vaadittuun pääomavaateeseen, eikä tällainen lisäys aiheuta matemaattisia ongelmia, ei asiaa tutkita tässä työssä tarkemmin.

Solvenssi II - direktiivin mukaan pääomavaateen on vastattava vakuutus - tai jälleenvakuutusyrityksen sellaista oman perusvarallisuuden value-at-risk- arvoa, joka on laskettu 99,5 prosentin todennäköisyydellä yhden vuoden ajanjaksolle. Tämä tarkoittaa summaa, jonka vakuutusyhtiö voi enintään menettää vuoden aikana 99,5 prosentin luottamustasolla. Direktiivi asettaa pääomavaateen laskentaan myös huomattavia lisätarkennuksia, mutta tässä työssä tulevien vuosien pääomavaateiden laskentaan sovelletaan vain tätä pääomavaateen yleismuotoilua. Tarkastellaankin seuraavaksi mistä vakuutusyhtiön riskit koostuvat, jotta voimme muotoilla järkevän estimaatin suurimmalle vuoden aikana menetettävälle summalle.

Vakuutusyhtiön vastuuvelka muodostuu johdannon mukaisesti varsinaisesta vastuuvelan parhaasta arviosta ja erillisestä riskimarginaalista. Näiden kummankin kehitykseen liittyy epävarmuustekijöitä, jotka pienenevät ajan kuluessa, kun korvauksia maksetaan ja arvio vahinkojen tuottamista tulevista menoista pienenee. Alla on kuvattu tiettynä ajanhetkenä voimassa olevien vakuutussopimusten aiheuttaman vastuun purkautumista. Kuvatussa tapauksessa näistä vahingoista aiheutuvan kokonaisvahinkomäärän suuruuden arvio on kasvanut ensimmäisen vuoden aikana aiheuttaen negatiivisen tuloksen T_1 vuoden 1 tilinpäätökseen.



Vastuuvelan käypää arvoa ja riskimarginaalia määritettäessä oletetaan, että vastuuvelan vastaanottava yhtiö ei myy enää uusia vakuutuksia. Kun yhtiö ei myy uusia vakuutuksia, muodostuu yhtiön riski arvioidun kokonaiskorvausmäärän muutoksesta, sekä sijoitustoimintaan liittyvästä riskistä. Tällaista yhtiötä kutsutaan jatkossa *run-off - yhtiöksi* ja sen vakuutuskantaa *run-off - kannaksi.*

Sitoutuvan pääoman kustannusta laskettaessa voidaan olettaa, että sijoittajat eivät vaadi tuottoa suojattavissa olevilta riskeiltä. Koska sijoitustoimintaan liittyvät riskit voidaan pääasiallisesti poistaa riskipitoisia sijoituksia myymällä, ei tämä riski ole yleensä merkittävä pääoman kustannusta laskettaessa. Jatkossa voidaan siis keskittyä pelkkään arvioidun kokonaisvahinkomäärän muutoksista aiheutuvaan run-off - riskiin menettämättä merkittävästi laskennan yleistettävyyttä. Näin vakuutusyhtiön run-off - kannan riskillisyys perustuu juuri yllä olevan kuvan mukaisiin tilanteisiin, jossa arviot lopullisesta vastuusta muuttuvat vuodesta toiseen aiheuttaen näin run-off - voittoja ja tappioita ja siksi myös tulevat pääomavaateet voidaan laskea perustuen pelkästään tähän riskiin.

Riskimarginaalin laskemiseksi tulee vielä määrittää järkevä riskittömän koron ylittävä oman pääoman kustannus, jonka sijoittajien voidaan olettaa vaativan kannan vastaanottavalta vakuutusyhtiöltä. Solvenssi II:n mukaisessa mallissa kannan vastaanottava vakuutusyhtiö on tyhjä vakuutusyhtiö, eli sillä ei ole omia varoja, eikä myönnettyjä vakuutuksia ennen vakuutuskannan ja vastaavien varojen vastaanottamista. Koska yhtiön oletetaan pitävän hallussaan vain vähimmäismäärää omaa pääomaa, on todennäköisyys, että velat ylittävä varat vuoden kuluessa 0,5 prosenttia. Euroopan vakuutus- ja eläkevalvojien komitea (CEIOPS) toteaa tämän vastaavan BBB-luottoluokituksen saaneen yrityksen tilannetta ja määrittää tämän perusteella vastaanottavan yhtiön pääoman kustannukseksi vähintään 6 prosenttia. Erityisesti on huomattava, että tämän määritelmän mukaan riskimarginaalissa käytettävä pääoman kustannus ei riipu mitenkään laskennan tekevän vakuutusyhtiön omasta pääoman kustannuksesta.

Seuraavaksi muodostettavassa rekursiivisessa mallissa lasketaan kullekin vuodelle 99,5 prosentin luottamustasoon perustuva pääomavaade aloittaen vuodesta n, jona kaikkien myyntihetkellä voimassa olleiden sopimusten aiheuttamien vastuiden arvioidaan purkautuneen. Määritettyjen pääomavaateiden avulla saadaan lopulta lasketuksi nykyhetken riskimarginaali sitoutuvan pääoman kustannuksena. Laskenta suoritetaan diskonttaamattomilla arvoilla.

Koska yhtiön ei oleteta myöntävän enää uusia vakuutuksia, muodostuu vuoden $t = 0, 1, 2, \ldots, n$ tulos T^t vastuuvelan muutoksesta hetkestä $t-1$ hetkeen t vähennettynä vuonna t maksetuilla korvauksilla C^t ja pääoman kustannuksella K^t. Vuoden t vastuuvelka koostuu vuorostaan tulevien korvausten hetken t parhaasta arviosta R^t ja riskimarginaalista M^t. Koska vastuuvelan parhaan estimaatin on nimensä mukaisesti oltava tulevien korvausten paras tämän hetken arvio, on tulevien korvausten odotusarvo sen luonteva estimaatti. Määritetäänkin

$$R^t = \sum_{j=t+1}^{n} E(C^j \mid \mathcal{H}_t),$$

jossa $\mathcal{H}_t$ on hetkellä t tiedossa olevien vuosittaisten korvausten joukko ja odotusarvo sen suhteen tarkoittaa näin hetken t arviota tulevien korvausten suuruudesta. Tarkemmin

$$\mathcal{H}_t = \{C_j \mid j \leq t\}, \qquad t = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

Erityisesti $\mathcal{H}_0$ tarkoittaa nykyhetkellä tiedossa olevia muuttujia ja $\mathcal{H}_n$ sisältää tiedot kaikista yhtiön vakuutussopimusten perusteella aiheutuvista korvauksista. Riskimarginaali M_t voidaan puolestaan määrittää vastaavasti tulevien pääoman kustannuksien odotusarvojen summana

$$M_t = \sum_{j=t+1}^{n} E(K^j \mid \mathcal{H}_t). \tag{2.1}$$

Vastuuvelan ja riskimarginaalin määritelmissä oletetaan siis, että ainut tulevaisuuteen liittyvä epävarmuus on vuosikorvausten suuruus. Vuoden t run-off - tulokseksi saadaan nyt

$$T^t = R^{t-1} - C^t - R^t + M^{t-1} - K^t - M^t. \tag{2.2}$$

Erityisesti termien R^t ja M^t määritelmistä seuraa suoraan, että vuoden t run-off - tuloksen odotusarvo on nolla, mikä onkin parhaan estimaatin määritelmän mukaan toivottavaa.

Merkitään nyt termillä $VaR(L)$ termin L 99,5 % value-at-risk - arvoa. Nyt $VaR(L)$ määrittyy siis yhtälöstä $P(L \leq VaR(L)) = 99,5$ % ja vuoden $t-1$ lopussa määritettävä pääomavaade voidaan pääomavaateen yleisvaatimuksen mukaisesti ilmaista muodossa $VaR(-T^t \mid \mathcal{H}_{t-1})$. Merkitään edelleen tunnuksella SCR^t vuoden t lopussa määritettävää pääomavaadetta (Solvency capital requirement), joka vaaditaan toiminnan jatkamiseen vuonna t. Kun viimeisten vakuutussopimuksista aiheutuvien suoritusten oletetaan tapahtuvan vuoden n aikana, pätee $R^n = M^n = 0$ ja näin ollen kaavasta (2.2) saadaan

$$T^n = R^{n-1} - C^n + M^{n-1} - K^n,$$

joten viimeisen vuoden pääomavaade SCR^{n-1} saadaan johdettua muotoon

$$\begin{aligned} SCR^{n-1} &= VaR(-T^n|\mathcal{H}_{n-1}) \\ &= VaR(C^n|\mathcal{H}_{n-1}) - R^{n-1} - M^{n-1} + K^n, \end{aligned}$$

sillä R^{n-1}, K^n ja M^{n-1} ovat vakioita vahinkohistorian $\mathcal{H}_{n-1}$ suhteen. Termin K^n $\mathcal{H}_{n-1}$-mitallisuus johtuu sen määräytymisestä vuonna n pidettävän pääomavaateen SCR^{n-1} perusteella. Todetaan edelleen, että koska paras estimaatti on määritelmänsä mukaisesti harhaton pätee näillä merkinnöillä $E(T^n) = M^{n-1} - K^n$. Edelleen koska vuoden $n-1$ lopun riskimarginaali koostuu vain vuoden n pääoman kustannuksesta K^n, pätee $K^n = M_{n-1}$ ja termit supistuvat pois termin SCR^{n-1} yhtälöstä. Näin ollen viimeisen vuoden pääomavaade saadaan muotoon

$$\begin{aligned} SCR^{n-1} &= VaR(-T^n \mid \mathcal{H}_{n-1}) \\ &= VaR(C^n \mid \mathcal{H}_{n-1}) - R^{n-1}. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Vuoden t pääoman kustannus K^t voidaan vuorostaan kirjoittaa vuoden t aikana pidettävän pääomavaateen SCR^{t-1} avulla muodossa αSCR^{t-1}, jossa α on riskittömän koron ylittävä oman pääoman kustannus, jonka sijoittajien arvioidaan vaativan pääomalleen ja joka on Solvenssi II:ssa määritetty vähintään kuudeksi prosentiksi. Onhan vuoden $t-1$ pääomavaade juuri se summa, joka sijoittajien on pidettävä hallussaan vuonna t pääomavaateen täyttääkseen ja jolle he vaativat yllä määritellyn tuoton α. Nyt hetken $t-1$ riskimarginaalille saadaan muotoiltua kaava

$$M^{t-1} = E(M^t \mid \mathcal{H}_{t-1}) + \alpha SCR^{t-1}. \tag{2.4}$$

Vuoden t run-off - tulos on edelleen

$$\begin{aligned} T^t &= R^{t-1} - R^t - C^t + M^{t-1} - M^t - \alpha SCR^{t-1} \\ &= R^{t-1} - R^t - C^t + E(M^t \mid \mathcal{H}_{t-1}) - M^t \end{aligned}$$

ja pääomavaateeksi saadaan

$$\begin{aligned} SCR^{t-1} &= VaR(-T^t \mid \mathcal{H}_{t-1}) \\ &= VaR(C^t + R^t + M^t \mid \mathcal{H}_{t-1}) - R^{t-1} - E(M^t \mid \mathcal{H}_{t-1}). \end{aligned} \tag{2.5}$$

Yhtälöt (2.4) ja (2.5) muodostavat nyt yhtälöryhmän, joka on periaatteessa ratkaistavissa rekursiivisella menetelmällä aloittaen yhtälön (2.3) tuloksesta termille SCR^{n-1}. Termille SCR^{n-2} saadaan esimerkiksi johdettua yhtälöksi

$$\begin{aligned} SCR^{n-2} &= VaR(C^{n-1} + R^{n-1} + M^{n-1} \mid \mathcal{H}_{n-2}) \\ &\quad - R^{n-2} - E(M^{n-1} \mid \mathcal{H}_{n-2}) \\ &= VaR(C^{n-1} + R^{n-1} + \alpha SCR^{n-1} \mid \mathcal{H}_{n-2}) \\ &\quad - R^{n-2} - \alpha E(SCR^{n-1} \mid \mathcal{H}_{n-2}) \\ &= VaR(C^{n-1} + R^{n-1} + \alpha VaR(-T^n \mid \mathcal{H}_{n-1}) \mid \mathcal{H}_{n-2}) \\ &\quad - R^{n-2} - \alpha E(VaR(-T^n \mid \mathcal{H}_{n-1}) \mid \mathcal{H}_{n-2}). \end{aligned} \tag{2.6}$$

Koska

$$M^{n-2} = E(M^{n-1} \mid H_{n-2}) + \alpha SCR^{n-2} = \alpha \left(E(SCR^{n-1} \mid H_{n-2}) + SCR^{n-2})\right)$$

saadaan edelleen

$$\begin{aligned} SCR^{n-3} = VaR &\left(C^{n-2} + R^{n-2} + \alpha\left(SCR^{n-1} + SCR^{n-2}\right) \mid \mathcal{H}_{n-3}\right) \\ &- R^{n-3} - \alpha E(SCR^{n-1} + SCR^{n-2} \mid \mathcal{H}_{n-3}), \end{aligned}$$

johon ensimmäisen rivin termien SCR^{n-1} ja SCR^{n-2} tilalle sijoitettaisiin edelleen yhtälöiden (2.3) ja (2.6) tulokset, jolloin ensimmäiselle riville muodostuu jo kolme sisäkkäistä VaR-termiä. Rekursiota näin jatkamalla saataisiin lopulta myös hetken 0 pääomavaade SCR^0.

Mikäli termeille $VaR(-T^t \mid \mathcal{H}_{t-1})$ olisi analyyttinen ratkaisu, voisi yhtälön ratkaiseminen olla mahdollista. Käytännössä vuosituloksen todennäköisyysjakauma vaatii kuitenkin simulointia esimerkiksi bootstrapping-menetelmällä. Tässä työssä ei perehdytä tulosten simulointitekniikoihin, joita on esitelty tarkemmin esimerkiksi lähteessä Ohlsson (2009). Yhtälön (2.6) sisäkkäiset VaR-termit tarkoittavat kuitenkin, että jos termi $VaR(-T^n \mid \mathcal{H}_{n-1})$ vaatii N simulointia, tulee yhtälön ratkaisemiseksi suorittaa N^2 simulointia. Joudutaanhan jokaista ulomman VaR-termin simulointikertaa varten suorittaa N simulointia sisemmän VaR-termin määrittämiseksi. Vastaavasti vuotta aiemman havainnon simuloiminen vaatii N^3 simulointia ja lopulta pääomavaateen SCR^0 simuloiminen N^n simulointia.

Lisäksi riskimarginaalin laskentaan ei riitä pelkän nykyhetken pääomavaatimuksen määrittäminen, vaan on määritettävä pääomavaateet myös tuleville ajanhetkille $t = 1, 2, \ldots, n$. Kaavan (2.5) mukaisia termejä SCR^t ei kuitenkaan termiä SCR^0 lukuun ottamatta voida suoraan käyttää riskimarginaalin laskentaan, koska ne eivät ole tiedossa vielä laskentahetkellä 0. Siksi joudummekin käyttämään termeistä SCR^t, $t = 1, 2, \ldots, n$ hetken 0 arvioita. Johdonmukainen tapa arvioida tulevia pääomavaateita SCR^t on arvioida näiden määrittämiseen tarvittavien vahinkohistorioiden $\mathcal{H}_t$ vastaavan hetken 0 odotusarvoista vahinkokehitystä. Tarkemmin siis vahinkohistoriat $\mathcal{H}_t$ korvataan näiden hetken 0 estimaateilla

$$\mathcal{H}_t^* = \{E(C_j \mid \mathcal{H}_0) \mid j \le t\}, \qquad t = 0, 1, 2, \ldots, n.$$

Nyt ehdollistaminen historiaan H_1^* tarkoittaa siis että tiedetään varmasti vuonna 1 maksettujen korvausten vastanneen laskentahetken 0 arviota, jolloin termin SCR^1 laskenta voidaan suorittaa kuten vuoden 0 pääomavaateelle SCR^0. Koska hetken 0 odotusarvot vuosittaisista korvauksista saadaan jo välituotteena vastuuvelan määrittämisessä esimerkiksi Chain-Ladder - menetelmällä, ei arvioitua vahinkohistoriaa jouduta myöskään yleensä estimoimaan erikseen. Nyt esimerkiksi kaavan 2.6 mukainen SCR^{n-2} voidaan korvata termillä

$$\begin{aligned} SCR_*^{n-2} &= VaR(C^{n-1} + R^{n-1} + \alpha VaR(-T^n \mid \mathcal{H}_{n-1}) \mid \mathcal{H}_{n-2}^*) \\ &\quad - R_*^{n-2} - \alpha E(VaR(-T^n \mid \mathcal{H}_{n-1}) \mid \mathcal{H}_{n-2}^*), \end{aligned}$$

jossa

$$R_*^t = \sum_{j=t+1}^{n} E\left(C^j \mid \mathcal{H}_t^*\right) = \sum_{j=t+1}^{n} E\left(C^j \mid \mathcal{H}_0\right) := \sum_{j=t+1}^{n} C_*^j,\ t = 0, 1, 2, \ldots, n-1.$$

Nyt siis yllä olevat termit R_*^t ja C_*^t viittaavat vastuuvelan hetken nolla arvioihin. Yhtälöstä on hyvä huomata, että vain uloimpana oleva vahinkohistoria H^{n-2} on korvattu arviollaan H_*^{n-2}. Näin laskenta suoritettaisiin siis juuri yhtälön (2.6) menetelmää jatkaen kuitenkin olettaen, että aina kutakin termiä SCR^t laskettaessa tunnetaan sitä edeltävä vahinkohistoria H_t, jota arvioidaan historialla H_t^*. Nyt koska termin SCR^0 simuloiminen vaati N^n simulointia, vaatii tällä menetelmällä kunkin termin SCR^{n-t} simulointi vastaavasti N^{n-t} simulointia, $t = 1, 2, \ldots, n-1$. Kaikkien tarvittavien pääomavaateiden simuloimiseen tarvittaisiin lopulta $\sum_{t=1}^{n} N^t$ simulointia.

Kun kaikkien vuosien pääomavaateet on saatu määrättyä, saadaan hetken 0 riskimarginaali lopulta laskettua yhtälöstä (2.1). Koska vaaditut simulointimäärät tekevät kuitenkin laskennan mahdottomaksi, joudumme seuraavaksi tarkastelemaan ratkaisun erilaisia yksinkertaistuksia.

3 Yksinkertaistukset

3.1 Solvenssi II:n vaatimukset

Solvenssi II määrää riskimarginaalin laskettavan kaavan (2.1) diskontattua versiota käyttäen muodossa

$$M^0 = \alpha \sum_{j=0}^{n-1} SCR^j/(1 + i_{j+1})^{j+1}, \tag{3.1}$$

jossa $i_t,\ t = 1, 2, \ldots, n$ on siis hetkellä 0 hetkeen t asti otettavan riskittömän lainan vuosikorko ja $\alpha = 6$ %.

Itse menetelmä on siis hyvin suoraviivainen, mutta tulevien pääomavaateiden laskenta voi aiheuttaa huomattavia ongelmia, kuten yleistä mallia johdettaessa jouduttiin toteamaan. Solvenssi II asettaa myös huomattavia vaatimuksia pääomavaateen laskennalle ja näiden vaatimusten täyttäminen tulevien vuosien pääomavaateiden laskennassa on haastavaa. Kaava (3.1) tulee esimerkiksi laskea erikseen jokaiselle vakuutuslajille, tai muulle homogeeniselle vakuutusten ryhmälle ja lopullinen pääomavaade saadaan näiden tulosten summana. Toisaalta edellisessä kappaleessa johdetussa mallissa ongelmiin johtaneen riskimarginaalin suuruuteen liittyvän riskin huomioimista tuskin vaaditaan ainakaan esitetyssä mittakaavassa. Jo tämän vaatimuksen poistaminen johtaa tulevien pääomavaateiden laskennan huomattavaan yksinkertaistumiseen. Tulevien pääomavaateiden laskentaan on ehdotettu myös voimakkaampia yksinkertaistuksia, joista yksi on seuraavassa kappaleessa esitettävä duraatiomenetelmä.

3.2 Duraatiomenetelmä

Yksi CoC-menetelmän käyttökelpoinen yksinkertaistus on olettaa, että pääomavaade pienenee samassa suhteessa, kuin vastuuvelka. Oletetaan, että yhtiö pystyy arvioimaan tulevien korvausten maksutahdin ja näin vastuuvelan pienenemisen ja olkoon vuosittaisten korvausten osuus kokonaisvahinkomenosta $p_1, p_2, \ldots, p_n$, jossa siis $\sum_1^n p(s) = 1$. Kun diskonttausta ei oteta huomioon, on vuoden t pääoman kustannus $\alpha\, SCR^0 \sum_t^n p(s)$ ja summaamalla tämä yli ajanhetkien saadaan hetken nolla pääomavaateeksi

(3.2)
$$M^0 = \alpha\, SCR^0 \sum_{t=1}^{n} \sum_{s=t}^{n} p(s) = \alpha\, SCR^0 \sum_{s=1}^{n} \sum_{t=1}^{s} p(s) = \alpha\, SCR^0 \sum_{s=1}^{n} s\, p(s),$$

jonka summatermi on reservin duraatio. Näin riskimarginaali voidaan ilmaista kustannuksena, joka tulee koko alkuperäisen pääomavaateen hallussa pitämisestä vastuuvelan duraation ajan.

Koska korvausten maksutahdin estimoiminen korvauskolmioista on suoraviivaista ja hetken nolla pääomavaade on muutenkin laskettava, on tämän menetelmän soveltaminen melko yksinkertaista. Hetken 0 pääomavaateen määrittäminen helpottuu myös huomattavasti. Yksinkertaistuksesta seuraa nimittäin, että tulevatkin riskimarginaalit $M^t,\ t = 1, 2, \ldots, n$ ovat deterministisiä ja kumoutuvat yhtälöstä (2.5). Näin ollen hetken nolla pääomavaade ei riipu enää tulevista pääomavaateista ja se saadaan näin muotoon

$$SCR^0 = VaR(C^1 + R^1 \mid \mathcal{H}_0) - R^0. \tag{3.3}$$

Tämän termin simuloimisen tekniikka on esitelty lähteessä Ohlsson (2009).

3.3 Riskimarginaaliin liittyvän riskin poissulkeminen

Duraatiomenetelmässä oletuksista seurasi tulevien riskimarginaalien deterministisyys, mikä helpotti tulevien pääomavaateiden laskentaa. Oletetaan nytkin tulevat riskimarginaalit deterministisiksi, eli poistetaan niihin liittyvä riski tulevien pääomavaateiden laskennasta tekemättä kuitenkaan lisävaatimuksia vastuuvelan purkautumiselle. Tämä oletus on duraatiomenetelmässä käytettyä oletusta lievempi, mutta mahdollistaa jälleen ratkaisun simuloinnin. Yhtälö (2.5) saadaan nimittäin nyt muotoon

$$SCR^{t-1} = VaR(-T^t \mid \mathcal{H}_{t-1}) = VaR(C^t + R^t \mid \mathcal{H}_{t-1}) - R^{t-1}$$

ja näitä tulevia pääomavaateita voidaan jälleen luvun 2 lopun mukaisesti estimoida yhtälöllä

$$SCR_*^{t-1} = VaR(C^t + R^t \mid \mathcal{H}_{t-1}^*) - R_*^{t-1}. \tag{3.4}$$

Riskimarginaali voidaan nyt laskea suoraan kaavasta (2.1), tai diskontattuna kaavasta (3.1). Tarpeen mukaan kaavasta saatavaa vuosittaista pääomavaadetta voidaan korjata ylöspäin arvioidun riskimarginaalin riskillisyyden verran. Menettelyn tarkempi arvioiminen ei ole kuitenkaan tämän työn puitteissa mahdollista.

3.4 Yksinkertaistusten esimerkit

Tarkastellaan esiteltyjä yksinkertaistuksia esimerkin kautta. Esimerkissä laskennan oletuksia yksinkertaistetaan niin että saadaan analyyttinen esitys osioiden 3.2 ja 3.3 kaavoille (3.3) ja (3.4) ja tätä kautta numeerinen arvo riskimarginaalille kummassakin tapauksessa. Esimerkeissä ei oteta huomioon vastuuvelan parhaaseen estimaattiin Solvenssi II:n vaatimuksiin kuuluvaa tulevien kassavirtojen nykyarvoon diskonttausta, vaan vastuuvelan parasta arviota käsitellään yksinkertaisuuden vuoksi edelleen diskonttaamattomana.

Oletetaan, että yhtiöllä on oheisen taulukon mukainen arvio vastuuvelkansa purkautumisesta.

t	0	1	2	3	4
C_*^t		300 000	250 000	200 000	100 000
R_*^t	850 000	550 000	300 000	100 000	0

Yllä $R_*^0 = R^0$ on siis laskentahetken tiedossa oleva vastuuvelka. Vakuutuskannan oletetaan siis purkautuvan neljässä vuodessa. Oletetaan edelleen, että vuonna i maksettavien korvausten määrä noudattaa normaalijakaumaa parametrein $\mu = C_*^t$, $\sigma^2 = C_*^t$, $t = 1, 2, 3, 4$. Oletetaan myös, että vuosittaiset korvaukset C^t ovat toisistaan riippumattomia. Erityisesti tällöin pätee

$$VaR(R^t \mid H_{t-1}^*) = VaR\left(\sum_{k=t+1}^{4} C^t \middle| H_{t-1}^*\right) = E\left(\sum_{k=t+1}^{4} C^t \middle| H_{t-1}^*\right) = R_*^t,$$

sillä vuoden t jälkeiset korvaukset eivät riipu vuoden t korvauksien suuruudesta.

Nyt siis luvun 3.3 mukaisen yksinkertaistuksen kaava (3.4) saadaan muotoon

$$SCR_*^{t-1} = VaR(C^t + R^t \mid H_{t-1}^*) - R_*^{t-1} = VaR(C^t \mid H_{t-1}^*) - C_*^t$$

kaikilla $t = 1, 2, 3, 4$, sillä $R_*^t - R_*^{t-1} = -C_*^t$. Edelleen koska vuoden t korvaukset C^t noudattavat normaalijakaumaa, saadaan niiden $99,5$ %:n VaR-arvo laskettua yksinkertaisesti normaalijakautuneen muuttujan luottamusvälin ylärajana

$$VaR(C^t \mid H_{t-1}^*) = \mu + 2,57\sigma = C_*^t + 2,57\sqrt{C_*^t},$$

jossa $2,57$ on piste, jolla standardinormaalijakauman kertymäfunktio saa arvon $0,995$. Sijoittamalla tämä ylempään yhtälöön saadaan pääomavaade yksinkertaiseen muotoon

$$\begin{aligned} SCR_*^{t-1} &= VaR(C^t \mid \mathcal{H}_{t-1}^*) - C_*^t \\ &= 2,57\sqrt{C_*^t}. \end{aligned}$$

Riskimarginaalin laskemiseksi tarvittavat pääomavaateet saadaan laskettua suoraan sijoittamalla yhtälöön yhtiön arvioimat vuosittaiset korvaukset ja vastuuvelat. Tulevat pääomavaateet on laskettu alla olevaan taulukkoon, johon on myös lisätty vastuuvelan laskentahetkellä arvioidut vuosittaiset riskittömät korot, joita tarvitaan riskimarginaalin laskemiseen.

t	0	1	2	3	4
C_*^t		300 000	250 000	200 000	100 000
R_*^t	850 000	550 000	300 000	100 000	0
SCR_*^t	44 510	40 630	36 340	25 700	0
i^t		$1,95$ %	$2,55$ %	$2,85$ %	$3,10$ %

Yllä $SCR_*^t = SCR^0$. Suoraan laskemalla riskimarginaalin kaavasta (3.1) saadaan nyt laskentahetken riskimarginaaliksi $M^0 = 8\ 310$. Ilman diskonttausta laskettu riskimarginaali on vastaavasti 8 830. Riskimarginaalin laskennassa on käytetty Solvenssi II:n mukaista kuuden prosentin pääoman kustannusta.

Duraatiomenetelmää varten tarvittavat vuosittaisten korvausten osuudet kokonaisvahinkomenosta saadaan nyt suoraan jakamalla vuosittaiset korvaukset C_*^t hetken nolla vastuuvelalla 850 000. Sijoittamalla nämä edelleen duraatiomenetelmän kaavaan (3.2) saadaan riskimarginaaliksi suoraan 5 660. Koska duraatiomenetelmän kaavassa ei käytetty diskonttausta, on tämä vertailukelpoinen aiemmin saadun diskonttaamattoman riskimarginaalin 8 830 kanssa. Syy duraatiomenetelmän antamaan 36 % pienempään tulokseen näkyy selvästi alla olevasta taulukosta, johon on merkitty laskettujen tulevien pääomavaateiden lisäksi duraatiomenetelmän käyttämät merkittävästi pienemmät pääomavaateiden arviot SCR_d^t, $t = 0, 1, 2, 3, 4$.

SCR_*^t	44 510	40 630	36 340	25 700	0
SCR_d^t	44 510	28 800	15 710	5 230	0

Duraatiomenetelmän käyttämä oletus pääomavaateiden pienenemisestä vastuuvelan suhteessa ei selvästi ollut tässä tilanteessa riittävän realistinen.

4 Vuoden riskijakson ongelmat

Solvenssi II direktiivi vaatii riskin laskemista vain yhden vuoden ajanjaksolle. Tulevien vuosien huonon kehityksen riski tulee siis laskentaan mukaan vain vastuuvelan vuoden aikana arvioituviksi tapahtuvien muutosten kautta. Lähteessä Salzmann (2010) on vertailtu neljää erilaista tapaa riskimarginaalin määrittämiseen olettaen vahinkoprosessin selviävän tietyn matemaattisen mallin mukaisesti. Vertailussa olivat mukana Solvenssi II:n mukainen yhden vuoden riskiin perustuva malli ja kolme monimutkaisuudessaan toisistaan poikkeavaa mallia, jotka ottivat riskin suoraan huomioon aina arvioituun korvausten maksun loppuun saakka.

Solvenssi II:n mukaisen mallin tulokset vahinkovuosittaisille pääomavaateille ja tätä kautta riskimarginaaleille erosivat selvästi muiden tarkasteltavien mallien tuloksista. Useimpina vuosina malli antoi muita malleja pienemmän riskimarginaalin ja tiettynä kehittymisvuotena puolestaan huomattavasti suuremman. Muut työssä käsitellyt mallit antoivat keskenään hyvin samansuuntaisia tuloksia. Vaikka tehdyt oletukset ovat vahvoja ja myös välttämättömiä tulosten saamiseksi, herättää työ kuitenkin epäilyjä Solvenssi II:n mukaisen mallin luotettavuudesta.

Lähde AISAM-ACME (2007) mainitsee erityisesti pitkähäntäisten vahinkolajien riskien aliarvioinnin menetelmää tarkastellessaan. Jos vahinkojen selviämiseen oletetaan kuluvan yli kymmenen vuotta, eivät yhden vuoden korvaukset muuta merkittävästi lajin kokonaisvahinkomääräarviota ja vuoden riskiin perustuva pääomavaade jää siksi pieneksi. Usein pitkähäntäisissä vahinkolajeissa riski vastuuvelan parhaan estimaatin virheellisyydestä on kuitenkin suuri, minkä johdosta näille lajeille määritetty käypä arvo voi jäädä yhden vuoden riskimitalla arvioituna liian pieneksi. Ottaen huomioon tiettyjen lajien pitkähäntäisyys voisi esimerkiksi viiden vuoden riskin huomioon ottaminen olla järkevää. Tällöin voitaisiin tarkastella tämän työn merkinnöin arvoa

$$SCR^0 = VaR\left(\sum_{t=1}^{5} C^t + R^5 \,\middle|\, \mathcal{H}_0\right),$$

jossa VaR-termiä laskettaessa käytettävä riskitaso voitaisiin määrittää suurempaa heilahtelua kompensoiden esimerkiksi 90 prosenttiin. Kaavassa ei ole otettu huomioon riskimarginaaliin liittyvää epävarmuutta. Tämän termin määrittäminen olisi tosin jonkin verran haastavampaa kuin yhden vuoden VaR-arvon, mutta kuitenkin lähteen Ohlsson (2009) simulointitekniikkaa käyttäen melko suoraviivaista.

Sovellettavaksi tulevilta pääomavaateilta vaaditaan luonnollisesti hyvää sovellettavuutta ja on siksi ymmärrettävää, että monimutkaisia laskentoja pyritään välttämään. On kuitenkin hyvä ymmärtää saavutettavissa oleva tarkkuustaso, kun harkitaan muita riskimarginaalin laskennassa käytettäviä yksinkertaistuksia. Jos malli ei itsessään pysty antamaan erityisen luotettavaa kuvaa todellisesta riskimarginaalin suuruudesta, ei mallissa käytettävien tulevien pääomavaateilta kannata välttämättä vaatia ehdotonta tarkkuutta, kunhan ne tuottavat odotusarvoisesti oikean tuloksen riittävän pienellä hajonnalla.

5 Riskimarginaalin taloudellinen merkitys

Riskimarginaalin suuruus verrattuna vastuuvelan parhaaseen arvioon vaihtelee voimakkaasti vakuutuslajeittain. Euroopan vakuutus- ja eläkevalvojien komitea antaa Solvenssi II:n valmistavassa viidennessä QIS-laskuharjoituksessa ohjeelliset arvot riskimarginaalin laskemiseksi vakuutuslajeittain suoraan prosenttiosuutena vastuuvelan parhaasta arviosta. Aiempien laskuharjoitusten tuloksiin perustuvat osuudet vaihtelevat lajeittain viiden ja viidentoista prosentin välillä keskimääräisen osuuden ollessa hieman alle kymmenen prosenttia. Osuus on niin merkittävä, että se on otettava jollain tavalla huomioon jo vakuutusten hinnoittelussa. Lähde Salzmann (2010) toteaa vaikutuksen olevan jopa kaksi prosenttia kokonaisvakuutusmaksusta. Tulosta arvioitaessa on tosin otettava huomioon sen vahva riippuvuus käytetyistä malliparametreista. Vaikuttaa kuitenkin ilmeiseltä, että riskimarginaalin huomiotta jättäminen vaikuttaisi selvästi yhtiön vuositulokseen ja tasoittaisi samalla eri vakuutuslajien todellisia kustannuksia vaikeuttaen näin näiden kustannusperusteista hinnoittelua.

6 Lähteet

Salzmann, R., Wutricht, M. (2010). Cost-of-Capital Margin for a General Insurance liability Runoff. Astin Bulletin 40 (2010), no.2, 415-451.
Ohlsson, E., Lauzeningks, J. (2009). The one-year non-life insurance risk. Insurance: Mathematics and Economics 45, 203-208.
CEIOPS (2009). CEIOPS´ Advice for Level 2 Implementing Measures on Solvency II: Risk Margin. CEIOPS-DOC-36/09.
CEIOPS (2010). CEIOPS main background document of Level 2 advice as to calibration. CEIOPS-SEC-40-10.
AISAM-ACME (2007). AISAM-ACME study on non-life long tail liabilities.