

Y1.

Arvioi korvausvastuun kokonaismäärä PPCI-menetelmällä.

Maksettujen korvausten inkrementaalinen kolmio

	1	2	3	4
2012	13 000	4 000	400	100
2013	12 000	3 500	300	
2014	10 000	3 000		
2015	8 000			

Vahinkojen lukumäärän inkrementaalinen kolmio

	1	2	3	4
2012	100	30	5	2
2013	110	20	4	
2014	90	20		
2015	80			

(10 p)

Ratkaisuohje:

Maksettujen korvausten inkrementaalinen kolmio

	1	2	3	4
2 012	13 000	4 000	400	100
2 013	12 000	3 500	300	
2 014	10 000	3 000		
2 015	8 000			

Vahinkojen lukumäärän inkrementaalinen kolmio

	1	2	3	4
2 012	100	30	5	2
2 013	110	20	4	
2 014	90	20		
2 015	80			

Muunnetaan kappalekolmio kumulatiiviseksi ja lasketaan Chain Ladder arvio.

	1	2	3	4	IBNR	TOTAL
2 012	100	130	135	137	0	137
2 013	110	130	134	136	2	136
2 014	90	110	114	115	5	115
2 015	80	99	102	104	24	104

Lasketaan kumulatiivisesta korvausten kolmiosta IBNR-arvio soveltaen Bornhuetter-Ferguson -menetelmää, missä riskimittana on vahinkokappaleet.

Kertoimet	87.4	27.0	2.6	0.7
Keskivahinko	118			

	1	2	3	4	PPCI
2 012	13 000	17 000	17 400	17 500	0
2 013	12 000	15 500	15 800		91
2 014	10 000	13 000			363
2 015	8 000				3 064

IBNR PPCI menetelmällä soveltaen Chain Ladder selviämistä **3 518**

ChainLadder	1.00 [✓]	1.30	1.02	1.01
CL - jakauma	75 %	97 %	99 %	100 %

Y2.

Tilastollisen mallin sovitus ja valinta

- a) Oletetaan, että vakuutusten myyntiin liittyvä toistokoe noudattaa binomi-jakaumaa. Yhteensä 20 toiston kokeessa (myyntitilanteessa) kaupat syntyvät 5 tapauksessa. Johda suurimman uskottavuuden estimaatti todennäköisyydelle, että kauppa syntyy yksittäisessä myyntineuvottelussa.
- b) Määritä a) – kohdan mallille informaatiokriteerien AIC ja BIC arvot (lausekkeita ei tarvitse sieventää).

(10 p)

Ratkaisuohje:

- a) Yhteensä 6 p. Sweeting s. 226. Tulos on 0.25
- b) Yhteensä 4 p. Sweeting s. 234.

Y3.

- a) miksi bonus-malus -järjestelmiä käytetään?
- b) miten lasketaan stationaarinen jakauma ja mitä se kuvaa?
- c) olkoon ajoneuvovakuutusta harjoittavan yhtiön ajoneuvokohtainen bonusjärjestelmä bon_1 seuraava:

luokka	maksu	luokka seuraavana vuonna		
		0 vah.	1 vah.	2+ vah.
A	m_A	A	B	C
B	m_B	A	C	C
C	m_C	B	C	C

$$m_A < m_B < m_C.$$

Yhtiö haluaa lanseerata uuden ajoneuvovakuutustuotteen, jossa kaksi ajoneuvoa voi vakuuttaa samalla vakuutuksella ja jossa ajoneuvot ovat yhdessä vakuutuksen kohteena. Tämän vakuutustuotteen bonusjärjestelmä bon_2 on sama kuin bon_1 paitsi sillä erolla, että molemmat ajoneuvot liikkuvat ylös tai alas bonustaulukossa yhdessä ts. jos esim. ollaan luokassa A ja jommallekummalle ajoneuvolle sattuu yksi vahinko, molemmat maksavat seuraavana vuonna luokan B maksua. Jos ajoneuvoille yhteensä sattuu 2+ vahinkoa (ts. jommallekummalle tai molemmille), siirtyvät ajoneuvot yhdessä luokkaan C. Maksu luokissa A, B ja C olisi $\alpha \cdot m_A$, $\alpha \cdot m_B$ ja $\alpha \cdot m_C$.

Määritä tarvittavat yhtälöt, joista α voidaan ratkaista, olettaen, että bonusjärjestelmissä bon_2 ja bon_1 olevien vakuutusten maksujen odotusarvot olisivat samat n vuoden kuluessa. (Diskonttausta ei tarvitse ottaa huomioon.)

- d) olkoon kohdan c) tapauksessa lähtötilanne se, että vuonna 0 ajoneuvot ovat luokassa B. Oletetaan, että ajoneuvojen vahinkojen lukumäärä noudattaa Poisson-jakaumaa parametrilla 0.105 ja että $m_A = 100$, $m_B = 150$ ja $m_C = 200$.

Mikä on α kahden vuoden perusteella?

(10 p)

Ratkaisuohje:

a) Kaas, luku 6, s. 125-126

b) Kaas, luku 6, s. 128-131

c)

Jos merkitään $\mathbf{q}^i = (q_A^i, q_B^i, q_C^i)^T$, missä q_k^i on todennäköisyys olla tilassa k vuonna i , $k = A, B, C$,

niin $\mathbf{q}^{i+1} = (q_A^{i+1}, q_B^{i+1}, q_C^{i+1}) = D \mathbf{q}^i$, missä

$$D = \begin{array}{|ccc|} \hline d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \\ \hline \end{array}$$

Edellä d_{st} = todennäköisyys siirtyä tilasta t tilaan s .

Yhden auton tapauksessa on

$$D = \begin{array}{|ccc|} \hline p_0 & p_0 & 0 \\ p_1 & 0 & p_0 \\ p_2 & p_1+p_2 & p_1+p_2 \\ \hline \end{array}$$

missä p_0 = todennäköisyys, että sattuu 0 vahinkoa

p_1 = todennäköisyys, että sattuu 1 vahinko

p_2 = todennäköisyys, että sattuu 2+ vahinkoa

Jos alkuvuosi on 0, on

$\mathbf{q}^i = D \cdot D \cdot \dots \cdot D \mathbf{q}^0 = D^i \mathbf{q}^0$, missä \mathbf{q}^0 kuvaa alkutilaa.

Jos 2 autoa erikseen, maksu vuonna 0 on

$M_0 = \mathbf{q}_a^0 \mathbf{m} + \mathbf{q}_b^0 \mathbf{m}$, missä $\mathbf{m} = (m_A, m_B, m_C)^T$,

missä \mathbf{q}_a ja \mathbf{q}_b tarkoittavat autojen a ja b alkutiloja.

Edelleen maksun odotusarvo M_i vuonna i on

$M_i = D_a^i \mathbf{q}_a^0 \mathbf{m} + D_b^i \mathbf{q}_b^0 \mathbf{m}$. missä $\mathbf{m} = (m_A, m_B, m_C)^T$,

missä D_a on matriisi D autolle a ja D_b on matriisi D autolle b.

Maksun odotusarvo n vuoden aikana on $\sum_{i=0}^{n-1} M_i$.

Olkoon vastaava E siirtymämatriisi, kun autot yhdessä.

Tällöin maksun odotusarvo N_i vuonna i

$N_i = E^i \mathbf{q}_2^0 \mathbf{n}$, missä $\mathbf{n} = (\alpha \cdot m_A, \alpha \cdot m_B, \alpha \cdot m_C)^T$ ja \mathbf{q}_2^0 kuvaa alkutilaa kahden auton tapauksessa.

Maksun odotusarvo n vuoden aikana on $\sum_{i=0}^{n-1} N_i$.

Kun asetetaan $\sum_{i=0}^{n-1} N_i = \sum_{i=0}^{n-1} M_i$,

voidaan α on ratkaista.

d) $\alpha = 1.845$.

H1.

Henkivakuutusyhtiö on kehittänyt uuden tuotteen. Se on kahden vuoden sopimus, jossa vakuutettu sijoittaa 1000 euroa. Vakuutusyhtiön perii 3 % maksun sijoitetusta summasta ja loput yhtiö sijoittaa rahastoon. Asiakkaan saama tuotto on sijoitetun rahasto-osuuden tuotto. Lisäksi vakuutusyhtiö takaa 1000 euron pääoman säilymisen. Oletusten mukaan rahaston vuotuisen tuotto $S(t+1)/S(t)$ noudattaa log-normaalia jakaumaa parametrein 0.085 ja 0.2^2 [$\exp(S(t+1)/S(t)) \sim N(0,0085, 0.2^2)$]. Riskittömäksi koroksi oletetaan 5 % vuodessa.

- Tutki Black-Scholes kaavan avulla onko 3 % maksu riittävä vakuutusyhtiölle. Esitä lisäksi kaava vakuutusyhtiön antaman takuun soveltamisen todennäköisyydelle?
- Esitä tuotteen kehittämisen prosessikaavio. Mihin asioihin kiinnittäisit erityisesti huomiota tämän tuotteen tapauksessa?

Black-Scholes kaavan termeille pätee tässä tilanteessa $F(-d_1(0)) = 0,3493$, $F(-d_2(0)) = 0,4584$ ja $\exp(-0,1) = 0,9$.

(10 p)

Ratkaisuohje:

$$a) p(0) = K \exp(-0,1) F(-d_2(0)) - S(0) F(-d_1(0)) = 1000 \times 0,9 \times 0,4584 - 970 \times 0,3493 = 412,56 - 338,82 = 73,8$$

Koska 30 euroa on vähemmän kuin 73,8 on maksu riittämätön. (3 p)

Kaava takuun soveltamisen tn:lle on

$$P(S(2) < 1000) = F\left[\frac{\log 1000 - \log S(0) - 2 \times 0.0085}{(0,2 \times \sqrt{2})}\right] \quad (\text{on } 0,31)$$

(1 p)

- Henkivakuutuksen tulosanalyysin sivun 30 kohdat 1-5 tehtävänannon näkökulmasta.

H2.

Henkivakuutusyhtiö Yöllä on vakuutuskannassaan 10 000 60-vuotiasta miespuolista vakuutettua. Kaikki vakuutukset on myyty jo 90-luvun alkupuolella joten laskuperusteparametrit on kiinnitetty liki 30 vuotta sitten.

Kaikilla vakuutetuilla on 100 000 euron säästöhenkivakuutukset jotka erääntyvät 65-vuotiaina. Säästöhenkivakuutuksille on taattu 4,5% laskuperustekorko (p.a.). Matalan korkotason takia yhtiöllä on tälle kannalle vastuuelassa varattuna 100 M€ korkotäydennys joka purkautuu laskuperusteen mukaan tasaisesti viiden vuoden aikana. Laskuperusteen mukainen säästöhenkivakuutusten vuosittainen kuolevuusoletus määräytyy ”Yksilöllisen henkivakuutuksen laskuperusteet SHV-tutkintoa varten”-perusteen mukaisesti ja laskuperusteen mukaiset kuolevuusoletukset (μ -luvut) on esitetty liitteessä.

Niin ikään kaikilla vakuutetuilla on 50 000 euron suuruiset kuoleman varalta voimassa olevat riskihenkivakuutukset joihin yhtiö on lisäksi peruuttamattomasti luvannut kuolemantapauksissa edunsaajille maksettavan 40% lisäsumman. Käytössä oleva kuolevuusoletus määräytyy vastaavasti kuin säästöhenkivakuutuksilla eli ”Yksilöllisen henkivakuutuksen laskuperusteet SHV-tutkintoa varten”-perusteen mukaisesti ja laskuperusteen mukaiset kuolevuusoletukset (μ -luvut) on esitetty liitteessä.

Sijoitusmarkkinat ja havaittu kuolevuus on 30 vuoden kuluessa muuttunut. Vuoden 2016 lopussa yhtiön Solvenssi II-laskelmissa käyttämä oletus toteutuvasta kuolevuudesta on esitetty niin ikään liitteessä. Matalan korkotason ja sijoitusmarkkinoiden heilunnan takia yhtiön sijoitustoiminnan tuotto-oletus on laskenut tasolle 2% p.a.

Johda ja laske yhtiön oletetut riski- ja korkoliikkeen tulokset seuraavan viiden vuoden ajanjaksolta 2017-2021.

Mitä kommentoisit yhtiön aktuaarina hallitukselle riski- ja korkoliikkeen oletetusta tilanteesta viiden vuoden aikana? Olisiko mielestäsi tehtävä jotain toimenpiteitä ja jos, niin mitä?

(10 p)

Liite: Kuolevuusoletukset (μ -luvut)

Ikä	Laskuperuste	SII-laskennan mukainen oletus toteutuvasta kuolevuudesta
40	0,00171	0,00085
41	0,00186	0,00093
42	0,00204	0,00102
43	0,00224	0,00112
44	0,00247	0,00124
45	0,00273	0,00137
46	0,00302	0,00151
47	0,00336	0,00168
48	0,00374	0,00187
49	0,00417	0,00208
50	0,00466	0,00233
51	0,00521	0,00260
52	0,00584	0,00292
53	0,00655	0,00328
54	0,00736	0,00368
55	0,00828	0,00414
56	0,00933	0,00466
57	0,01051	0,00526
58	0,01186	0,00593
59	0,01338	0,00669
60	0,01511	0,00756
61	0,01708	0,00854
62	0,01931	0,00966
63	0,02184	0,01092
64	0,02472	0,01236
65	0,02798	0,01399
66	0,03168	0,01584
67	0,03589	0,01794
68	0,04066	0,02033
69	0,04607	0,02304
70	0,05222	0,02611
71	0,05919	0,02960
72	0,06711	0,03355
73	0,07270	0,03635
74	0,07875	0,03938
75	0,08531	0,04266
76	0,09243	0,04621
77	0,10014	0,05007
78	0,10850	0,05425
79	0,11756	0,05878
80	0,12737	0,06369

Ratkaisuohje:

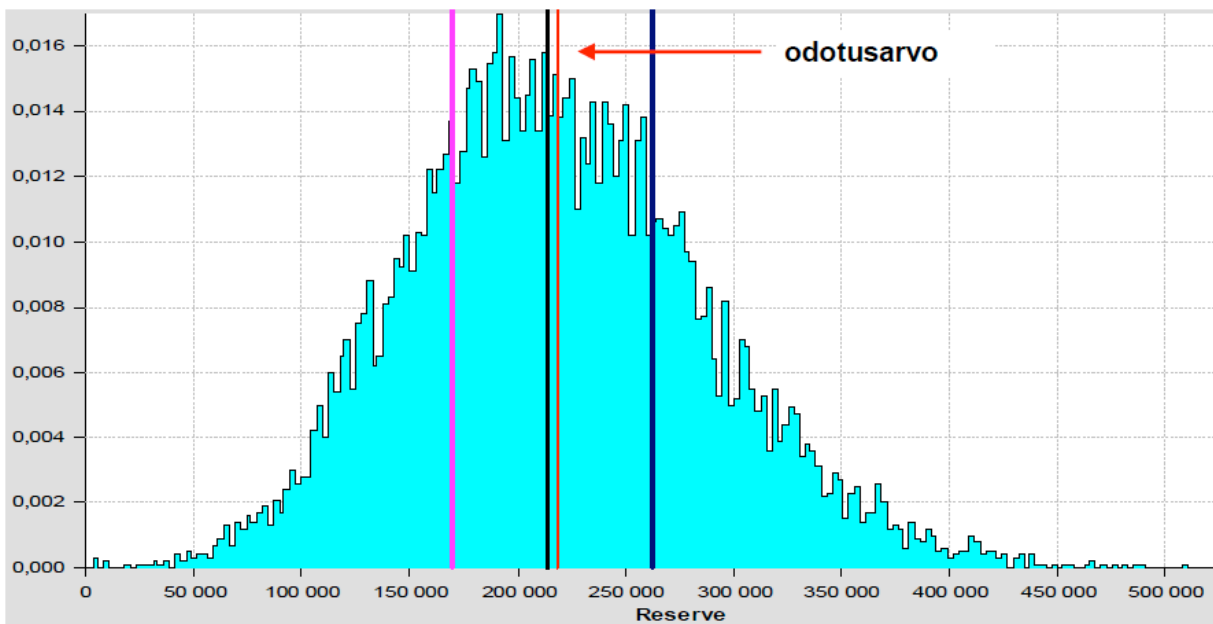
”Yksilöllisen henkivakuutuksen laskuperusteet SHV-tutkintoa varten” ja
”Henkivakuutusyhtiön tulosanalyysi” soveltaminen.

Riskiliike 5 vuodelta +575t€, korkoliike 5 vuodelta -37 380t€

Analyysi: Korkoliike alijäämäistä (ratkaisuvaihtoehdot esim.: Haettava korkeampaa tuottoa / lisättävä korkotäydennystä), riskiliike ylijäämäistä mutta kannanosat kompensoivat toisiaan (kuolemanvara ylijäämäistä, elämänvara alijäämäistä) joten kantojen tasapainosta pidettävä huolta.

V1.

- Mitä tarkoitetaan korvausvastuun laskennassa stokastisilla ja deterministisillä menetelmillä?
- Kuvaa korvausvastuun arvioinnin eri vaiheet, kun käytetään stokastisia malleja.
- Kuvaa lyhyesti miten ns. Bootstrap-menetelmä tarkoittaa korvausvastuuta arvioitaessa.
- Miten seuraava kuva tulisi tulkita korvausvastuun arvioinnin näkökulmasta, jos korvausvastuun on arvioitu suorittamalla 10 000 bootstrap-simulointikierrosta (punainen pystyviiva vastaa chain ladder –menetelmän mukaista arvioita korvausvastuun määrälle):



Ratkaisuohje:**"Kollektiivinen Korvausvastuu" – Sari Ropponen: kappaleet 3.2 ja 4.****V2.**

Lakisäteinen tapaturmavakuutus:

a) kuvaa puoliyksilöllinen maksujärjestelmä

b) määritä puoliyksilöllisen maksujärjestelmän tasoitusparametri lähtien liikkeelle ehdosta, että ohimenevien korvausten riskipromillen $p_{oh}(s)$ suhteellisenmuutoksen $\frac{p_{oh}(s+1) - p_{oh}(s)}{p_{oh}(s)}$ on jätävä alle rajan h todennäköisyydellä $1 - \epsilon$.

Tee tarvittavat oletukset.

(10 p)

Ratkaisuohje:**Kauppi, s. 24-25, liite 1****E1.**Työeläkevakuutusyhtiö Kalman tilinpäätöksestä vuonna v tiedetään seuraavat luvut (ennen siirtoa ositettuun lisävakuumvastuuseen):

Vakavaraisuuslaskennan vastuovelka 25 000 milj. eur

Vakavaraisuuspääoma 10 000 milj. eur

Vakavaraisuusraja 2 400 milj. eur

Tasoitusmäärä 1000 milj. eur.

Liikekulut 120 milj. eur

Liikekulut hoitokustannustulosta 80 %

Palkkasumma 15 000 milj. eur.

Vuonna $v-1$ Kalman vakavaraisuusasema oli 3,9. Yhtiön hallitus päättää siirtää asiakashyvityksiin vuoden v tuloksesta enimmäismäärän. Mikä on tämä enimmäismäärä euroina ja kuinka suuri on siirto asiakashyvityksiin kokonaisuudessaan suhteessa palkkasummaan? Millaiset ovat yhtiön vakavaraisuusaste ja -asema siirron jälkeen?

Vuonna $v+1$ Kalman edellisiä vastaavat luvut tilinpäätöksessä ovat

Vakavaraisuuslaskennan vastuovelka 26 120 milj. eur

Vakavaraisuuspääoma 10 860 milj. eur

Vakavaraisuusraja 2 640 milj. eur

Tasointumäärä 1000 milj. eur.
Liikekulut 120 milj. eur
Liikekulut hoitokustannustulosta 80 %
Palkkasumma 15 600 milj. eur.

Yhtiön hallitus päättää taas siirtää asiakashyvityksiin vuoden v+1 tuloksesta enimmäismäärän. Mikä on tämä enimmäismäärä euroina ja kuinka suuri on siirto asiakashyvityksiin kokonaisuudessaan suhteessa palkkasummaan? Millaiset ovat yhtiön vakavaraisuusaste ja -asema siirron jälkeen?

(10 p)

Ratkaisuohje:

- enimmäissiirtojen laskeminen kaavalla annetuista tiedoista
- siirron jälkeisen vakavaraisuusasteen, -rajan ja -aseman laskenta (siirron vähennys vakavaraisuuspääomasta ja lisäys vastuovelkaan)
- vuonna v vakavaraisuuspääoman yläraja ylittyy mutta vasta ensimmäisen kerran, jolloin ei lisäsiirtoja asiakashyvityksiin
- vuonna v+1 yläraja ylittyy toisen kerran, jolloin 1/3 ylitteestä siirrettävä asiakashyvityksiin

E2.

- a) Mitä tarkoitetaan työttömyysvakuutusrahaston maksulla ja miksi sitä maksetaan? Miten lasketaan työttömyysvakuutusrahaston maksun määrä, mistä sen suuruus riippuu ja miten se vaikuttaa yleisellä tasolla vakuutusmaksuihin?
- b) Selvitä pääpiirteissään mitä eläkeoikeuksien siirrolla Euroopan yhteisöihin tarkoitetaan ja miten se huomioidaan kustannustenjaossa TyEL:n mukaisen peruseläketurvan osalta.

(10 p)

Ratkaisuohje:

- a) Työeläkkeiden kustannustenjako, s. 59-60, 62-63 ja 65-66;
- b) Työeläkkeiden kustannustenjako, s. 99-104.